

新型手性蜂窝结构设计与力学分析

刘卫东 陈浩波 郭苏 阚阚

Design and mechanical analysis of a novel chiral honeycomb structure

LIU Weidong, CHEN Haobo, GUO Su, KAN Kan

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240824.007>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种新型手性负泊松比结构的减振性能

Damping performance of a new chiral negative Poisson's ratio structure

复合材料学报. 2024, 41(1): 477–484 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20230609.001>

新型反手性蜂窝结构的面内拉伸弹性

In-plane tensile elasticity of a novel anti-tetrachiral cellular structure

复合材料学报. 2023, 40(8): 4849–4861 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20221107.003>

弧边内凹蜂窝负泊松比结构的力学性能

Mechanical properties of arc concave honeycomb structure with negative Poisson's ratio

复合材料学报. 2022, 39(7): 3570–3580 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210729.003>

复合材料负泊松比格栅结构设计及力学性能评价

Structural design and mechanical characterization of an auxetic advanced grid structure composite

复合材料学报. 2021, 38(4): 1107–1114 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200623.002>

韧带型手性结构固有频率优化

Natural frequencies optimization of hexagonal chiral structures

复合材料学报. 2019, 36(12): 2984–2989 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190401.001>

新型星-菱形负泊松比蜂窝结构的动态力学特性

Dynamic mechanical properties of novel star-rhombic negative Poisson's ratio honeycomb structure

复合材料学报. 2024, 41(9): 4882–4893 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240308.001>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

新型手性蜂窝结构与力学分析

刘卫东¹, 陈浩波¹, 郭苏², 阚阚^{*1}

(1. 河海大学 电气与动力工程学院, 南京 210000; 2. 河海大学 新能源学院, 常州 213000)



分享本文

摘要: 当前手性蜂窝结构的研究除了关注结构本身所用材料以外, 通过改变单元内部拓扑组合以提升力学性能成为绝大部分研究的重点, 而大部分现有的手性蜂窝结构中都存在既会带来更大的结构刚度、同时也会增加整体结构质量的刚性大中心节点。针对现状, 本文提出了一种易变形、延展性好的新型四手性细胞结构, 通过能量法理论推导了梁结构力学性能的数值解, 并用有限元方法进行了数值验证。通过参数分析, 讨论了该结构的力学性能。结果表明: 该负泊松比结构具有优异的力学表现, 等效弹性模量低至 10^{-6} , 且拥有最低为 -5.5 的大拉剪耦合系数范围。其等效弹性模量最低仅有 V 型梁结构的 10%, 等效剪切模量低于传统四手性蜂窝结构 (ATCS) 结构 2 个数量级; 力学性能调节范围也接近于 ATCS 的 1.5 至 2 倍。作为一种新型手性结构, 更低的等效弹性模量与范围更广的拉剪耦合系数在航空航天、船舶、医疗等领域有着巨大的应用潜力。

关键词: 四手性结构; 力学性能; 理论推导; 有限元验证; 负泊松比

中图分类号: O342; V257; TB330.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3851(2025)06-3548-13

Design and mechanical analysis of a novel chiral honeycomb structure

LIU Weidong¹, CHEN Haobo¹, GUO Su², KAN Kan^{*1}

(1. School of Electrical and Power Engineering, Hohai University, Nanjing 210000, China; 2. College of Renewable Energy, Hohai University, Changzhou 213000, China)

Abstract: The current research on chiral honeycomb structures not only focuses on the materials used for the structure itself but also emphasizes improving mechanical performance by altering the internal topological arrangements of the units. Most existing chiral honeycomb structures feature rigid central nodes that increase both structural stiffness and overall weight. Addressing this situation, this paper proposed a novel tetra-chiral cell structure characterized by easy deformability and good extensibility. Theoretical deductions of beam structure mechanics using energy methods were presented, along with numerical validations using finite element analysis. Through parameter analysis, the mechanical performance of this structure was discussed. Results indicate that this structure, with a negative Poisson's ratio, demonstrates excellent mechanical properties. It exhibits an equivalent elastic modulus as low as 10^{-6} and a large range of shear coupling coefficients as low as -5.5 . The equivalent elastic modulus is only 10% of that of a V-beam structure, and the equivalent shear modulus is lower by two orders of magnitude compared to an anti-tetra-chiral structures (ATCS) structure. The range of mechanical performance adjustment is also approximately 1.5 to 2 times that of the ATCS structure. As a new type of chiral structure, its lower equivalent elastic modulus and wider range of shear coupling coefficients present significant potential applications in aerospace, maritime, medical, and other fields.

Keywords: tetra-chiral structure; mechanical properties; theoretical derivation; finite element validation; negative Poisson's ratio

收稿日期: 2024-06-13; 修回日期: 2024-08-07; 录用日期: 2024-08-09; 网络首发时间: 2024-08-26 13:17:51

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240824.007>

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (52375240; 52379086); 江苏省创新支撑计划国际科技合作项目 (BZ2023047)

National Natural Science Foundation of China (52375240; 52379086); Jiangsu Innovation Support Programme for International Science and Technology Cooperation (BZ2023047)

通信作者: 阚阚, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为机械结构设计与优化理论 E-mail: kankan@hhu.edu.cn

引用格式: 刘卫东, 陈浩波, 郭苏, 等. 新型手性蜂窝结构与力学分析 [J]. 复合材料学报, 2025, 42(6): 3548-3560.

LIU Weidong, CHEN Haobo, GUO Su, et al. Design and mechanical analysis of a novel chiral honeycomb structure[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2025, 42(6): 3548-3560(in Chinese).

蜂窝结构^[1-9]作为多孔结构的一个分支,其轻量化、高强度、吸能性能良好^[10]等优点让它在汽车、航空航天、船舶等领域有着广泛应用,从而吸引了学者们的关注。**Papka**等^[11]制造了聚碳酸酯圆形蜂窝样品,并研究了其平面内单轴损坏行为,揭示了蜂窝结构优异的能量吸收性能。**Ashby**等^[12]通过建立解析模型研究了传统六边形蜂窝结构弹性,成为了蜂窝领域研究的指导标杆。**Masters**等^[13]在**Gibson**的理论基础上推导了凹角蜂窝结构的拉伸模量、剪切模量和泊松比的表达式。随着对蜂窝结构研究的不断深入,学者们发现通过改变蜂窝结构的拓扑形状,蜂窝结构的功能越来越多样化。**Xu**等^[14]通过理论建模的方法,计算出由传统六边形蜂窝与内凹蜂窝组合的混合蜂窝结构的弹性模量和极限强度,结果表明混合蜂窝结构具有更稳定、更优秀的力学性能。

手性结构作为一种特殊的蜂窝结构,不仅具有传统拉胀结构的特性,还具有更高的强度、刚度,以及更好的变形能力。**Wagner**等^[15]通过结合3D打印技术与形状记忆聚合物,设计并制作了最大可实现200%的面积变化的活性手性超材料。**Zhang**等^[16-17]将手工泡沫、开槽波浪板融入手性复合结构,探究了新型材料与结构对手性结构力学性能的影响。

随着对手性蜂窝结构的深入研究,反手性结构^[18-19]、超材料^[20-21]等概念开始引起学者们的关注。负泊松比作为手性蜂窝结构的一种特殊性质,其独特的拉胀特性使得手性蜂窝结构具有高比强度、高能量吸收率等优异性能。**Sha**等^[22]设计提出了具有负泊松比、大弹性变形能力、广泛硬化和大延展性的手性结构,并将其运用在金属玻璃上。**Lorato**等^[23]对手性蜂窝结构的面外弹性进行了系统研究,建立了结构的横向杨氏模量和横向剪切模量的解析模型,探究了蜂窝厚度对剪切性能的影响,并用单压缩和纯剪切试验进行了验证。**Lu**等^[24]研究了斜四手性蜂窝结构的拉胀现象,发现结构存在拉伸-剪切耦合效应,并给出了“有效泊松比”的概念及表达式。**Pan**等^[25]对具有圆形节点的手性晶格开展了实验与数值研究,探究了其力学性能。**Chen**等^[26]通过基于均匀化的有限元方法和力学试验发现手性蜂窝结构的线弹性常数和各向异性程度会因单元几何参数的改变产生较大的变化。

上述文献研究的手性蜂窝结构大多包含刚性

中心节点,且以直梁为主。**Ma**等^[27]深入探讨了弯曲马蹄形梁蜂窝结构的力学性能。**Liu**等^[28]分析了一种构型简约、无刚性中心节点的V型手性蜂窝结构的面内弹性。**Liu**等^[29]提出了一种无刚性中心节点的正弦曲梁手性蜂窝结构,相比V型手性蜂窝具有更高的柔性。无刚性中心节点的手性蜂窝结构由于取消了中心节点,其力学性能具有更加广阔的设计空间,受到变体飞行器、柔性机器人领域科研人员的广泛关注。

