

文章编号: 1000-3851(2002)03-0109-05

# 遗传算法在轮胎结构多目标优化设计中的应用

姚伟, 谭惠丰, 杜星文

(哈尔滨工业大学 复合材料研究所, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 在轮胎结构设计中应用一种基于共享小生境技术的遗传算法(简称 Pareto GA), 用来求解多目标优化问题的 Pareto 最优解集合。在综合考虑轮胎带束层的耐久性和轮胎重量的基础上, 通过三维有限元分析和室内耐久性试验建立了优化轮胎带束层的数学模型, 采用 Pareto 遗传算法对该数学模型进行求解, 获得了分散性很好的 Pareto 最优解集合。为了检验优化的效果, 应用三维有限元分析技术, 对优化胎与原胎进行了分析与对比。结果表明, 该优化过程达到了预期的目的。

**关键词:** 多目标优化; 遗传算法; Pareto 最优解集合; 共享小生境技术; 轮胎带束层; 应变能密度

中图分类号: TB330.1 文献标识码: A

## APPLICATION OF GENETIC ALGORITHM TO MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION OF TIRE STRUCTURE

YAO Wei, TAN Hui-feng, DU Xing-wen

(Center for Composite Materials, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** A genetic algorithm(Pareto GA), based on a sharing niche technique, is applied to search a Pareto optimal set in a multiobjective optimization problem. On the basis of considering synthetically the belt durability and tire weight, a mathematical model was founded by a three-dimensional finite element analysis and indoor durability test. The mathematical model was calculated by means of Pareto GA, and the Pareto optimal set, which was dispersed well, was attained. In order to evaluate the result of optimization, the tire with the optimized belt structure was analyzed by the three-dimensional finite element analysis technology, and the analysis result was compared with that of the original tire. The result shows that the goal of optimization is achieved.

**Key words:** multiobjective optimization; genetic algorithm; Pareto optimal set; sharing niche technique; tire belt; strain energy density

轮胎是一种由多层复合材料和橡胶材料组成的复杂结构体, 其各种性能之间往往是相互影响、相互抵触的<sup>[1]</sup>, 这就决定了其结构优化设计往往是多目标的。与单目标优化问题不同, 多目标优化问题往往不存在最优解, 一般只能求得经过折衷处理后的 Pareto 最优解<sup>[2]</sup>(即满意解)。Pareto 最优解通常是一个解集合, 因而如何求得这个解集合是解决多目标优化问题的关键。过去常采用一些数学规划法求解多目标优化问题, 但它们只能求得单个局优解, 无法得到 Pareto 最优解集合, 而且对梯度信息的依赖也限制了它们的应用。

遗传算法( Genetic Algorithms, 简称 GA )由美国 Michigan 大学的 Holland 教授创建<sup>[3]</sup>。由于它不受问题性质(如连续性, 可微性)限制, 并能进行全局搜索, 因而具有广泛的通用性, 特别适用于一些大规模、高度非线性的不连续多峰函数的优化问题以及无解析表达式的目标函数的优化问题<sup>[4]</sup>。遗传算法采用了并行式群体搜索技术<sup>[2, 4]</sup>, 而非传统优化算法所使用的单点搜索将有利于 Pareto 最优解集合的求解。本文中基于共享小生境技术<sup>[5]</sup>, 初步编制了一个求解 Pareto 最优解集合的遗传算法(简称 Pareto GA ), 并将该遗传算法用于 10.00R20 型载重子午

胎的带束层结构优化。同时,借助三维有限元分析软件和现有轮胎设计理论,对优化胎与原胎进行分析和对比,以检验 Pareto 遗传算法的有效性。

## 1 多目标优化模型描述

考虑一个含约束的多目标优化问题,其优化模型一般可以表示为

求:  $X$

$$\begin{aligned} \min \quad & F(X) = [f_1(X), \dots, f_n(X)]^T \\ \text{s. t.} \quad & g_j(X) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, k) \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $X$  为设计变量,  $X = [x_1, \dots, x_m]^T$ ;  $F(X)$  为目标函数;  $f_1(X), \dots, f_n(X)$  为  $n$  个子目标函数;  $g_j(X)$  为第  $j$  个约束条件。

