

文章编号: 1000-3851(2008)04-0174-07

基于有效三维损耗矩阵的复合材料层合板模态阻尼预测

关永军, 危银涛*

(清华大学 汽车工程系 汽车安全与节能国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 为了在复合材料层合板阻尼分析中既考虑层合板厚度方向应力、应变对结构阻尼的贡献, 又不增加厚度方向的单元数量, 基于复合材料的有效三维阻尼矩阵预报理论, 建立了新的高效复合材料结构模态阻尼的三维有限元预测方法。沿层合板厚度方向将原结构分成若干亚层, 每一亚层包含若干单层。根据合成理论计算每一亚层的刚度矩阵、柔度矩阵和有效三维阻尼损耗矩阵。对亚层划分单元, 进行结构的有限元模态分析。根据模态分析结果, 利用有效三维阻尼矩阵求出各个模态对应的模态阻尼。利用该理论, 分别计算了单向层合板、对称层合板以及厚板的结构模态阻尼。数值计算结果表明, 该方法具有很好的适用性, 其优点在于既考虑了板厚方向的阻尼贡献, 又减少了厚度方向的单元数, 提高了计算的准确性和效率。

关键词: 复合材料层合板; 模态阻尼; 有限元; 三维有效损耗矩阵

中图分类号: TB330.1 **文献标志码:** A

FRP laminates modal damping prediction based on 3-D effective damping matrix

GUAN Yongjun, WEI Yintao*

(State Key Laboratory of Automotive Safety and Energy, Department of Automotive Engineering,
Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Considering the contribution of out-of-plane stresses and strains to laminate structural modal damping in FEM with fewer elements in the thickness direction, a composite structural modal damping prediction theory is presented based on the 3-D effective damping matrix. The composite structure was divided into several sub laminates along the thickness, and each sub laminate contains many laminas. These sub laminates' stiffness matrices, compliance matrices and 3-D effective damping matrices were calculated by the synthesizing theory. The finite elements were generated with these sub laminates, and a structural modal analysis was executed. Combining the 3-D effective damping matrices and the results of the modal analysis, specific damping capacities for each modal were calculated. The presented method is validated by the calculations for structural specific damping capacities of unidirectional laminates, symmetrical laminates and thick laminates. This method combines the accuracy and efficiency with the consideration of the contribution of out-of-plane stresses and strains.

Keywords: composite laminates; modal damping; finite element method; 3-D effective damping matrix

纤维增强的聚合物基复合材料(FRP)由于具有很高的比强度、比刚度, 在航空航天、交通、风力发电等领域得到广泛的应用。复合材料还具有很好的阻尼特性, 可以改善大型结构的动力学性能及疲劳性能^[1-2]。在复合材料的设计、加工过程中, 通过改变铺层的角度、铺层的厚度以及层数, 可以改变结构的阻尼特性。研究高效的多层复合材料阻尼预测方法, 具有重要的理论和应用价值^[3-6]。

表征复合材料结构阻尼的方法主要有复刚度法和应变能法。在阻尼预测方面, 由于结构的复杂性, 获得解析解比较困难, 利用有限元对复合材料结构进行模态阻尼分析是目前常用的方法^[7-8]。所用的单元类型主要可以分为 2 大类: 板壳有限元和三维有限元。板壳理论因为不能考虑板厚方向的阻尼贡献, 当板的厚度增大时, 会产生较大的偏差; 三维有限元由于需要在各个单层上划分单元, 层合

收稿日期: 2007-10-18; 收修改稿日期: 2008-01-14

基金项目: 清华大学基础研究基金; 留学归国基金; 第 41 批中国博士后科学基金

通讯作者: 危银涛, 博士, 副研究员, 研究方向为复合材料力学、轮胎力学 weiyt@tsinghua.edu.cn

板数量增加时会导致所需单元数的急剧增大,使计算效率降低,同时单元尺寸在不同方向的差异可能会导致刚度矩阵的病态,造成收敛的困难。本文中基于这种情况,在作者提出的有效三维阻尼矩阵概念的基础上,发展了一种新的高效的复合材料结构阻尼三维有限元预测方法,该方法既能考虑到板厚方向的阻尼贡献,又减少了厚度方向的单元数,提高了计算的准确性和效率,能够有效地预测分析结构模态阻尼,为复合材料的阻尼优化打下了基础。

