

有横向纤维搭桥的脱层扩展稳定性分析

李四平

李大望

黄玉盈 胡元太

(清华大学土木系, 北京 100084) (郑州工业大学, 郑州 450002) (华中理工大学, 武汉 430074)

摘要 本文利用 von Kármán 非线性薄板理论, 求解了复合材料中有横向纤维搭桥作用的圆形薄膜脱层的后屈曲问题, 获得了桥联脱层均匀扩展的能量释放率和断裂韧性。通过大量的计算和分析得到一个重要结论: 搭桥纤维的存在不仅对脱层的初始扩展起到了增韧作用, 而且避免了脱层扩展的灾难性。同时定量地给出了搭桥作用对脱层初始扩展的增韧程度, 并且确定了桥联脱层扩展稳定与不稳定的分区, 对不稳定脱层还给出了失稳扩展的范围及动态效应的估计。

关键词 桥联脱层, 后屈曲, 脱层扩展, 复合材料

中图分类号 TB 33, O 344.7

低速冲击等原因造成的复合材料层合结构中脱层问题的研究具有重要的理论意义和实用价值^[1]。迄今, 人们针对自由面脱层(无搭桥)问题, 进行了大量的实验研究和理论分析, 取得了很多有意义的成果^[2~5]。从复合材料层结构优化设计出发, 一个从根本上改善脱层结构受力性能的可行办法是沿厚度方向铺设横向约束纤维, 组成所谓三向纤维复合材料结构(3D Composites), 由于脱层面上未断纤维的搭桥作用, 有效地提高了脱层的抗屈曲能力^[6,7], 并避免脱层在屈曲后失稳扩展的灾难性^[8], 从而大大地改善了结构的受力性能, 提高结构的剩余强度和使用寿命。

目前, 随着3D 复合材料的广泛应用, 桥联脱层问题已经引起了人们的注意。Cox 利用梁的小挠度理论分析了一维穿透薄膜脱层的屈曲问题^[6]。在文献[7]中, 我们考虑了一个桥联脱层的二维模型, 即圆形薄膜脱层, 利用 von Kármán 非线性薄板理论, 求解了脱层的轴对称屈曲和后屈曲问题, 分析了横向纤维搭桥作用对脱层屈曲和后屈曲性能的影响, 得出了一些有意义的结论。文献[8]确定了桥联脱层均匀扩展的断裂准则。在此基础上, 本文进一步考虑搭桥纤维弹性系数变化对脱层扩展的增韧以及对脱层扩展稳定性的影响。

在本文的讨论中, 为了突出问题的重点, 并减小数学求解的难度, 采用与文献[6, 7]相同的近似假定, 即3D 复合材料是横观各向同性弹性材料, 搭桥纤维也是理想弹性, 并假定局部脱层处在均匀的平面压应力场作用下, 脱层扩展是定常的, 并且沿着脱层面均匀自相似扩展。

1 伴随定常扩展的脱层后屈曲控制方程

设复合材料结构最外边层间界面出现一圆形薄膜脱层, 当面内轴对称压力达到一定值后, 脱层受压屈曲, 并且在后屈曲的某一状态会进一步扩展。脱层屈曲的同时, 脱层面上将产生横

向纤维搭桥恢复力作用(图1)。假设纤维均布于脱层面上,且其直径远小于脱层半径,这种搭桥作用力就可以被简化成连续分布于板面的横向拉力 $q(r)$,可表示为^[6]

$$q(r) = \alpha w(r) \quad (1)$$

式中 $w(r)$ 为屈曲后脱层的挠度, r 是径向坐标, α 为搭桥纤维的等效弹簧系数。根据问题的轴对称性, 脱层板内的轴向压力 P 仅为 r 的函数。我们在文[7]中作如下代换

$$\varphi(r) = w(r)/r \quad (2)$$

并取无量纲参数

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{r}{a}, \quad p(\xi) = \frac{a^2}{D} P(r), \\ \psi(\xi) &= [6(1 - \nu^2)]^{\frac{1}{2}} a^2 \frac{\varphi(r)}{h}, \\ \bar{w}(\xi) &= [6(1 - \nu^2)]^{\frac{1}{2}} \frac{w(r)}{h}, \\ \bar{\alpha} &= \frac{a^4}{D} \alpha \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