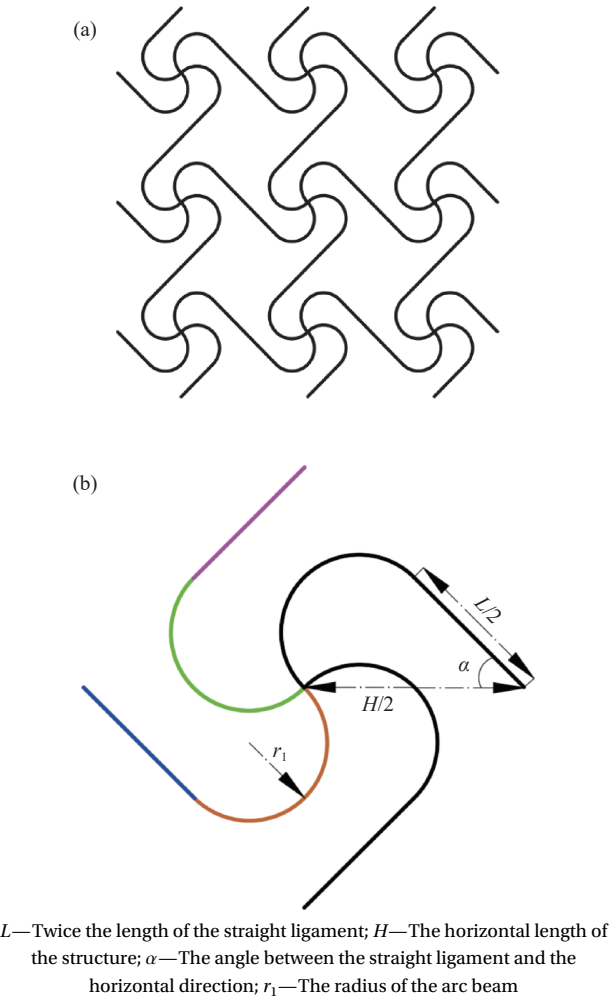
传统刚性中心节点手性蜂窝通常具有较高的刚性,无刚性中心节点的V型手性蜂窝构型简约,柔性相比前者有所提升,但在对结构柔性需求较高的工程领域,仍需开发具有更高变形能力的结构。采用曲线梁结构是提升蜂窝柔性的有效途径,受传统四手性蜂窝结构(ATCS)^[30]启发,借鉴V型蜂窝(VS)的简约构型和正弦梁蜂窝的柔性曲线构型,将ATCS的刚性中心节点圆韧带打断重排,转化为四条半圆弧韧带端部相连,在取消中心节点的同时,将直韧带与半圆弧韧带设计为一体相切结构。相对于已有的无刚性中心节点结构,将“化直为曲”的思想进一步拓展,通过改变曲线的类型(采用圆弧形结构),并将曲梁与直梁进行组合,形成了更具创新性的曲-直混合梁无刚性中心节点新型手性蜂窝结构,有望为构型简约、更易变形且拥有更大力学性能调节范围的柔性手性结构提供一种全新的选择。

本文分别用能量法和有限元模拟对所提出的新型手性结构的力学性能参数进行了理论推导和数值验证,讨论了相关尺寸参数对结构等效杨氏模量等力学指标的影响,并与ATCS和VS的力学性能进行了比较。最后,对该结构的优点和实际应用进行了总结。

1 结构组成和参数设置

本文提出的新型手性蜂窝结构见图1(a),其单元结构由4个半圆弧韧带与直韧带组成,直韧带与圆弧之间存在相切的关系,结构4条韧带在交点处成十字型,参数如图1(b)所示,其中 r 为圆弧半径, $L/2$ 为直韧带长度, t 和 b 分别为梁厚与梁宽。因此,可以定义一些无量纲系数: ζ 为 $2r/L$ (半径与直韧带长度之比), ξ 为 t/L (梁厚比), α 为直韧带与水平方向的夹角。

为了满足结构本身的合理性,必须满足以下要求:



L —Twice the length of the straight ligament; H —The horizontal length of the structure; α —The angle between the straight ligament and the horizontal direction; r_1 —The radius of the arc beam

图 1 新型手性结构及单元结构

Fig. 1 Novel chiral structure and its unit cell

$$\begin{cases} \frac{L}{2} \geq 2r \rightarrow \zeta \leq \frac{1}{2} \\ \left(\frac{L}{2}\right)^2 + (2r)^2 = \left(\frac{H}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (1)$$

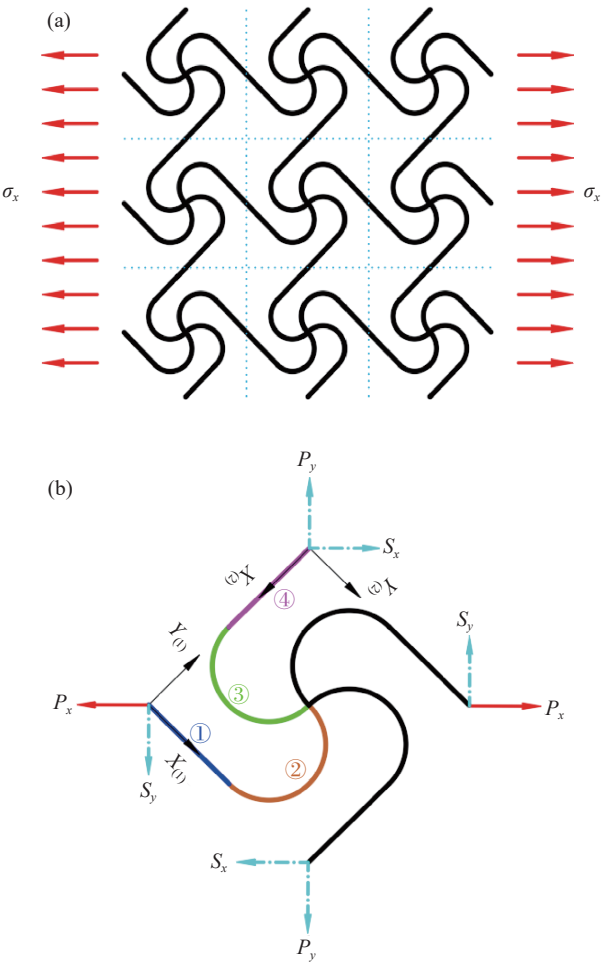
2 结构面内拉剪弹性

在本小节中, 根据文献 [31-34], 依据能量法中的卡氏第二定理对新型手性蜂窝单元结构进行理论研究, 计算出相关力学性能指标。运用这种方法研究时, 仅考虑梁的轴向内力和弯曲内力, 剪切力可以忽略不计。

2.1 面内拉伸弹性

因为单元结构旋转 90° 结构完全不变, X 、 Y 两个方向的拉伸载荷受力情况完全一致, 所以选取沿 X 方向讨论即可。

当结构受到 X 方向拉伸载荷作用时, 受力状况如图 2(a) 所示, 考虑到结构的周期性, 取 4 条虚线中的单元结构作为研究对象并进行受力分析,



σ_x —Horizontal tensile stress; P_x —The horizontal forces at the left and right endpoints; P_y —The vertical forces at the left and right endpoints; S_x —The horizontal forces on the upper and lower endpoints; S_y —The vertical forces on the upper and lower endpoints; ①②③④—The numbering of different beams

图 2 新型手性结构整体构型及单元构型受拉伸载荷的受力分析
Fig. 2 Force analysis of the overall configuration and the unit cell of the novel chiral structure under tensile load

如图 2(b) 所示, 因为单元结构关于中心对称, 拉伸载荷也是轴对称, 所以在拉伸载荷作用下, 单元结构的上、下两端处于平衡状态, 即无力无矩的状态 ($S_x=0$, $P_y=0$); 而左、右两端也不存在 Y 方向的力与力矩 ($S_y=0$), 为了读者更直观理解后面的理论推导, 图中用实线箭头代表实力, 虚线箭头表示虚力。

在图 2(b) 所示的坐标系中, 以左侧①号杆、②号杆为例, 其参数方程为

$$\begin{cases} y_1 = 0, x_1 \in \left[0, \frac{L}{2}\right] \\ x_2 = r \cos \theta + \frac{L}{2}, y_2 = r \sin \theta + r, \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \quad (2)$$

式中： y_1 和 x_1 表示 1 号梁 y 和 x 方向的参数方程； y_2 和 x_2 表示 2 号梁 y 和 x 方向的参数方程； θ 代表参数方程里的自变量。

如图 3 所示，梁①号杆任意截面 A 上的力 F_1 和弯矩 M_1 可表示为

$$\begin{cases} F_1 = P_x \cos \alpha - S_y \sin \alpha \\ M_1 = (S_y \cos \alpha + P_x \sin \alpha) x \end{cases} \quad (3)$$

其中： P_x 表示结构在左右两端点受到水平方向的力； S_y 表示结构在左右两端点受到竖直方向的力。

如图 4 所示，梁②号杆任意截面 A 上的拉力 F_2 和内部弯矩 M_2 可表示为

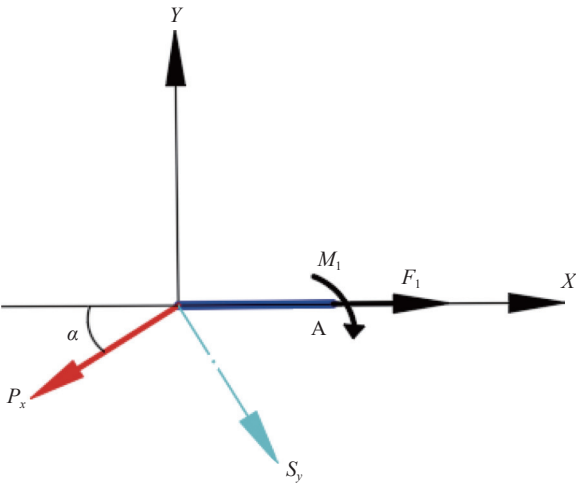
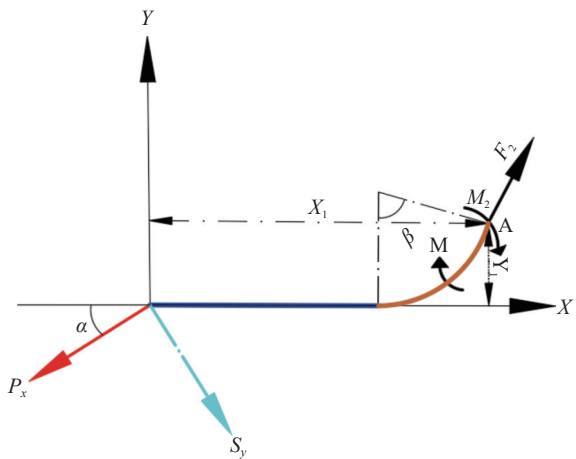


