

层间混杂叠层复合材料的最终拉伸破坏 (I) 应力集中分析

曾庆敦 余利杰

(华南理工大学交通学院工程力学系, 广州 510641)

摘 要 基于 Zweben^[1]的剪滞假设, 提出一种修正的剪滞分析模型, 研究了层间混杂复合材料低延伸层的断裂、层间界面破坏及高延伸层中部分纤维断裂相互作用所导致的细观应力重分布, 讨论了层间界面破坏对高延伸纤维中的应力集中因子的影响, 为层间混杂叠层复合材料最终拉伸破坏的细观统计分析提供理论依据。

关键词 层间混杂复合材料; 剪滞分析; 界面破坏; 细观应力集中

中图分类号 V 258 5, O 316, O 343 4

混杂纤维复合材料是指其增强相由多于一种纤维构成的复合材料。依据纤维或预铺层的排布方式, 混杂复合材料可分为层内、层间、编织混杂等形式。对于单向层间混杂叠层复合材料, 在纵向拉伸载荷作用下, 低延伸(L E)纤维(层)将首先发生破坏, 同时伴随有层间界面破坏(剪切屈服或脱层), 此种破坏通常被称之为首次(第一)破坏。当首次破坏发生后, 混杂复合材料仍能有效地承载。随着载荷的继续增加, 断口附近的高延伸(H E)纤维(层)因受到应力集中的作用也开始发生逐步破坏, 直至试样被拉断, 此种破坏称为最终破坏。Fukunaga 等人^[2]采用剪滞理论^[3], 研究了四层层间混杂复合材料由各单层破坏所产生的应力重分布, 但未涉及到细观方面(纤维的断裂过程)及未考虑界面破坏的影响。文献[4]提出了一种较简便的剪滞分析方法, 研究了层间混杂复合材料第一破坏发生后的细观应力重分布, 但也未计及层间界面破坏的影响。本文根据 Zweben^[1]的剪滞假设, 提出一种修正的剪滞模型, 研究层间混杂复合材料层间界面破坏对最终破坏过程中的细观应力重分布的影响, 给出 H E 纤维中的应力集中因子和脱层长度与界面剪切强度的关系。

1 剪滞模型

考虑图1(a)所示的受纵向拉伸的混杂复合材料。假定中间的 L E 层已存在中央穿透裂纹, 并与第一 H E 纤维层之间有关于其中央裂纹为对称的长为 $2L$ 的一段层间界面破坏。为分析 H E 层部分纤维断裂所产生的应力集中问题, 我们从中抽出任意第 i 层 H E 纤维建立剪滞模型, 如图1(c)所示。其中间是含有 j 根已断纤维的断裂核, 断裂核内的纤维认为应力、位移分布一致, 可作为一个整体来考虑^[1, 4]。虽然该层纤维之间的基体可能产生破坏, H E 各层之间的层间界面也可能发生破坏, 但情况相当复杂, 本文不作考虑。由于应力集中通常只在靠近断口处