首先,沿层合板厚度方向将原结构分成若干亚层^[9],每一亚层包含若干单层。根据合成理论计算每一亚层的刚度矩阵、柔度矩阵^[10]和有效三维阻尼损耗矩阵^[9,11]。其次对亚层划分单元,进行结构的有限元模态分析。最后根据模态分析的结果,利用有效三维阻尼矩阵求出各个模态对应的模态阻尼。

1 多层复合材料的有效刚度矩阵和有效阻尼矩阵

层合板的每一单层具有正交各向异性,对于含有多个单层的亚层,可以将其有效应力和有效应变^[10]定义为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV, \quad \bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{ij} dV. \quad (1)$$

其中 V 是含有多个单层的亚层代表性体积单元的体积,这种亚层代表性体积单元在面内方向保持无穷小以使应力、应变在代表性体积单元内保持均匀,根据这一假设,有效应力、应变可以表示为

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sum_{k=1}^N v_k \sigma_{ij}^k, \quad \bar{\epsilon}_{ij} = \sum_{k=1}^N v_k \epsilon_{ij}^k. \quad (2)$$

其中: σ_{ij}^k 和 ϵ_{ij}^k 是 k 层层片的应力、应变, k 层的体积分数为 $v_k = t_k/h$; t_k 是第 k 层厚度, h 是总厚度。考虑应力和位移的连续性条件,可以进一步假设:

$$\epsilon_{xx}^k = \bar{\epsilon}_{xx}, \quad \epsilon_{yy}^k = \bar{\epsilon}_{yy}, \quad \epsilon_{xy}^k = \bar{\epsilon}_{xy}, \\ \sigma_{zz}^k = \bar{\sigma}_{zz}, \quad \sigma_{yz}^k = \bar{\sigma}_{yz}, \quad \sigma_{xz}^k = \bar{\sigma}_{xz}, \quad k = 1 \sim N. \quad (3)$$

有效弹性应力和有效弹性应变之间通过有效弹性刚度矩阵 $[\bar{C}]$ 来联系:

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{xx} & \bar{\sigma}_{yy} & \bar{\sigma}_{zz} & \bar{\sigma}_{yz} & \bar{\sigma}_{xz} & \bar{\sigma}_{xy} \end{bmatrix}^T \\ = [\bar{C}] \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_{xx} & \bar{\epsilon}_{yy} & \bar{\epsilon}_{zz} & \bar{\epsilon}_{yz} & \bar{\epsilon}_{xz} & \bar{\epsilon}_{xy} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

有效弹性柔度矩阵可以通过对有效弹性刚度矩阵求逆得到

$$[\bar{S}] = [\bar{C}]^{-1} \quad (5)$$

有效工程模量可以由有效柔度矩阵得到。关于有效弹性刚度矩阵的预报和求取方法,可以参考 Sun^[10]

等人的工作。

对于作周期简谐振动单层板,在一个周期内损耗的能量可以表示为

$$\delta W = \int_{\Omega} \delta w dV = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \bar{\sigma}^T [\boldsymbol{\varphi}] \bar{\epsilon} dV \quad (6)$$

如果泊松比不随时间变化且取材料的主方向为坐标轴,单层板的损耗矩阵有很简单的形式^[8,12-13]

$$[\boldsymbol{\varphi}] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & & & & & \\ & \varphi_{22} & & & & \\ & & \varphi_{33} & & & \\ & & & \varphi_{23} & & \\ & & & & \varphi_{13} & \\ & & & & & \varphi_{12} \end{bmatrix} \quad (7)$$

单层板对角损耗矩阵的各元素可由实验确定,也可根据基体和纤维的性质由细观理论确定。

在偏轴角度下应用公式(6)时,需对其进行旋转变换,设材料 12 平面绕 3 轴旋转 θ ,此时

$$\delta W = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \bar{\sigma}^T \mathbf{R}^T [\boldsymbol{\varphi}] \mathbf{R} \bar{\epsilon} dV = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \bar{\sigma}^T [\boldsymbol{\varphi}]_{\alpha} \bar{\epsilon} dV \quad (8)$$

其中

$$[\boldsymbol{\varphi}]_{\alpha} = \mathbf{R}^T [\boldsymbol{\varphi}] \mathbf{R}^T \quad (9)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & & & 2mn & \\ n^2 & m^2 & & & -2mn & \\ & & 1 & & & \\ & & & m & -n & \\ & & & n & m & \\ -mn & mn & & & & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$m = \cos\theta, \quad n = \sin\theta.$$