图 3 ①号梁上任意截面 A 的受力分析
Fig. 3 Force analysis of section A on beam ①



β —The central angle of an arc beam; M —Internal bending moment;
 X_1 —The distance from section A to the X-axis; Y_1 —The distance from section A to the Y-axis

图 4 ②号梁上任意截面 A 的受力分析
Fig. 4 Force analysis of section A on beam ②

$$\begin{cases} F_2 = (P_x \cos \alpha - S_y \sin \alpha) \cos \beta + (S_y \cos \alpha + P_x \sin \alpha) \sin \beta \\ M_2 = (S_y \cos \alpha + P_x \sin \alpha) X_1 - (P_x \cos \alpha - S_y \sin \alpha) Y_1 \end{cases} \quad (4)$$

其中： $X_i = r \cos \theta_i + L/2$ ， $Y_i = r \sin \theta_i + r$ ， $\beta_i - \theta_i = \pi/2$ ； β 为圆弧梁圆心角； X_1 为 A 截面到 X 轴的距离； Y_1 为 A 截面到 Y 轴的距离； X_i 和 Y_i 分别表示 i 号梁 X 和 Y 方向的参数方程； β_i 为 i 号圆弧梁圆心角。

由于结构具有对称性，单元结构在拉伸载荷作用下，总应变能 U 表示为

$$U = \left[\int \frac{(P_x \cos \alpha - S_y \sin \alpha)^2}{2EA} ds_1 + \int \frac{[(S_y \cos \alpha + P_x \sin \alpha) x_1]^2}{2EI} ds_1 + \int \frac{[(P_x \cos \alpha - S_y \sin \alpha) \cos \beta + (S_y \cos \alpha + P_x \sin \alpha) \sin \beta]^2}{2EA} ds_2 + \int \frac{[(S_y \cos \alpha + P_x \sin \alpha) X_1 - (P_x \cos \alpha - S_y \sin \alpha) Y_1]^2}{2EI} ds_2 + 2 \int \frac{[(P_y \cos \alpha + S_x \sin \alpha) \cos \beta - (S_x \cos \alpha - P_y \sin \alpha) \sin \beta]^2}{2EA} ds_3 + \int \frac{[(P_y \sin \alpha - S_x \cos \alpha) X_3 - (P_y \cos \alpha + S_x \sin \alpha) Y_3]^2}{2EI} ds_3 + \int \frac{(P_y \cos \alpha + S_x \sin \alpha)^2}{2EA} ds_4 + \int \frac{[(P_y \sin \alpha - S_x \cos \alpha) x_4]^2}{2EI} ds_4 \right] \quad (5)$$

式中： E 表示结构初始材料的杨氏模量； $I = bt^3/12$ 表示梁截面的惯性矩； $ds_i = \begin{cases} dx_i, i = 1, 4 \\ r d\beta_i, i = 2, 3 \end{cases}$ ； A 表示横截面的面积。

2.1.1 面内拉伸等效模量

由卡氏第二定理，求应变能对载荷的偏导可获得相应方向上的变形^[30]，可得单元结构沿 X 方向的变形 (δ_x) 为

$$\delta_x = \frac{\delta U}{\delta P_x} \Big|_{P_y=S_x=S_y=0} = \frac{P_x \left[\frac{L(6L\pi r + L^2 + 48r^2) \sin^2 \alpha - 24r^2(L\pi + 4r) \sin \alpha \cos \alpha + (24\pi r^3 + Lt^2) \cos^2 \alpha + 12\pi r^3 + \pi r t^2}{Ebt^3} \right]}{Ebt^3} \quad (6)$$

单元结构沿 X 方向的应力 (σ_x) 和弹性应变 (ε_x) 分别为

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{P_x}{bH} \\ \varepsilon_x = \frac{\delta_x}{H} \end{cases} \quad (7)$$

进而可得新型手性蜂窝结构的等效弹性模量：

$$\frac{E_x}{E} = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x E} = \frac{t^3}{\left(\frac{L(6L\pi r + L^2 + 48r^2)\sin^2\alpha + \pi r t^2 - 24r^2(L\pi + 4r)\sin\alpha\cos\alpha + (24\pi r^3 + L t^2)\cos^2\alpha + 12\pi r^3}{\right)} \tag{8}$$

其中， E_x 表示结构的弹性模量。

2.1.2 面内拉剪耦合效应

除了水平变形外，结构在拉伸荷载作用下也会发生剪切变形。

拉伸荷载作用下沿 X 方向的剪切变形为

$$\delta_{xe} = \left. \frac{\delta U}{\delta S_x} \right|_{P_y=S_x=S_y=0} = 0 \tag{9}$$

沿 Y 方向的剪切变形为

$$\delta_{ye} = \left. \frac{\delta U}{\delta S_y} \right|_{P_y=S_x=S_y=0} = \frac{P_x \left(\frac{(6L^2\pi r - 24\pi r^3 + L^3 + 48Lr^2 - Lt^2)\sin\alpha\cos\alpha - 24r^2(\pi L + 4r)\cos^2\alpha + 12r^2(\pi L + 4r)}{Ebt^3} \right)}{Ebt^3} \tag{10}$$

因此，拉伸荷载作用下的剪切应变 (γ_e) 为

$$\gamma_e = \frac{\delta_{xe}}{H} + \frac{\delta_{ye}}{H} \tag{11}$$

进而可以用剪切应变与弹性应变的比值来表示结构的拉剪耦合效应 (ω_x):

$$\omega_x = \frac{\gamma_e}{\varepsilon_x} = \frac{\left(\frac{(-24\pi r^3 + 48Lr^2 + 6L^2\pi r + L^3 - Lt^2)\sin\alpha\cos\alpha + 12r^2(L\pi + 4r) - 24r^2(L\pi + 4r)\cos^2\alpha}{(24\pi r^3 + L t^2)\cos^2\alpha + \pi(r t^2 + 12r^3) - 24r^2(L\pi + 4r)\sin\alpha\cos\alpha + (6L^2\pi r + L^3 + 48Lr^2)\sin^2\alpha} \right)}{\left(\frac{L(6L\pi r + L^2 + 48r^2)\sin^2\alpha + \pi r t^2 - 24r^2(L\pi + 4r)\sin\alpha\cos\alpha + (24\pi r^3 + L t^2)\cos^2\alpha + 12\pi r^3}{\right)} \tag{12}$$

2.2 面内剪切弹性

当结构受到剪切荷载作用时，受力状况如图 5(a) 所示，考虑到结构的周期性，取 4 条虚线中的单元结构作为研究对象进行受力分析，单元结构的受力分析如图 5(b) 所示，从宏观上来看，上下两端沿 Y 方向均处于不受力的状态 ($P_y=0$)，左右两端沿 X 方向均处于不受力的状态 ($P_x=0$)，此处也用实线箭头代表实力，虚线箭头表示虚力。

将 $P_x=0$ ， $P_y=0$ 代入式 (5) 可得受到剪切荷载作用时的应变能 U 。

2.2.1 面内剪切等效模量

单元结构在剪切荷载作用下的切应力为

$$\tau_{xy} = \frac{S_x}{bH} = \frac{S_y}{bH} \tag{13}$$

与面内模量类似，根据卡氏第二定理通过对应变能求偏导获得相应方向变形的方[30]，单元结构由剪切荷载引起沿 X 方向的剪切变形可表示为

$$\delta_{sx} = \left. \frac{\delta U}{\delta S_x} \right|_{P_x=P_y=0} = \frac{S_x \left(\frac{(6L^2\pi r - 24\pi r^3 + L^3 + 48Lr^2 - Lt^2)\sin\alpha\cos\alpha + 12r^2(\pi L + 4r) - 24r^2(\pi L + 4r)\cos^2\alpha}{Ebt^3} \right)}{Ebt^3} \tag{14}$$

沿 Y 方向的剪切变形为

$$\delta_{sy} = \left. \frac{\delta U}{\delta S_y} \right|_{P_x=P_y=0} = \frac{S_y \left(\frac{(6L^2\pi r - 24\pi r^3 + L^3 + 48Lr^2)\cos^2\alpha + 24r^2(L\pi + 4r)\sin\alpha\cos\alpha + L\sin^2\alpha t^2 + 36\pi r^3 + \pi r t^2}{Ebt^3} \right)}{Ebt^3} \tag{15}$$

