

三维机织复合材料纱线束截面变形研究

杨连贺*, 李 姜

(天津工业大学 计算机学院, 天津 300160)

摘要: 基于经典的双凸模型, 采用正负预重叠法, 结合可视化技术, 研究了三维机织复合材料纱线截面的变形规律, 提出了“凹凸交变模型”, 导出了截面变形函数。研究表明, 纱线束截面沿纱线长度方向按凹凸交变的规律呈周期性变化。这一研究成果修正了一直以来的恒定截面假设, 使截面研究有了新的进展。

关键词: 3D 机织复合材料; 纤维束截面变形; 凹凸交变模型; 体重建; 正负预重叠法; 有限元分析; 纱态
中图分类号: V258; TB330.1 **文献标志码:** A

Study on tow cross-section deformation in three-dimensional woven composites

YANG Lianhe*, LI Jiang

(School of Computer, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China)

Abstract: Based on the classical lenticular model, with a positive-negative-pre-overlap method, combined with visualization technology, the cross-section deformation rule is studied in this paper. “Concave convex alternate model” is presented and its mathematical function is deduced. The research shows that the tow’s concave cross-section alternates with the convex one periodically in length. The classical “invariant cross-section assumption” is amended, which has dominated the academic world for many years. A breakthrough has been made in the cross-section research.

Keywords: 3D woven composites; tow cross-section deformation; concave convex alternate model (CCAM); volume reconstruction; positive-negative-pre-overlap (PNPO); finite element analysis; yarn pattern

三维机织复合材料纱线束截面变形问题一直困扰学术界。理论研究的复杂性和实验研究的破坏性, 使这一问题长期以来无人问津, 至今尚未解决。

长期以来, 由于三维机织复合材料纱线束截面的变形情况颇为复杂, 且不利于通过实验手段对其中一条纱线束的截面进行跟踪观察, 以致前人对此鲜有研究。迄今为止, “恒定截面假设”一直主宰着学术界, 变截面模型始终未见报道。各种各样的力学性能预测模型虽屡见不鲜, 但几乎都把截面形状假设为某种固定不变的形式。纵观数十年来的学术文献, 截面假设主要有 4 类: 早期主要是圆形^[1-5]和扁平形截面假设^[6-7], 尽管目前仍被一些学者采用, 但近年的研究以人们普遍接受的椭圆形^[8-9]和双凸形假设^[10-12]为盛。最近又有学者提出长方形^[13]、跑道形假设^[14]。

上述各种假设都基于一种观点——截面恒定不

变, 这显然与实际相悖。截面尺度与单胞尺度同属一个数量级, 从这个意义上讲, 多数模型都应考虑截面变形问题。因此, 以恒定不变的截面代替原本变化的截面进行建模, 是导致力学性能预测误差的直接原因。

基于几何法的复合材料力学性能预测模型很多。因截面尺度不可忽略, 任何基于几何法的模型, 其精度都不可避免地受到恒定截面假设的影响。

随着计算机技术的发展, 有限元分析软件层出不穷, 功能日渐增强, 已成为工程上进行力学性能分析的有效手段。有限元的本质是把分析对象分割成小的单元, 该方法本身对截面假设的合理性要求尤为突出。因此, 解决截面变形问题, 对于提高有限元分析法的预测精度意义重大。

本文作者在双凸模型的基础上, 采用正负预重叠法, 结合可视化技术, 探索了纱线束截面的变形

规律,提出了“凹凸交变模型”,并从数学角度推导出了反映纱线束截面变形规律的曲面方程。基于该模型构建了三维数据场,采用 VTK (Visualization toolkit, 可视化工具箱) 软件包进行了体重建,并将获得的截面形状与实际的复合材料纱线束截面进行了对比,取得了较好的一致性。

1 经典截面假设及其问题

设空间直角坐标系为右手系,经纬纱分别沿 x 、 z 方向排列, y 向为复合材料厚度方向。

单根纤维(纱线)作为个体没有两根完全相同的,但纱线的中心线大致呈正弦波状是毋庸置疑的,这在一定精度下经得起试验。因此,一些经典文献^[15]将中心线假设为正弦波形状,本文中也不例外。

尽管很多文献认为纤维束截面为双凸形,但实际上“双凸”是一个很含糊的概念。从各种文献的公式推导来看,主要有球冠状、跑道状和正弦波状三种情况,本文中采用最后一种假设。