由于 $[\boldsymbol{\varphi}]$ 对角形式,经过上述转换后, $[\boldsymbol{\varphi}]_{\alpha}$ 有下面的形式:

$$[\boldsymbol{\varphi}]_{\alpha} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & & & \varphi_{16} & \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & & & \varphi_{26} & \\ & & \varphi_{33} & & & \\ & & & \varphi_{44} & \varphi_{45} & \\ & & & \varphi_{54} & \varphi_{55} & \\ \varphi_{61} & \varphi_{62} & & & & \varphi_{66} \end{bmatrix} \quad (11)$$

对于亚层代表性体元,每个应力循环单位体积耗散的能量为

$$\delta w = \frac{1}{V} \int_V \delta w^k dV = \frac{1}{V} \int_V \frac{1}{2} \bar{\sigma}_k^T [\boldsymbol{\varphi}_{\alpha}]_k \bar{\epsilon}_k dV \\ = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{\sigma}_k^T [\boldsymbol{\varphi}_{\alpha}]_k \bar{\epsilon}_k v_k \quad (12)$$

如果可以将其写成

$$\delta w = \frac{1}{2} \pi \bar{\sigma}^T [\bar{\varphi}] \bar{\varepsilon} \quad (13)$$

则亚层板的能量耗散密度可以通过有效应力 $\bar{\sigma}$ 、有效应变 $\bar{\varepsilon}$ 和有效阻尼(损耗)矩阵 $[\bar{\varphi}]$ 来得到^[9]。

下面考察每个单层板的能量耗散密度:

$$\Delta w^k = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{xy}]^k \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & & & & \varphi_{16} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & & & & \varphi_{26} \\ & & \varphi_{33} & & & \\ & & & \varphi_{44} & \varphi_{45} & \\ & & & \varphi_{54} & \varphi_{55} & \\ \varphi_{61} & \varphi_{62} & & & & \varphi_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{xx} \\ \bar{\varepsilon}_{yy} \\ \bar{\varepsilon}_{zz} \\ \bar{\varepsilon}_{yz} \\ \bar{\varepsilon}_{xz} \\ \bar{\varepsilon}_{xy} \end{bmatrix}^k \quad (14)$$

层合板的能量耗散密度可以表示为

$$\Delta w = \frac{1}{V} \sum_k \Delta w_k v_k \quad (15)$$

经过冗长的推导,可以将亚层(含有多个单层板)能量耗散写成如下的形式:

$$\Delta w = \frac{1}{2} [\bar{\varepsilon}^{\text{in}}]^T [\varphi]_1 [\bar{\varepsilon}^{\text{in}}] + \frac{1}{2} [\bar{\sigma}^{\text{out}}]^T [\varphi]_2 [\bar{\varepsilon}^{\text{in}}] + \frac{1}{2} [\bar{\sigma}^{\text{out}}]^T [\varphi]_3 [\bar{\sigma}^{\text{out}}] \quad (16)$$

上式第1项表示面内的能量损耗,第2项和第3项表示面外相关的能量损耗。其中

$$[\bar{\varepsilon}^{\text{in}}] = [\bar{\varepsilon}_{xx}, \bar{\varepsilon}_{yy}, \bar{\varepsilon}_{xy}]^T, [\bar{\sigma}^{\text{out}}] = [\bar{\sigma}_{xz}, \bar{\sigma}_{yz}, \bar{\sigma}_{zz}]^T \quad (17)$$

$[\varphi]_1$ 、 $[\varphi]_2$ 和 $[\varphi]_3$ 的具体表达式见附录。

将式(16)的面外应力和面内应变扩充为所有的应力、应变分量,有

$$\begin{aligned} \Delta w &= \frac{1}{2} [\bar{\varepsilon}]^T [\varphi']_1 [\bar{\varepsilon}] + \frac{1}{2} [\bar{\sigma}]^T [\varphi']_2 [\bar{\varepsilon}] \\ &\quad + \frac{1}{2} [\bar{\sigma}]^T [\varphi']_3 [\bar{\sigma}] \\ &= \frac{1}{2} (\bar{\sigma}^T S^T [\varphi']_1 \bar{\varepsilon} + \bar{\sigma}^T [\varphi']_2 \bar{\varepsilon} + \bar{\sigma}^T [\varphi']_3 C \bar{\varepsilon}) \\ &= \frac{1}{2} \bar{\sigma}^T (S^T [\varphi']_1 + [\varphi']_2 + [\varphi']_3 C) \bar{\varepsilon} \\ &= \frac{1}{2} \bar{\sigma}^T [\bar{\varphi}] \bar{\varepsilon} \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $[\varphi']_1$ 、 $[\varphi']_2$ 、 $[\varphi']_3$ 系将公式 $[\varphi]_1$ 、 $[\varphi]_2$ 和 $[\varphi]_3$ 扩充为 6×6 矩阵,并将其中不参与运算元素置为0所得,其表达式见附录。这样就得到了用亚层的刚度矩阵、柔度矩阵表示的亚层有效三维阻尼矩阵