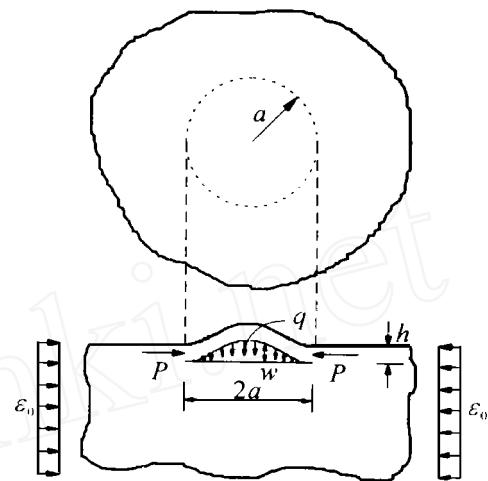


图1 圆形薄膜脱层

Fig. 1 Circular thin-film delamination model

得到了有搭桥脱层后屈曲的无量纲控制方程和定解条件

$$\xi^3(\xi^3\psi) + p\psi = -\bar{\alpha}\xi^2 \frac{\xi}{\xi_0} \bar{w}(\xi) \xi \, d\xi \quad (4a)$$

$$\xi^3(\xi^3p) = \psi \quad (4b)$$

$$p(0) = \psi(0) = \psi(1) = 0 \quad (5a)$$

$$p(1) + (1 - \nu)p(1) = \frac{12(1 - \nu^2)}{h^2} a^2 \epsilon_0 \quad (5b)$$

式(3)中, $D = Eh^3/[12(1 - \nu^2)]$, E 、 ν 分别为材料的 Young 模量和 Poisson 比, a 、 h 分别为脱层半径和厚度, 式(4)和(5)中“ $\bar{\cdot}$ ”表示对无量纲脱层半径求 ξ 导数, ϵ_0 为远离脱层的均匀应变。

$$\text{式(5b) 可改写成} \quad \bar{a}_0^2 \epsilon_0 = \frac{1}{\zeta} [p(1) + (1 - \nu)p(1)] \quad (6)$$

$$\text{式中} \quad \bar{a}_0 = [12(1 - \nu^2)]^{\frac{1}{2}} \frac{a_0}{h}, \quad \zeta = \frac{a}{a_0} \quad (7)$$

其中 a_0 为初始脱层半径。

对任意的应变场 $\epsilon = \epsilon_0$ 和脱层半径 a , 由方程(4)、(5)可以求出脱层的后屈曲解, 因此可确定脱层定常扩展的后屈曲解。

2 脱层扩展准则及其无量纲化

脱层在后屈曲的扩展准则为^[8, 9, 10]

$$G = \Gamma(\psi, \Delta G_1^c) \quad (8a)$$

其无量纲式为

$$\bar{G} = \bar{\Gamma}(\psi, \Delta \bar{G}_1^c) \quad (8b)$$

其中, G 和 $\Gamma(\psi, \Delta G_1^c)$ 分别为脱层扩展的能量释放率和考虑搭桥恢复力对材料增断韧后的断裂韧性, ψ 和 ΔG_1^c 分别为脱层裂纹的混合度和搭桥作用力对材料 I 型断裂韧性的增值。文献[8]给出如下关系

$$\bar{G} = \frac{\bar{a}_0^4}{Eh} G = \frac{1}{\zeta} \left\{ \frac{1+\nu}{2(1-\nu)} [p(1)]^2 + [\psi(1)]^2 \right\} \quad (9)$$

$$\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c) = \frac{\bar{a}_0^4}{Eh} \Gamma(\psi, \Delta G_1^c) = (\bar{G}_1^c + \Delta\bar{G}_1^c) [1 + (\lambda - 1) \sin^2 \psi]^{-1} \quad (10)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{K_w}{K_1} = \tan^{-1} \frac{\frac{0.558}{1-\nu} p(1) - 1.503 \sqrt{6(1-\nu^2)} \psi(1)}{\frac{0.434}{1-\nu} p(1) + 1.934 \sqrt{6(1-\nu^2)} \psi(1)} \quad (11)$$

$$\Delta\bar{G}_1^c = \frac{\bar{a}_0^4}{Eh} \Delta G_1^c = \frac{\bar{\alpha}}{\zeta} = [w(0)]^2, \quad \bar{G}_1^c = \frac{\bar{a}_0^4}{Eh} G_1^c, \quad \bar{G}_2^c = \frac{\bar{a}_0^4}{Eh} G_2^c \quad (12)$$

$$\lambda = (G_1^c + \Delta G_1^c) / G_2^c \quad (13)$$

上述诸式中 G_1^c 和 G_2^c 分别表示材料的 I 型和 II 型断裂韧性。对于典型的碳纤维-环氧树脂复合材料有 $G_1^c/G_2^c = 0.3$ 。

