

## 基于负泊松比蜂窝的复合式柔性蒙皮优化技术

郭瑜超 聂小华 宋晨 艾森 常亮

### Optimization technology for composite flexible skin based on negative Poisson's ratio honeycomb

GUO Yuchao, NIE Xiaohua, SONG Chen, AI Sen, CHANG Liang

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20241012.003>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于遗传算法的飞机复合材料结构装配压紧力大小与布局的优化

Optimization of size and layout of pressing force for composite airframe structure assembly based on genetic algorithm

复合材料学报. 2019, 36(6): 1546–1557 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180816.001>

#### 基于遗传算法的碳纤维增强树脂复合材料层合板单搭胶接结构的多目标优化

Multi-objective optimization of adhesively bonded single-lap joints of carbon fiber reinforced polymer laminates based on genetic algorithm

复合材料学报. 2021, 38(6): 1847–1858 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200824.001>

#### 飞机复合材料壁板装配中临时紧固件数量与布局优化方法

Optimization method of the number and layout of temporary fasteners in composite panel assembly of aircraft

复合材料学报. 2022, 39(8): 4102–4116 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210913.003>

#### 弧边内凹蜂窝负泊松比结构的力学性能

Mechanical properties of arc concave honeycomb structure with negative Poisson's ratio

复合材料学报. 2022, 39(7): 3570–3580 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210729.003>

#### 负泊松比内凹六边形蜂窝夹层板的吸声性能

Sound absorption performance of concave hexagonal honeycomb sandwich panels with negative Poisson's ratio

复合材料学报. 2024, 41(4): 2157–2166 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20231024.003>

#### 新型星-菱形负泊松比蜂窝结构的动态力学特性

Dynamic mechanical properties of novel star-rhombic negative Poisson's ratio honeycomb structure

复合材料学报. 2024, 41(9): 4956–4967 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240308.001>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

# 基于负泊松比蜂窝的复合式柔性蒙皮优化技术



分享本文

郭瑜超<sup>\*1,2</sup>, 聂小华<sup>2</sup>, 宋晨<sup>3</sup>, 艾森<sup>2</sup>, 常亮<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 国家卓越工程师学院, 西安 710072; 2. 中国飞机强度研究所 强度与结构完整性全国重点实验室, 西安 710065;

3. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 针对由负泊松比蜂窝夹芯和弹性表皮构成的复合式柔性蒙皮, 提出了柔性蒙皮几何参数优化方法。首先, 将柔性蒙皮的胞壁长度、胞壁夹角、蜂窝高度、胞壁厚度、表皮厚度等几何参数作为变量, 设计了柔性蒙皮结构参数化建模方法; 其次, 通过均匀实验设计方法获取样本点, 利用参数化方法构建柔性蒙皮结构有限元模型, 并通过仿真获取各几何参数组合状态对应的结构性能; 然后, 基于响应面方法构造柔性蒙皮几何参数与结构性能关系的近似模型, 并对近似模型的精度进行了定量评估; 最后, 以近似模型为基础, 以柔性蒙皮几何参数为优化变量, 综合考虑面内应变、泊松比、面外挠度、质量等因素, 采用加权系数法构造了综合优化目标函数, 并采用遗传算法进行优化, 得到了柔性蒙皮结构综合性能最优的构型。构建了复合式柔性蒙皮有限元模型, 进行优化方法验证, 结果显示, 优化后的构型与初始构型相比, 面内变形能力提升 30.73%, 面外承载能力提高 30%, 结构质量减轻 22.77%, 泊松比降低 20.73%。

**关键词:** 变体飞机; 复合材料; 柔性蒙皮; 负泊松比蜂窝; 优化技术; 近似模型; 遗传算法

**中图分类号:** TB124

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-3851(2025)07-4131-12

## Optimization technology for composite flexible skin based on negative Poisson's ratio honeycomb

GUO Yuchao<sup>\*1,2</sup>, NIE Xiaohua<sup>2</sup>, SONG Chen<sup>3</sup>, AI Sen<sup>2</sup>, CHANG Liang<sup>2</sup>

(1. National Elite Institute of Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. National Key

Laboratory of Strength and Structural Integrity, Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China;

