

文章编号: 1000-3851(2009)01-0162-06

点阵材料夹芯简支梁在冲击载荷下的动力响应

朱小芹, 刘 华*

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘要: 首先给出了两端可移点阵材料夹芯简支梁受到均布冲击载荷时的刚塑性动力响应分析, 然后将理论预测的夹芯梁中点的最大挠度和结构响应时间与有限元结果进行了比较, 理论预测结果与有限元计算结果一致性较好。通过与质量和材料相同的单层实心梁进行对比分析, 证实了点阵材料夹芯简支梁具有很好的抗冲击性能。通过对四棱锥夹芯简支梁进行拓扑构型设计, 发现两端可移夹芯简支梁的最大挠度和结构响应时间对芯层的相对密度和相对厚度、面板与杆元的夹角十分敏感。随着夹芯梁所承受的单位面积冲量增大, 夹芯梁中点的挠度增大。通过对由应变率敏感的 304 不锈钢制成的四棱锥桁架夹芯梁进行精细有限元分析, 发现当考虑应变率效应时, 梁的最大挠度小于不考虑应变率时的最大挠度。

关键词: 点阵材料; 夹芯梁; 动力响应; 有限元

中图分类号: O347 文献标志码: A

Dynamic response of simply supported sandwich beams with lattice truss cores subjected to impulsive loadings

ZHU Xiaoqin, LIU Hua *

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A rigid-plastic analytical model is developed for the dynamic response of a sandwich beam with lattice truss cores. The beam is simply supported at the ends without axial restraints, and the impulsive loads are uniformly distributed over the span. The maximum deflection and structural response time of the sandwich beam predicted by the rigid-plastic theory and three-dimensional FEM are compared. It is found that the theoretical predictions of the maximum deflection and structural response time are in good agreement with those of FEM, and sandwich beams with lattice truss cores can offer superior shock resistance to impulsive loadings in comparison with monolithic beams of the same mass and material. Through an optimal design for the pyramidal cores, it is revealed that the dynamic response of the simply supported sandwich beam without axial restraints is sensitive to the relative density and thickness of the lattices truss core, and the angle of inclination between truss and face sheet. As the applied impulse per unit area is enhanced, the maximum deflection of the sandwich beam increases. Refined finite element modeling of the pyramidal truss core sandwich beam made from strain-rate sensitive 304 stainless steel is employed. The finite element calculations reveal that the maximum deflection of the sandwich beam is decreased as the strain-rate effect is considered.

Keywords: lattice truss cores; sandwich beam; dynamic response; FEM

夹芯结构是由上下面层为高强度的弹塑性材料、中间的芯材为厚而密度较低的材料复合而成的一种结构。常见的芯层有泡沫夹芯^[1]、蜂窝夹芯^[2]等, 最近, Fleck 等人^[3]提出了一种新的夹芯, 即点阵材料夹芯。点阵材料是通过模拟分子点阵构型而设计的含静不定、静定的多孔有序微结构, 常见的

拓扑构型包括 Kagomé 结构、八面体结构、四面体桁架结构和四棱锥桁架结构等。研究表明, 点阵材料的面内和面外杨氏模量分别比蜂窝材料等轻质材料高 2 个和 1 个数量级以上^[4]。目前国内外关于点阵材料夹芯结构的力学性能研究方兴未艾, 国外的 Hutchinson、Evans、Wicks 等人^[5-7]和国内方岱

宁^[8]、卢天健^[9]、程耿东^[10]等学者的研究, 主要集中于不同拓扑构型的点阵材料在静态或准静态加载时的弹塑性失效、点阵材料的制备、优化设计和制动等方面。但在航空航天飞行器的设计中通常要考虑结构或部件受到撞击或爆炸等短时强动载荷的作用, 结构或部件的变形发生快速的变化, 即需处理弹塑性体的动力学问题。Fleck 和 Deshpande^[11]建立了两端固支的夹芯梁在均布冲击载荷作用下的刚塑性动力响应模型, 比较了质量相等、材料相同的单层实心梁和夹芯梁受到均匀冲击载荷时的有限变形响应, 并与有限元分析作了对比; Qiu、Deshpande、Fleck^[12]进一步研究了单层实心梁和夹芯梁在中部受到局部均匀冲击载荷时的有限变形响应。本文中将对受均布冲击载荷作用的轴向可移点阵材料夹芯简支梁进行刚塑性动力响应分析, 利用有限元软件进行建模并分析点阵材料夹芯梁在没有轴向约束时在均布冲击载荷下的变形及结构响应时间, 将理论预测与有限元结果进行比较, 并对轴向可移夹芯简支梁进行几何拓扑构型优化设计。