根据上述假设,先按各纱线中心线构建单胞框架,再将中心线扩展为双凸形截面的纤维束,最后等距离划分有限元网格。以所得数据构建三维空间数据场并进行体重建时发现,经纬纱在交织部位存在着严重的重叠现象,如图 1 所示。

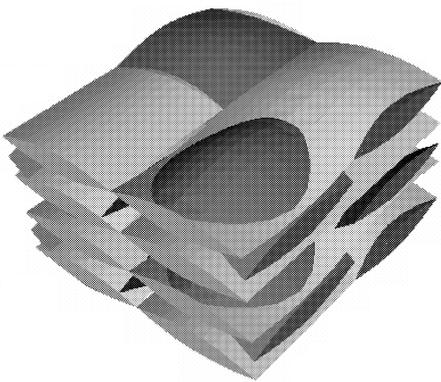


图 1 交织部位有限元重叠

Fig. 1 Overlapped finite elements in interwoven location

重叠的原因为,经纬纱与纬纱的“线扩体”是独立进行的,因此只能保证单根纱线束内的有限元衔接良好,无法保证交织处有限元的合理衔接。无疑,交织区域的经纬元不是相互重叠就是留有空隙。

众所周知,经典的双凸形截面假设用于仿真二维复合材料的纱线截面是比较理想的,但将其推广

到三维时出现了上述问题。

2 正负预重叠法及其局限性

实际的三维机织复合材料,经纬纱自然交织,既无空隙,又不重叠。那么,如何对上面构建的三维空间数据场进行修正呢?本文作者利用“正负预重叠法”对此进行了尝试。

所谓预重叠,顾名思义就是预先使经纬元重叠,然后逐步消除之。重叠分两种情况——正重叠与负重叠。前者指真正意义上的重叠,即经纬元交叉;后者则指经纬元之间存在不应有的空隙。正负预重叠法试图通过“各退半步”的策略解决这两类重叠问题,其算法如下:

REPEAT

FOR 交织区的每一个经纱有限元

查找与之交织且 x 、 z 坐标相同的纬纱有限元

IF 重叠

各退半步(移动重叠部位使之恰好衔接)

连接断裂纱线(平滑处理)

调整层间距

UNTIL 无重叠有限元

算法本身并不难,但相当耗时。原因在于,对单根纱线而言,每个元均与其前后左右元相连,修改一处,影响多处,可谓牵一发而动全身。不仅如此,解决了重叠问题后,一根纱线在两个交织区的结合处极有可能发生“断裂”,如图 2 所示。所以,各退半步之后,尚需连接“断纱”(网格平滑处理)。这一过程中,难免出现新的重叠。尽管重叠量要小一些,但仍需再度连接。

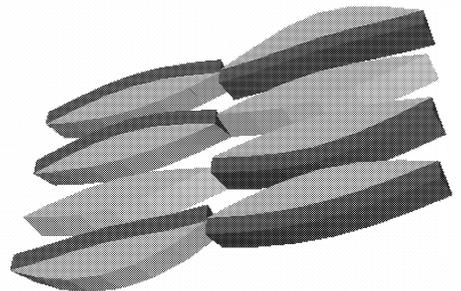


图 2 纱线束断裂切片示意图

Fig. 2 Slice of broken fiber tows

处理重叠、连接断纱,这两个步骤交替进行,

一直进行到各有限元与其周边的有限元衔接良好，符合网格剖分的要求为止。

有限元分析的第一步乃对象离散化，即网格剖分。从理论上讲，只要能够生成网格数据，形成数据文件，其余的工作交给有限元分析软件去做即可。但工程上必须要考虑效率问题。归根结底，上述算法虽理论上可行，但实际运算量相当大，尤其是网格划分较密时。

应当指出，正负预重叠算法的执行过程，就是经纬纱有限元不断沿 y 方向上下移动的过程，同时也是网格平滑过程。这一过程是收敛的，从而使纱线束截面形状发生自然变化，逼近实际纱线束截面的变形。

3 三维数据场的可视化

虽然使用正负预重叠法得到了复合材料的三维数据场，同时也知道纱线束截面的确发生了改变，但纱线束截面究竟呈何种形状？这只能凭借我们的头脑去想象了。可视技术的缺乏，使很多学者的研究停留在这一点上，徘徊不前，无法逾越。

