

热冲击作用下基底/涂层结构的应力分析及结构优化

王保林 韩杰才 杜善义

(哈尔滨工业大学复合材料研究所, 哈尔滨 150001)

摘要 分析了基底/涂层结构的动态热应力, 并对涂层的厚度进行了优化。采用 Fourier 变换法, 在 Laplace 域内求解了问题的控制微分方程, 然后利用界面连续条件、边界条件以及 Laplace 数值反演, 得出了结构中的动态温度场和热应力场。数值算例表明, 加热速度对结构中的最大热应力、破坏模式以及涂层厚度的优化值都会产生影响。

关键词 基底, 涂层, 热应力, 优化

中图分类号 O 348

为了满足微电子、航空、航天以及高温应用等技术的要求, 非均匀材料得到了很大的发展, 这是因为在许多情况下, 理想的结构或者部件的设计必须引入材料非均匀性, 在实际应用中, 涂层技术是提高工程材料性能的有效方法之一, 比如, 为了改善抗烧蚀性能、抗氧化性能或者抗腐蚀性能, 人们很自然地采用了金属基底/陶瓷涂层结构, 由于金属和陶瓷的热物性参数的不匹配, 当金属和陶瓷粘接在一起时, 会产生很大的残余热应力, 从而可能引起介质的开裂或脱粘, 分析热载(特别是动态热载)作用下金属基底/陶瓷涂层结构的残余应力以及热应力, 非常具有实际意义。

对于一些比较典型的结构(比如板、壳), 其材料参数沿厚度方向为变化的, 在进行热应力分析时, 通常采用层合板模型, 比如 Thangjitham 等人^[1]对各向异性多层介质的稳态热应力分析; Tanigawa^[2,3]对无限长的功能梯度材料板沿厚度方向的一维非定常热应力分析, 他们假设板水平方向为无限长, 正应力沿厚度方向的变化为线性的, 求出了应力分布的近似解; Lee 和 Erdogan^[4]研究了稳态热载作用下功能梯度以及层合材料热障涂层中的残余热应力问题; Bao 和 Wang^[5]用有限元素法研究了金属基底/功能梯度涂层结构中的多个垂直于表面的裂纹问题。在本文中, 我们研究基底/涂层结构中的动态热应力, 为了使分析方法具有一般性, 取材料为正交各向异性并且考虑了惯性效应, 结果表明加热速度对结构中的热应力分布会产生很大的影响, 存在优化的基底和涂层厚度使得结构具有最大的强度。

1 问题的描述, 基本方程

图1所示的基底/涂层结构, 水平方向尺寸为无限大, (x, y) 为总体座标系, 各单层的材料参数为常数, 弹性主轴平行于 x 轴和 y 轴, 密度为 ρ_j , 各层的厚度为 h_j , 总厚度为 h (在本文中, 以下标 j 代表层号: 1, 2, 分别对应基底和涂层), 对每一单层建立局部座标系 (x_j, y_j) , 其原点

收修改稿 初稿日期: 1998-05-04, 1998-01-28。本文受清华大学“破坏力学”国家教委开放研究实验室资助

位于该单层的底面, 局部坐标系与总体坐标系的关系为:

$$x_J = x, \quad y_J = y - \sum_{L=1}^{J-1} h_L \quad (1)$$

问题的初始条件为温度、热流、位移和速度等_{于零, 边界条件为结构上下表面分别作用温度} $T_0(x, t)$ 和温度 $T_1(x, t)$, 无穷远处温度、热流、位移和速度都为零。

由于仅考虑平面导热问题且材料为正交各向异性, 各单层热流场为:

$$q_x(x, y, t)_J = -(\kappa_J) \frac{\partial T_J(x, y, t)}{\partial x}, \quad q_y(x, y, t)_J = -(\kappa_J) \frac{\partial T_J(x, y, t)}{\partial y} \quad (2)$$

$$\text{温度场满足微分方程: } (\kappa_J) \frac{\partial^2 T_J}{\partial x^2} + (\kappa_J) \frac{\partial^2 T_J}{\partial y^2} = \rho_J (c_v)_J \frac{\partial T_J}{\partial t} \quad (3)$$