1 理论模型的建立

1.1 四棱锥桁架夹芯的等效材料参数

轴向不受约束的四棱锥桁架夹芯梁如图 1(a)所示, 简支梁长为 $2L$, 上下层面板厚度均为 h_f , 夹芯厚度为 h_c 。上下层面板及夹芯均由相同的材料构成。面板的屈服应力为 σ_y , 密度为 ρ , 泊松比为 μ 。图 1(b)为四棱锥桁架夹芯的示意图, 其中夹芯的杆元长度为 l , 圆截面杆元半径为 a , 四棱锥桁架夹芯杆元与面板的夹角为 β , 夹芯的等效屈服应力为 σ_y^e , 等效弹性模量为 E_e 。夹芯的相对密度 $\bar{\rho}$ 定义为夹芯的等效密度 ρ_e 与面板密度 ρ 之比, 即 ρ_e/ρ , 四棱锥桁架夹芯的等效材料参数为^[13]

$$\bar{\rho} = \frac{2\pi}{\cos^2 \beta \sin \beta} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{E_e}{E} = \frac{2\pi \sin^3 \beta}{\cos^2 \beta} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_y^e}{\sigma_y} = \frac{2\pi \sin \beta}{\cos^2 \beta} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \quad (3)$$

1.2 夹芯简支梁在均布冲击载荷作用下的刚塑性动力响应模型

基于 Fleck 和 Deshpande^[11]关于夹持夹芯梁在冲击载荷下的动力响应分析, 将轴向可移点阵材料

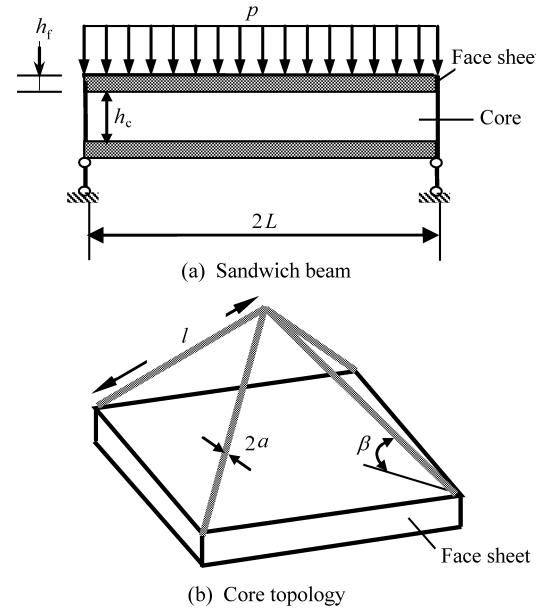


图 1 受冲击载荷作用的点阵材料夹芯梁

Fig. 1 Sandwich beam with lattice truss cores subjected to impulsive loadings

夹芯简支梁承受均布冲击载荷作用时的动力响应分为 3 个阶段。

1.2.1 芯层压实阶段

假设夹芯梁受到载荷幅值为 p_0 , 持续时间为 t_d 的矩形脉冲载荷作用。上层面板单位面积所受冲量 $I = p_0 t_d$ 。面板与芯层为理想联接。由于受到均匀冲击载荷作用, 夹芯梁的上层面板获得均匀初速度后, 芯层会受到上层面板的压缩, 上层面板减速, 下层面板和芯层加速, 不考虑弯曲仅考虑压缩, 根据能量和动量守恒可以计算出夹芯结构上下层面板和芯层的共同运动速度为

$$v_0 = I / (2\rho h_f + \rho_e h_c) \quad (4)$$

设 U_{lost} 是在芯层压实过程中塑性变形所消耗的能量。芯层沿高度方向的平均压缩应变 ϵ_c 为^[12]

$$\epsilon_c = \frac{\bar{I}^2}{2\bar{\sigma}_n \bar{h}_c^2 \bar{h}_f} \cdot \frac{\bar{h}_f + \bar{\rho}}{2\bar{h}_f + \bar{\rho}} \quad (5)$$