可喜的是，利用在图形图像领域十分流行的科学计算可视化技术，可以对这个数据场实施三维重建(体重建)，直观展现复合材料的三维模形，甚至可以看到树脂区的透明效果，极其逼真地显示复合材料。不仅如此，还可以通过对三维体的缩放、旋转、切片、兴趣区的再重建等，进一步挖掘隐含的信息，发现隐藏的规律，识破“庐山真面目”。

VTK 是一个开放源代码、功能强大的三维可视化工具包。由于它是开放式的免费软件，而且具有强大的三维图形功能，具有良好的体系结构和高度的灵活性、可移植性，目前在欧美已经十分流行。

采用 VTK 对划分的网格数据进行体重建，辅之以光照、着色等效果，能够从任意角度观察纱线束，纱线束全貌一览无余，如图 3 所示。

前已提及，难以采用实验手段，对同一条纱线的截面变化进行跟踪。而利用可视化技术，体重建后进行体切割，可以很方便地观察纱线束截面形状，如图 4 所示。通过移动图中的方框(切割面)，可对截面渐变过程了如指掌。

无疑，纱线截面是我们的兴趣区。可以等间距或有选择地截取若干截面，再重建(二维重建即可)后加以研究。

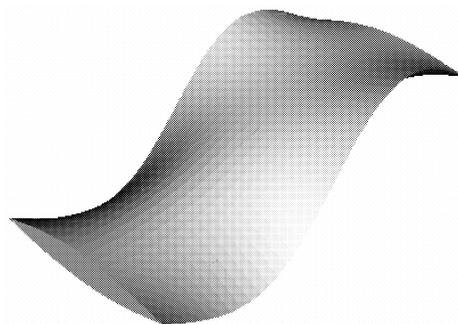


图 3 单根纱线束体重建

Fig. 3 Volume reconstruction of a single fiber tow

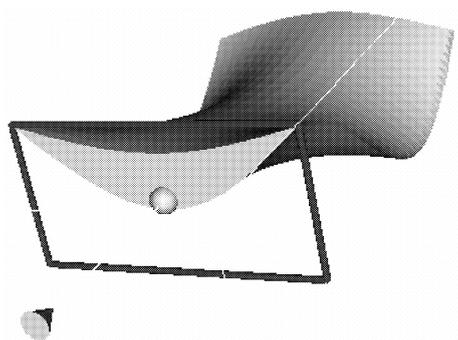


图 4 纱线束的体切割

Fig. 4 Volume cutting of a fiber tow

4 截面变形规律及变形原因剖析

4.1 截面形状变化规律

作为典型，本文中选择了与两条相邻经纱相交的一条纬纱，即平纹结构中的纬纱，研究其截面变形规律。图 5 上部所显示的，就是在整个单胞范围内，纬纱截面沿 z 轴方向的渐变过程(仅列几个最典型的截面)。其中，间隔越大，表示省略的过渡性截面越多。

不难看出，在单胞表面及单胞中央位置，纱线截面呈双凸形。请注意，由于前一个单胞的结束，就是后一个单胞的开始，所以首尾的两个双凸形可视为 1 个。这样，在 1 个周期内，除了“上翘形”和“下翘形”各出现 1 次外，其余形状的截面均出现了 2 次。

奇怪的是，在实验中，人们观察到的大都是出现概率比较小的“上翘形”和“下翘形”截面(图 7)，难觅“双凸”之踪影，与此处所言的规律大相径庭。对此稍后再作解释。

尽管图 5 中略去了大量的过渡性截面，但上述

截面已足具代表性了, 读者不难想象略去的各种过渡性截面的形状。

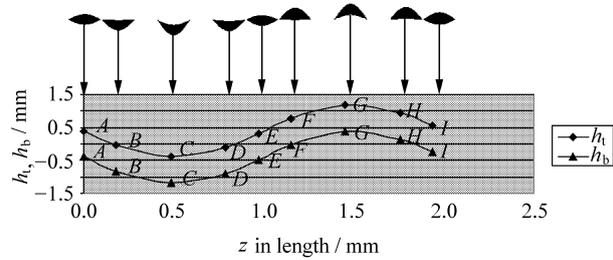


图5 截面上下轮廓线振幅沿 z 轴的变化
Fig. 5 Variation of amplitude of top & bottom outlines of cross-section along z