考虑平面应变问题, 各单层不为零的位移场和应力场为:

$$U_{xJ} = u_J(x, y_J, t) \quad U_{yJ} = v_J(x, y_J, t) \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xJ} &= (C_{11})_J \frac{\partial u_J}{\partial x} + (C_{12})_J \frac{\partial v_J}{\partial y_J} - (\beta_x)_J T_J \\ \sigma_{yJ} &= (C_{12})_J \frac{\partial u_J}{\partial y_J} + (C_{22})_J \frac{\partial v_J}{\partial y_J} - (\beta_y)_J T_J \\ \tau_{xyJ} &= (C_{66})_J \left(\frac{\partial u_J}{\partial y_J} + \frac{\partial v_J}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

小变形情况下各单层的运动方程为:

$$\left. \begin{aligned} (C_{11})_J \frac{\partial^2 u_J}{\partial x^2} + (C_{66})_J \frac{\partial^2 u_J}{\partial y_J^2} + (C_{12} + C_{66})_J \frac{\partial^2 v_J}{\partial x \partial y_J} &= \rho_J \frac{\partial^2 u_J}{\partial t^2} + (\beta_x)_J \frac{\partial T_J}{\partial x} \\ (C_{66})_J \frac{\partial^2 v_J}{\partial x^2} + (C_{22})_J \frac{\partial^2 v_J}{\partial y_J^2} + (C_{12} + C_{66})_J \frac{\partial^2 u_J}{\partial y_J \partial x} &= \rho_J \frac{\partial^2 v_J}{\partial t^2} + (\beta_y)_J \frac{\partial T_J}{\partial y_J} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2 温度场和热应力场的解

定义无因次参数: $\bar{x} = x/h$, $\bar{y}_J = y_J/h$, $\bar{h}_J = h_J/h$, $\bar{\kappa} = (\kappa_J)_J / (\kappa_J)_J$, 以及 $(t_0)_J = h^2 \rho_J (c_v)_J / (\kappa_J)_J$, 波速 $C_{\omega J} = \sqrt{(C_{22})_J / \rho_J}$, $C_{\omega J} = \sqrt{(C_{66})_J / \rho_J}$, 对时间 t 作 Laplace 变换, 再对 x 作 Fourier 变换, 可得 Laplace 域内热传导方程(3)和运动方程(6)的解为:

$$T_J^*(\bar{x}, \bar{y}_J, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [A \omega e^{-|s|\lambda_{1J}\bar{y}_J} + B \omega e^{|s|\lambda_{1J}\bar{y}_J}] e^{-is\bar{x}} ds \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{u_J^*(\bar{x}, \bar{y}_J, p)}{i} \\ \frac{v_J^*(\bar{x}, \bar{y}_J, p)}{i} \end{aligned} \right\} = \frac{h}{2\pi} \left[e_J \begin{Bmatrix} A_{1J} \\ B_{1J} \\ A_{2J} \\ B_{2J} \end{Bmatrix} \right] e^{-is\bar{x}} ds + \frac{h}{2\pi} \left[\frac{1}{s} e_{\omega J} \begin{Bmatrix} A_{\omega J} \\ B_{\omega J} \end{Bmatrix} \right] e^{-is\bar{x}} ds \quad (8)$$

其中 $i = \sqrt{-1}$, $\lambda_{\omega J} = \sqrt{\bar{\kappa} + p(t_0)_J / s^2}$,

$$[e_J(\bar{y}_J, p, s)] = \begin{bmatrix} e^{-|s|\lambda_{1J}\bar{y}_J} & e^{|s|\lambda_{1J}\bar{y}_J} & e^{-|s|\lambda_{2J}\bar{y}_J} & e^{|s|\lambda_{2J}\bar{y}_J} \\ \eta_{1J} e^{-|s|\lambda_{1J}\bar{y}_J} & \eta_{1J} e^{|s|\lambda_{1J}\bar{y}_J} & \eta_{2J} e^{-|s|\lambda_{2J}\bar{y}_J} & \eta_{2J} e^{|s|\lambda_{2J}\bar{y}_J} \end{bmatrix} \quad (9)$$