## 2 基本遗传算法概述

遗传算法是一种基于生物自然选择和遗传进化机制的全局优化自适应概率搜索算法。它采用群体搜索技术,通过对当前群体施加选择、交叉、变异等一系列遗传操作,产生出新一代的群体,然后再逐步使群体进化到包含最优解或接近最优解的状态。由于遗传算法采用了群体进化搜索技术,因而具有较强的全局搜索能力,理论已经证明,只要群体数量足够大和遗传代数足够多,遗传算法总能达到全局收敛。但遗传算法也存在局部搜索能力不强、易出现早熟收敛现象等缺点,为了解决这个问题,常采用比例变换<sup>[6]</sup>(防早熟收敛)、加入漂移算子<sup>[7]</sup>(加强搜索后期的局部搜索能力)及最优保存<sup>[2, 4]</sup>等策略搜索全局最优解。

## 3 Pareto 遗传算法描述

### 3.1 Pareto 遗传算法的主要特点

Pareto 遗传算法包括以下几个主要特点:

(1) 模糊归一化处理<sup>[8]</sup>。合并各子群体,对个体相对于各子目标函数的适应度分别进行归一化处理,以便在整个群体中进行个体适应度的评价,该过程可表示为

$$F^-(x_i^j) = \frac{F(x_i^j) - F_{\min}^j}{F_{\max}^j - F_{\min}^j} \quad (i = 1, \dots, n \times m; j = 1, \dots, m) \quad (2)$$

式中:  $F^-(x_i^j)$  为经过模糊归一化处理后第  $i$  个个体相对于第  $j$  个子目标函数的适应度,  $F_{\min}^j$  为相对于第  $j$  个子目标函数的最小个体适应度,  $F_{\max}^j$  为相对于第  $j$  个子目标函数的最大个体适应度。

(2) 确定整个群体中个体适应度的量化评价标准。它可用下式表示:

$$F^a(x_i) = \sum_{j=1}^m w_j F^-(x_i^j) \quad (i = 1, \dots, n \times m) \quad (3)$$

式中:  $F^a(x_i)$  为第  $i$  个个体在整个群体中的适应度,  $w_j$ (权值)用来表示第  $j$  个子目标函数对个体适应度的影响程度,它满足下述条件:

$$\sum_{j=1}^m w_j = 1 \quad (4)$$

(3) 共享函数处理。它是实现小生境<sup>[5]</sup>进化环境的一种方法,其基本思想是:采用共享函数(反映个体之间的相似程度)来调整群体中各个体的适应度,以维护群体的多样性,创造出小生境进化环境。经过共享函数处理后,个体的适应度可表示为

$$F^s(x_i) = \frac{F^a(x_i)}{S_i + D_{\min}} \quad (i = 1, \dots, n \times m) \quad (5)$$

式中:  $F^s(x_i)$  为经过共享函数处理后第  $i$  个个体在整个群体中的适应度,  $D_{\min}$  为一极小数,  $S_i$  为第  $i$  个个体在整个群体中的共享度,其值越大,调整后的个体适应度就越小。 $S_i$  可用下式表示:

$$S_i = \sum_{j=1}^{n \times m} S(d_{ij}) \quad (i = 1, \dots, n \times m) \quad (6)$$

式中,  $S(d_{ij})$  为第  $i$  个体和第  $j$  个体之间的共享函数(表示两个个体之间的亲密程度),它可用下式表示:

$$\begin{aligned} S(d_{ij}) = & \begin{cases} 0, & \text{if } i = j \\ 1 - \frac{d_{ij}}{e}, & \text{if } 0 \leq d_{ij} \leq e \\ 0, & \text{if } d_{ij} > e \end{cases} \end{aligned} \quad (i = 1, \dots, n \times m; j = 1, \dots, n \times m) \quad (7)$$

式中:  $e$  为预先设定的一个表示小生境范围的参数,  $d_{ij}$  为第  $i$  个个体与第  $j$  个个体之间的 Hamming 距离。

通过共享函数处理可以排除一些共享度较大,而适应度较低的个体,有利于求得尽可能多的 Pareto 最优解。

(4) 采用二进制和浮点混合编码。搜索前期采用二进制编码,进行全局搜索;搜索后期采用浮点编码,加强局部搜索能力。

(5) 采用退火精确罚函数法<sup>[9]</sup>处理约束条件。该方法吸取了模拟退火的思想,可有效排除一些超出约束的个体,而且不会降低遗传算法的全局搜索性能。