如果把所有截面(包括略去的)的波峰点连成一条曲线, 则这条曲线将呈正弦波形状。波谷点亦然。由于正弦函数值正负交替地出现, 对应于截面形变, 自然就是凹凸交替了, 而且按正弦规律循环往复, “凹凸交替模型”由此得名。

4.2 截面形状成因剖析

在图5中, 双凸形截面出现在中央及两端(A、E、I三点), 这正是与纬纱相交织的两条相邻经纱的交界处。纬纱的这一特殊部位, 受到的是来自两条经纱的剪切力, 作用于同一剪切面上(此处的纬纱横截面), 大小相等, 方向相反, 其结果是把纤维束中的纤维围裹得更加紧凑, 但不致使截面发生变形, 故截面仍保持其原有的双凸形。

“上翘形”截面存在于经纬纱交织区域的中心附近, 且经纱在上, 纬纱在下。“下翘形”截面的位置与此相对, 即经纱在下, 纬纱在上。上翘、下翘程度最大的部位(C与G两个极值点), 正是经纱中心线所在位置, 经纱对纬纱的挤压力达到峰值, 致使纬纱截面变形达到最大。

不难想象, 切割复合材料时, 如果沿着某条经纱的中心线切割, 那么看到的纬纱截面将是上翘、下翘最大的; 相反, 若沿着两条经纱的边缘线切割, 则看到的纬纱截面将是双凸形的。实际切割时, 一般介于两者之间, 所以, 看到的截面以尚未达到极值状态的“上翘形”和“下翘形”截面居多, 偶见圆冠形截面, 双凸性截面更是罕见。因此, 实际的复合材料中大量出现“上翘形”和“下翘形”截面形状也就不足为奇了。

“上平下凸”与“上凸下平”的圆冠形过渡性截面各出现两次(B、D、F、H点), 而且均出现在极限

状态的两侧, 即出现在相邻经纱交界处与经纱中心线之间。这些区域位于经纱挤压力最大与最小的过渡区, 所以, 呈现过渡性截面形状是理所当然的。

4.3 截面变化的数学模型

由图5可知, 纬纱截面沿 z 方向按凹凸交替的规律发生周期性变化。因此, 截面轮廓线是 z 的函数; 同时, 单就某一截面而言, 其上下轮廓线均随 x 的变化呈正弦波规律改变, 所以截面轮廓线也是 x 的函数。归根结底, 截面的变化最终体现在 y 方向上值的改变, 故可以预测, 数学模型应具有 $y = f(x, z)$ 的形式。现根据截面变形规律推导之。

先看一下纬纱起始位置的截面(图5中A点对应的截面)。显而易见, 上轮廓线是正弦波的前半周期。设纤维束宽度为 W , 厚度为 $h = h_t + h_b$ (h_t 与 h_b 分别是纬纱上下表面轮廓线正弦波的振幅), 则截面之上轮廓线的曲线方程为

$$y_t = h_t \sin\left(\frac{\pi}{W}x\right) \quad (1)$$

其实, 此处的 h_t 并非恒定值, 而是随 z 而变的函数, 即 $h_t = f_t(z)$, 故应将式(1)写成

$$y_t = f_t(z) \sin\left(\frac{\pi}{W}x\right) \quad (2)$$

在图5中, 观察 h_t 随 z 的变化。 h_t 开始为正值(A点), 随着 z 的增加, 逐渐递减为0(B点), 之后变为负值, 并继续递减, 到达极值点C后才逐渐递增为0(D点), 然后递增为正值。可见其变化呈正弦曲线规律, 只是符号相反。还可以看到, 截面上翘的极限处对应波峰, 幅度为 $3h/2$, 截面下翘的极限处对应波谷, 幅度为 $-h/2$ 。所以, 若设纬纱在单胞内的跨度为 L , 则这个函数应为

$$f_t(z) = \frac{h}{2} - h \sin\left(\frac{2\pi}{L}z\right) \quad (3)$$

将式(3)代入式(2), 得到纬纱上表面的曲面函数

$$y_t = \frac{h}{2} \left[1 - 2 \sin\left(\frac{2\pi}{L}z\right) \right] \sin\left(\frac{\pi}{W}x\right) \quad (4)$$