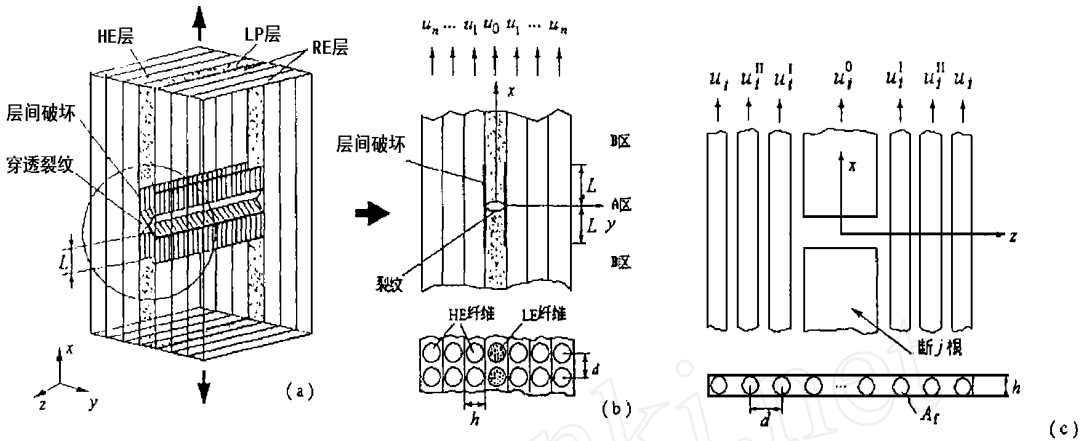


图1 (a) 含有层间界面破坏及LE层穿透裂纹的单向层间混杂复合材料;
(b) 单层破坏剪滞分析模型; (c) 第*i*层HE纤维的应力重分布计算模型

Fig. 1 (a) Interply hybrid composite with interlaminated interface failure and LE layer break;
(b) Shear-lag model for the failure analysis of layers;
(c) Model of calculating stress redistributions of fibers in the i th HE layer

显著, 稍远处即迅速削弱, 故可认为在此层内, 只有最邻近中央断裂核的左右各两根纤维承担其应力扰动, 而同层的其它完整纤维则不受断裂核的影响, 其应力仍符合各单层断裂所决定的分布规律^[4]。设断裂核、邻近的两根纤维和其它纤维的位移分别为 $u_i^0(x)$, $u_i^I(x)$, $u_i^{II}(x)$, $u_i(x)$, 其中 $u_i(x)$ 为不受断裂核影响的第 i 层(纤维)的位移(见图1(c))。为了简化运算, 假定图1(a)所示的单向混杂叠层复合材料中的LE和HE纤维直径相等, 各单层厚度、各层纤维间距、纤维体积分数相等。

2 剪滞平衡方程

以图1所示 $n_{HE}/L_{LE}/n_{HE}$ ($n = 1, 2, \dots$) 层间混杂复合材料为例建立剪滞平衡方程。考虑在第0层(LE层)和第1层(HE层, $i = 1$)间存在层间界面破坏区, 假定作用在此破坏区内的剪应力是常数且等于 $\eta\tau_s$, 其中, η 为剪切参数^[1], τ_s 为界面剪切强度。为区分起见, 本文将图1(c)中的模型再分为A区($|x| \leq L$)和B区($L \leq |x| \leq \infty$)。在A、B两区中各组纤维的位移分别用 u_i^0 , u_i^I , u_i^{II} , u_i 和 v_i^0 , v_i^I , v_i^{II} , v_i 表示。在建立剪滞平衡方程时, 除要考虑同层纤维间的基体剪应力作用, 还应考虑层间界面剪应力的影响。当 $i = 1$ 时, 建立的剪滞平衡方程为

A区 ($0 \leq x \leq L$):

$$\left. \begin{aligned} jE_{HA} \frac{d^2 u_i^0}{dx^2} + \frac{2Gh(u_i^I - u_i^0)}{d} + \frac{Gjd(u_2 - u_1)}{h} + id\eta\tau_s &= 0 \\ E_{HA} \frac{d^2 u_i^I}{dx^2} + \frac{Gh(u_i^{II} - 2u_i^I + u_i^0)}{d} + \frac{Gd(u_2 - u_1)}{h} + d\eta\tau_s &= 0 \\ E_{HA} \frac{d^2 u_i^{II}}{dx^2} + \frac{Gh(u_i^I - 2u_i^{II} + u_1)}{d} + \frac{Gd(u_2 - u_1)}{h} + d\eta\tau_s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

B区 ($L \leq x \leq \infty$):

$$\left. \begin{aligned} jE_{\text{H}}A_{\text{f}} \frac{d^2 v_1^0}{dx^2} + \frac{2Gh(v_1^{\text{I}} - v_1^0)}{d} + \frac{Gjd(v_2 - 2v_1 + v_0)}{h} &= 0 \\ E_{\text{H}}A_{\text{f}} \frac{d^2 v_1^{\text{I}}}{dx^2} + \frac{Gh(v_1^{\text{II}} - 2v_1^{\text{I}} + v_1^0)}{d} + \frac{Gd(v_2 - 2v_1 + v_0)}{h} &= 0 \\ E_{\text{H}}A_{\text{f}} \frac{d^2 v_1^{\text{II}}}{dx^2} + \frac{Gh(v_1^{\text{I}} - 2v_1^{\text{II}} + v_1)}{d} + \frac{Gd(v_2 - 2v_1 + v_0)}{h} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, E_{H} 、 G 分别为 HE 纤维的弹性模量和基体的剪切模量, A_{f} 为纤维的横截面面积, d 为纤维间距, h 为单层厚度。当 $i = 2, 3, \dots, n-1$ 时, 同理有 A 区 ($0 \leq x \leq L$):