### 3.2 Pareto 遗传算法的实施步骤

根据所求多目标优化问题的子目标函数个数,

随机生成相应个数的子群体, 并计算各子群体中各个体的适应度(初始化)。设置遗传代数计数器为1, 对各子群体进行一系列遗传操作(见图1), 直到满足终止条件为止。

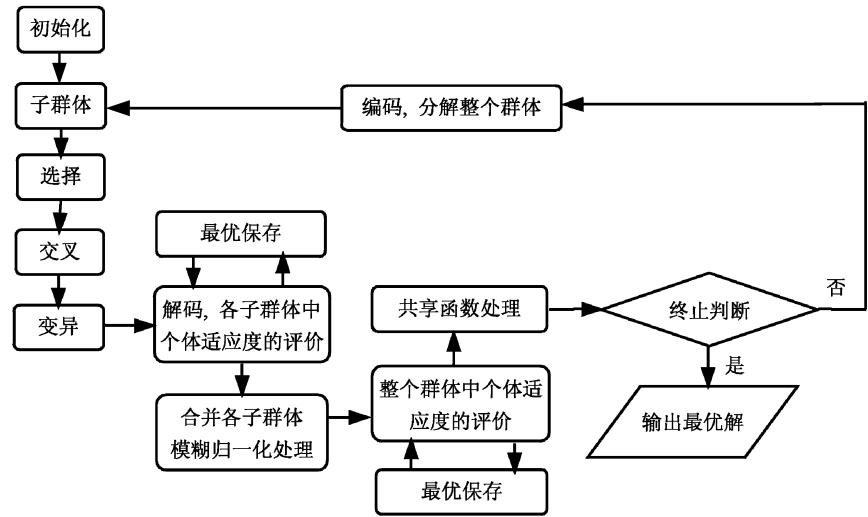


图 1 Pareto 遗传算法流程图

Fig. 1 The flow chart of Pareto genetic algorithm

## 4 算例

本文中以10.00R20型载重子午胎的带束层作为研究对象, 选择各带束层的宽度(见图2(a))和帘线角度(见图2(b))作为设计变量。目标性能涉及两个方面, 一方面考虑改善带束层的耐久性, 以克服带束层端部开裂和脱层问题<sup>[10]</sup>; 另一方面考虑减轻带束层的重量, 以改善轮胎的滚动阻力及油耗较大的问题<sup>[11]</sup>。约束条件主要考虑边界约束和尺寸约束。

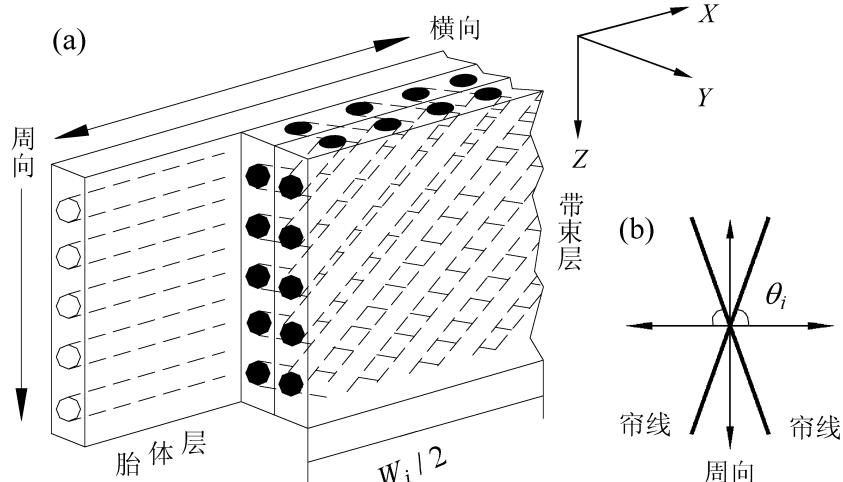


图 2 带束层结构(a)和帘线角(b)示意图

Fig. 2 The schematic diagram of belt structure (a) and the schematic diagram of belt cord angle (b)