3. School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The geometric parameter optimization method of flexible skin composed of negative Poisson's ratio honeycomb core and elastic skin was proposed. Firstly, a parameterized modeling method for the flexible skin structure was designed, with geometric parameters such as cell wall length, cell wall angle, honeycomb height, cell wall thickness and skin thickness. Secondly, the sample points were obtained by uniform experimental design method, the finite element models of flexible skin structure were constructed using the parameterized method, and the structural performance corresponding to various combinations of geometric parameters was obtained through simulation. Then, an approximate model for the relationship between the geometric parameters of the flexible skin and the structural performance was constructed using the response surface method, and the accuracy of the approximate model was quantitatively evaluated. Finally, based on the approximate model, taking the geometric parameters of the flexible skin as optimization variables, and considering the factors such as internal strain, Poisson's ratio, out-of-plane deflection, and mass, a comprehensive optimization objective function was constructed using the weighted

收稿日期: 2024-07-09; 修回日期: 2024-09-15; 录用日期: 2024-09-28; 网络首发时间: 2024-10-12 16:46:15

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20241012.003>

基金项目: 工信部民机科研 (MJZ3-2N21); 陕西省重点研发计划 (2022ZDLGY02-03)

Civil Aircraft Research Projects (MJZ3-2N21); Key R&D Program of Shaanxi Province (2022ZDLGY02-03)

通信作者: 郭瑜超, 硕士, 高级工程师, 研究方向为航空结构仿真技术及结构分析 CAE 软件 E-mail: [guoyuchao1986@163.com](mailto:guoyuchao1986@163.com)

引用格式: 郭瑜超, 聂小华, 宋晨, 等. 基于负泊松比蜂窝的复合式柔性蒙皮优化技术 [J]. 复合材料学报, 2025, 42(7): 4131-4142.

GUO Yuchao, NIE Xiaohua, SONG Chen, et al. Optimization technology for composite flexible skin based on negative Poisson's ratio honeycomb[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2025, 42(7): 4131-4142(in Chinese).

coefficient method, and the optimal configuration of the flexible skin structure was obtained by genetic algorithm. A finite element model of the composite flexible skin was constructed to validate the optimization. The results show that compared with the initial configuration, the in-plane deformation capacity is increased by 30.73%, the out-of-plane load capacity is increased by 30%, the structural mass is reduced by 22.77%, and the Poisson's ratio is reduced by 20.73%.

**Keywords:** variant aircraft; composite material; flexible skin; negative Poisson's ratio honeycomb; optimization technology; approximate model; genetic algorithms

变体飞机在飞行过程中通过外形的改变,可以有效改善飞机的飞行性能、扩展飞行包线并提高飞行效率,因此变体飞机是未来飞机的重要发展方向。对于飞机而言,机翼是其升力和操纵力的主要来源,是飞机设计的首要研究对象,机翼性能的优劣直接影响飞机的飞行性能好坏<sup>[1-4]</sup>。

柔性蒙皮技术是变体飞机机翼的关键技术之一,其主要作用是在变形时承受并传递气动载荷,保证机翼表面光滑。变体飞机机翼对蒙皮结构提出了新的要求<sup>[5]</sup>,即蒙皮不仅要保持常规蒙皮重量轻、面法向刚度大的特点,可以承受并传递气动载荷;同时还要具备足够大的光滑连续面内变形能力。柔性蒙皮的类型较多,一部分柔性蒙皮由零泊松比或负泊松比的材料<sup>[6]</sup>构成;基于蜂窝夹芯的复合式柔性蒙皮是科研人员比较关注的一种类型<sup>[7]</sup>,Olympio等<sup>[8]</sup>提出了基于蜂窝夹芯的柔性蒙皮,外部铺设硅胶面板,此外,为降低蒙皮在变形时的泊松效应,又提出了具有零泊松比效应的混合蜂窝支撑结构<sup>[9]</sup>。

为了进一步提升柔性蒙皮的性能,通过优化方法对基于蜂窝夹芯结构的柔性蒙皮进行综合设计,已经成为柔性蒙皮设计中的关键问题<sup>[10-11]</sup>。Olympio等<sup>[8]</sup>通过对六边形蜂窝的结构参数(蜂窝壁长度、厚度以及蜂窝角等)与材料进行优化,使其面内变形能力满足变弯度机翼的设计需求;Olympio和Gandhi<sup>[12]</sup>提出了一种混合多目标优化算法用于伸缩蒙皮支撑结构的优化设计,获得了很好的优化结果;Liu等<sup>[13]</sup>针对柔性蒙皮支撑结构,提出了基于遗传算法的结构拓扑优化方法;刘明等<sup>[14]</sup>基于响应面理论模型,建立了蜂窝夹芯结构的固有频率和结构质量的近似表达式,并采用加权系数法将多目标优化转化为单目标优化,结合遗传算法进行优化,并得到一阶频率提高、结构质量减少的优化结果。