其中: $\bar{I} = I / (L \sqrt{\rho \sigma_y})$; $\bar{\sigma}_n = \sigma_y^e / \sigma_y$; $\bar{h}_c = h_c / L$; $\bar{h}_f = h_f / h_c$ 。当 U_{lost} 足够大, 使计算出的 ϵ_c 大于最大压实应变 ϵ_D 时, 令 $\epsilon_c = \epsilon_D$ 。压实后芯层的厚度变为 $h'_c = (1 - \epsilon_c) h_c$ 。⁽⁶⁾

芯层的无量纲压缩时间 \bar{T}_c 为

$$\bar{T}_c \equiv \frac{T_c}{L \sqrt{\rho / \sigma_y}} \quad (7)$$

$$= \begin{cases} \frac{\bar{I}}{2\sigma_n} & \text{当 } \bar{I}^2 < 4\bar{\sigma}_n \bar{h}_c^2 \bar{h}_f \epsilon_D, \\ \frac{\bar{I}}{2\sigma_n} \left(1 - \sqrt{1 - 4\bar{\sigma}_n \bar{h}_c^2 \bar{h}_f \epsilon_D / \bar{I}^2}\right) & \text{其它.} \end{cases} \quad (7)$$

式中, $\epsilon_D = 0.5$ 。

另外, 夹芯梁的塑性极限弯矩 M_p 压缩前为

$$M_{pu} = [\sigma_y(2h_f + h_c)^2 - \sigma_y h_c^2 + \sigma_y^c h_c^2]/4 \quad (8)$$

压缩后为

$$M_{pc} = [\sigma_y(2h_f + h'_c)^2 - \sigma_y h_c'^2 + \sigma_y^c h_c'^2 / (1 - \epsilon_c)]/4 \quad (9)$$

1.2.2 移行铰相

该相任意时刻移行铰位于 ξL 处的变形机构如图 2 所示, $B(B')$ 是铰点, BB' 段保持水平直线并以速度 v_0 前进, $AB(A'B')$ 已获得曲率, ω 为是 $A(A')$ 处转角。

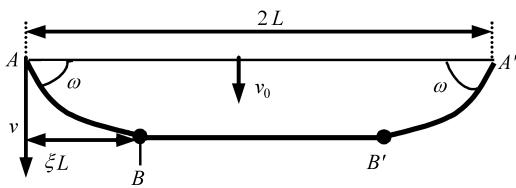


图 2 移行铰相变形机构

Fig. 2 Diagram of sandwich beam in traveling hinge phase

随着能量的不断消耗, 两个移行铰分别向梁的中部运动, 当这两个铰在梁的中点相遇时, 移行铰相结束^[14]。

1.2.3 固定铰相

固定铰相的变形机构如图 3 所示, 该相维持移行铰相结束时的变形机构, 直至梁的全部动能耗尽, 整个梁的停止时间为

$$t_f = T_c + \frac{v_0 m L^2}{2M_{pc}} \quad (10)$$

$$\text{其中 } m = 2\rho h_f + \rho_c h_c \quad (11)$$

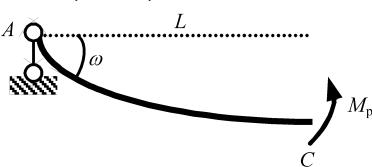


图 3 固定铰相变形机构

Fig. 3 Diagram of half sandwich beam in fixed hinge phase

梁中点的最终挠度为

$$W = \frac{v_0^2 m L^2}{3M_{pc}} \quad (12)$$

将式(10)和式(12)写成无量纲形式, 即

$$\bar{W} \equiv W/L$$

$$= \frac{4\bar{I}^2}{3\bar{h}_c^3(2\bar{h}_f + \bar{\rho})[(1 - \epsilon_c + 2\bar{h}_f)^2 - (1 - \epsilon_c)^2 + \bar{\sigma}_n(1 - \epsilon_c)]} \quad (13)$$