$$[\bar{\varphi}] = S^T [\varphi']_1 + [\varphi']_2 + [\varphi']_3 C \quad (19)$$

其中: S 为亚层的合成柔度矩阵; C 为亚层的合成刚度矩阵。

2 模态阻尼的三维有限元预测

首先将层合板若干个相邻的单层组合成亚层合板,求出各个亚层的组合刚度和组合柔度^[10],在亚层上划分单元进行三维有限元模态分析,输出每个单元所对应的模态应力和应变。接着由式(19)求得亚层的耗散矩阵,求出每个单元的能量耗散并在整个结构上积分,得到每个模态下整个结构的能量耗散。结构在该模态下存储的能量可以能量密度在整个结构上积分得到。图1给出了原始的铺层结构和

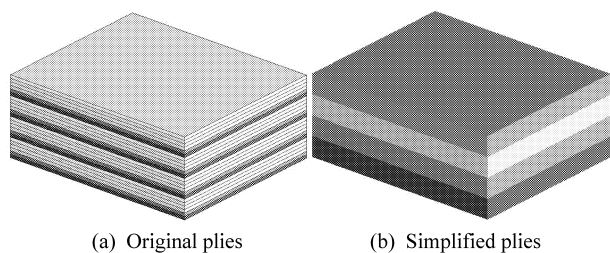


图1 原始铺层结构与合并后的结构对比

Fig. 1 Comparison between original plies and simplified plies

简化后的铺层结构。整个层合板的能量损耗可以表示为

$$\Delta W = \frac{1}{2} \sum_i \bar{\sigma}_i^T [\bar{\varphi}] \bar{\varepsilon}_i v_i \quad (20)$$

整个层合板的最大存储能量为

$$W = \frac{1}{2} \sum_i \bar{\sigma}_i^T \bar{\varepsilon}_i v_i \quad (21)$$

式(20)、式(21)中 i 表示单元编号, v_i 表示第 i 个单元的体积。经过上述处理,结构在特定模态下的能量耗散系数可以表示为

$$\eta = \frac{\Delta W}{W} = \frac{\sum_i \bar{\sigma}_i^T [\bar{\varphi}] \bar{\varepsilon}_i v_i}{\sum_i \bar{\sigma}_i^T \bar{\varepsilon}_i v_i} \quad (22)$$

公式(22)中,如果只考虑面外应力和面外应变的阻尼贡献,可以将面外阻尼表示为

$$\eta_{\text{out}} = \frac{\Delta W_{\text{out}}}{W} = \frac{\sum_i \bar{\sigma}_i^{\text{out}T} [\bar{\varphi}] \bar{\varepsilon}_i^{\text{out}} v_i}{\sum_i \bar{\sigma}_i^{\text{out}T} \bar{\varepsilon}_i^{\text{out}} v_i} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{\text{out}} &= [0 \quad 0 \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xz} \quad 0]^T, \\ \bar{\varepsilon}^{\text{out}} &= [0 \quad 0 \quad \varepsilon_{zz} \quad \varepsilon_{yz} \quad \varepsilon_{xz} \quad 0]^T. \end{aligned}$$

式(22)表示的是结构在特定模态下的总阻尼,

式(23)表示的是总阻尼中由面外应力和面外应变对总阻尼贡献。本文中所提出的方法在较少的单元划分情况下可以考虑到面外阻尼的贡献，因此在计算阻尼方面相对于板壳理论和常规三维有限元方法具有优势。板壳理论不能考虑面外应力、应变对阻尼的贡献，而常规三维有限元方法虽然可以考虑面外阻尼的贡献，但需要在厚度方向划分较多的单元。对于铺层较少的层合板，本文中所提方法在计算效率方面的改进不是很大，但对于铺层数目较多的层合板，则在计算效率方面具有显著的提高。