### 4.1 优化模型的建立

关于带束层耐久性方面的讨论已延续了很多年, 虽然还没有建立统一的评价指标, 但公认与带束层间的应力-应变场分布有关<sup>[12]</sup>。文献[13]认为带束层破坏主要是由带束层层间的周向剪应变过大造成的, 并提出可用带束层层间的最大周向剪应变作为评价带束层耐久性的相对指标。文献[14]认为带束层破坏是带束层各个方向上的应力、应变共同

作用的结果, 并提出可用带束层的最大应变能密度作为评价带束层耐久性的相对指标。通过轮胎的耐久性实验(室内转鼓试验)发现, 带束层破坏一般是从带束层的端部开始, 并以层间开裂的方式逐步扩展(见图3)。三维有限元分析(轮胎行驶速度为90 km/h, 下沉量为30 mm)结果表明, 带束层的应变能密度最大值及其偏度值(定义见附录)的最大值都出现在带束层端部的9号单元处(见图4与图5), 这与试验测试情况是吻合的, 因而可采用带束层的应变能密度最大值( $E_{\max}$ )作为评价带束层耐久性的相对指标。

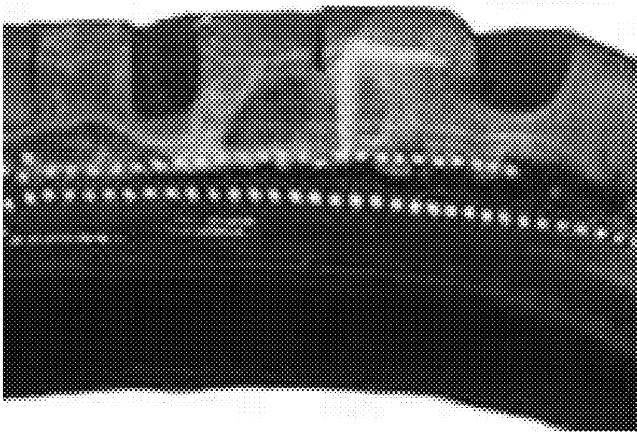


图 3 轮胎耐久性实验破坏断面图

Fig. 3 The damaged section through tire durability test

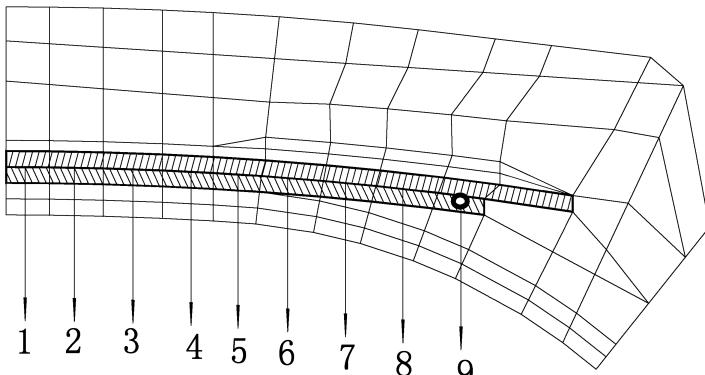


图 4 带束层单元的序号图

Fig. 4 The sequence number of belt element

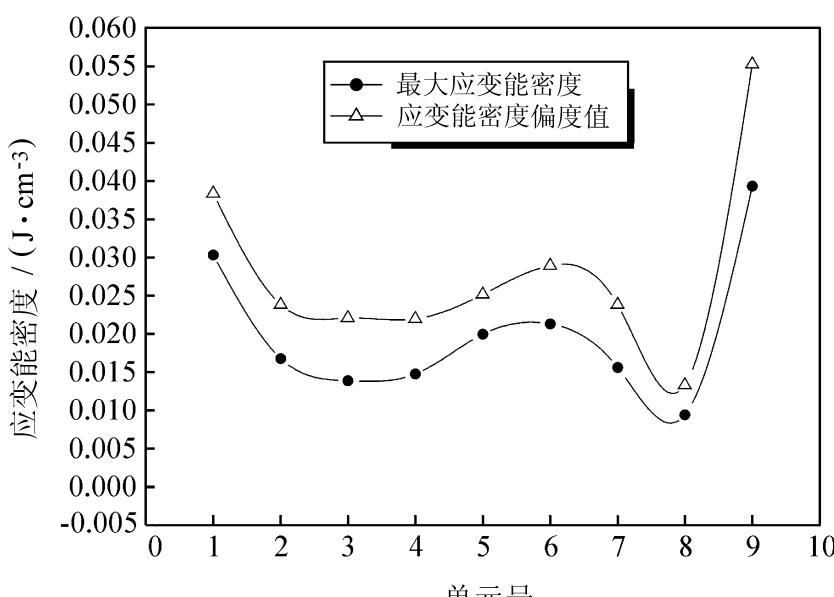


图 5 带束层单元的应变能密度概况图

Fig. 5 The description of strain energy density of belt element

带束层的重量变化可用下式表示:

$$W = \sum_{i=1}^n [A_i L_i (d_i^b - d_i^r)] \quad (8)$$

式中:  $W$  为带束层的重量变化,  $A_i$  为第  $i$  层带束层的横截面积变化,  $L_i$  为第  $i$  层带束层沿圆周方向的长度,  $d_i^b$  为第  $i$  层带束层的密度,  $d_i^r$  为第  $i$  层带束层侧面橡胶的密度。