$$\bar{T} \equiv \frac{T}{L \sqrt{\rho/\sigma_y}} = \bar{T}_c + \frac{2\bar{I}}{\bar{h}_c^2[(1 - \epsilon_c + 2\bar{h}_f)^2 - (1 - \epsilon_c)^2 + \bar{\sigma}_n(1 - \epsilon_c)]} \quad (14)$$

另外, 若实心梁的材料与夹芯梁面板的材料相同, 则夹芯梁和实心梁质量分别为

$$M_{\text{sandwich}} = (2h_f + \bar{\rho} h_c) \rho b L,$$

$$M_{\text{solid}} = \rho b h L. \quad (15)$$

其中 h 为实心梁的高度, 当实心梁和夹芯梁的质量相等时, 有

$$2h_f + \bar{\rho} h_c = h \quad (16)$$

实心梁的最大位移和响应时间为^[14]

$$W = \frac{\lambda}{3} h \quad (17)$$

$$T = \frac{v_0 \rho h L^2}{2M_0} \quad (18)$$

式中: $\lambda = v_0^2 \rho L^2 / M_0$; $v_0 = I / (\rho h)$; $M_0 = \sigma_y h^2 / 4$ 。将式(17)和式(18)无量纲化得到

$$\bar{W} \equiv \frac{W}{L} = \frac{4\bar{I}^2}{3\bar{h}^3} \quad (19)$$

$$\bar{T} \equiv \frac{T}{L \sqrt{\rho/\sigma_y}} = \frac{2\bar{I}}{\bar{h}^2} \quad (20)$$

式中, $\bar{h} = h/L$ 。

2 理论预测与有限元结果的对比

四棱锥夹芯梁如图 1 所示, 计算时取夹芯梁的面板参数为: $L = 1 \text{ m}$, $b = 0.4 \text{ m}$, $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$, $\sigma_y = 580 \text{ MPa}$, $E = 200 \text{ GPa}$, $\mu = 0.3$; 芯层参数为: $h_c = 0.08 \text{ m}$, $a/l = 0.076$, $\mu = 0.3$, β 在 36° 到 65° 之间变化。假设实心梁厚度 $h = 0.04 \text{ m}$, 由实心梁和夹芯梁质量相等的条件式(16), 可以计算出夹芯梁的面板厚度 h_f , 并按照式(1)~式(3)计算出芯层的等效参数。取 $I = 8800 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 进行计算, 利用 PATRAN 和 DYTRAN 软件进行建模和分析, 沿宽度和长度方向分别划分为 10 个和 40 个单元, 上下面板和芯层沿高度方向分别划分为 2 个和 8 个单元。面板和芯层均采用 hex8 拉格朗日体单元, 材料为理想弹塑性材料(DYMAT24), 服从 Von - Mises 屈服条件, 且不考虑材料的应变率效应和结构断裂。

图 4 给出了质量和材料相同的实心梁和夹芯梁受到相同均布冲击载荷时的结构响应时间和梁中点最大挠度的理论结果和有限元计算结果。在图 4

中, \bar{W}_{theory} 和 \bar{W}_{FEM} 分别表示理论和有限元预测的夹芯梁最大挠度, \bar{T}_{theory} 和 \bar{T}_{FEM} 分别表示理论和有限元预测的夹芯梁响应时间。 $\bar{W}_{\text{monolithic}}$ 和 $\bar{T}_{\text{monolithic}}$ 分别表示理论预测的实心梁最大挠度和响应时间。由图 4 可以看出, 理论预测的最大挠度和响应时间随杆元与面板夹角 β 的变化规律基本一致。由图 4(a)可以看出, 夹芯简支梁中点最大挠度的理论预测结果略小于有限元结果。在有限元计算中给出的响应时间为梁中点第 1 次达到位移峰值的时间。由图 4(b)可以看出, 结构响应时间的理论预测值略大于有限元结果。由图 4 还可以看出, 相同质量和材料的夹芯简支梁抵抗冲击的能力比单层实心简支梁好很多。相同载荷条件下, 夹芯简支梁中点的最大挠度约为实心简支梁的 $1/4$ 至 $1/3$ 。