此处, $x \in [0, W]$, $z \in [0, L]$ 。

同理可以导出纬纱下表面的曲面函数

$$y_b = -\frac{h}{2} \left[1 + 2 \sin\left(\frac{2\pi}{L}z\right) \right] \sin\left(\frac{\pi}{W}x\right) \quad (5)$$

其中, x, z 的取值区间与式(4)相同。

就单根纬纱整体而言, 其中心线是正弦曲线, 其方程为

$$y = y_0 + A \sin\left(\frac{2\pi}{L}z\right) \quad (6)$$

其中: A 是振幅, 与材料的厚度有关; y_0 是该纬纱在单胞中所处层的 y 向坐标。

将纬纱的中心线方程与上下表面的曲面方程相结合, 最终得到纬纱的曲面方程

$$\begin{cases} y_t = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi z}{L}\right) + \frac{h}{2}\left[1 - 2\sin\left(\frac{2\pi z}{L}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi}{W}x\right) \\ y_b = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi z}{L}\right) - \frac{h}{2}\left[1 + 2\sin\left(\frac{2\pi z}{L}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi}{W}x\right) \end{cases} \quad (7)$$

式(7)以数学模型的形式描述了三维机织复合材料纬纱的形态。经纱的情况比纬纱复杂一些, 而且与纱态^[2]相关。进一步的研究表明, 当纱态为 2 时, 经纱的变形情况可用式(7)表述(由于经纱沿 x 方向, 故式中 x 与 z 需互换)。当纱态为 1 时, 经纱的屈曲程度降低, 凹形截面不复出现, 式(7)变为

$$\begin{cases} y_t = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{h}{2}\left[1 - \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi}{W}z\right) \\ y_b = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) - \frac{h}{2}\left[1 + \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi}{W}z\right) \end{cases} \quad (8)$$

当纱态为 0 时, 经纱的屈曲程度进一步降低, 降低到与平面织物情况完全相同, 这时连一面平一面凹的情况都不出现, 式(8)退化为

$$\begin{cases} y_t = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{h}{2}\sin\left(\frac{\pi}{W}z\right) \\ y_b = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) - \frac{h}{2}\sin\left(\frac{\pi}{W}z\right) \end{cases} \quad (9)$$

细心的读者不难发现, 从式(9)、式(8)到式(7), 其实只是一个系数之变化。纱态为 0、1、2 时, 该系数为 0、1、2。可以推而广之, 将其泛化为 n 。最后得到描述经纱形态的通用函数

$$\begin{cases} y_t = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{h}{2}\left[1 - n\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi}{W}z\right) \\ y_b = y_0 + A\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) - \frac{h}{2}\left[1 + n\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi}{W}z\right) \end{cases} \quad (10)$$

n 愈大, 经纱跨越的层数就愈多, 在屈曲处的凹凸程度愈大。可见, 理论分析与实际是一致的。

此外, 上述讨论是以平纹结构中的纱线为例进行的。对于缎纹结构, 可以采取分段的方式“分而治之”, 即: 交织处采用式(10)进行计算, 其中下降段使用 $x \in [L/4 \sim 3L/4]$ 区间, 上升段使用其余区间; 非交织处视情况取 $x=L/4$ 或 $3L/4$ 处之值即可。限于论文篇幅, 此处不复赘述。

5 复合固化对截面形状的影响

基于上述数学模型, 根据单胞内的纱线种类(决定方向)、纱线形态^[2](决定振幅 A)、纱线位置(决定起始坐标)、纱线宽度 W 、纱线厚度 h 、纱线在单胞内的跨度 L , 给定 x 、 z 两个方向上的网格划分密度, 便可以直接通过计算得到机织预制件的三维数据场。

需要强调的是, 预制件经复合固化后, 纱线束经过挤压, 截面形状势必发生变化。同时, 经纬纱中心线也会在一定程度上趋缓。然而, 直接通过数学模型而得到的数据场是理想化的, 所以必须采取措施加以修正。换言之, 必须要考虑纤维在“挤紧”时的形态。