3 数值结果与分析

3.1 脱层的初始扩展

脱层屈曲后, 随着 ϵ_0 的增大, 能量释放率 \bar{G} 从 0 逐渐增大, 同时脱层的断裂韧性 $\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c)$ 也相应增大。当 \bar{G} 和 $\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c)$ 增大到相同值时, 脱层开始扩展, 相应于此时的脱层屈曲后初始扩展应变 ϵ_0^* 由式(6)确定。

图2所示为根据计算结果画出的脱层屈曲后初始扩展应变 ϵ_0^* 与搭桥纤维等效弹簧系数 $\bar{\alpha}_0$ 的关系曲线。由图可知, 对于给定的材料常数 \bar{G}_2^c , ϵ_0^* 随着 $\bar{\alpha}_0$ 的增大而增大。当 $\bar{\alpha}_0$ 给定时, ϵ_0^* 随 \bar{G}_2^c 的增大而增大, 而相应的脱层中心点膜力 $P^*(0)$ 则随 \bar{G}_2^c 的增大而减小。因此, 脱层屈曲后纤维搭桥作用的存在, 使得脱层初始扩展力增加, 对脱层的初始扩展起到了增韧作用。

3.2 脱层扩展的稳定性

当 $\bar{\alpha} = 0$ (搭桥纤维不存在) 时, \bar{G} 随着脱层半径 a 的增大而增大, 因此脱层的扩展将总是灾难性的^[4], 即脱层一旦扩展, 将失稳扩展到结构破坏。

当 $\bar{\alpha} \neq 0$ 时, 给定材料界面韧性 \bar{G}_2^c , 外应变值 ϵ_0 达到脱层屈曲后初始扩展应变 ϵ_0^* 之后, 在固定载荷 $\epsilon_0 = \epsilon_0^*$ 不变的情况下, 我们来讨论脱层定常扩展的稳定性。对于脱层的任意扩展, 在保持 ϵ_0 不变时, 弹簧系数 $\bar{\alpha}$ 将按 $(a/a_0)^4$ 倍增大, 即 $\bar{\alpha} = \xi^4 \bar{\alpha}_0$ 。表1列出了当 $\bar{\alpha}_0 = 15$, 材料界面韧性 $\bar{G}_2^c = 200$, 脱层屈曲后按 $\bar{\alpha}_0/50$ 比例连续定常扩展时的脱层后屈曲解及相应的能量释放率 \bar{G} 、脱层断裂韧性 $\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c)$ 及其比值。从表中可以看出, 在脱层初始扩展的一定范围内, 随 a 的增大, 由于 \bar{G} 比 $\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c)$ 增加的快, 即两者之比大于 1, 脱层实际上将失稳扩展。随着脱层的进一步扩展, \bar{G} 值增加的幅度将减小, 而 $\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c)$ 增加的幅度则增大, 并最终使得 $\bar{G}/\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c) < 1$, 即脱层终止扩展。 \bar{G} 和 $\bar{\Gamma}(\psi, \Delta\bar{G}_1^c)$ 的这种变化说明: 脱层初始扩展后首先经历了一定范围 [约 $(1 \sim 1.17) a_0$] 的不稳定扩展, 之后将变成稳定的脱层, 只有增加 ϵ_0 , 脱层才能继续扩展。图3 中的粗实线为相应的 $\bar{G}/\bar{\Gamma} - a/a_0$ 曲线, 图4为维持脱层定常扩展的临界外应变场 ϵ_0 的变化曲

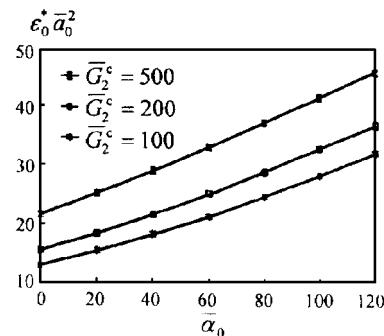


图2 $\epsilon_0^* - \bar{\alpha}_0$ 曲线

Fig. 2 The curves of $\epsilon_0^* - \bar{\alpha}_0$

线。

表1 $\bar{\alpha}_0 = \frac{D}{a_0^4} \alpha = 15$, $\bar{G}_2^c = 200$ 伴随扩展的脱层后屈曲解

Table 1 Nondimensionalized post-buckling solution of delamination associated with its propagation