3 夹芯梁的优化设计

由式(16)可以将夹芯梁面板的无量纲高度表示为

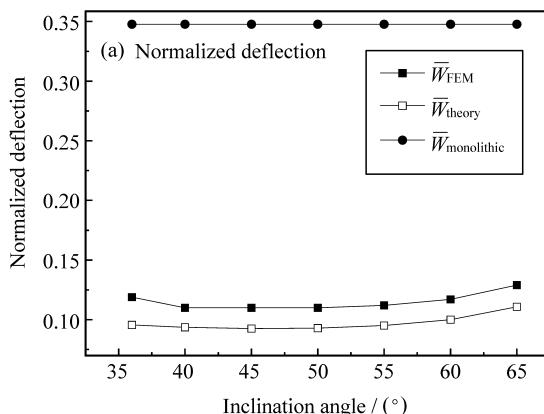


图 4 点阵材料夹芯简支梁理论结果与有限元结果对比

Fig. 4 Comparison of analytical and three-dimensional FEM predictions for sandwich beam with lattice truss cores

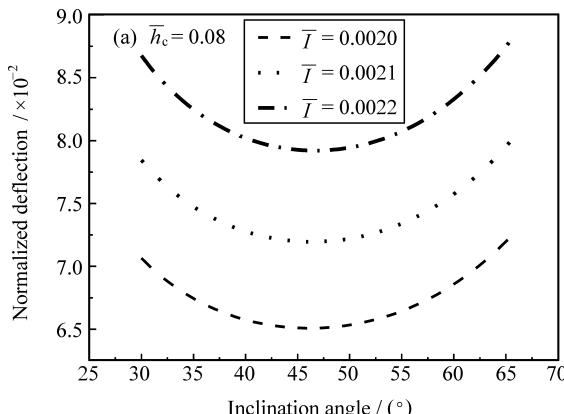


图 5 杆元与面板夹角及芯层相对高度对点阵材料夹芯梁无量纲最大挠度的影响

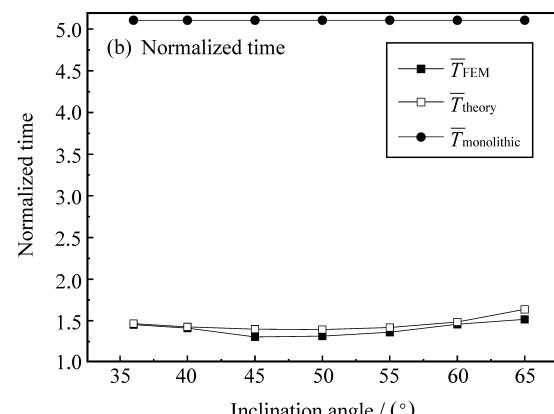
Fig. 5 Effects of inclination angle of core members and relative core thickness on normalized maximum deflection of sandwich beam with lattice truss cores

$$\bar{h}_f = \gamma/2 - \bar{\rho}/2 \quad (21)$$

其中, $\gamma = h/h_c$ 。

图 5(a)给出了当 $\bar{h}_c = 0.08$ 、杆元与面板的夹角 β 由 30° 变化至 65° , 单位面积无量纲冲量 \bar{I} 分别取为 0.0020 、 0.0021 、 0.0022 时的最大无量纲挠度图。由图 5(a)可以看出当夹芯梁的芯层高度 \bar{h}_c 给定时, 夹芯梁中点的最大挠度约在 $\beta = 45^\circ \sim 47^\circ$ 处取极小值, 此时 $\bar{\rho} = 0.1026 \sim 0.1067$; 同时还可以看出, 随着单位面积无量纲冲量 \bar{I} 的增大, 极值增大。