$$\left. \begin{aligned} jE_{\text{H}}A_{\text{f}} \frac{d^2 u_i^0}{dx^2} + \frac{2Gh(u_i^{\text{I}} - u_i^0)}{d} + \frac{Gjd(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}))}{h} &= 0 \\ E_{\text{H}}A_{\text{f}} \frac{d^2 u_i^{\text{I}}}{dx^2} + \frac{Gh(u_i^{\text{II}} - 2u_i^{\text{I}} + u_i^0)}{d} + \frac{Gd(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}))}{h} &= 0 \\ E_{\text{H}}A_{\text{f}} \frac{d^2 u_i^{\text{II}}}{dx^2} + \frac{Gh(u_i^{\text{I}} - 2u_i^{\text{II}} + u_i)}{d} + \frac{Gd(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}))}{h} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

当 $i = n$ 时, 应将上式的 $u_{i+1} - u_i$ 去掉。至于 B 区 ($L \leq x \leq \infty$), 当不考虑 HE 各层的层间界面破坏因素时, 则该区的剪滞平衡方程的形式与 A 区完全相同, 将上式的 u 换成 v 即可。

为计算方便, 引入下列无量纲量:

$$\left. \begin{aligned} u_i^s &= \sigma \sqrt{\frac{A_{\text{f}} h}{E_{\text{H}} G d}} U_i^s = \sigma h \sqrt{\frac{V_{\text{f}}}{E_{\text{H}} G}} U_i^s, \quad u_i = \sigma h \sqrt{\frac{V_{\text{f}}}{E_{\text{H}} G}} U_i \\ v_i^s &= \sigma h \sqrt{\frac{V_{\text{f}}}{E_{\text{H}} G}} V_i^s, \quad v_i = \sigma h \sqrt{\frac{V_{\text{f}}}{E_{\text{H}} G}} V_i \quad i = 0, 1, \dots, n \quad s = 0, \text{I}, \text{II} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\tau_s = \sigma \sqrt{\frac{A_{\text{f}} G}{E_{\text{H}} d h}} \bar{\tau}_s = \sigma \sqrt{\frac{V_{\text{f}} G}{E_{\text{H}}}} \bar{\tau}_s \quad (5)$$

$$x = \sqrt{\frac{E_{\text{H}} A_{\text{f}} h}{G d}} \xi = \sqrt{\frac{E_{\text{H}} V_{\text{f}}}{G}} h \xi, \quad L = \sqrt{\frac{E_{\text{H}} A_{\text{f}} h}{G d}} \bar{b} = \sqrt{\frac{E_{\text{H}} V_{\text{f}}}{G}} h \bar{b} \quad (6)$$

其中, σ 为层间混杂复合材料中 HE 纤维在无穷远处的应力, V_{f} ($V_{\text{f}} = A_{\text{f}}/dh$) 为纤维体积分数。设 $D = h/d$, 则平衡方程 (1)~(2) 可变换为如下无量纲形式

A 区 ($0 \leq \xi \leq \bar{b}$):

$$\left. \begin{aligned} j \frac{d^2 U_1^0}{d\xi^2} + 2D^2(U_1^{\text{I}} - U_1^0) + j(U_2 - U_1) + j\bar{\eta}_s &= 0 \\ \frac{d^2 U_1^{\text{I}}}{d\xi^2} + D^2(U_1^{\text{II}} - 2U_1^{\text{I}} + U_1^0) + (U_2 - U_1) + \bar{\eta}_s &= 0 \\ \frac{d^2 U_1^{\text{II}}}{d\xi^2} + D^2(U_1^{\text{I}} - 2U_1^{\text{II}} + U_1) + (U_2 - U_1) + \bar{\eta}_s &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

