

文章编号: 1000-3851(2002) 02-0080-05

含界面脱粘及表板基体开裂损伤的复合材料 夹层板非线性稳定性的研究

白瑞祥, 陈浩然

(大连理工大学 工程力学系工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

摘要: 本文作者基于“zig-zag”模型和 Mindlin 一阶剪切变形板理论, 推导了复合材料夹层板屈曲分析的有限元列式, 在该列式中考虑了面板的横向剪切变形和芯体的面内刚度对夹层板力学性能的影响。针对具有面板和芯体间界面脱粘和纤维增强树脂基体微裂纹损伤的夹层板损伤特征, 分别提出了分层模型和多标量损伤模型, 并推导了多标量形式的损伤本构关系。采用修正的 Newton-Raphson 迭代格式求解含损复合材料夹层板的非线性稳定性性状。通过算例研究了脱粘面积、基体的损伤演化、表板的铺设方式及载荷形式对复合材料夹层板屈曲性状的影响。本文作者给出的有限元模型和结论, 对复合材料夹层板结构设计的损伤容限的制定具有一定的参考价值。

关键词: 复合材料夹层板; 界面脱粘; 基体损伤; 非线性屈曲性状

中图分类号: TB332; O346.5 **文献标识码:** A

INVESTIGATION OF NONLINEAR BUCKLING BEHAVIOR OF COMPOSITE SANDWICH PLATES WITH INTERFACIAL DELAMINATION AND MATRIX MICRO-CRACKS

BAI Rui-xiang, CHEN Hao-ran

(State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment,
Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Based on the zig-zag deformation model and first order shear strain effect laminated plate theory, a nonlinear buckling finite-element method of the composite sandwich plates is proposed, which contains both interfacial delamination and matrix micro-cracks damages. Furthermore, the transverse shear properties of the faces and the in-plane stiffness of the core are also taken into account. Furthermore, a delamination model and a multi-scalar damage model have been established, respectively. Because of the material properties of the face being degraded with the matrix micro-cracks propagation, the incremental constitutive equations are derived, and a modified Newton-Raphson incremental-iterative method is employed during the numerical calculation procedure. According to the models and analysis method provided by the authors, a nonlinear finite-element code has been developed. Some numerical examples are given for investigation of the effect of sizes of delamination and matrix micro-cracks, ply angles of the faces, and load cases upon the buckling behavior of the damaged composite sandwich plates. The numerical method and conclusions would be useful for the engineers of sandwich composite structures.

Key words: composite sandwich plate; interfacial delamination; matrix crack; nonlinear buckling behavior

复合材料夹层结构在同时满足强度和刚度的设计要求下, 有效地提高材料的利用率和减轻结构重

量，为此该结构在飞行器、特种船只、高速列车以及民用建筑上得到了广泛的应用。复合材料夹层板在制造过程中，由于气室、缺胶、富胶、树脂固化不良等造成的缺陷，或在承载过程中受外来物的冲击，可能使表板和芯体间产生界面脱粘损伤，夹层结构因其结构部件力的传递机制的特殊性，若表板和芯体出现分离，其结构整体或局部刚度就会急剧退化，导致结构的早期失效^[1]，其中在压缩载荷作用下，结构最易发生的失效形式就是表板的分层屈曲与扩展；夹层板结构另一种常见的损伤形式是在外载作用下复合材料表板单向纤维间基体会产生平行于纤维方向的微裂纹，该微裂纹数目随载荷的增加而增多，从而导致表板失效。本文作者鉴于这两种损伤形式，分别建立了考虑界面脱粘的分层模型和表征表板基体损伤演化的多标量损伤模型，推导了考虑表板的横向剪切变形和芯体的面内刚度的含损复合材料夹层板非线性稳定性的有限元模型和列式，编制了相应的有限元分析程序，通过算例研究了脱粘面积、基体的损伤演化、表板的铺设方式及载荷形式对复合材料夹层板屈曲性态的影响，得到了一些有益的结论。