3 算例和讨论

3.1 单向层合板的阻尼预测

对文献[13]中 HM-S Graphite/Epoxy 复合材料层合板进行分析，铺层方式[0₁₆]。分析时材料参

数见表 1。在进行分析时，将相邻的 4 个单层组合成 1 个亚层，在整个层合板上划分 4 层单元进行计算。各阶模态的振型、频率及模态阻尼如表 2 所示。从表 2 结果可以看出，这几种理论预测的结果比较一致。这说明本文中提出的方法对于单向铺层的层合板是适用的。

3.2 对称层合板的阻尼预测

对文献^[14-15]中的正方形 GFRP 板进行分析，材料常数见表 3。铺层材料为[0/−60/60]_{2S}。在进行分析时，首先将每相邻的 3 个单层组合成 1 个亚层，计算出各亚层的刚度矩阵，然后在亚层上划分实体单元。如果采用常规的三维有限元方法，需要划分 12 层单元，而采用本文中的方法，只需要在厚度方向划分 4 层单元。表 4 给出了计算的结果对比。从结果可以看出，本文中采用了较少的单元数

表 1 算例 1 中的材料参数

Table 1 Material parameters for calculation 1

E_{11}/GPa	E_{22}/GPa	G_{12}/GPa	G_{23}/GPa	ν_{12}	$\varphi_{11}/\%$	$\varphi_{22}/\%$	$\varphi_{12}/\%$	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$
191.375	4.564	2.556	1.599	0.304	0.45	4.22	7.05	1490

表 2 单向铺层的复合材料层合板的模态阻尼预测

Table 2 Modal damping factors prediction of unidirectional laminate

Mode	(m,n)	Parameters	Present method	Classical laminate damping theory	Discrete layer damping theory
1	(1,1)	f	131.79	129.2	128.8
		η	0.912	0.996	1.035
2	(1,2)	f	162.05	161.9	161.5
		η	2.250	2.531	2.561
3	(1,3)	f	237.27	240.8	240.2
		η	3.470	3.842	3.861
4	(1,4)	f	360.76	368.5	367.3
		η	4.010	4.389	4.399
5	(2,1)	f	503.57	496.8	490.8
		η	0.737	0.606	0.761
6	(2,2)	f	521.15	516.8	510.6
		η	1.050	0.996	1.148
7	(1,5)	f	528.46	541.2	538.8
		η	4.200	4.575	4.582
8	(2,3)	f	562.83	562.8	556.3
		η	1.630	1.684	1.827
9	(2,4)	f	641.63	647.8	640.3
		η	2.370	2.531	2.654
10	(2,5)	f	737.35	780.4	772.3
		η	4.260	3.294	3.390

表 3 算例 2 中的材料参数

Table 3 Material parameters for calculation 2

E_{11}/GPa	E_{22}/GPa	G_{12}/GPa	G_{23}/GPa	ν_{12}	$\varphi_{11}/\%$	$\varphi_{22}/\%$	$\varphi_{12}/\%$	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$
37.78	10.9	4.91	1.27	0.3	0.87	5.05	6.91	2003.5

量, 获得的结果与常规三维有限元、实验测定的数据比较符合, 说明了该方法的可靠性。需要说明的是, 表 4 中第 4、5 阶模态频率和模态阻尼完全一样, 其原因在于本文作者所用的方法不能考虑铺层次序所引起的不对称性所致。随着层合板层数的增多及厚度的增大, 这种近似和实际情况趋向一致。

表 4 复合材料结构模态阻尼系数预测

Table 4 Modal damping factors prediction of FRP laminate

Mode	Parameters	Present method	Regular FEM	Experiment
1	f	103.54	98.23	90.40
	η	3.22	3.99	4.40
2	f	151.57	151.99	144.70
	η	3.06	2.97	3.50
3	f	185.66	192.38	222.30
	η	1.99	1.88	2.60
4	f	266.73	251.35	264.10
	η	2.96	3.59	3.40
5	f	266.73	272.26	281.10
	η	2.96	2.97	3.00
6	f	468.12	439.21	492.60
	η	2.40	2.87	2.70