在前述的迭代过程中, 纱线的层间距每次都调整为 0(图 6(a))。为了使纤维处于挤紧状态, 故意使层间距由 0 变为负数。不难想象, 在仍旧使用式(7)、式(10)的前提下, 交织区域的纱线仍然吻合良好, 但相邻层之间的纱线将出现重叠(图 6(b))。

解决重叠问题的方法必须建立在截面面积不变的基础上。数值分析中的样条曲线拟合对解决这类问题十分奏效。为了提高拟合精度, 左右两个“半截面”的轮廓线宜分别进行拟合。现以左半面为例说明之。

各退半步后, 轮廓线的中点坐标、左端点坐标

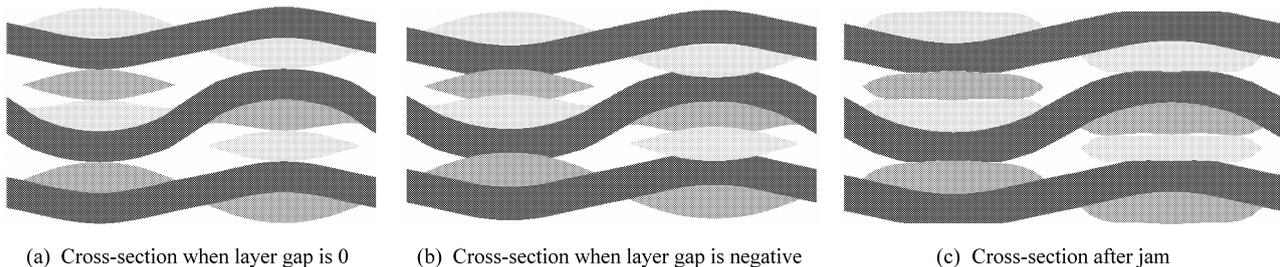
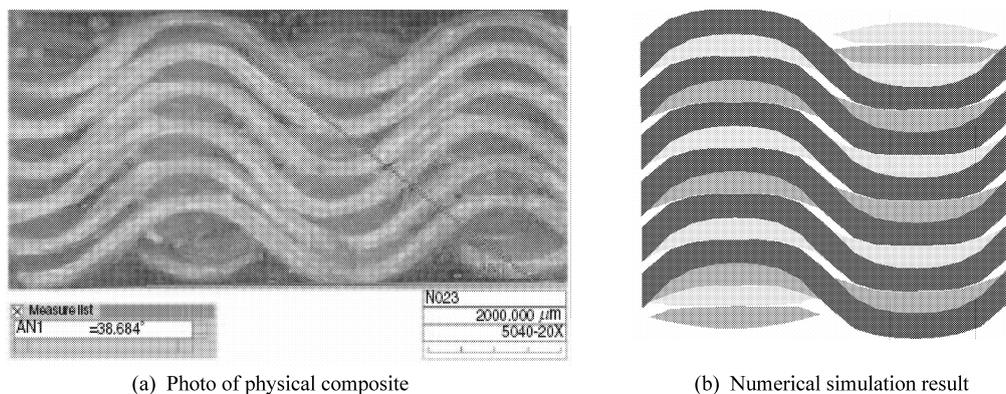


图 6 纱线挤紧前后纱线截面变化示意图

Fig. 6 Tow cross-section variation before and after jam



(a) Photo of physical composite

(b) Numerical simulation result

图7 复合材料照片及其数值仿真结果

Fig. 7 Photo of physical composite and its numerical simulation result

均成为已知数,且中点的导数为零,上下轮廓线所围区域的面积(用定积分计算)则是一个固定值。根据上述4个条件,可列出4个一次方程,联立求解后,可求出3次样条曲线对应的插值多项式的四个系数,由插值多项式可求得左半面所有有限元的坐标,进而得到新的截面(图6(c))。当对所有经纬纱的截面均作同样的处理后,将生成最终的经纬纱有限元。

须指出,3次样条曲线拟合使纱线截面的轮廓线自然变形,因而比较真实地模拟了实际纱线的截面形状。图7(a)为复合材料的扫描电镜照片^[5],图7(b)为数值仿真的结果。

经纬纱有限元的生成意味着复合材料纤维部分数据场的生成。之后便可对场中数据作缝隙检查,构造纯树脂区有限元,进而完成整个复合材料的有限元网格剖分。网格剖分超出本文讨论范围,故不详述。