1 基本理论与分析模型

1.1 基于“zig-zag”模型和 Mindlin 一阶剪切变形板理论的复合材料夹层板位移场及有限元列式

图 1 所示为一典型的复合材料夹层板结构，其由上表板、芯体和下表板组成。将上、下表板部分视为 Mindlin 层合板，其芯体视为各向同性或正交各向异性厚板^[2]。若分别建立这三部分的局部坐标系，则夹层板内任一点的位移 U, V, W 可由夹层板芯体的中面位移分量 U_0, V_0, W_0 和三部分独立的转角分量 $[y_1, [x_1, [y_2, [x_2, [y_3, [x_3$ 来表征。由上、下表板和芯体结合界面的位移连续条件，可得复合材料夹层板内任一点位移分量表达式，其中：

上表板为

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 + (t_1[y_1 + h[y_2)/2 + z_1[y_1 \\ v_1 &= v_0 - (t_1[x_1 + h[x_2)/2 - z_1[x_1 \\ w_1 &= w_0 \end{aligned} \tag{1}$$

芯体为

$$u_2 = u_0 + z_2[y_2, v_2 = v_0 - z_2[x_2, w_2 = w_0 \tag{2}$$

下表板为

$$\begin{aligned} u_3 &= u_0 - (h[y_2 + t_2[y_3)/2 + z_3[y_3 \\ v_3 &= v_0 + (h[x_2 + t_2[x_3)/2 - z_3[x_3 \\ w_3 &= w_0 \end{aligned} \tag{3}$$

式中： t_1, t_2 和 h 分别是上下表板和芯体的厚度。若采用分项插值和选择积分技术可构造该夹层板的八节点 C^0 单元。通过数值试验表明，作者推导的复合材料夹层板的单元具有精度高、收敛快的特点。其列式可见作者论文[3]。

1.2 表板和芯体间界面脱粘损伤的分层模型

设在夹层板中部上表板和芯体间有一个圆形的开裂损伤区，则整个结构可划分为上子板、下子板和基板三个区域，分别以 I, II 和 III 表示，如图 1 所示。

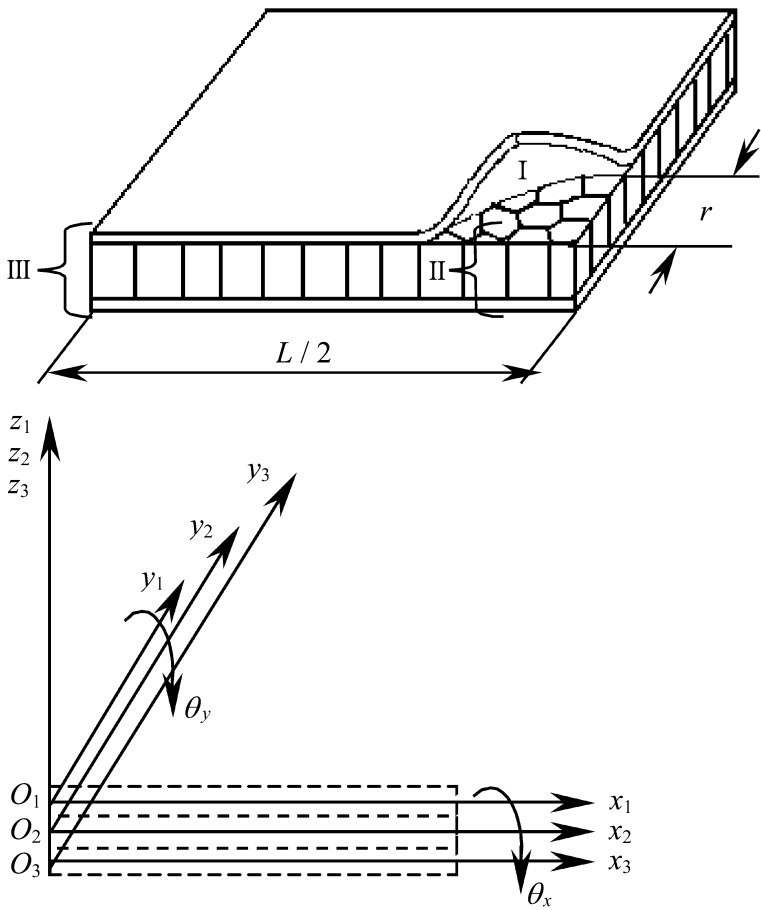


图 1 复合材料夹层板结构示意图和符号系统
Fig. 1 Schematic of composite sandwich plate and corresponding coordinate system