带束层的周长可用下式表示:

$$L_i = (r_i^u + r_i^l) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (9)$$

式中:  $r_i^u$  为第  $i$  层带束层的外环半径,  $r_i^l$  为第  $i$  层带束层的内环半径。

将式(9)代入式(8)可得

$$W = \sum_{i=1}^n [r_i^u + r_i^l] w_i h_i (d_i^b - d_i^r) \quad (10)$$

其中:  $w_i$  为第  $i$  层带束层的宽度变化,  $h_i$  为第  $i$  层带束层的厚度。

综上所述, 10.00R20 型载重子午胎的带束层结构优化数学模型可表示为

$$\begin{array}{ll} \min & [E_{\max}, W] \\ \text{设计变量} & [i, w_i] \quad (i = 1, \dots, n) \\ \text{约束条件} & [i^L, i^U] \quad (i = 1, \dots, n) \\ & w_i^L \leq w_i \leq w_i^U \quad (i = 1, \dots, n) \end{array} \quad (11)$$

式中:  $[i^U]$  和  $[i^L]$  分别为  $[i]$  的上、下边界,  $w_i^U$  和  $w_i^L$  分别为  $w_i$  的上、下边界,  $n$  为带束层数。

#### 4.2 遗传搜索过程

采用自编的 Pareto 遗传算法对上述数学模型进行优化求解, 设计变量为带束层角度和两层带束层的宽度  $w_1$  和  $w_2$ , 目标函数为带束层的耐久性和带束层的重量变化, 群体大小(指整个群体)为 80, 进化代数为 100, 搜索结果见图 6。

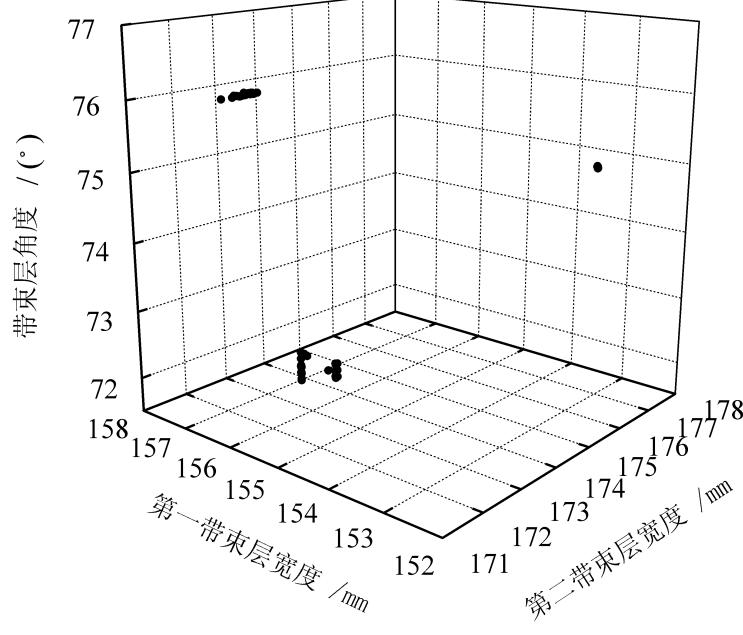


图 6 遗传搜索结果(100 代)