$\psi(0)$	$p(0)$	$p(1)$	$p(1)$	$\psi(1)$	$\zeta = a/a_0$	Γ	\bar{G}	\bar{G}/Γ	$\epsilon_0 \bar{a}_0^2$	备注
0.00	16.72	16.72	0.00	- 0.00	1.00	81.554	0.000	0.00000	11.704	未
8.56	14.76	18.26	1.71	- 6.88	1.00	108.059	50.121	0.46383	14.493	扩
11.80	12.80	19.90	3.67	- 10.53	1.00	123.329	123.330	1.00000	17.597	展
12.29	12.61	20.38	4.04	- 11.08	1.02	125.475	127.493	1.01608	17.597	
12.74	12.43	20.87	4.42	- 11.62	1.04	127.531	130.920	1.02658	17.597	
13.17	12.26	21.38	4.81	- 12.14	1.06	129.522	133.754	1.03267	17.597	定
13.57	12.11	21.90	5.20	- 12.64	1.08	131.446	135.965	1.03438	17.597	常
13.96	11.97	22.43	5.59	- 13.13	1.10	133.318	137.654	1.03252	17.597	扩
14.33	11.84	22.97	5.99	- 13.61	1.12	135.153	138.895	1.02769	17.597	展
14.68	11.72	23.53	6.40	- 14.07	1.14	136.952	139.711	1.02014	17.597	
15.01	11.63	24.10	6.81	- 14.51	1.16	138.717	140.078	1.00981	17.597	
15.33	11.54	24.69	7.22	- 14.94	1.18	140.470	140.159	0.99778	17.597	
15.64	11.48	25.29	7.63	- 15.36	1.20	142.200	139.860	0.98354	17.597	停
15.94	11.43	25.91	8.05	- 15.76	1.22	143.924	139.294	0.96783	17.597	止
16.22	11.39	26.55	8.48	- 16.14	1.24	145.640	138.432	0.95051	17.597	扩
16.49	11.38	27.20	8.90	- 16.51	1.26	147.353	137.312	0.93185	17.597	展
16.76	11.38	27.86	9.33	- 16.86	1.28	149.077	136.008	0.91234	17.597	

图3同时画出了当 $\bar{\alpha}_0$ 取不同值(材料韧性 $\bar{G}_2^c = 200$) 脱层扩展后, 保持 $\epsilon_0 = \epsilon_0^*$ 不变条件下的 \bar{G}/Γ 与 a/a_0 关系曲线。图示表明, 随着 $\bar{\alpha}_0$ 的逐渐增大, 失稳扩展的范围逐渐减小(而且由于每条曲线峰值 $\max \bar{G}/\Gamma$ 减小, 失稳扩展的动态效应也逐渐减弱), 当 $\bar{\alpha}_0 = 30$ 时, 脱层初始扩展后, 失稳扩展的范围消失, 即脱层从开始就处于稳定状态而不会扩展。图5是根据图3中 $\bar{\alpha}_0 \neq 0$ 的4条曲线画出的当 $\bar{G}_2^c = 200$ 时脱层屈曲后失稳扩展的范围 $(a-a_0)/a_0$ 和反映扩展动态效应的 $\max \bar{G}/\Gamma$ 值随 $\bar{\alpha}_0$ 变化的曲线。