B 区 ($\bar{b} \leq \xi \leq \infty$):

$$\left. \begin{aligned} j \frac{d^2 V_1^0}{d\xi^2} + 2D^2(V_1^{\text{I}} - V_1^0) + j(V_2 - 2V_1 + V_0) &= 0 \\ \frac{d^2 V_1^{\text{I}}}{d\xi^2} + D^2(V_1^{\text{II}} - 2V_1^{\text{I}} + V_1^0) + (V_2 - 2V_1 + V_0) &= 0 \\ \frac{d^2 V_1^{\text{II}}}{d\xi^2} + D^2(V_1^{\text{I}} - 2V_1^{\text{II}} + V_1) + (V_2 - 2V_1 + V_0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

同理可写出 $i = 2, 3, \dots, n$ 的相应的无量纲剪滞平衡方程, 为节省篇幅, 此处从略。

为求解上述方程,需引进边界条件和连续条件

$$\left. \begin{aligned} dU_i^0(0)/d\xi = 0, U_i^1(0) = 0, U_i^{\text{II}}(0) = 0, \\ dU_i^0(\infty)/d\xi = dU_i^1(\infty)/d\xi = dU_i^{\text{II}}(\infty)/d\xi = 1, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} U_i^0(\bar{b}) = V_i^0(\bar{b}), U_i^1(\bar{b}) = V_i^1(\bar{b}), U_i^{\text{II}}(\bar{b}) = V_i^{\text{II}}(\bar{b}), \\ dU_i^0(\bar{b})/d\xi = dV_i^0(\bar{b})/d\xi, dU_i^1(\bar{b})/d\xi = dV_i^1(\bar{b})/d\xi, \\ dU_i^{\text{II}}(\bar{b})/d\xi = dV_i^{\text{II}}(\bar{b})/d\xi \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

无量纲剪滞平衡方程中还含有 U_i 和 V_i , 它们可由图1(b)所示的分析模型中求得, 考虑对称性和采用无量纲量, 列出的平衡方程是

A 区 ($0 \leq \xi \leq \bar{b}$):

$$\left. \begin{aligned} R \frac{d^2 U_0}{d\xi^2} - 2\eta_{\bar{b}} = 0, \frac{d^2 U_1}{d\xi^2} + (U_2 - U_1) + \eta_{\bar{b}} = 0 \\ \frac{d^2 U_i}{d\xi^2} + (U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}) = 0, i = 2, \dots, n-1 \\ \frac{d^2 U_n}{d\xi^2} + (U_{n-1} - U_n) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

B 区 ($\bar{b} \leq \xi \leq \infty$):

$$\left. \begin{aligned} R \frac{d^2 V_0}{d\xi^2} + 2(V_1 - V_0) = 0 \\ \frac{d^2 V_i}{d\xi^2} + (V_{i+1} - 2V_i + V_{i-1}) = 0, i = 1, 2, \dots, n-1 \\ \frac{d^2 V_n}{d\xi^2} + (V_{n-1} - V_n) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 $R = E_L/E_H$, 其中 E_L 为 LE 纤维的弹性模量。

为求解(11)和(12)式,需引进边界条件和连续条件

$$\left. \begin{aligned} \text{断裂单层(纤维): } \frac{dU_i}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \text{完整单层(纤维): } U_i \Big|_{\xi=0} = 0 \\ U_i \Big|_{\xi=\bar{b}} = V_i \Big|_{\xi=\bar{b}}, \frac{dU_i}{d\xi} \Big|_{\xi=\bar{b}} = \frac{dV_i}{d\xi} \Big|_{\xi=\bar{b}}, \frac{dV_i}{d\xi} \Big|_{\xi=\infty} = 1, i = 0, 1, \dots, n \\ \text{及 } \bar{\tau}_{\bar{b}} = (U_0 - U_1) \Big|_{\xi=\bar{b}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

由(11)~(13)式即可求得相应的 U_i 、 V_i 及无量纲脱层长度 $\bar{b}$, 再由(7)~(10)式可求得未知位移 U_i^0 、 U_i^1 、 U_i^{II} 和 V_i^0 、 V_i^1 、 V_i^{II} 。上述问题的求解十分繁难, 为了节省篇幅, 本文未给出具体的解算过程。在求解中, 为了简化运算, 我们假定层厚 h 与同一层内纤维间距 d 相等, 即 $D = 1$ 。