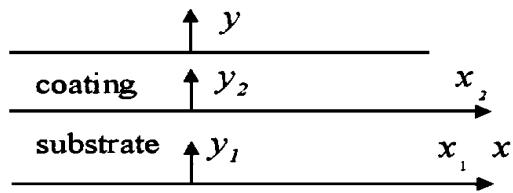


图1 基底/涂层结构的几何及坐标系

Fig. 1 Geometry and coordinate of substrate/coating structure

$$[e_{\lambda}(y_J, p, s)] = \begin{bmatrix} \zeta_J e^{-|s|\lambda_J y_J} & \zeta_J e^{|s|\lambda_J y_J} \\ -s \operatorname{sgn}(s) \zeta_J e^{-|s|\lambda_J y_J} & s \operatorname{sgn}(s) \zeta_J e^{|s|\lambda_J y_J} \end{bmatrix} \quad (10)$$

λ_J ($i = 1, 2$) 为下列特征方程的根:

$$\lambda_J^4 - \left[\left(\frac{C_{11}C_{22} - 2C_{12}C_{66} - C_{12}^2}{C_{22}C_{66}} \right)_J + \left(\frac{ph}{sC_{1J}} \right)^2 + \left(\frac{ph}{sC_{bJ}} \right)^2 \right] \lambda_J^2 + \left[\left(\frac{C_{11}}{C_{22}} \right)_J + \left(\frac{ph}{sC_{1J}} \right)^2 \right] \left[1 + \left(\frac{ph}{sC_{bJ}} \right)^2 \right] = 0 \quad (11)$$

η_i ($i = 1, 2$) 为:

$$\eta_i = \operatorname{sgn}(s) \frac{(C_{11})_J / (C_{66})_J + (ph / sC_{bJ})^2 - \lambda_J^2}{\lambda_J (1 + (C_{12})_J / (C_{66})_J)} \quad (12)$$

ζ_J 及 ζ_J' 为下列方程组的解:

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{C_{11}}{C_{66}} \right)_J - \lambda_J^2 + \left(\frac{ph}{sC_{bJ}} \right)^2 \right] \zeta_J + \left[\left(\frac{C_{12}}{C_{66}} \right)_J + 1 \right] \lambda_J \zeta_J' &= \frac{\beta_{1J}}{(C_{66})_J} \\ \left(\frac{C_{12} + C_{66}}{C_{22}} \right)_J \lambda_J \zeta_J + \left[\lambda_J^2 - \left(\frac{C_{66}}{C_{22}} \right)_J + \left(\frac{ph}{sC_{1J}} \right)^2 \right] \zeta_J' &= \frac{\lambda_J \beta_{1J}}{(C_{22})_J} \end{aligned} \quad (13)$$

在本文中, 上标 * 代表相应变量的 Laplace 变换, p 为时间 t 的变换变量, 上述(8)式右端第一项代表不考虑温度变化时(6)式的齐次解, 第二项代表(6)式与温度变化对应的特解, $A_{ij}(s, p)$ 和 $B_{ij}(s, p)$ 为待求未知参数 ($i = 0, 1, 2$), 利用本构方程(2)和(5)可求得各单层的热流和应力, 再由边界条件以及界面热流 q_j^* 和应力 σ_j^* 的连续条件即可求解未知参数 A_{ij} 和 B_{ij} , 求出 Laplace 域中的解后, 通过 Laplace 数值反演, 即可求得时间域中的解。

3 数值结果和讨论

以不锈钢基底和氧化铝涂层为例, 材料参数见表1, 表中 σ_{bi} 为拉伸强度, σ_{bc} 为压缩强度, 下标 s 代表金属基底, 取下表面的温度为零并保持恒定, 外表面温度在时间为 t_0 内由初始温度为零线性加热至 T_0 后保持恒定。