其中：上子板仅由上表板组成，其内部任一点位移可用五个位移分量 $u_0, v_0, w_0, [x_1, [y_1$ 表示，即

$$u_1 = u_0 + z_1[y_1, v_1 = v_0 - z_1[x_1, w_1 = w_0$$

下子板由芯体和下表板组成，其内部任一点的位移可用七个位移分量 $u_0, v_0, w_0, [x_2, [y_2, [x_3, [y_3$ 表示，其中：

芯体为

$$u_2 = u_0 + z_2[y_2, v_2 = v_0 - z_2[x_2, w_2 = w_0$$

下表板为

$$\begin{aligned} u_3 &= u_0 - (h[y_2 + t_2[y_3)/2 + z_3[y_3, \\ v_3 &= v_0 + (h[x_2 + t_2[x_3)/2 - z_3[x_3, w_3 = w_0 \end{aligned}$$

式中： u_0, v_0 和 w_0 为芯体的中面位移，而 u_0, v_0, w_0 则为上表板的中面位移。根据损伤前缘各子部分

位移协调条件可得

$$\begin{aligned} w &= \bar{w} = \bar{w} = \bar{w}, \quad [x_1] = [\bar{x}_1, \\ [y_1] &= [\bar{y}_1, \quad [x_2] = [\bar{x}_2, \quad [y_2] = [\bar{y}_2 \\ [x_3] &= [\bar{x}_3, \quad [y_3] = [\bar{y}_3, \\ u_0 &= \bar{u}_0, \quad v_0 = \bar{v}_0, \quad w_0 = \bar{w}_0 = \bar{w}_0 \\ u_0 &= \bar{u}_0 + (t_1/2) [\bar{y}_1 + (h/2) [\bar{y}_2, \\ v_0 &= \bar{v}_0 - (t_1/2) [\bar{x}_1 - (h/2) [\bar{x}_2 \end{aligned} \quad (4)$$

1.3 多标量复合材料损伤模型

由连续介质损伤力学理论, 正交各向异性单层复合材料板的损伤状态和演化可用六个标量损伤变量 k_{ij} 来表征^[4], 在材料主坐标下含损复合材料的等效弹性模量的表达式为

$$E_i = E_i / (1 + k_{ii}^{(1)} U^{(1)})$$

$$G_{ij} = G_{ij} / (1 + k_{ij}^{(2)} U^{(2)}) \quad (5)$$

$$k_{ii}^{(1)} = B^{(1)} ((e_i/e_0)^{2T_1} - 1)$$

$$k_{ij}^{(1)} = B^{(2)} ((f_{ij}/f_0)^{2T_2} - 1) \quad (6)$$

若 e_i, f_{ij} 超过极限损伤应力 e_c, f_c 时, 则认为相应的损伤张量 k_{ii}, k_{ij} 其值为零。式中: e_0, f_0 分别为拉伸、剪切型起始损伤应力的阈值; $U^{(1)}, U^{(2)}, B^{(1)}, B^{(2)}, T_1, T_2$ 为材料常数, 其值由实验确定。在材料主坐标系下含损伤材料的本构关系可表示为

$$e_{ij} = D_{ijkl} X_l \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (7)$$

由式(7)通过坐标变换, 可得到在偏轴下的含损材料的本构关系

$$e_{ij} = D_{ijkl} X_l \quad (8)$$

其中: $D_{ijkl} = A_{ii} A_{jj} A_{kk} A_{ll} D_{ijkl}$, A_{ii}, A_{jj}, A_{kk} 和 A_{ll} 为转换系数矩阵, $A_{ii} = \cos(i, i)$, 若对式(8)进行微分, 则可得偏轴下的增量本构关系

$$de_{ij} = D_{ijkl}^T dX_l \quad (9)$$

式中: $D_{ijkl}^T = D_{ijkl} + \frac{5D_{ijmn} 5k_{rs}}{5k_{rs} 5X_{mn}} X_l$ 为偏轴切线刚度张量。