Fig. 6 The result of genetic search(100 epoch)

由图 6 可以看出, Pareto 最优解集合散布于几个区域, 而不是集中在某一个区域, 具有很好的分散

性, 这正是求解多目标优化问题所希望得到的结果。

#### 4.3 结果分析和讨论

从求得的 Pareto 最优解集合中选择一个适当解作为最优解, 并根据它建立轮胎三维有限元模型。采用哈尔滨工业大学复合材料研究所开发的轮胎专用三维有限元分析软件对该模型进行分析(轮胎行驶速度为 90 km/h, 下沉量为 30 mm), 并将分析结果与原胎分析数据进行对比, 比较结果见表 1。

表 1 优化胎与原胎的分析数据对比

Table 1 Comparison for analysis data between the optimized tire and the original tire

分析结果(带束层)	原胎	优化胎	变化率 / %
最大应变能密度 / (J · cm <sup>-3</sup> )	0.039333722	0.029739386	- 24.392
应变能密度的 偏度值	0.098215752	0.084909481	- 13.548
端部最大应变能 密度 / (J · cm <sup>-3</sup> )	0.039333722	0.022247788	- 43.438
端部应变能密度的 偏度值	0.055264059	0.029341732	- 46.906
重量变化 / kg	-	- 0.058143617	-
总体评价值	0.6772	0.9131	34.835

总体评价值可用来评价轮胎的综合性能, 它可由下式求出:

$$\begin{aligned} \text{总体评价值} = & w_1 \cdot 1 - \frac{f_1 - f_1^{\min}}{f_1^{\max} - f_1^{\min}} + \\ & w_2 \cdot 1 - \frac{f_2 - f_2^{\min}}{f_2^{\max} - f_2^{\min}} \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $f_1$ 、 $f_2$  分别为带束层的应变能密度最大值和带束层的重量变化(负值表示重量减少),  $f_1^{\min}$ 、 $f_2^{\min}$  分别为设计范围内最小的带束层应变能密度最大值和最小的带束层重量变化,  $f_1^{\max}$ 、 $f_2^{\max}$  分别为设计范围内最大的带束层应变能密度最大值和最大的带束层重量变化。 $w_1$ 、 $w_2$  为权值(见式(3)), 两者之和为 1。根据设计问题的实际情况, 在一定范围内改变  $w_1$ 、 $w_2$  的比值, 可获得多组  $f_1$  和  $f_2$ , 将它们与权值一起代入式(12), 可得到多个不同的总体评价值, 选择其中最大的总体评价值所对应的权值作为  $w_1$ 、 $w_2$  的值, 这里  $w_1$  为 0.8,  $w_2$  为 0.2。

由表 1 可看出, 带束层结构优化后总体评价值从优化前的 0.6772 增加到 0.9131, 涨幅达到 34.835%, 而且无论是带束层的最大应变能密度(包括偏度值), 还是带束层端部的最大应变能密度(包

括偏度值), 优化胎都明显小于原胎, 同时重量也较轻, 说明该优化设计达到了预期的效果。

图 7 为优化胎与原胎的带束层单元应变能密度最大值及其偏度值的对比图。从图中可看出, 带束层结构优化后, 其端部的最大应变能密度及其偏度值较原胎有很大下降, 而其它位置则变化不大, 说明该优化设计改善了带束层区域的应变能密度分布状况。