3 计算结果与讨论

本文以 $R = E_L/E_H = 3$ 的碳/玻璃纤维混杂复合材料为例作了计算, 计算中取 $\eta = 1$ 。设 $K_{i,0}$ 表示当 0 到 $i-1$ 层断裂后第 i 层纤维的应力集中因子; K_{ij} 表示当 0 到 $i-1$ 层发生断裂, 且第 i 层有 j 根纤维已断形成断裂核时, 第 i 层中最邻近该断裂核的纤维在 $\xi = 0$ 处的应力集中因子。它们可分别由下式求得

$$K_{i,0} = \frac{dU_i}{d\xi} \Big|_{\xi=0}, \quad K_{i,j} = \frac{dU_i^j}{d\xi} \Big|_{\xi=0} \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (14)$$

本文以 3GRP/CFRP/3GRP 和 4GRP/CFRP/4GRP (简记为 3G/C/3G 和 4G/C/4G) 两种

情况下的混杂复合材料为例作了计算, 图2和图3分别表明了这两种铺层的 $K_{1,j}$ 与层间界面剪切强度及 $j = 0, 1, 2, \dots$ 的关系。

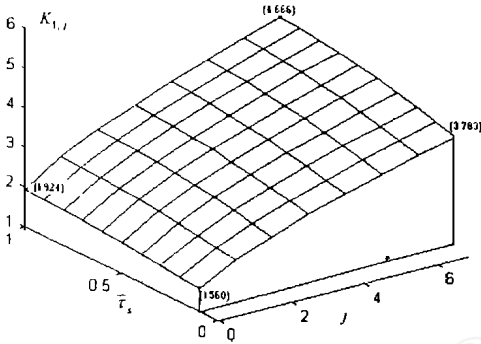


图2 3G/C/3G 中 $K_{1,j}$ 与 $\bar{\tau}_s$ 和 j 的关系

Fig. 2 Relation between $K_{1,j}$ and $\bar{\tau}_s, j$ for 3G/C/3G

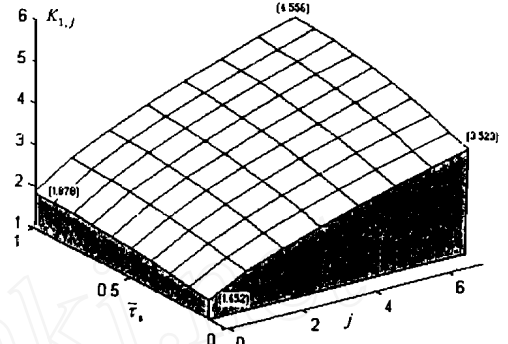


图3 4G/C/4G 中 $K_{1,j}$ 与 $\bar{\tau}_s$ 和 j 的关系

Fig. 3 Relation between $K_{1,j}$ and $\bar{\tau}_s, j$ for 4G/C/4G

由图2和图3中可以看出, 混杂复合材料中的 $K_{1,j}$ 随着无量纲界面剪切强度的增大而逐渐增大, 而随着中心断裂核的扩大, 即断裂纤维数目的增加, HE 层中的应力集中因子迅速增大。文献[4]不考虑界面破坏的影响, 给出了弹性变形状态下的应力集中因子的计算结果, 在断裂纤维数相同的情形下, 其值均大于本文结果。可见, 层间界面的剪切破坏确实能降低 HE 纤维的应力集中, 这对提高复合材料的拉伸强度似乎是有利的。图4示出了无量纲界面破坏区长度(或脱层长度)与无量纲界面剪切强度的关系, 结果表明, 脱层长度随着界面剪切强度的增加而减小, 与应力集中的变化趋势正好相反, 这与实际情况相符。在条件相同的情况下, 3G/C/3G 的应力集中及脱层长度比 4G/C/4G 的略大, 而脱层长度的变化趋势则与文献[5]的实验结果相符。至于 $i \neq 1$ 的情形, 由前述方法仍可得到类似的结果, 限于篇幅, 本文不再一一列出。