由剪切荷载作用引起的剪切应变为

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta_{sx}}{H} + \frac{\delta_{sy}}{H} \tag{16}$$

单元结构的剪切等效模量可以表示为

$$\frac{G_{xy}}{E} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy} E} = \frac{t^3}{\left(\frac{2(6L^2\pi r - 24\pi r^3 + L^3 + 48Lr^2)\cos^2\alpha + 48r^2(L\pi + 4r)\sin\alpha\cos\alpha + 2L\sin^2\alpha t^2 + 72\pi r^3 + 2\pi r t^2}{\right)} \tag{17}$$

2.2.2 面内剪拉耦合效应

单元结构由剪切荷载引起的沿 X 方向的轴向变形为

$$\delta_{xy} = \left. \frac{\delta U}{\delta P_x} \right|_{P_x=P_y=0} = \left(\frac{-24r^2(L\pi + 4r)\cos^2\alpha + 12r^2(L\pi + 4r) + (6L^2\pi r - 24\pi r^3 + L^3 + 48Lr^2 - Lt^2)\sin\alpha\cos\alpha}{Ebt^3} \right) S_y \tag{18}$$

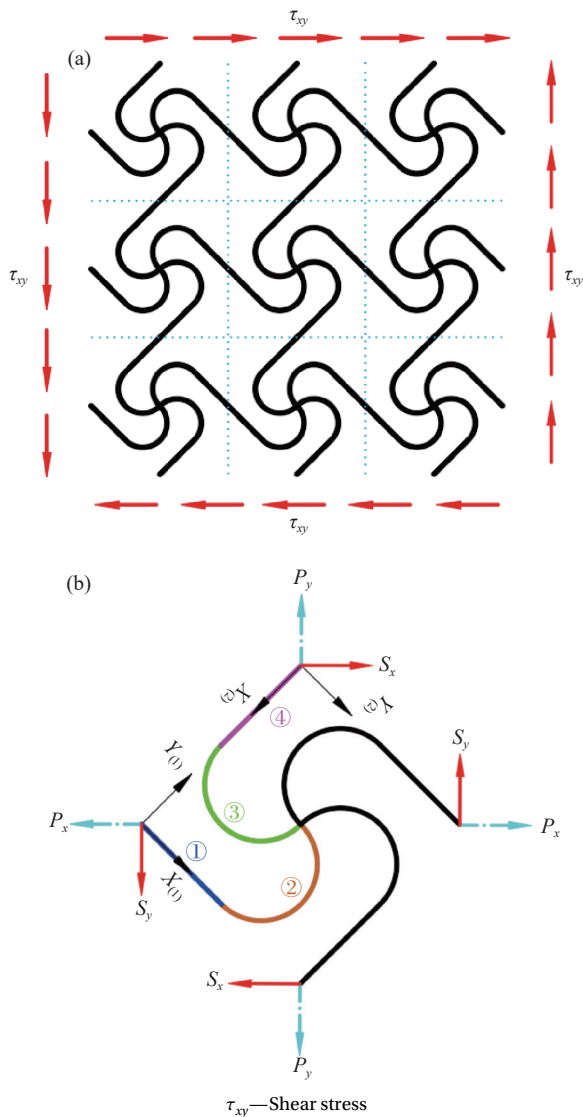


图5 新型手性结构整体构型以及单元构型受剪切载荷的受力分析
Fig. 5 Force analysis of the overall configuration and the unit cell of the novel chiral structure under shear load

由剪切荷载引起的沿 X 轴方向应变为

$$\epsilon_{xy} = \frac{\delta_{xy}}{H} \tag{19}$$

单元结构的剪拉耦合效应可以用 X 方向应变与剪切应变的比值来表示：

$$\omega_{xy} = \frac{\epsilon_{xy}}{\gamma_{xy}} = \frac{\left(\frac{24r^2(L\pi + 4r)\cos^2\alpha - 12r^2(L\pi + 4r) - (6L^2\pi r - 24\pi r^3 + L^3 + 48Lr^2 - Lt^2)}{\sin\alpha\cos\alpha} \right)}{\left(\frac{(12L^2\pi r - 48\pi r^3 + 2L^3 + 96Lr^2)\cos^2\alpha + 48r^2(L\pi + 4r)\sin\alpha\cos\alpha + 2L\sin^2\alpha t^2 + 72\pi r^3 + 2\pi r t^2}{\sin\alpha\cos\alpha} \right)} \tag{20}$$

3 有限元分析

3.1 仿真建模

利用软件 ANSYS (18.0 版本)，建立如图 6 所示手性蜂窝单元结构的有限元模型。

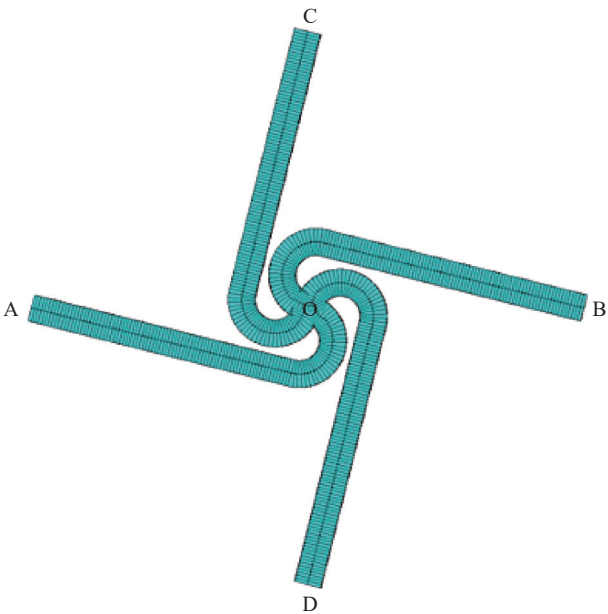


图6 新型手性蜂窝结构有限元建模
Fig. 6 Finite element modeling of the novel chiral structure

在分析的预处理中，采用 BEAM189 单元对模型进行网格划分。

结构参数 r 设定为 5 mm， L 设定为 80 mm，收敛试验 (见 3.2 节) 后确定单元尺寸为 0.5 mm 可满足网格无关性要求。选择杨氏模量约为 2.1 GPa、泊松比约为 0.38 的聚十二内酰胺 (PA12) 作为基材。

如图 6 所示，O、A、B、C、D 分别代表单元结构的中心交点以及 4 个外部端点。如表 1 所示，仿真模拟中，对于拉伸工况，在 A、B 两端点分别施加沿 X 轴反向、正向的位移载荷，为通过单个单元模拟无限周期结构变形，施加周期边界条件：令 C、D 两端点的 X 方向的位移相等、Y 方向的位移相等，令 A 与 B 绕 Z 轴的转角相等、C 与 D 绕 Z 轴的转角相等；对于剪切工况，在 C、D 两端点分别施加沿 X 轴正向、反向的位移载荷，周期边界条件为：令 A、B 的 Y 方向位移相等，令 A 与 B 绕 Z 轴的转角相等、C 与 D 绕 Z 轴的转角相等。最终提取相应位移和力，计算应变、应力和弹性常数。

经有限元分析后，单元结构在受到拉伸载荷以及剪切载荷作用下发生的形变如图 7 所示。该

表 1 有限元仿真载荷与边界条件

Table 1 Load and boundary conditions used in the finite element simulation		
Condition	Tensile load in the X direction	Shear load
Load condition	$U_x(A) = \frac{-\varepsilon_x}{2} \times H$	$U_x(C) = \frac{-\varepsilon_x}{2} \times H$
	$U_x(B) = \frac{\varepsilon_x}{2} \times H$	$U_x(D) = \frac{\varepsilon_x}{2} \times H$
	$U_y(O) = 0$	$U_y(O) = 0$
	z-direction SYMM	
Periodic condition	$U_x(C) = U_x(D)$	$U_y(A) = U_y(B)$
	$U_y(C) = U_y(D)$	$\theta_z(A) = \theta_z(B)$
	$\theta_z(A) = \theta_z(B)$	$\theta_z(C) = \theta_z(D)$
	$\theta_z(C) = \theta_z(D)$	

Notes: $U_x(A)$ —Load displacement of point A in the x-axis direction; $U_x(B)$ —Load displacement of point B in the x-axis direction; $U_x(C)$ —Load displacement of point C in the x-axis direction; $U_x(D)$ —Load displacement of point D in the x-axis direction; $U_y(O)$ —Load displacement of point O in the y-axis direction; $U_y(A)$ —Load displacement of point A in the y-axis direction; $U_y(B)$ —Load displacement of point B in the y-axis direction; $U_y(C)$ —Load displacement of point C in the y-axis direction; $U_y(D)$ —Load displacement of point D in the y-axis direction; $\theta_z(A)$ —Rotation angle of point A about the Z-axis; $\theta_z(B)$ —Rotation angle of point B about the Z-axis; $\theta_z(C)$ —Rotation angle of point C about the Z-axis; $\theta_z(D)$ —Rotation angle of point D about the Z-axis; ε_x —Strain along the x-axis; H —The horizontal length of the structure; z-direction SYMM—z-direction symmetry.