6 结论

(1) 截面尺度与单胞尺度属同一量级,故力学分析模型不可忽略截面尺度的变化,即不可将变化的截面视为恒定的。

(2) 正负预重叠算法的执行过程,就是经纬纱有限元不断沿材料厚度方向移动的过程,其移动量收敛于0。

(3) 纱线束截面的上下轮廓线大致呈正弦波状,其振幅沿纱线长度方向近似按正弦规律呈周期性变化,致使截面形状凹凸交替,周而复始。

(4) 在经纬纱交织区域的边界,纱线束截面呈双凸形;在交织纱的中心线处,上方纤维束截面呈

极限下翘形,下方纤维束截面呈极限上翘形;在其余区域,截面呈过渡性形状。

(5) 以所推导的数学模型为基础,并考虑挤紧状态下下线截面的变化后,截面变形仿真结果与实际复合材料纱线束截面基本一致。

参考文献:

- [1] Chen C H, Cheng S. Mechanical properties of fiber reinforced composites [J]. *Journal of Composite Materials*, 1967(1): 30-41.
- [2] 杨连贺,邱冠雄,黄 故. 任意结构三维机织复合材料弹性性能的计算机模拟 [J]. *复合材料学报*, 2000, 17(2): 79-83.
Yang Lianhe, Qiu Guanxiong, Huang Gu. Computer simulation of elastic properties on any structure 3-D woven composites [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2000, 17(2): 79-83.
- [3] Lomov S V, Huysmans G. Textile composites: Modeling strategies [J]. *Composites Part A*, 2001, 32(10): 1379-1394.
- [4] 杨连贺. 三维机织复合材料弹性性能CAD [J]. *天津工业大学学报*, 2005, 24(2): 31-35.
Yang Lianhe. CAD on elastic properties of 3D woven composites [J]. *Journal of Tianjin Polytechnic University*, 2005, 24(2): 31-35.
- [5] Wang X F, Wang W X, Zhou G M, Zhou C W. Multi-scale analyses of 3D woven composite based on periodicity boundary conditions [J]. *Journal of Composite Materials*, 2007, 41(14): 1773-1788.
- [6] Ishikawa T, Chou C W. Nonlinear behavior of woven fabric composites [J]. *Journal of Composites*, 1983, 17(5): 399-413.
- [7] Whitcomb J, Tang X D. Effective moduli of woven composites [J]. *Journal of Composite Materials*, 2001, 35(23): 2127-2144.
- [8] Qiao Pizhong, Wang Jialai. Transverse shear stiffness of

- composites honeycomb cores and efficiency of material [J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2005, 12(2): 159-172.
- [9] Shrotriya P, Sottos N R. Viscoelastic response of woven composite substrates [J]. *Composites Science and Technology*, 2005, 65(3/4): 621-634.
- [10] Whitcomb J, Tang X D. Effect of tow architecture on stresses in woven composites // Whitcomb J. *American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA99-1479* [R]. College Station: AIAA, 1999: 2309-2319.
- [11] Staffan Lundstrom T, Vilnis Frishfelds, Andris Jakovics. A statistical approach to permeability of clustered fibre reinforcement [J]. *Journal of Composite Materials*, 2004, 38(13): 1137-1149.
- [12] Goyal D, Tang X D, Whitcomb J, Kelkar A D. Effect of various parameters on effective engineering properties of 2×2 braided composites [J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2005, 12(2): 113-128.
- [13] 杨彩云, 李嘉禄. 基于纱线真实形态的三维机织复合材料微观结构及其厚度计算的研究 [J]. *复合材料学报*, 2005, 22(6): 178-182.
- Yang Caiyun, Li Jialu. Study on microstructure and thickness equation of 3D woven composites based on yarn's true configuration [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2005, 22(6): 178-182.
- [14] 杨彩云, 李嘉禄, 田玲玲. 复合材料中纱束的几何形态 [J]. *复合材料学报*, 2007, 24(4): 123-127.
- Yang Caiyun, Li Jialu, Tian Lingling. Geometry configuration of yarn in composite materials [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2007, 24(4): 123-127.
- [15] Pochiraju K, Chou T W. Three - dimensionally woven and braided composites I: A model for anisotropic stiffness prediction [J]. *Polymer Composites*, 1999, 20(4): 565-580.