对式(8)进行微分, 则可得偏轴下的增量本构关系

$$de_{ij} = D_{ijkl}^T dX_l \quad (10)$$

上式中 D_{ijkl}^T 为偏轴切线刚度张量。

根据 Mindlin 一阶剪切变形层合板理论, 由式(10)可推得考虑损伤的复合材料单层板的正轴刚度系数表达式

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}), \\ Q_{12} &= Q_{21} = E_1 \nu_{21} / (1 - \nu_{12} \nu_{21}), \\ Q_{22} &= E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}), \\ Q_{66} &= G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13} \end{aligned} \quad (11)$$

为分析方便起见, 暂不考虑纤维方向损伤, 即 $k_{11} = 0$, 且忽略损伤对泊松比的影响。此外, 由于本文作者

旨在研究夹层板在面内压缩载荷下的稳定性问题, 故忽略基体微裂纹对横向剪切模量的影响。则式(11)中不为零的损伤变量张量仅为 k_{22} 和 k_{12} , 其中 k_{22} 和 k_{12} 可由式(6)得到, 将其代入式(8)和式(9)可得到相应的偏轴下增量型本构关系。

1.4 屈曲特征方程及非线性方程的求解

通过虚功原理可得到在屈曲临界状态下夹层板的屈曲控制方程

$$([K] + \lambda [K_e]) \{q\} = 0 \quad (12)$$

其中: $[K]$ 和 $[K_e]$ 分别为结构总刚度阵和总几何刚度阵, λ 为载荷因子。由于表板的材料性质随基体的损伤演化而退化, 本文作者采用了修正的 Newton-Raphson 迭代来求解该控制方程。为避免分层前缘在屈曲变形过程中会发生闭合接触, 在增量求解过程中, 本文作者采用了 GAP 元方法^[6] 处理接触问题。

1.5 屈曲模式

由实验观察可知, 在压缩或剪切载荷作用下, 含界面脱粘损伤的复合材料夹层板其屈曲模式有三种: 局部屈曲(仅上子板拱起)、混合屈曲(上、下子板和基板均变形且上、下子板彼此分离)、和整体屈曲(上、下子板不分离, 即随基板一起变形)。其屈曲模式与脱粘面积大小、位置和各子板对基板的相对刚度大小密切相关。

2 结果与讨论

如图 1 所示夹层方板, 边长 $L = 200 \text{ mm}$, 其边界条件为两受压边 x 方向线位移自由且其它自由度均固定, 而其余两边为可移简支边界。设在夹层板中央, 其上表板和芯体间的胶接面处含有一个圆形嵌入脱粘损伤区, 则可通过改变开裂圆半径 r 的值以获得不同面积的脱粘损伤。该板上、下表板为层合板, 其单层板的厚度为 0.125 mm , 材料常数为^[5]: $E_1 = 3792 \text{ MPa}$, $E_2 = 101 \text{ MPa}$, $G_{12} = G_{13} = 484 \text{ MPa}$, $G_{23} = 343 \text{ MPa}$, $\nu_{12} = 0.302$, $f_0 = 11.0 \text{ MPa}$, $e_0 = 7.9 \text{ MPa}$, $e_c = 31.7 \text{ MPa}$, $f_c = 51.5 \text{ MPa}$, $T_1 = 1.0$, $T_2 = 2.0$, $U^{(1)} = 1.71935$, $U^{(2)} = 0.425625$, $B^{(1)} = 3.7239 \times 10^{-3}$, $B^{(2)} = 3.8582 \times 10^{-3}$; 芯体厚度为 10 mm , 其材料常数为: $E_1 = 200 \text{ MPa}$, $E_2 = 200 \text{ MPa}$, $G_{12} = G_{13} = 146 \text{ MPa}$, $G_{23} = 90.4 \text{ MPa}$, $\nu_{12} = 0.3$ 。

2.1 在压缩载荷作用下夹层板

图 2 给出了铺设方式为 $[(0/45/-45/90)_s]$ 芯

表 1 线性和非线性无量纲屈曲临界载荷和屈曲模式随表板铺设角大小变化关系

Table 1 The effects of the face ply angles upon linear and nonlinear normalized critical buckling load and mode