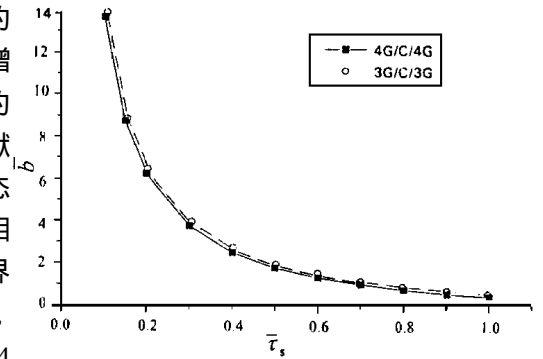


图4 层间界面破坏区长度随无量纲界面剪切强度的变化趋势

Fig. 4 Variation of the length of damaged region at interlaminated interface as nondimensional interface shear strength

4 结束语

本文对层间混杂复合材料最终破坏过程中的应力重分布问题提出了一种修正的剪滞模型, 研究了 LE 层的断裂、层间界面破坏及 HE 层中部分纤维断裂相互作用所导致的细观应力重分布, 给出了应力集中因子和脱层长度与层间界面剪切强度的关系, 为进一步研究层间混杂复合材料的拉伸细观破坏机理及协同效应提供了重要的理论依据。通过本文的研究可以发现, 层间界面剪切强度是影响层间混杂复合材料拉伸破坏机理的一种重要参数。若界面剪切强度太高, 则应力集中增加, 断口邻近的纤维将在较大的应力集中作用下发生断裂, 从而导致强度下降; 若界面剪切强度过低, 层间界面的破坏则成为控制因素, 对材料的承载能力同样有严重

的影响。因此,合理地控制界面剪切强度,有助于改善复合材料的力学性能。

参 考 文 献

- 1 Zweben C. An approximate method of analysis for notched unidirectional composites *Eng Fract Mech*, 1974, 6: 1~ 10
- 2 Fukunaga H, Chou T W, Fukuda H. Probabilistic strength analyses of interlaminated hybrid composites *Comp Sci Tech*, 1989, 35: 331~ 345
- 3 Hedgepeth J M. Stress concentrations in filamentary structures *NASA, TN D-882*, 1961
- 4 Zeng Q D. A random critical-core theory of microdamage in interply hybrid composites: II--ultimate failure *Comp Sci Tech*, 1994, 52: 481~ 487
- 5 Manders P W, Bader M G. The strength of hybrid glass/carbon fiber composites *J Mater Sci*, 1981, 16: 2233~ 2245

ULTIMATE TENSILE FAILURE OF INTER-LAMINATED HYBRID COMPOSITES (I) — STRESS CONCENTRATION

Zeng Q ingdun Yu L ijie

(College of Traffic and Communications, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

Abstract On the basis of Zweben's shear-lag assumptions, this paper proposes a modified shear-lag model to study the micro-stress redistributions induced by the interaction of the failures of the low elongation layer, interlaminated interface and some fibers in high elongation layers in interlaminated hybrid composites and to discuss the influence of interfacial failure on the stress concentration factors in high elongation fibers, and provides the theoretical basis for the micro-statistical analysis for the ultimate tensile failure of interlaminated hybrid composites

Key words interlaminated hybrid composites, shear-lag analysis, interface failure, micro-stress concentration

(上接第86页)

以下成型法可归类于湿法工艺中:

•Resin Transfer Molding (RTM)

在闭合的模具内放入干的纤维,而后从外部将未固化的树脂加压注入,令浸渍后使树脂固化。优点之一是外形尺寸精度高,难点是纤维含有率一般都不高。

•Resin Film Infusion (RFI)

在闭合的模具内铺未固化的树脂膜,其上放干的纤维,而后升温,促树脂渗入纤维,同时使之固化。该方法的难点也是纤维含有率一般都不高。

•Resin Infusion (RI)

在闭合的模具内放入干的纤维,模具内抽真空并从外部使未固化的树脂进入模内浸渍纤维,再使树脂固化。

•Pultrusion

在强化纤维束上浸未固化的树脂,随后连续通过加热的模具并使之固化。此法只适用于成型有一定断面的型材。

(下转第110页)