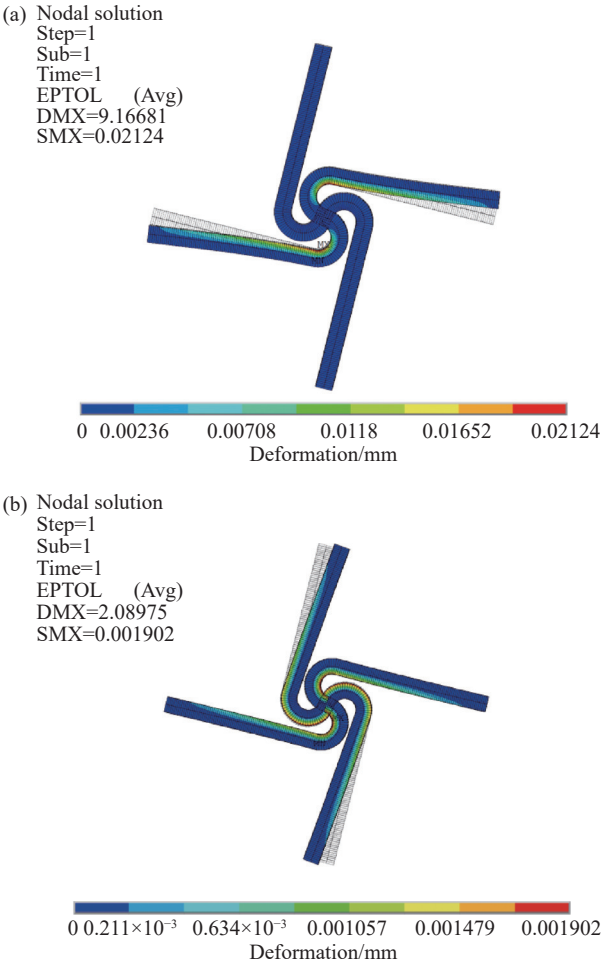
单元结构在受拉伸载荷时，整体拉伸应变为 5×10^{-2} ，交点处的应变总体上低于 2.36×10^{-3} ；受到剪切载荷时，整体剪切应变为 5×10^{-2} ，交点处中心部分应变低于 2.11×10^{-4} ，只有交点边缘处的应变达到了 1.902×10^{-3} 。在两种受力状态下，中心交点处的应变相比结构整体应变低 1~2 个数量级，由此可见，该结构不容易出现交点变形突变问题。

3.2 网格无关性验证

为了验证本文仿真的网格无关性，以等效弹性模量 E_x/E 为例，设置不同尺寸的网格进行有限元仿真，结果如图 8 所示， E_x/E 在网格尺寸从 10 mm 至 2 mm 变化时呈下降趋势，当网格尺寸小于 2 mm 后， E_x/E 逐渐收敛于 1.3064×10^{-3} 。因此，当蜂窝单元结构尺寸采用 3.1 节中所述参数，网格单元尺寸采用 0.5 mm 时，结构性能计算结果处于收敛区域，网格无关性得以验证。

3.3 仿真方法验证

利用软件 ANSYS(18.0 版本)，建立参考文献 [30] 所提 ATCS 的二维模型，如图 9 所示。以 ATCS 的等效拉伸模量为例开展验证，根据本文采用的仿真方法进行边界和载荷条件设置，在图 9 中的 A、



EPTOL—Total mechanical strain; DMX—Maximum total displacement; SMX—Maximum stress

图 7 新型手性蜂窝结构变形图：(a) 拉伸；(b) 剪切

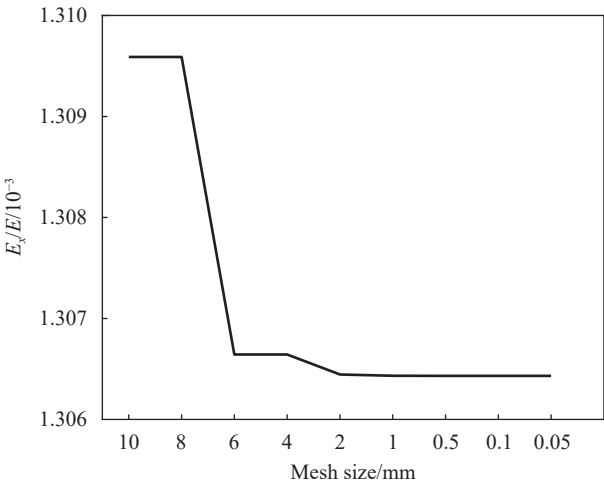
Fig. 7 Deformation diagram of the novel chiral honeycomb structure: (a) Tension; (b) Shear

B 两端点处分别施加沿 X 轴反向、正向的位移载荷模拟拉伸，提取结构反力，计算 ATCS 结构 X 方向等效弹性模量的有限元仿真结果。

图 10 为本文方法计算的 ATCS 结构 X 方向等效弹性模量的有限元仿真结果和参考文献 [30] 中的理论分析结果，可以看出，两者吻合较好，平均误差仅为 3.7%，验证了本文所采用仿真方法的正确性。

4 结果与讨论

本节给出新型手性细胞结构弹性系数的理论预测和有限元分析结果，并分析参数半径与直韧带长度之比 ζ 、梁厚比 ξ 对弹性系数的影响。(说明：涉及到剪切耦合系数、拉剪耦合系数，正负号仅代表方向，因此理论数值取正值与有限元结果进行对比)。



E_x —Elastic modulus of the structure; E —Young's modulus of the initial material of the structure

图 8 不同网格尺寸下新型手性蜂窝结构等效弹性模量的有限元仿真结果

Fig. 8 Finite element simulation results of the effective elastic modulus of novel chiral honeycomb structures at different mesh sizes

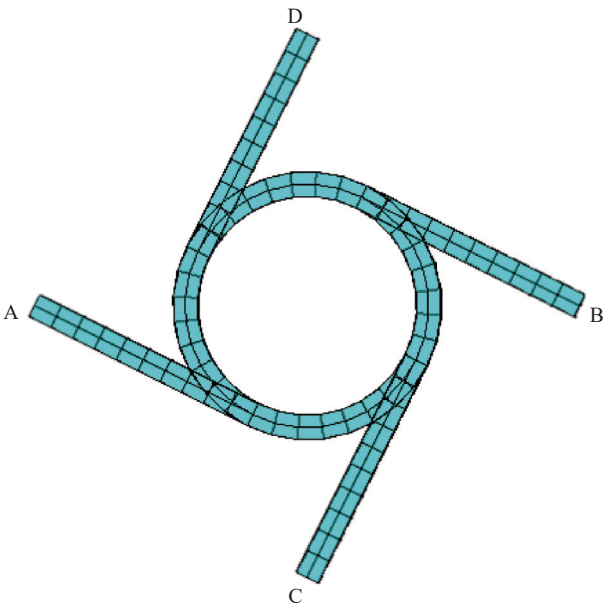


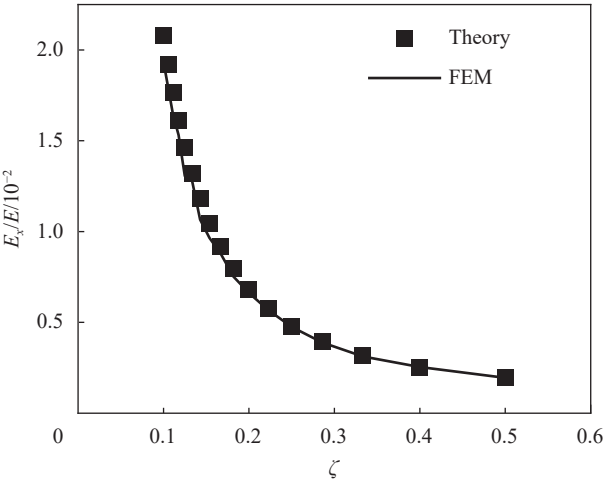
图 9 传统四手性蜂窝结构 (ATCS) 有限元模型

Fig. 9 Finite element model of anti-tetra-chiral structures (ATCS)

4.1 面内拉伸弹性

4.1.1 等效弹性模量 E_x/E

等效弹性模量 E_x/E 的理论预测以及有限元仿真结果如图 11 所示。可以看出, E_x/E 在 10^{-6} ~ 10^{-1} 范围内变化。在不同梁厚比 $\xi=0.025$ 、 0.05 、 0.1 下, 有限元仿真结果与理论预测的平均误差分别为 0.3% 、 1.3% 、 4.5% , 有限元仿真结果与理论预测基本吻合。 E_x/E 与参数 ζ 呈负相关, 与参数 ξ 呈正相关。随着 ζ 的变大, E_x/E 受到的影响越来越