3.3 层合板厚度较大时的计算效率

正方形 GFRP 复合材料板, 铺层方式为 $[45/-45]_{32}$, 边长 160 mm, 单层厚度为 0.2 mm, 材料常数见表 3。计算时相邻的 16 层作为 1 个亚层, 总共划分 4 个亚层。面内的单元数为 400, 总共 1600 个单元, 计算所需的 CPU 时间为 38.8 s, 前六阶模态振型示于图 2。如果采用直接三维有限元, 在保持面内单元数量相同的条件下, 总共需要 25600 个单元, 计算所用的 CPU 时间为 17129 s(4.785 h)。2 种方法所预测的频率和各阶模态的比阻尼示于表 5。从中可以看出, 对于厚板而言, 面外应力、应变分量对结构阻尼的贡献较大。在预测结果基本相同的条件下, 采用本文中的方法极大地提高了计算效率, 在本文算例中提高了 440 倍。

表 5 大厚度层合板的阻尼预测

Table 5 Prediction of thick laminate

	Mode	Frequency	Modal damping	Out-of-plane damping	Out-of-plane damping ratio
Present method	1	1354.3	0.026179	0.012053	0.460431
	2	3070.4	0.034587	0.018182	0.525694
	3	3070.4	0.034574	0.018182	0.525885
	4	4609.9	0.036323	0.025242	0.694937
	5	5425.0	0.042603	0.026390	0.619455
	6	5459.3	0.042292	0.026057	0.616129
	7	6753.3	0.042379	0.031653	0.746884
	8	6753.3	0.042369	0.031653	0.747074
Regular 3-D FEM	1	1305.2	0.027228	0.011381	0.417985
	2	2929.1	0.035606	0.017290	0.485581
	3	2929.3	0.035605	0.017290	0.485603
	4	4326.3	0.036539	0.023723	0.649237
	5	5003.6	0.043319	0.025503	0.588734
	6	5080.1	0.042776	0.025006	0.584578
	7	6176.9	0.041979	0.029580	0.704638
	8	6178.0	0.041959	0.029584	0.705067

4 结 论

- (1) 本文作者提出了一种基于有效三维损耗矩阵的复合材料结构阻尼有限元预测方法, 其优点在于既考虑了板的厚度方向的应力、应变对复合材料结构阻尼的贡献, 又减少了板厚方向的单元数目, 提高了计算的准确性和效率。
- (2) 计算结果表明, 本文作者提出的方法对于单向层合板、多向层合板都有满意的结果。该方法相对传统 3-D 有限元具有单元数量少、计算效率高明显的优势。
- (3) 计算结果表明, 当复合材料层合板铺层数量增加、厚度增大时, 板厚方向的应力、应变对模态阻尼的贡献不可忽略。

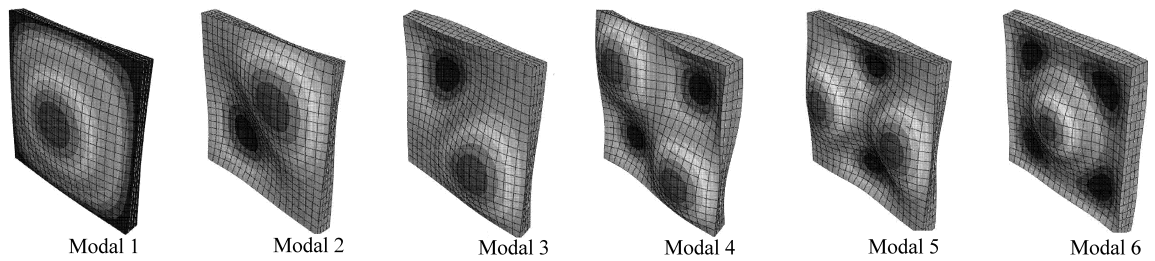


图 2 基于有效三维损耗矩阵的模态预测

Fig. 2 Modal prediction based on effective 3-D damping matrix

参考文献:

[1] Chaviaropoulos P K, Politis E S, Lekou D J, et al. Enhancing the damping on wind turbine rotor blades, the DAMPBLADE project [J]. Wind Energy, 2006, 9(1/2): 163-177.

[2] Saravanos D A, Hopkins D A. Effects of delaminations on the damped dynamic characteristics of composite laminates: Analysis and experiments [J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 192(5): 977-993.

[3] Chandra R, Singh S P, Gupta K. Damping studies in fiber-reinforced composites: A review [J]. Composite Structures, 1999, 46(1): 41-51.

[4] 李明俊, 苏媛, 孙向春, 等. 层合阻尼结构各向异性设计之阻尼特性分析 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(3): 94-97.