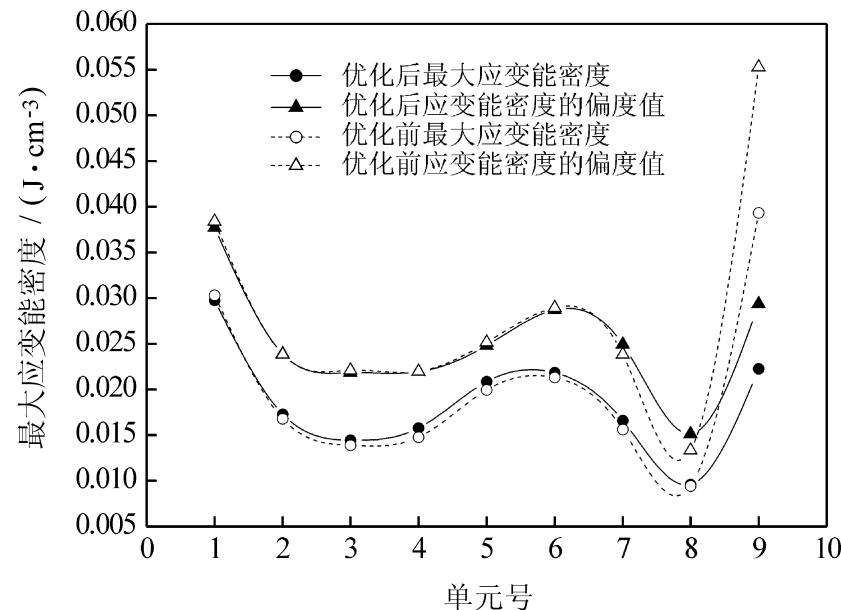


图 7 优化胎与原胎的带束层单元应变能密度最大值及其偏度值对比

Fig. 7 Comparison for maximum strain energy density and deviation of belt element between the optimized tire and the origin tire

从上面的分析和对比可看出, 无论从总体评价值来说, 还是从各个子目标函数来说, 优化胎都要好于原胎, 说明采用 Pareto 遗传算法优化轮胎带束层结构达到了预期的目的。

## 5 结 论

(1) 本文作者在轮胎结构优化设计中应用一种基于共享小生境技术的遗传算法, 用来求解多目标优化问题的 Pareto 最优解集合。

(2) 从 Pareto 遗传算法的搜索结果可以看出, 求得的 Pareto 最优解集合具有很好的分散性, 这正是求解多目标优化问题所希望得到的结果。

(3) 三维有限元分析结果表明, 采用 Pareto 遗传算法优化轮胎带束层的结构达到了预期的目的。

(4) 该遗传算法不但可用于轮胎结构的多目标优化, 还可推广到其它复合材料制件的多目标优化

问题上去。

### 附录:

偏度值用来表征指定区域相关力学参数分布的均匀程度, 它可用下式表示:

$$Y = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n (M_i - M)^2 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

式中:  $M_i$  为该力学参数在  $i$  单元上的值,  $M$  为该力学参数在指定区域上的平均值。

### 参 考 文 献:

- [1] 梁守智, 谢递志. 充气轮胎理论基础 [M]. 北京橡胶设计院轮胎研究室, 1990.
- [2] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [3] Holland J H. Adaptation in Natural and Artificial System [M]. Michigan: The University of Michigan Press, 1975. 10- 56.
- [4] 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法(第二册)——遗传算法 [M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- [5] Cheng F Y, Li D. Genetic algorithm development for multiobjective optimization of structures [J]. AIAA Journal, 1998, 36 (6): 1105- 1112.
- [6] 刘宝碇, 赵瑞清. 随机规划与模糊规划 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
- [7] 谢楠, 陈英俊. 遗传算法的改进策略及其在桥梁抗震优化设计中的应用效果 [J]. 工程力学, 2000, 17(3): 31- 36.
- [8] 黄洪钟. 机械设计模糊优化原理及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [9] 吴志远, 邵惠鹤, 吴新余. 基于遗传算法的退火精确罚函数非线性约束优化方法 [J]. 控制与决策, 1998, 13(2): 136- 140.
- [10] Ridha R A. Advance in Tire Mechanics [M]. Rapra Technology Ltd, 1994.
- [11] Weiss M, Tsujimoto S, Yoshinaga H. Belt construction optimization for tire weight reduction using the finite element method [J]. Tire Science and Technology, 1993, 21(2): 120- 134.
- [12] Tretyakov O B, Sokolov S L. Tire design theory based on optimization of stress-strain cycles of its elements (CSSOT) [J]. Tire Science and Technology, 1990, 17(2): 33- 37.
- [13] Ogawa H, Furuya S, Kosaki H, et al. A study on the contour of the truck and bus radial tire [J]. Tire Science and Technology, 1990, 18(4): 236- 261.
- [14] De Eskinazi J, Ishihara K, Volk H, et al. Towards predicting relative belt edge endurance with the finite element method [J]. Tire Science and Technology, 1990, 18(4): 216- 235.