表1 钢和氧化铝的热机械性质

Table 1 Thermomechanical properties of steel and alumina

	E/GPa	ν	$\alpha/\text{m} \cdot \text{m}^{-1} (\text{K})^{-1}$	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\kappa/\text{W} \cdot \text{m}^{-2} (\text{K})^{-1}$	$c/\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$	σ_{bi}/MPa	σ_{bc}/MPa
Steel	206	0.33	12×10^{-6}	7.85×10^3	25	460	1080	1080
Al_2O_3	380	0.22	8.5×10^{-6}	3.96×10^3	46	765	260	2930

3.1 沿厚度方向正应力的分布

将时间 t 以及加热速率 t_0 无因次化: $\bar{t} = \frac{t}{h^2 \rho_s (C_v)_s / (k_y)_s}$, $\bar{t}_0 = \frac{t_0}{h^2 \rho_s (C_v)_s / (k_y)_s}$ (14)

当涂层厚度为总厚度的 0.2 倍时, 图2给出了不同时刻 \bar{t} 正应力 $\sigma_t(y)$ 的分布, 动态加热情况下, 对每一单层而言, 正应力沿厚度方向的变化不为线性, 特别是对于加热初期 (\bar{t} 较小时), 非线性程度更为明显, 在稳态热载作用下 ($\bar{t} \rightarrow \infty$), 各单层应力分布为线性的, 在这种情况下, 可以用线性应力分布假设求得板中应力的近似解。此外, 在加热初期, 靠近板上表面处形成一个较大的压缩应力范围, 这说明热冲击作用下, 在热冲击表面应该采用具有较大压缩强度的陶瓷材料。随着时间的增大, 靠近板上表面处的压缩应力逐渐减小, 最后变为拉伸应力。

当基底和涂层的厚度相等时, 对于不同的无因次加热速率 \bar{t}_0 , 图3画出了板内 $x = 0$ 处沿 y 方向各点的最大应力 σ_{\max} 的分布, 显然, 随着加热速率的增大 (\bar{t}_0 减小), 板中最大应力也增大, 这表明热冲击效应对板内应力分布具有明显的影响, 在进行结构设计时, 必须考虑动态热载作用。

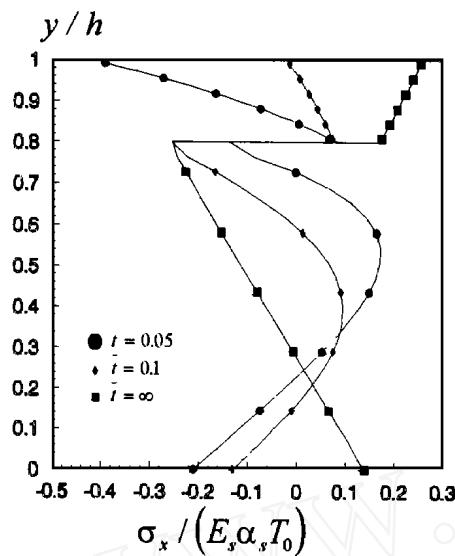


图2 不同时刻正应力 σ_x 沿厚度方向的分布, 加热速率 $\bar{t}_0 = 0.05$

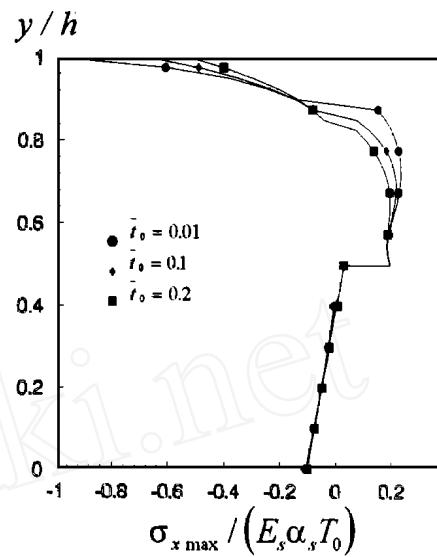


图3 加热速率对最大正应力的影响
Fig. 3 The influence of heating rate on maximum stress

Fig. 2 Distribution of normal stress σ_x along thickness direction, heating rate $\bar{t}_0 = 0.05$