Li Mingjun, Su Yuan, Sun Xiangchun, et al. Anisotropic design and its damping analysis of laminated damped structure [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2002, 19(3): 94-97.

[5] 戴新进, 林家浩, 陈浩然. 附面阻尼随频率变化的复合材料层合结构随机振动分析 [J]. 复合材料学报, 2006, 23(1): 173-179.

Dai Xinjin, Lin Jiahao, Chen Haoran. Random vibration analysis of the composite laminated structures attached with frequency - dependant damping layer [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(1): 173-179.

[6] 杨雪, 王源升, 朱金华, 等. 多层阻尼复合结构阻尼性能 [J]. 复合材料学报, 2005, 22(3): 175-181.

Yang Xue, Wang Yuansheng, Zhu Jinhua, et al. Damping properties of the composite structures with multilayered damping materials [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(3): 175-181.

[7] Kyriazoglou C, Guild F J. Finite element prediction of damping of composite GFRP and CFRP laminates—A hybrid formulation - vibration damping experiments and Rayleigh damping [J]. Composites Science and Technology, 2007, 67

(11/12): 2643-2654.

[8] Plagianakos T S, Saravanos D A. Mechanics and finite elements for the damped dynamic characteristics of curvilinear laminates and composite shell structures [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 263(2): 399-414.

[9] Wei Y T, Gui L J, Yang T Q. Prediction of the 3-D effective damping matrix and energy dissipation of viscoelastic fiber composites [J]. Composite Structures, 2001, 54(1): 49-55.

[10] Sun C T, Li S. Three-dimensional effective elastic constants for thick laminates [J]. Journal of Composite Materials, 1988, 22(7): 629-639.

[11] 万志敏, 马六成, 谭惠丰, 等. 黏弹性复合材料的三维有效阻尼矩阵预报与能耗计算 [J]. 复合材料学报, 2001, 18(2): 118-123.

Wan Zhimin, Ma Liucheng, Tan Huifeng, et al. Prediction of 3-D damp matrix and energy dissipation of viscoelastic fiber composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2001, 18(2): 118-123.

[12] Saravanos D A, Chamis C C. Mechanics of damping for fiber composite laminates including hygrothermal effects [J]. AIAA Journal, 1990, 28(10): 1813-1819.

[13] Saravanos D A. Integrated damping mechanics for thick composite laminates and plates [J]. Journal of Applied Mechanics, 1994, 61(2): 375-385.

[14] 张少辉, 陈花玲, 梁天锡. 纤维增强树脂基复合材料阻尼特性的数值模拟 [J]. 航空材料学报, 2004, 24(3): 10-14.

Zhang Shaohui, Chen Hualing, Liang Tianxi. Numerical simulation on the damping characteristic of fiber reinforced composite [J]. Journal of Aeronautical Materials, 2004, 24(3): 10-14.

[15] Lin D X, Ni R G, Adams R D. Prediction and measurement of the vibrational damping parameters of carbon and glass fibre-reinforced plastics plates [J]. Journal of Composite Materials, 1984, 18(2): 132-152.

附录 A

$$[\varphi]_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{61} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{62} & a_{66} \end{bmatrix}, \quad [\varphi]_2 = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ c_{31} & c_{32} & c_{36} \end{bmatrix}, \quad [\varphi]_3 = \begin{bmatrix} b_{55} & b_{54} \\ b_{45} & b_{44} \\ & & b_{33} \end{bmatrix}. \quad (A1 \sim A3)$$

$[\boldsymbol{\varphi}]_1$ 、 $[\boldsymbol{\varphi}]_2$ 和 $[\boldsymbol{\varphi}]_3$ 各项的具体表达式如下:

$$a_{11} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{11}^k - \frac{C_{13}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{11}^k + \left(C_{21}^k - \frac{C_{23}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{21}^k + \left(C_{61}^k - \frac{C_{63}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{61}^k \right] v_k \quad (\text{A4})$$

$$a_{12} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{12}^k - \frac{C_{13}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{11}^k + \left(C_{22}^k - \frac{C_{23}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{21}^k + \left(C_{62}^k - \frac{C_{63}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{61}^k \right] v_k \quad (\text{A5})$$

$$a_{21} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{11}^k - \frac{C_{13}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{12}^k + \left(C_{21}^k - \frac{C_{23}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{22}^k + \left(C_{61}^k - \frac{C_{63}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{62}^k \right] v_k \quad (\text{A6})$$