ζ —The ratio of radius to straight ligament length; FEM—Finite element method

图 10 ATCS 等效弹性模量

Fig. 10 Equivalent elastic modulus of the ATCS

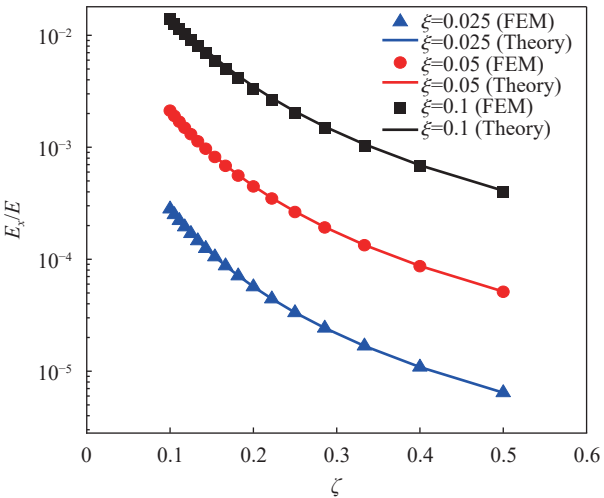


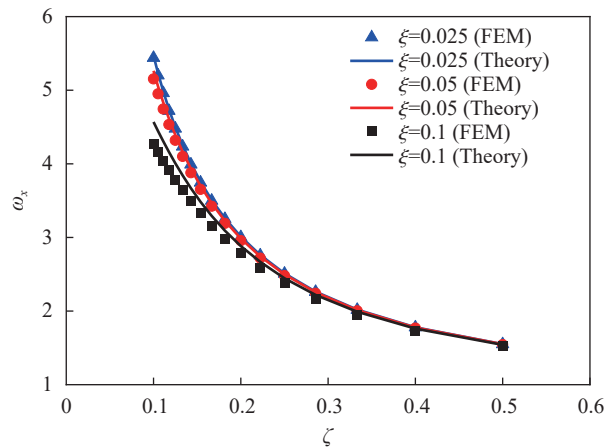
图 11 不同参数半径与直韧带长度之比 (ζ)、梁厚比 (ξ) 下新型手性蜂窝结构等效弹性模量的理论预测、有限元仿真结果

Fig. 11 Theoretical prediction and finite element simulation results of equivalent elastic modulus of novel chiral honeycomb structures under different parameters ratios of radius to straight ligament length (ζ) and beam thickness ratio (ξ)

小, 由于 ζ 的变大, 即圆弧部分在整个结构中占比越来越大, 导致直韧带的变化带来的影响越来越小, 直至 E_x/E 不受参数 ζ 的影响; E_x/E 与参数 ξ 呈正相关, 当 $\xi=0.1$ 时, E_x/E 在 10^{-4} ~ 10^{-1} 范围, 远远大于 $\xi=0.025$ 、 0.05 时的 E_x/E 范围, 这说明单元结构截面面积越大, E_x/E 会越大, 同时 E_x/E 的变化幅度会随着 ξ 的减小而减小, 当 $\xi=0.025$ 时, E_x/E 变化范围仅在 10^{-6} ~ 10^{-3} 之间。因此在实际应用中, 结构需要较小的等效弹性模量以及易变形的特性, 应该优先选用更小的 ξ , 更大的 ζ 。

4.1.2 拉剪耦合效应 ω_x

拉剪耦合系数 ω_x 的理论预测及有限元仿真结果如图 12 所示。可以看到, ω_x 在 1~5.5 范围内变化。在 $\xi=0.025$ 、0.05、0.1 下, 有限元结果与理论结果的平均误差分别为 0.8%、1.2%、4.3%, 有限元仿真结果与理论预测吻合较好。 ω_x 与参数 ζ 呈负相关, 且随着 ζ 的变大, ω_x 曲线下降的越来越平缓, 当 $\zeta=0.1$, $\xi=0.5$ 时, ω_x 达到最大值 5.5, 此时横向应变远大于纵向应变, 表现出非常显著的拉胀效应。



ω_x —The tensile-shear coupling coefficient of novel chiral honeycomb structures under tensile loading

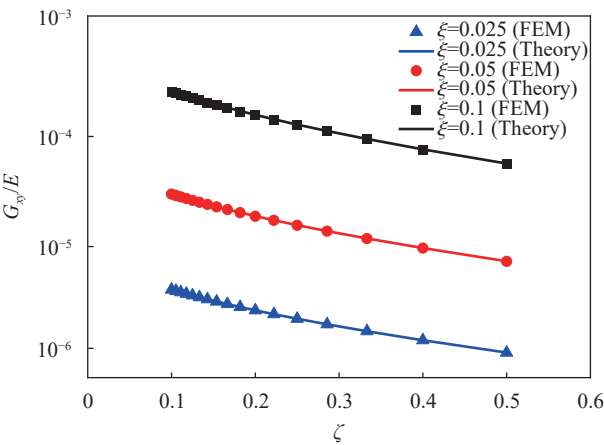
图 12 不同参数 ζ 、 ξ 下新型手性蜂窝结构拉剪耦合系数的理论预测、有限元仿真结果

Fig. 12 Theoretical predictions and finite element simulation results of the tension-shear coupling coefficient of novel chiral honeycomb structures under different parameters ζ and ξ

4.2 面内剪切弹性

4.2.1 剪切等效模量 G_{xy}/E

图 13 为在剪切载荷作用下新型手性结构剪切等效模量 G_{xy}/E 的理论预测及有限元仿真结果。可以看出, G_{xy}/E 在 10^{-7} ~ 10^{-3} 范围内变化。当 $\xi=0.025$ 、0.05、0.1 情况下, 有限元仿真结果与理论预测的最大误差分别为 0.11%、0.4%、1.7%, 有限元结果与理论结果高度吻合。 G_{xy}/E 与参数 ζ 呈负相关 (近似一次函数关系), 与参数 ξ 呈正相关。宏观来看, 直杆与水平方向夹角越小, G_{xy}/E 越大, 而在同样的 ζ 条件下, 随着结构单元截面面积越大, G_{xy}/E 整体范围变大。当 $\zeta=0.5$, $\xi=0.025$ 时, G_{xy}/E 取到极小值 9.04×10^{-7} , 此时单元结构具有极其优异的变形能力。在实际应用中, 优先选择更大的 ζ 、更小的 ξ , 从而使结构具有较低的剪切等效模量且更容易发生满足实际需求的变形。



G_{xy} —The shear modulus of novel chiral honeycomb structures under shear loading

图 13 不同参数 ζ 、 ξ 下新型手性蜂窝结构等效剪切模量的理论预测、有限元仿真结果

Fig. 13 Theoretical predictions and finite element simulation results of the equivalent shear modulus of novel chiral honeycomb structures under different parameters ζ and ξ

4.2.2 剪拉耦合效应 ω_{xy}

图 14 为剪切载荷作用下新型手性结构剪拉耦合系数 ω_{xy} 的理论预测及有限元仿真结果。可见, ω_{xy} 在 0.5×10^{-1} ~ 2.5×10^{-1} 范围内变化。当 $\xi=0.025$ 、0.05、0.1 时, 有限元仿真结果与理论预测的最大误差分别为 0.02%、0.07%、0.3%, 有限元仿真结果与理论预测高度吻合。 ω_{xy} 与参数 ζ 呈正相关, 且曲线增长的速度随着 ζ 的变大逐渐放缓, 在 $\xi=0.025$ 、0.05、0.1 时, ω_{xy} 3 条曲线几乎完全重合。这说明单元结构受到剪切载荷作用时, ω_{xy} 受到 ζ 的正向影响, 而不受到 ξ 的影响。

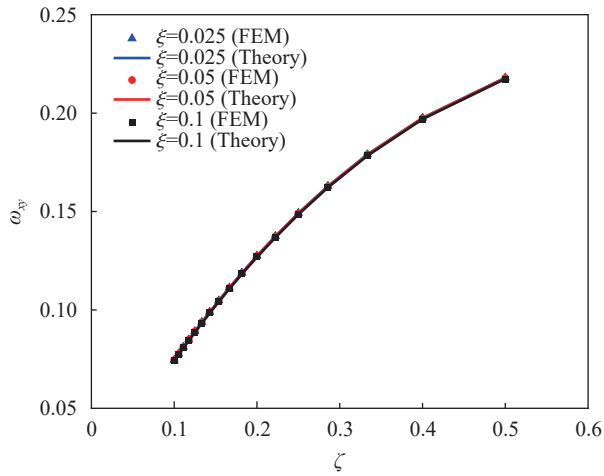


图 14 不同参数 ζ 、 ξ 下新型手性蜂窝结构剪拉耦合系数的理论预测、有限元仿真结果

Fig. 14 Theoretical prediction and finite element simulation results of shear-tension coupling coefficient of novel chiral honeycomb structures under different parameters ζ and ξ

从宏观来看：直杆与水平方向夹角越大，结构的剪拉耦合越显著。在实际应用中，若需获得较高的剪拉耦合性能，应选择较大的 ζ 。

从上述面内性能的结果与分析可以看出，本文所提结构具有较低的等效模量和显著的耦合效应，较长的直韧带对所提结构具有大柔韧性有重要影响，圆弧韧带的旋转对所提结构的耦合效应具有重要影响。

5 同类型结构比较

为了更好地研究新型手性蜂窝结构，在确保相对密度一致的前提下，本节将受 ATCS 启发而打断重排刚性中心节点圆韧带的新型手性蜂窝结构(在图中简称为 NS)力学性能指标的理论预测结果与参考文献所提结构类同的 VS^[28]、ATCS^[30] 理论预测结果进行对比。(选取新型手性蜂窝结构的 $\xi=0.1$ 时进行对比)

5.1 对比结构

5.1.1 对比结构单元

本文所选对比对象分别为参考文献所提的 VS^[28]、ATCS^[30]，单元结构如图 15 所示。

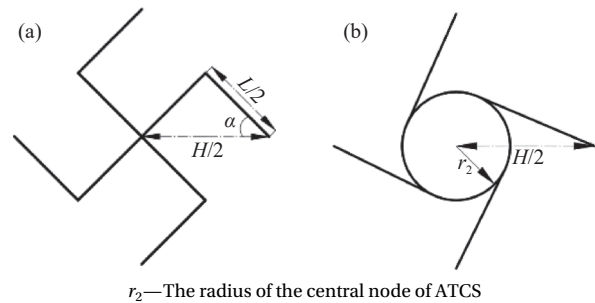


图 15 V 型蜂窝单元 (VS) (a) 和 ATCS 单元 (b)