$[\ / (^\circ)$	10	20	30	40	45	50	60	70
P_{cr}^L / P_{cr}^0	0.3686	0.3816	0.4022	0.4319	0.4522	0.4786	0.5447	0.6770
屈曲模式	局部	局部	局部	局部	局部	混合	混合	混合
P_{cr}^N / P_{cr}^0	0.2423	0.2622	0.2845	0.3037	0.3150	0.3129	0.2944	0.2373
屈曲模式	局部	局部	局部	局部	局部	局部	局部	局部

体 / (0/45/- 45/90)_s] 夹层板无量纲线性和非线性屈曲临界力与开裂圆半径 r 的关系曲线, 其中 P_{cr}^0 为无脱粘损伤时屈曲临界力。由图 2 可以看出, 随着脱粘面积的增大, 夹层板的抗屈曲能力急剧降低, 不考虑基体损伤的线性解和考虑基体损伤的非线性解之间的差别逐渐减少, 这就表明当脱粘面积足够大时, 由于表板的应力在未达到起始损伤应力的阈值时, 该结构就已经发生了屈曲失效, 为此所得的线性解和非线性解彼此一致。而当脱粘面积较小时, 因结构具有较高的抗屈曲能力, 在结构失稳前, 表板内已经产生基体损伤, 从而导致刚度早期退化, 为此非线性解将低于线性解。

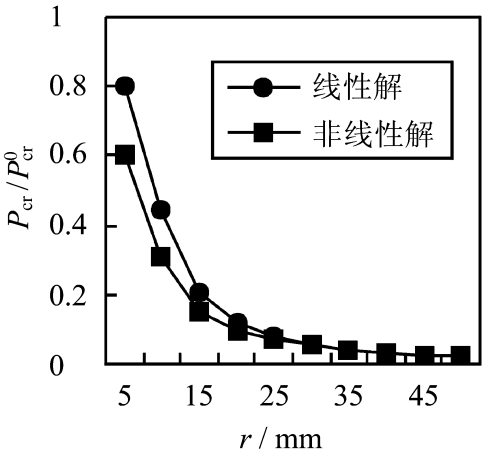


图 2 无量纲临界力与脱粘半径关系曲线
Fig. 2 Variations of normalized critical buckling load with delamination radius

图 3 分别给出了铺设方式为[($[\ / -]$)_{2s}/ 芯体 / ($[\ / -]$)_{2s}] 的夹层板, 在开裂圆半径 $r=10\text{ mm}$ 和 $r=15\text{ mm}$ 情况下, 其线性和非线性无量纲屈曲力与表板铺设角的关系曲线。观察图 3 曲线可知, 铺设角在 $0^\circ \sim 45^\circ$ 范围内, 结构的线性和非线性无量纲屈曲临界力都随铺设角的增大而增大, 其中当铺设角为 45° 时非线性解达到极值。其次, 若比较不考虑和考虑基体损伤的线性解和非线性解结果可知, 彼此差别十分显著, 而且线性解偏于危险。表 1 列出了 $r=10\text{ mm}$ 时无量纲屈曲临界载荷值及其相应的失稳模式。由表 1 可以发现, 当 $[\$ 大于 45° 时, 线性解的屈曲模式由局部屈曲变为混合屈曲, 从而导致其线

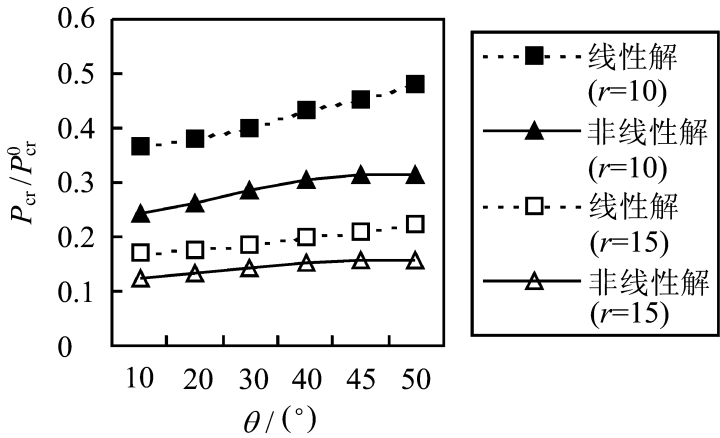


图 3 无量纲线性和非线性临界力与表板铺设角关系曲线
Fig. 3 Effects of different ply angles upon normalized linear and nonlinear critical buckling load