综上所述,国内外相关学者针对柔性蒙皮的优化技术开展了部分研究,但还存在一定的问题,首先,目前的优化算法主要针对内部支撑结构开

展优化,同时考虑弹性表皮和内部支撑结构的研究较少;其次,多数优化方法与内部支撑结构的几何构形紧密相关,无法适应其他构形。

因此本文针对基于负泊松比蜂窝夹芯的柔性蒙皮结构,同时考虑面内大变形、面外大刚度、结构质量轻等目标,开展弹性表皮、蜂窝夹芯几何尺寸综合优化方法研究,提出了一种适应性较强的柔性蒙皮性能表征方法和优化方法,可支持此类柔性蒙皮结构设计。

1 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮简介

复合式柔性蒙皮是众多柔性蒙皮方案中最具有应用前景的方案之一,该类蒙皮一般以零泊松比或负泊松比蜂窝结构为基体,表面覆盖低模量、高应变的薄弹性表皮;其中弹性表皮为柔性蒙皮提供了光滑的气动外形,而蜂窝结构可使蒙皮保持面外较强承载能力的同时具有较大的面内变形能力;同时柔性蒙皮还具有较轻的结构质量,可以满足变体机翼对柔性蒙皮的要求。

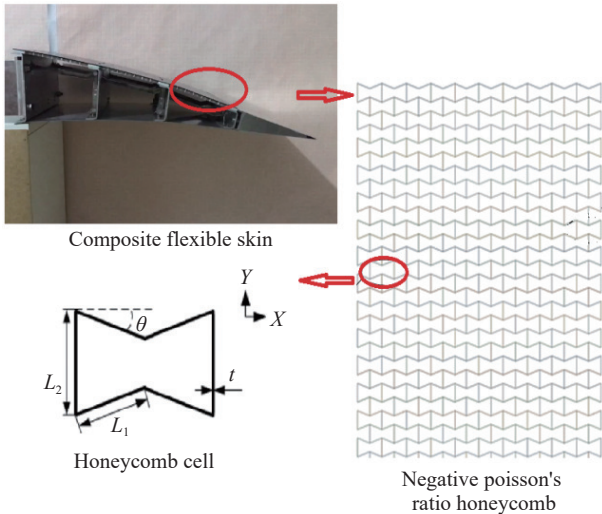
本文针对小型无人机可变形机翼后缘结构,对其复合式柔性蒙皮(图1)开展研究。复合式柔性蒙皮为聚二甲基硅氧烷-尼龙复合材料,其中弹性表皮材料为聚二甲基硅氧烷(Polydimethylsiloxane, PDMS),蜂窝夹芯材料为尼龙(Nylon6),相关材料力学性能如表1所示,蜂窝结构和上下表皮之间使用胶粘连接。本文后续将聚二甲基硅氧烷-尼龙复合材料简称为PDMS-Nylon6复合材料。

柔性蒙皮的蜂窝胞元结构如图1所示,蜂窝胞元结构的形状由4个参数决定:蜂窝壁斜边长度 $L_1$ 、蜂窝壁垂直边长度 $L_2$ 、蜂窝胞壁夹角 $\theta$ 、蜂窝壁厚度 $t$ 。

柔性蒙皮的厚度方向尺寸如图2所示,上下弹性表皮的厚度为 $t_f$ ,蜂窝的高度为 $H$ 。

2 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮优化流程

针对复合式柔性蒙皮结构,提出了一种考虑多种约束条件的尺寸优化方法,可以得到综合性



$L_1$  and  $L_2$  are the lengths of the walls of the cell;  $\theta$  is the angle between the walls;  $t$  is the thickness of the walls

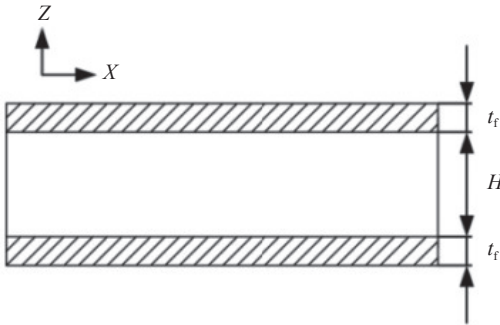
图1 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮及蜂窝胞元

Fig. 1 PDMS-Nylon6 composite flexible skin structure and honeycomb cell

表1 聚二甲基硅氧烷 (PDMS)-Nylon6 复合材料力学性能

Table 1 Mechanical properties of polydimethylsiloxane (PDMS)-Nylon6 composite materials