3.2 破坏模式的研究

为了了解结构受热载作用下的破坏模式, 需要同时考虑结构内应力和强度的分布情况, 为此引入应力系数 f 的概念, 定义为动态热载下结构中任一点处的最大应力和该点处的许用应力的比值, 即:

$$f = \begin{cases} \sigma_x(y)_{\max} / \sigma_{br}(y)_{\max} & \sigma_x(y)_{\max} > 0 \\ \sigma_x(y)_{\max} / \sigma_{ci}(y)_{\max} & \sigma_x(y)_{\max} \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

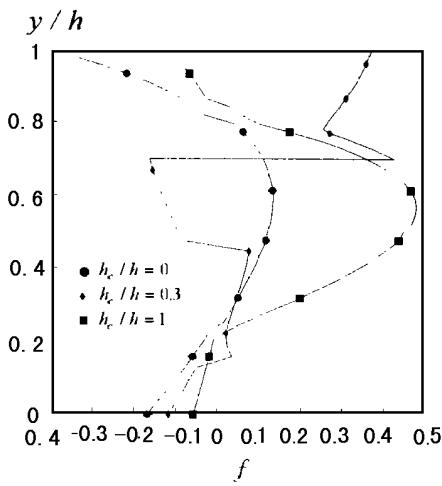


图4 不同涂层厚度下应力系数沿厚度方向的分布, 加热速率 $\bar{t}_0 = 0.05$

Fig. 4 Distribution of stress factor along thickness direction for different coating thickness, heating rate $\bar{t}_0 = 0.05$

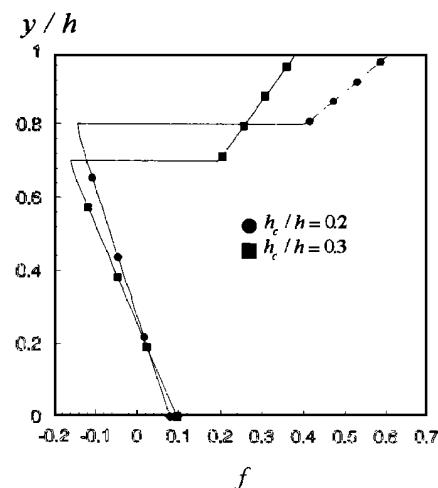


图5 不同涂层厚度下稳态应力系数沿厚度方向的分布

Fig. 5 Distribution of steady stress factor along thickness direction for different coating thickness

取 T_0 为 250 度, 图 4 为不同涂层厚度 h_c 时, 应力系数 f 的分布情况, 由这些图可以发现如下规律: 首先, 对于涂层厚度为零的纯金属结构, 最大应力系数出现在热冲击表面处并且为负值, 该表面具有较大的压缩应力, 结构的强度由热冲击表面的压缩热应力决定; 其次, 对于纯陶瓷结构, 最大应力系数 f 出现在陶瓷内部, 并且为正值, 这是由于陶瓷的拉伸强度较低的缘故, 此时, 结构的强度由陶瓷内部的拉伸热应力决定; 最后, 对于金属/陶瓷结构, 适当选择涂层的厚度可以降低应力系数, 从而提高结构的热强度。

仍取 T_0 为 250 度, 图 5 画出了稳态应力系数沿厚度方向的分布情况, 当涂层厚度越大, 应力系数越小, 当结构为纯陶瓷时, 稳态应力为零, 这表明在进行静强度设计时, 纯陶瓷似乎是最优的, 但考虑到其承受机械载荷的能力较差, 还是应该采用金属/陶瓷结构。