Fig. 15 Unit cells of the V-shaped honeycomb (VS) (a) and ATCS (b)

5.1.2 相对密度

新型手性结构、ATCS、VS 的相对密度可分别表示为

$$\left\{\begin{aligned} \rho_{r1} &= \frac{\rho}{\rho_s} = \frac{S_r}{S_n} = \frac{4t_1\left(\frac{\pi r_1}{2} + \frac{L}{2}\right)}{4\left(\frac{H}{2} \times \frac{H}{2}\right)} = \frac{t_1(4\pi r_1 + 2L)}{H^2} \\ \rho_{r2} &= \frac{\rho}{\rho_s} = \frac{S_r}{S_n} = \frac{4t_2\left(\frac{L}{2} + 2\pi r_2\right)}{4\left(\frac{H}{2} \times \frac{H}{2}\right)} = \frac{t_2(2L + 2\pi r_2)}{H^2} \\ \rho_{r3} &= \frac{\rho}{\rho_s} = \frac{S_r}{S_n} = \frac{4t_3\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\right)}{4\left(\frac{H}{2} \times \frac{H}{2}\right)} = \frac{4t_3L}{H^2} \end{aligned}\right. \quad (21)$$

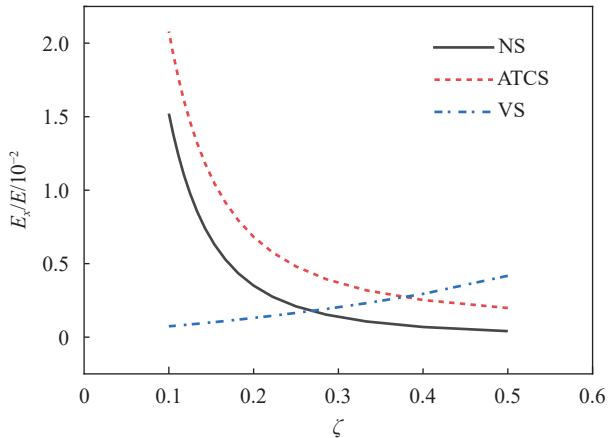
其中： $t_1 = t_2$ ， $r_1 = r_2/2 = r_3$ ； ρ_s 为初始材料的密度； S_r 为单元结构在 x - y 平面上的真实面积； S_n 为单元结构在 x - y 平面上所占的标称面积。

为了使对比结构不受到相对密度的影响，需要满足 $\rho_{r1} = \rho_{r2} = \rho_{r3}$ ，可得 $t_1 = t_2 = 2Lt_3/(2\pi r_1 + L)$ 。

5.2 面内拉伸载荷作用下结构的弹性

5.2.1 等效弹性模量 E_x/E

从图 16 可以看出，与 ATCS 相比，在同等参数条件下，新型手性蜂窝结构的 E_x/E 在 $1.5 \times 10^{-3} \sim 1.5 \times 10^{-2}$ 范围内变化，远低于 ATCS 的 $3 \times 10^{-3} \sim 2.1 \times 10^{-1}$ 范围；而与 VS 的 $0.7 \times 10^{-3} \sim 4.1 \times 10^{-3}$ 范围相比，新型手性蜂窝结构的 E_x/E 拥有更大的范围。且当 ζ 越大(即结构单元的所占面积越大时)，新型手性蜂窝结构拥有更好的易变形能力。当 $\zeta=0.5$ 时，新型手性蜂窝结构的 E_x/E 与 ATCS 和 VS 相比，分别仅有其 73%、10%。因此，具有较低等效弹性模量的新型手性蜂窝结构拉伸柔性表现远优于 ATCS 和 VS。



NS—Novel chiral honeycomb structure

图 16 3 种结构等效弹性模量的理论预测结果

Fig. 16 Theoretical prediction results of equivalent elastic moduli of three structures

5.2.2 拉剪耦合效应 ω_x

从图 17 可以看出，在同等参数下，ATCS 的 ω_x 在 0.9~4 范围内变化，VS 的 ω_x 在 0.29~0.5 范围内变化，新型手性蜂窝结构的 ω_x 在 1.5~4.5 范围内变化，相对于 ATCS 和 VS，新型手性蜂窝结构有更大的 ω_x 变化范围，当 $\zeta=0.5$ 时，新型手性蜂窝结构的 ω_x 为 ATCS 的 157%；当 $\zeta=0.1$ 时，其 ω_x 高达 VS 的 1544%。因此在实际应用中，如压扭超材料的结构设计，期望结构在受到拉伸载荷时具有更高的剪切变形能力，具有较大拉剪耦合系

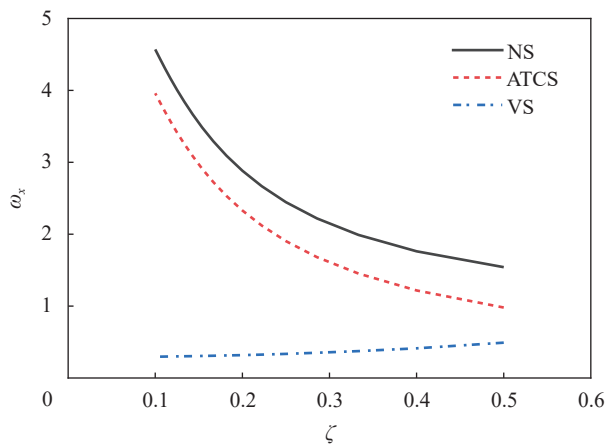


图 17 3 种结构拉剪耦合效应的理论预测结果

Fig. 17 Theoretical prediction results of tension-shear coupling effects of three structures

数范围的新型手性蜂窝结构相较于 ATCS 和 VS 具有更好的力学性能表现。

5.3 面内剪切载荷作用下结构的弹性

5.3.1 等效剪切模量 G_{xy}/E

从图 18 可以看出，在同等参数下，ATCS 和 VS 的 G_{xy}/E 分别在 $5.2\times10^{-4}\sim9.9\times10^{-4}$ 和 $5.2\times10^{-4}\sim1.1\times10^{-3}$ 范围内变化，而新型手性蜂窝结构的 G_{xy}/E 在 $5.8\times10^{-5}\sim2.4\times10^{-4}$ 范围内变化。当 $\zeta=0.1$ 时，等效剪切模量分别仅为 VS 和 ACTS 的 47.1%、47.4%，且随着 ζ 的增大，这个差距会越来越大，当 $\zeta=0.5$ 时，甚至达到 2 个数量级的差距。因此，在实际应用中，若结构需要具有更高的剪切变形能力，新型手性蜂窝结构的表现将优于 ATCS 和 VS。

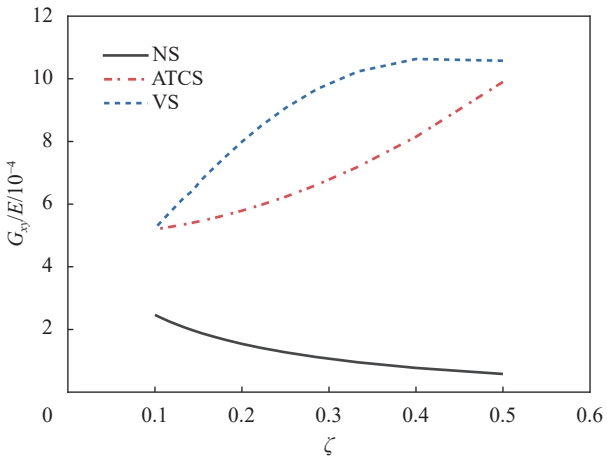


图 18 3 种结构等效剪切模量的理论预测结果

Fig. 18 Theoretical prediction results of equivalent shear moduli of three structures

5.3.2 剪拉耦合效应 ω_{xy}

从图 19 可以看到，ATCS 和 VS 的 ω_{xy} 分别在

0.098~0.49 和 $6.25\times10^{-3}\sim3.11\times10^{-2}$ 范围内变化，新型手性蜂窝结构的 ω_{xy} 在 0.07~0.22 范围内变化。相比于 ATCS，新型手性蜂窝结构的 ω_{xy} 较小，当 $\zeta=0.1$ 时，新型手性蜂窝结构的 ω_{xy} 仅有 ATCS 的 44%，随着 ζ 的变大，两者之间的差距增大；而与 VS 相比，新型手性蜂窝结构具有较高的剪拉耦合效应及较大的效应调节范围。在实际应用中，可以根据需求设定合适的参数，调节新型手性蜂窝结构的剪拉耦合性能。

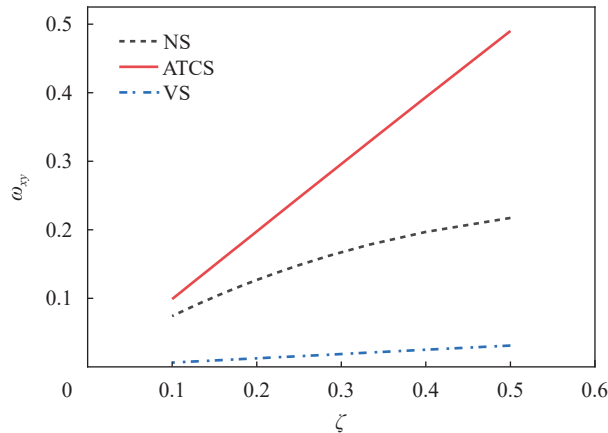


图 19 3 种结构剪拉耦合效应的理论预测结果

Fig. 19 Theoretical prediction of shear-tension coupling effects of three structures