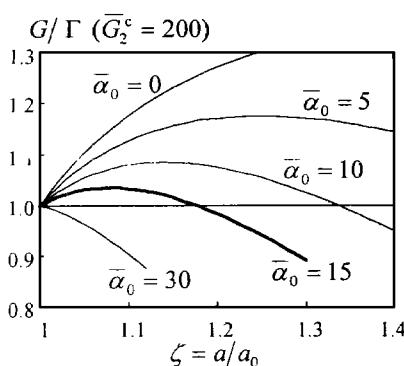
图3 不同 $\bar{\alpha}_0$ 的 G/Γ - ζ 曲线

Fig. 3 The curves of G/Γ - ζ for several levels of $\bar{\alpha}_0$

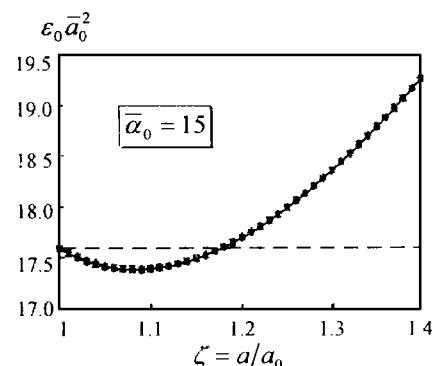
图4 维持脱层定常扩展的 ϵ_0 - ζ 曲线

Fig. 4 The curve of ϵ_0 - ζ for a delamination stationary propagation

从以上的分析结果可以得出, 对于给定的 $\bar{\alpha}_0$ (或 \bar{G}_2^c), 存在一个界限值 \bar{G}_2^c (或 $\bar{\alpha}_0$), 使得当 $\bar{G}_2^c > \bar{G}_2^c$ (或 $\bar{\alpha}_0 > \bar{\alpha}_0$) 时, 保持载荷 $\epsilon_0 = \epsilon_0^*$ 不变的条件下, 脱层将处于稳定的不扩展状态; 反之, 即 $\bar{G}_2^c < \bar{G}_2^c$ (或 $\bar{\alpha}_0 < \bar{\alpha}_0$) 时, 脱层在后屈曲总会经历不同程度的失稳扩展。因此, \bar{G}_2^c - $\bar{\alpha}_0$ 关系曲线构成了脱层扩展的稳定和不稳定的分界线。

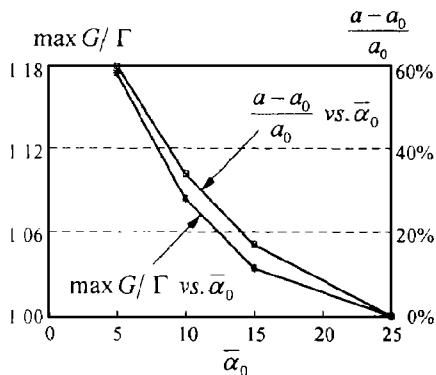
图5 失稳扩展范围及动态效应与 $\bar{\alpha}_0$ 的关系

Fig 5 Variations of the range and the dynamic effect of unstable growth of delamination with $\bar{\alpha}_0$

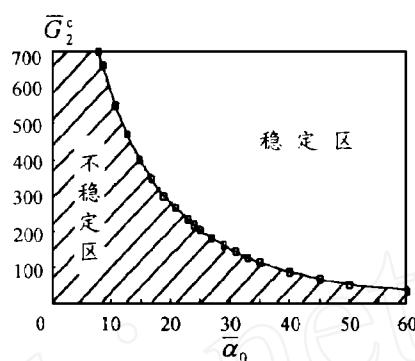


图6 脱层扩展稳定性分区

Fig 6 The regions of stable and unstable growth of delamination

图6所示为根据计算结果绘制的脱层扩展稳定性分区图。在两个坐标轴上, 即 $\bar{G}_2^c = 0$ 和 $\bar{\alpha}_0 = 0$, 脱层的扩展是灾难性的; 当 \bar{G}_2^c 和 $\bar{\alpha}_0$ 同时不为零时, 如果点 $(\bar{\alpha}_0, \bar{G}_2^c)$ 落在曲线的上部, 脱层的扩展是稳定的; 如果点 $(\bar{\alpha}_0, \bar{G}_2^c)$ 在曲线的下部(阴影部分), 脱层初始扩展后将首先经历一定范围的不稳定扩展, 之后停止扩展而变成稳定状态。

4 结 论

综上所述, 可得出以下结论:

(1) 后屈曲过程中, 纤维搭桥作用对脱层的初始扩展起到了增韧作用, 初始扩展力 G^* 随着弹簧系数 $\bar{\alpha}_0$ 的增大而增大。

(2) 脱层上纤维搭桥恢复力的存在, 改变了脱层扩展的灾难性(当 $\bar{\alpha}_0 = 0$ 时)。当给定条件 $(\bar{\alpha}_0, \bar{G}_2^c)$ 位于图6中曲线上部(稳定区)时, 脱层是稳定的。当 $(\bar{\alpha}_0, \bar{G}_2^c)$ 位于曲线下部(阴影区)时, 固定载荷条件下, 脱层的扩展首先要经历一个不稳定过程, 然后过渡到稳定状态。对于不稳定的脱层, 随着 $\bar{\alpha}_0$ 和 \bar{G}_2^c 的增大, 脱层不稳定扩展的范围和动态效应均减小。