4 涂层厚度的优化

由上述分析可知, 与纯金属或纯陶瓷相比, 基底/涂层结构具有较大的耐热冲击能力, 我们取涂层厚度 h_c 与总厚度的比值为 0.1 至 0.35 之间, 求出了不同加热速度以及稳态情况下, 结构中最大应力系数 $|f_{\max}|$ 随涂层厚度的变化情况, 结果见图 6, 在静态热载作用下, 应力系数随涂层厚度的增加而单调下降, 对于所考虑的两种加热速度 \bar{t}_0 , 应力系数都存在一个极小值, 这说明存在优化的涂层厚度 $(h_c)_{\text{opt}}$, 使得结构的耐热冲击能力最强, 另外, 对于不同的加热速度, 其对应的优化涂层厚度是不一样的, 比如对于本文所考虑的 \bar{t}_0 分别为 0 和 0.05 的情况, 其对应的优化涂层厚度分别为 0.21h 和 0.28h。

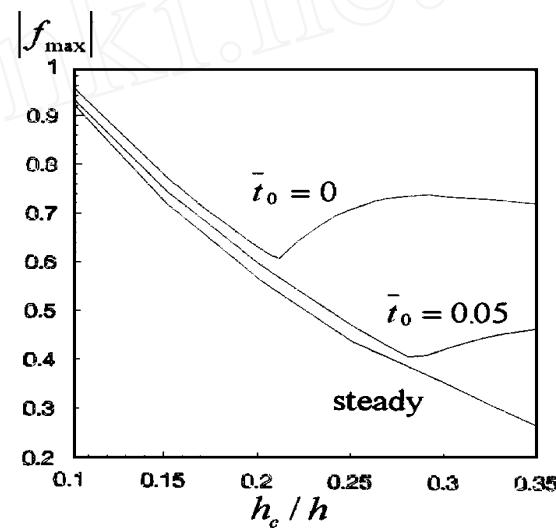


图 6 最大应力系数与涂层厚度的关系

Fig. 6 The change of coating thickness on maximum stress factor

5 结 论

分析了金属基底/陶瓷涂层结构的动态热应力, 研究结果表明:

- (1) 热冲击作用下, 靠近板的热冲击表面处形成一个较大的压缩应力范围;
- (2) 加热速度越高, 结构中的最大热应力越大;
- (3) 对于纯金属板, 其强度由热冲击表面的压应力决定, 当存在陶瓷涂层时, 结构的强度由陶瓷内部的热拉应力决定;
- (4) 存在优化的涂层厚度使得结构具有最大的热强度, 优化值与加热速度有关。

参 考 文 献

- 1 Thangjitham S, Choi H J. Thermal stresses in a multilayered anisotropic medium. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, 58: 1021~ 1027
- 2 Tanigawa Y, Matsumoto M, Akat T. Optimization problem of material composition for nonhomogeneous plate to minimize thermal stresses when subjected to unsteady heat supply. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, 1996, 62(593): 115~ 122

- 3 Tanigawa Y, Akai T, Kawamura R, Oka N. Transient heat conduction and thermal stresses problems of a nonhomogeneous plate with temperature dependent material properties *Journal of Thermal Stresses*, 1996, 19: 77~102
- 4 Lee Y-D, Erdogan F. Residual/thermal stress in FGM and laminated thermal barrier coatings *International Journal of Fracture*, 1994/1995, 69: 145~165
- 5 Bao G, Wang L. Multiple cracking in functionally graded ceramic/metal coatings *International Journal of Solids and Structures*, 1995, 32: 2853~2871

THERMAL STRESS ANALYSIS AND OPTIMIZATION OF SUBSTRATE/COATING STRUCTURE UNDER THERMAL SHOCK

Wang Baolin Han Jiecai Du Shanyi

(Center for Composite Materials, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract The problem considered here is the response of a substrate/coating structure subjected to dynamic heating. By utilizing Laplace transform and Fourier transform technique, the general solutions for temperature fields and stress fields are derived. The dynamic thermal stresses are presented under different heating rates for various substrate and coating thicknesses. The possible failure mode and the optimized coating thickness are analyzed.

Key words substrate, coating, thermal stress, transient state, optimization