6 结论

提出了一种由半圆弧以及直韧带梁组成的曲-直混合梁无刚性中心节点新型四手性蜂窝结构，根据能量法对其拉伸、剪切弹性进行了理论分析，并通过有限元仿真进行了验证。主要结论如下：

- (1) 新型手性蜂窝结构的等效弹性模量低至 10^{-6} ，且拥有较大范围的拉剪耦合系数，最低可达 -5.5；
- (2) 与传统四手性蜂窝结构 (ATCS) 和 V 型蜂窝 (VS) 相比，新型手性蜂窝结构的等效弹性模量低至 ATCS 的 73%，VS 的 10%；拉剪耦合效应高达 ATCS 的 157%，VS 的 1 544%；等效剪切模量与 ATCS 相比，可达 2 个数量级的降低；剪拉耦合效应最低可达 ATCS 的 44%；
- (3) 新型手性蜂窝结构具有较宽的力学性能调节范围，约为 ATCS 和 VS 结构 1.5~2 倍，能满足更多状态下的结构力学性能需求；
- (4) 上述性能优势表明，新型手性蜂窝结构可用于变体机翼、船舶、医疗支架等领域，且在变体与防护结构上拥有良好的应用前景。

值得注意的是,本研究在线弹性假设条件下开展,未考虑材料或结构的非线性。此外,鉴于本文章提出的新型手性蜂窝结构属于负泊松比结构,且该结构在准静态与动态平压下的缓冲性能尚不明确,后续可对此开展深入研究。

参考文献:

[1] DAYNES S, WEAVER P M. Review of shape-morphing automobile structures: Concepts and outlook[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2013, 227(11): 1603-1622.

[2] BUBERT E A, WOODS B K S, LEE K, et al. Design and fabrication of a passive 1D morphing aircraft skin[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2010, 21(17): 1699-1717.

[3] QIU K P, WANG Z, ZHANG W H. The effective elastic properties of flexible hexagonal honeycomb cores with consideration for geometric nonlinearity[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 58: 258-266.

[4] 张大海. 冲击载荷下蜂窝及其夹芯结构力学行为研究[D]. 南京: 东南大学, 2018.

ZHANG Dahai. Study on the mechanical behavior of honeycomb and its sandwich structure under impact load[D]. Nanjing: Southeast University, 2018(in Chinese).

[5] 吴鹤翔, 刘颖. 梯度变化对密度梯度蜂窝材料力学性能的影响[J]. *爆炸与冲击*, 2013, 33(2): 163-168.

WU Hexiang, LIU Ying. Influences of density gradient variation on mechanical performances of density-graded honeycomb materials[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2013, 33(2): 163-168(in Chinese).

[6] 赵畅, 周丽, 邱涛. 柔性铰可变形蜂窝结构的面内拉伸性能[J]. *复合材料学报*, 2024, 41(12): 6802-6810.

ZHAO Chang, ZHOU Li, QIU Tao. In-plane tensile properties of flexible Hinge deformable honeycomb structures[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2024, 41(12): 6802-6810(in Chinese).

[7] 吴文旺, 肖登宝, 孟嘉旭, 等. 负泊松比结构力学设计、抗冲击性能及在车辆工程应用与展望[J]. *力学学报*, 2021, 53(3): 611-638.

WU Wenwang, XIAO Dengbao, MENG Jiaxu, et al. Mechanical design, impact energy absorption and applications of auxetic structures in automobile lightweight engineering[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(3): 611-638(in Chinese).

[8] JAJ R M, PARANCHEERIVILAKKATHIL M S, AMOOZGAR M, et al. Recent developments in the aeroelasticity of morphing aircraft[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2021, 120: 100682.

[9] HA N S, LU G X. A review of recent research on bio-inspired structures and materials for energy absorption applications[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2020, 181: 107496.

[10] 刘旭畅, 李爽, 杨金水. 一种新型手性负泊松比结构的减振性能[J]. *复合材料学报*, 2024, 41(1): 477-484.

LIU Xuchang, LI Shuang, YANG Jinshui. A new type of structure of chiral negative poisson's ratio of vibration reduction performance[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2024, 41(1): 477-484(in Chinese).

[11] PAKKA S D, KYRIAKIDES S. In-plane crushing of a polycarbonate honeycomb[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1998, 35(3-4): 239-267.

[12] ASHBY M F, GIBSON L J. Cellular solids: Structure and properties[M]. Cambridge, UK: Press Syndicate of the University of Cambridge, 1997: 175-231.

[13] MASTERS I G, EVANS K E. Models for the elastic deformation of honeycombs[J]. *Composite Structures*, 1996, 35(4): 403-422.

[14] XU M C, LIU D B, WANG P D, et al. In-plane compression behavior of hybrid honeycomb metastructures: Theoretical and experimental studies[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 106: 106081.

[15] WAGNER M, CHEN T, SHEA K, et al. Large shape transforming 4D auxetic structures[J]. *3D Printing and Additive Manufacturing*, 2017, 4(3): 133-142.

[16] ZHANG X G, REN X, JIANG W, et al. A novel auxetic chiral lattice composite: Experimental and numerical study[J]. *Composite Structures*, 2022, 282: 115043.

[17] ZHANG Y, REN X, JIANG W, et al. In-plane compressive properties of assembled auxetic chiral honeycomb composed of slotted wave plate[J]. *Materials & Design*, 2022, 221: 110956.

[18] DIRRENBARGER J, FOREST S, JEULIN D. Effective elastic properties of auxetic microstructures: Anisotropy and structural applications[J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2013, 9(1): 21-33.

[19] TABACU S, NEGREA R F, NEGREA D. Experimental, numerical and analytical investigation of 2D tetra-anti-chiral structure under compressive loads[J]. *Thin-Walled Structures*, 2020, 155: 106929.

[20] 任鑫, 张相玉, 谢亿民. 负泊松比材料和结构的研究进展[J]. *力学学报*, 2019, 51(3): 656-687.

REN Xin, ZHANG Xiangyu, XIE Yimin. Research progress in auxetic materials and structures[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 656-687(in Chinese).

[21] REN X, DAS R, TRAN P, et al. Auxetic metamaterials and structures: A review[J]. *Smart Materials and Structures*,

- 2018, 27(2): 023001.
- [22] SHA Z D, SHE C M, XU G K, et al. Metallic glass-based chiral nanolattice: Light weight, auxeticity, and superior mechanical properties[J]. *Materials Today*, 2017, 20(10): 569-576.
- [23] LORATO A, INNOCENTI P, SCARPA F, et al. The transverse elastic properties of chiral honeycombs[J]. *Composites Science and Technology*, 2010, 70(7): 1057-1063.
- [24] LU X, TAN V B C, TAY T E. Auxeticity of monoclinic tetrachiral honeycombs[J]. *Composite Structures*, 2020, 241: 112067.
- [25] PAN Y, ZHANG X G, HAN D, et al. The out-of-plane compressive behavior of auxetic chiral lattice with circular nodes[J]. *Thin-Walled Structures*, 2023, 182: 110152.
- [26] CHEN Y J, SCARPA F, LIU Y J, et al. Elasticity of anti-tetrachiral anisotropic lattices[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50(6): 996-1004.
- [27] MA Q, CHENG H Y, JANG K I, et al. A nonlinear mechanics model of bio-inspired hierarchical lattice materials consisting of horseshoe microstructures[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2016, 90: 179-202.
- [28] LIU W D, LI H L, YANG Z D, et al. In-plane elastic properties of a 2D chiral cellular structure with V-shaped wings[J]. *Engineering Structures*, 2020, 210: 110384.
- [29] LIU W D, YANG Z D, ZHANG J. The in-plane tensile and shear properties of novel chiral cellular structures[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2022, 29(27): 5933-5952.
- [30] MOUSANEZHAD D, HAGHPANAH B, GHOSH R, et al. Elastic properties of chiral, anti-chiral, and hierarchical honeycombs: A simple energy-based approach[J]. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2016, 6(2): 81-96.
- [31] ZHU Y L, JIANG S H, LU F C, et al. A novel enhanced anti-tetra-missing rib auxetic structure with tailorable in-plane mechanical properties[J]. *Engineering Structures*, 2022, 262: 114399.
- [32] YANG C Q, YANG K J, TIAN Y P, et al. Theoretical analysis on the stiffness of compression-torsion coupling metamaterials[J]. *Extreme Mechanics Letters*, 2021, 46: 101336.
- [33] ZHANG Z W, TIAN R L, ZHANG X L, et al. A novel butterfly-shaped auxetic structure with negative Poisson's ratio and enhanced stiffness[J]. *Journal of Materials Science*, 2021, 56(25): 14139-14156.
- [34] 王雪松, 刘卫东, 刘典. 新型反四手性蜂窝结构的面内拉伸弹性[J]. *复合材料学报*, 2023, 40(8): 4849-4861.
- WANG Xuesong, LIU Weidong, LIU Dian. In-plane tensile elasticity of a novel anti-tetrachiral cellular structure[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2023, 40(8): 4849-4861(in Chinese).