图 5(b)给出了当 $\beta = 46^\circ$ 、芯层高度 \bar{h}_c 由 0.05 变化至 0.23 , 单位面积无量纲冲量 \bar{I} 分别取 0.0020 、 0.0021 、 0.0022 时的最大无量纲挠度图。从图 5(b)可以看出, 当杆元与面板的夹角 β 给定时, 梁中点的最大挠度约在 $\bar{h}_c = 0.160 \sim 0.164$ 处



达到极小值,而且随着单位面积无量纲冲量 \bar{I} 的增大,极值增大。

4 应变率效应对夹芯梁最大挠度的影响

为考察应变率效应对受到均布冲击的点阵材料夹芯简支梁中点最大挠度的影响,对真实的四棱锥桁架夹芯梁建立了精细有限元模型,如图 6 所示。但由于对夹芯的每根杆件建模并进行冲击响应的计算非常耗时,所以采用尺寸较小的夹芯梁进行计算。夹芯梁的面板与芯层均选用相同应变率敏感材料 304 不锈钢,服从 Cowper - Symonds 动态本构关系,即

$$d\epsilon/dt = D(\sigma_y^D/\sigma_y - 1)^P \quad (22)$$

其中: σ_y^D 为动态塑性极限弯矩, $\sigma_y = 205 \text{ MPa}$, $P = 10$, $D = 100 \text{ s}^{-1}$, $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$, $E = 102.5 \text{ GPa}$, $\mu = 0.3$ 。取 $L = 6.08 \times 10^{-2} \text{ m}$, $b = 1.87 \times 10^{-2} \text{ m}$, $h_f = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $h_c = 8.165 \times 10^{-3} \text{ m}$, $a/l = 0.076$, $\beta = 51^\circ$ 。

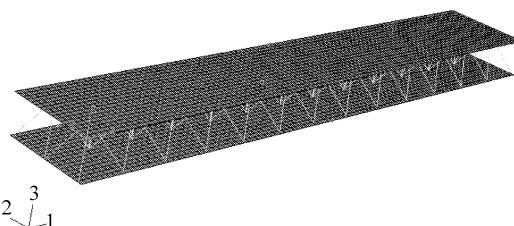


图 6 四棱锥夹芯梁有限元模型

Fig. 6 FEM model for pyramidal core sandwich beam

图 7 给出了由 304 不锈钢制成的四棱锥夹芯简支梁考虑和不考虑应变率效应时的无量纲最大挠度随无量纲冲量的变化情况。从图 7 可以看出考虑和

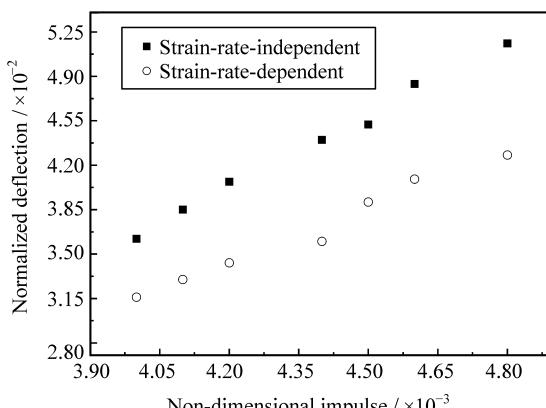


图 7 应变率效应对四棱锥夹芯梁无量纲最大挠度的影响

Fig. 7 Effects of strain rate on normalized maximum deflection of pyramidal truss core sandwich beam

不考虑应变率效应时的最大挠度随无量纲冲量的变化规律基本一致。当考虑应变率效应时,塑性极限弯矩将随着曲率变化率的增加而增加,因此考虑应变率效应时的最大挠度比不考虑应变率效应时小一些,说明对于由应变率敏感材料制成的夹芯梁,应变率效应不能忽略。