性的屈曲临界载荷随着 $[\$ 的增大而增大。与此相反, 采用非线性方法求解, 则在 $0^\circ \leq [\ < 90^\circ$ 范围内, 结构的屈曲模式始终是局部屈曲, 且在铺设角超过 45° 后, 非线性屈曲临界载荷随 $[\$ 的增大而减小。由此可见, 表板的基体损伤程度对夹层板的屈曲性态的影响是不容忽视的。

2.2 受压剪载荷共同作用的夹层板

设压剪比 $k= N_{xy} / N_x$, 图 4 给出了对于不同 k 值, 铺设方式为[($[\ / -]$)_{2s}/ 芯体 / ($[\ / -]$)_{2s}] 的夹层

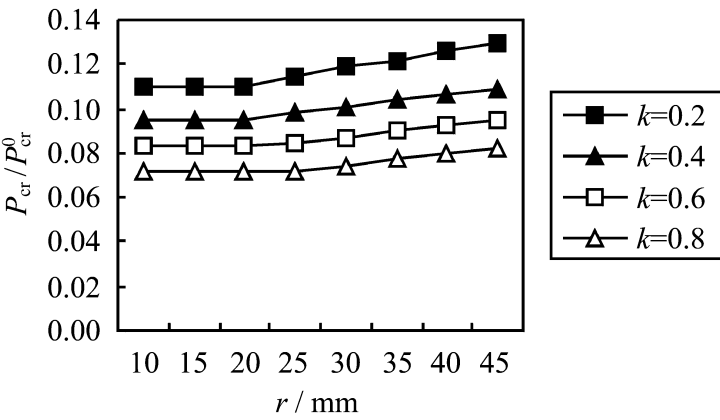


图 4 无量纲线性临界力与表板铺设角关系曲线
Fig. 4 Effects of different ply angles upon normalized nonlinear critical buckling load

板, 在 $r=15\text{ mm}$ 情况下的非线性无量纲屈曲临界载荷与表板铺设角的变化关系曲线。由图 4 可知, 非线性无量纲屈曲临界载荷随着压剪比的增加而降低。若比较图 3 和图 4 结果, 还可以看出, 在压剪载

荷的共同作用下的含损夹层板比纯压缩时更容易产生分层屈曲破坏。

3 结 论

- (1) 本文作者提出含损夹层板非线性稳定性的有限元分析方法为复合材料夹层板结构设计的损伤容限的制定提供分析手段。
- (2) 表板与芯体脱粘和表板基体微裂纹将降低夹层板的抗屈曲能力,尤其当脱粘面积较小时,表板的基体损伤程度对夹层板的屈曲性态的影响是不容忽视的。
- (3) 在压缩或剪切载荷作用下,夹层板还具有多种损伤形式,例如表板的折曲破坏,芯体剪切破坏等。本文作者仅研究了界面脱粘损伤和表板基体损伤对屈曲性态的影响,关于其它损伤形式及其承载能力的研究工作正在进行中。

参考文献:

- [1] Somers M, Weller T, Abramovich H. Buckling and postbuckling behavior of delaminated sandwich beams [J]. Composite Structures, 1992, 21(4): 211- 232.
- [2] Hadi B k, Matthews F L. Predicting the buckling load of anisotropic sandwich panels: an approach including shear deformation of the faces [J]. Composite Structures, 1998, 42(3): 245- 255.
- [3] 白瑞祥, 陈浩然, 苏长健. 考面板和夹心剪切效应复合材料夹层板的屈曲性态研究 [J]. 玻璃钢/复合材料, 1999, (5): 3- 6.
- [4] Huang Baozong, Zhangfengpeng. Delamination analysis based on a multi-scalar damage model [A]. Proceeding of IMMM 99 [C]. Int Academic Publisher, 1999. 135- 140.
- [5] 杨光松. 损伤力学与复合材料损伤 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995. 137- 181.
- [6] Rizzo A R. FEA gap elements choosing the right stiffness [J]. Mechanical Engineering, 1991, 113(6): 57- 59.