参 考 文 献

- 1 Abrate S. Impact on laminated composites: Recent advances. *Appl Mech Rev*, 1994, 47: 517~ 544
- 2 Chai H, Babcock C D, Knauss W G. One dimensional modeling of failure in laminated plates by delamination buckling. *Int J Solids Structures*, 1981, 17: 1069~ 1083
- 3 Kardomateas G A. The initial post-buckling and growth behavior of internal delaminations in composite plates. *J Appl Mech*, 1993, 60: 903~ 910
- 4 Wan-Lee Yin. Axisymmetric buckling and growth of a circular delamination in a compressed laminate. *Int J Solids Structures*, 1985, 21: 503~ 514
- 5 Chai H. Three dimensional fracture analysis of thin film debonding. *Int J Fract*, 1990, 46: 137~ 256
- 6 Cox BN. Delamination and buckling in 3D composites. *J Composite Materials*, 1994, 28: 1114~ 1126
- 7 Li Siping(李四平), Huang Yuying(黄玉盈), Hu Yuntao(胡元太), Zhong Weifang(钟伟芳). Analysis on buckling and postbuckling of delamination in 3D composites. *Acta Mechanica Solidia Sinica*, 1997, 10(3): 212~ 219
- 8 李四平, 胡元太, 黄玉盈, 钟伟芳. 3D 复合材料中桥联脱层的断裂分析. 固体力学学报, 1997, 18(S): 94~ 99
- 9 Hutchinson J W, Suo Z. Mixed mode cracking in layered materials. *Adv Appl Mech*, 1992, 29: 63~ 191
- 10 Kardomateas G A, Pelegri A A, Malik B. Growth of internal delaminations under cyclic compression in composite plates. *J Mech Phys Solids*, 1995, 43: 847~ 868

ANALYSIS ON STABILITY CHARACTERISTICS OF QUASI-STATIC GROWTH OF A BRIDGED DELAMINATION IN COMPOSITES

Li Siping

(Tsinghua University, Beijing 100084) (Zhengzhou University of Technology, Zhengzhou 450002)

Li Dawang

Huang Yuying Hu Yuantai

(Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract In this paper, some new results of axisymmetric post-buckling and stability characteristics of growth of a thin-film delamination bridged by through-thickness fiber tows in a 3D composites are presented. An iterative procedure combined with Taylor's series expansion is used to generate a family of nondimensionalized post-buckling solutions of the thin-film delamination based on von Kármán's nonlinear plate theory. The energy-release rate G and the fracture toughness $\Gamma(\psi, \Delta\bar{G}^c)$ associated with uniform propagation of a circular delamination are obtained. An important conclusion that the bridge force not only increases the initial growth strain ϵ^* but also obstructs the catastrophic growth of the delamination is drawn from numerical results. In addition, quantitatively the following results are derived: (1) the effect of bridge force on the initial growth of the delamination during post-buckling phase, and (2) the regions of stable and unstable growth of the bridged delamination, and (3) the assessment of the range and the dynamic effect of unstable growth for the delamination propagating from unstable to stable.

Key words bridged delamination, post-buckling, delamination growth, composites

读者·作者·编者

自1984年7月创刊起,复合材料学报已进入第15个年头。由于主管单位的关怀,众多作者的支持,广大读者订户的厚爱,也有编委会、编辑部工作人员的艰苦努力,复合材料学报逐渐成熟,步入优秀科技学术期刊的行列。

在仍保持季刊的基础上,内容逐渐充实,篇幅逐渐扩大,目前稿源充足,影响广泛,得到读者订户的好评和欢迎。近年,复合材料学报一直是Ei(美国工程索引)的信息源刊物,所发表的论文大量被Ei,CA等摘引,国内许多文献统计、索引、数据库等也入编,自96年起进入中国学术期刊光盘版,使查询检索更方便。在《中文核心期刊要目总览》第二版中,复合材料学报被列为“一般工业技术类”和“航空航天类”核心期刊,且排名比第一版提前。

在取得成绩的同时,还应该看到困难和不足:

首先,编辑手段落后,虽然已采用电脑排版和胶印,但编辑操作和图形处理等却仍处于手工操作状态,引进先进编校技术相当迟缓。

其次,编辑人员不足,新老交替任务重,编辑人员素质急待提高。

最关键的还在于经费不足,虽然有众多作者的版面费支持,但也只能维持一般运转。因部体制变更等原因,仅有的补助经费也面临落空,办公条件难得改善,技术手段无法充实,人员也得不到补充……办刊经费问题必须从根本上加以解决。

鉴于使用效率等原因,自明年起取消年底向作者赠送合订本的规定,拟改为向投稿者及部分教授导师赠阅半年~一年学报,以提高学报的使用效果和密切与作者的及时联系。

为配套保管和使用,仍有少量合订本供需要者订购。