5 结 论

利用有限元方法和刚塑性理论分析了轴向不受约束夹芯简支梁受均布冲击载荷时的动力响应,得到如下结论。

- (1) 与等质量的单层实心梁相比,夹芯简支梁具有很好的抗冲击能力。
- (2) 芯层高度、面板与杆元的夹角和冲量对夹芯梁中点最大挠度具有显著的影响。
- (3) 当芯层的相对密度选为 $0.1026 \sim 0.1067$, 杆元与面板的夹角取为 $45^\circ \sim 47^\circ$, 夹芯厚度 \bar{h} 取为 $0.160 \sim 0.164$ 时,夹芯梁抵抗冲击性能最好。
- (4) 对于由应变率敏感材料制成的点阵材料夹芯梁,应变率效应不能忽略。

参 考 文 献:

- [1] 邓爱民, 张佐光, 李敏, 等. Z 向增强泡沫夹芯阻燃复合材料力学性能[J]. 复合材料学报, 2007, 24(5): 50-54.
Deng Aimin, Zhang Zuoguang, Li Ming, et al. Mechanical properties of Z -direction reinforced foam core sandwich fire-resistant composite [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(5): 50-54.
- [2] 邱志平, 林强. 蜂窝夹层复合材料结构非线性传热分析[J]. 复合材料学报, 2005, 22(5): 147-154.
Qiu Zhiping, Lin Qiang. Nonlinear heat transfer of honeycomb sandwich composite material structure [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(5): 147-154.
- [3] Deshpande V S, Fleck N A, Ashby M F. Effective properties of the octet-truss lattice material [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2001, 49(8): 1747-1769.
- [4] 方岱宁, 郭海成, Soh A K, 等. 轻质点阵材料的力学行为分析 [C]// 首届全国航空航天领域中的力学问题学术研讨会. 成都: 中国力学学会, 2004.
Fang Daining, Guo Haicheng, Soh A K, et al. Mechanical analysis of lightweight lattice materials [C]// The First Workshop on Mechanical Problems in Aeronautics and Astronautics. Chengdu: The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2004.
- [5] Hutchinson R G, Wicks N, Evans A G, et al. Kagomé plate structures for actuation[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(25): 6969-6980.

- [6] Wicks N, Hutchinson J W. Optimal truss plates [J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(30/31): 5165-5183.
- [7] Wicks N, Hutchinson J W. Performance of sandwich plates with truss cores[J]. Mechanics of Materials, 2004, 36(8): 739-751.
- [8] 范华林, 方岱宁. 胞元材料拓扑构型与力学性能的相关性[J]. 清华大学学报, 2007, 47(11): 2069-2072.
Fan Hualin, Fang Daining. Relation between topology and mechanical properties of cellular materials [J]. Journal of Tsinghua University, 2007, 47(11): 2069-2072.
- [9] Liu T, Deng Z C, Lu T J. Structural modeling of sandwich structures with lightweight cellular cores[J]. Acta Mechanica Sinica, 2007, 23(5): 545-559.
- [10] 阎军, 程耿东, 刘书田, 等. 周期性点阵类桁架材料等效弹性性能预测及尺度效应[J]. 固体力学学报, 2005, 26(4): 421-428.
Yan Jun, Cheng Gengdong, Liu Shutian, et al. Prediction of equivalent elastic properties of truss materials with periodic microstructure and the scale effects[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2005, 26(4): 421-428.
- [11] Fleck N A, Deshpande V S. The resistance of clamped sandwich beams to shock loading [J]. Journal of Applied Mechanics, 2004, 71(1): 386-401.
- [12] Qiu X, Deshpande V S, Fleck N A. Impulsive loading of clamped monolithic and sandwich beams over a central patch [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2005, 53(5): 1015-1046.
- [13] Deshpande V S, Fleck N A. Collapse of truss core and sandwich beams in 3-point bending[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(36/37): 6275-6305.
- [14] 王仁, 熊祝华, 黄文彬. 塑性力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1982: 493-496.
Wang Ren, Xiong Zhuhua, Huang Wenbin. Foundation of plastic mechanics [M]. Beijing: Science Press, 1982: 493-496.