$$a_{16} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{16}^k - \frac{C_{13}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{11}^k + \left(C_{26}^k - \frac{C_{23}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{21}^k + \left(C_{66}^k - \frac{C_{63}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{61}^k \right] v_k \quad (\text{A7})$$

$$a_{61} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{11}^k - \frac{C_{13}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{16}^k + \left(C_{21}^k - \frac{C_{23}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{26}^k + \left(C_{61}^k - \frac{C_{63}^k C_{31}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{66}^k \right] v_k \quad (\text{A8})$$

$$a_{22} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{12}^k - \frac{C_{13}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{12}^k + \left(C_{22}^k - \frac{C_{23}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{22}^k + \left(C_{62}^k - \frac{C_{63}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{62}^k \right] v_k \quad (\text{A9})$$

$$a_{26} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{16}^k - \frac{C_{13}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{12}^k + \left(C_{26}^k - \frac{C_{23}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{22}^k + \left(C_{66}^k - \frac{C_{63}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{62}^k \right] v_k \quad (\text{A10})$$

$$a_{62} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{12}^k - \frac{C_{13}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{16}^k + \left(C_{22}^k - \frac{C_{23}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{26}^k + \left(C_{62}^k - \frac{C_{63}^k C_{32}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{66}^k \right] v_k \quad (\text{A11})$$

$$a_{66} = \sum_{k=1}^N \left[\left(C_{16}^k - \frac{C_{13}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{16}^k + \left(C_{26}^k - \frac{C_{23}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{26}^k + \left(C_{66}^k - \frac{C_{63}^k C_{36}^k}{C_{33}^k} \right) \varphi_{66}^k \right] v_k \quad (\text{A12})$$

$$b_{44} = \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{\Delta_k} (C_{55}^k \varphi_{44}^k - C_{45}^k \varphi_{45}^k) \right] v_k \quad (\text{A13})$$

$$b_{45} = \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{\Delta_k} (C_{55}^k \varphi_{54}^k - C_{45}^k \varphi_{44}^k + C_{44}^k \varphi_{45}^k - C_{45}^k \varphi_{55}^k) \right] v_k \quad (\text{A14})$$

$$b_{55} = \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{\Delta_k} (C_{44}^k \varphi_{55}^k - C_{45}^k \varphi_{54}^k) \right] v_k \quad (\text{A15})$$

$$\Delta_k = C_{44}^k C_{55}^k - (C_{45}^k)^2 \quad (\text{A16})$$

$$c_{13} = \sum_{k=1}^N \left[\frac{C_{13}^k}{C_{33}^k} \varphi_{11}^k + \frac{C_{23}^k}{C_{33}^k} \varphi_{21}^k + \frac{C_{63}^k}{C_{33}^k} \varphi_{61}^k - \frac{C_{31}^k}{C_{33}^k} \varphi_{33}^k \right] v_k \quad (\text{A17})$$

$$c_{23} = \sum_{k=1}^N \left[\frac{C_{13}^k}{C_{33}^k} \varphi_{12}^k + \frac{C_{23}^k}{C_{33}^k} \varphi_{22}^k + \frac{C_{63}^k}{C_{33}^k} \varphi_{62}^k - \frac{C_{32}^k}{C_{33}^k} \varphi_{33}^k \right] v_k \quad (\text{A18})$$

$$c_{63} = \sum_{k=1}^N \left[\frac{C_{13}^k}{C_{33}^k} \varphi_{16}^k + \frac{C_{23}^k}{C_{33}^k} \varphi_{26}^k + \frac{C_{63}^k}{C_{33}^k} \varphi_{66}^k - \frac{C_{36}^k}{C_{33}^k} \varphi_{33}^k \right] v_k \quad (\text{A19})$$

$[\boldsymbol{\varphi}']_1$ 、 $[\boldsymbol{\varphi}']_2$ 、 $[\boldsymbol{\varphi}']_3$ 的表达式如下:

$$[\boldsymbol{\varphi}']_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{61} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ & 0 & \\ & 0 & \\ & & 0 \\ a_{16} & a_{62} & a_{66} \end{bmatrix}, \quad [\boldsymbol{\varphi}']_2 = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ c_{31} & c_{32} & 0 & & c_{36} \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}, \quad [\boldsymbol{\varphi}']_3 = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & b_{33} & & \\ & & & b_{44} & b_{45} \\ & & & b_{54} & b_{55} \\ & & & & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A20} \sim \text{A22})$$