Material	Elastic modulus/ MPa	Poisson's ratio	Density/ ( $\text{kg}\cdot\text{mm}^{-3}$ )
Nylon6	1.06	0.35	$1.14\times 10^{-6}$
PDMS	1.8	0.49	$2.33\times 10^{-6}$



$t_f$  is the thickness of the elastic skin;  $H$  is the height of the honeycomb

图2 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮厚度方向尺寸

Fig. 2 Thickness of the PDMS-Nylon6 composite flexible skin

能最优的柔性蒙皮结构设计方案，对柔性蒙皮的设计和具有应用具有重要意义。优化方法的主要流程如图3所示，主要步骤如下：

(1) 基于参数化方法，构建一系列柔性蒙皮结构有限元模型

由于利用响应面方法构建柔性蒙皮结构力学性能近似模型时，需要大量的仿真样本点，因此需要利用参数化建模机制，以柔性蒙皮结构的几

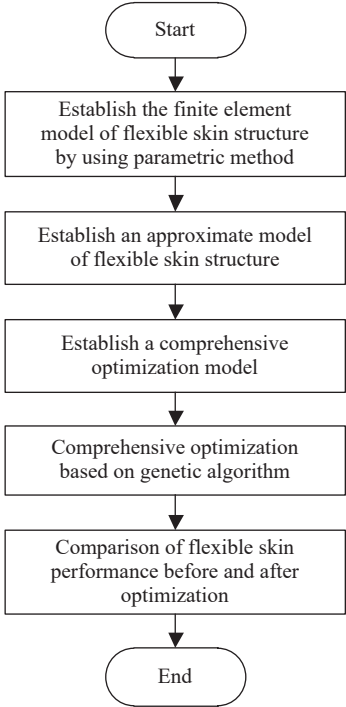


图3 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮结构综合优化流程

Fig. 3 Optimization process of PDMS-Nylon6 composite flexible skin structure

何参数、载荷参数为输入条件，建立一系列柔性蒙皮结构有限元模型。

(2) 基于响应面方法，构建柔性蒙皮结构力学性能近似模型

影响柔性蒙皮结构力学性能的参数较多，需要引入一种适用面广、计算简单、适应优化算法的建模方法，建立能够反映柔性蒙皮结构参数与力学性能指标之间关系的近似模型。采用响应面方法，构建柔性蒙皮结构力学性能近似模型，其主要步骤包括：确定参数和响应面函数、设计仿真样本点、最小二乘拟合、响应面模型精度评估、依据评估结果优化样本点设计和拟合方法。

(3) 构建柔性蒙皮结构综合优化数学模型

以近似模型为基础，以柔性蒙皮几何参数为优化变量，综合考虑面内拉伸变形率、面外挠度变形和结构质量，采用加权系数法，根据不同性能的重要程度设置相应的加权系数，设计综合优化目标函数，将多目标优化问题转化为单目标优化问题。

(4) 利用遗传算法开展结构优化设计

针对柔性蒙皮结构综合优化模型，采用遗传算法进行优化，得到综合考虑面内变形率、面外刚度、质量的最优结果。



(5) 结构优化前后性能对比评估

基于优化后的几何参数构建柔性蒙皮结构有限元分析模型，并将该模型分析结果与初始模型分析结果进行对比评估，验证优化方法的有效性。

3 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮建模方法

3.1 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮模型简介

为了进行仿真实验，需要建立柔性蒙皮结构的有限元模型，一般使用壳单元 (QUAD4) 模拟蜂窝夹芯胞壁和弹性表皮，且需要确保网格尺寸足够小，以满足仿真精度要求。在有限元仿真中，将蜂窝夹芯材料和弹性表皮材料假设为线弹性材料，不考虑材料非线性效应；为了更准确模拟柔性蒙皮的大变形，在仿真中考虑几何非线性效应。

主要针对柔性蒙皮的面内变形能力和面外承载能力进行有限元计算，因此主要分为两种独立的载荷工况进行有限元计算，载荷边界如表 2 所示，柔性蒙皮模型的边界如图 4 所示。表 2 中第一列，代表蜂窝结构模型约束或载荷施加的边界区域，其中 A、B、C、D 分别代表 4 个侧面，E、F 分别代表上表面和下表面，表中的 Boundary 代表边界标识。表 2 中第二列，代表面内拉伸载荷加载状态下，各边界的约束或载荷情况，在此状态下，A 面固支；在 B 面施加均匀分布的沿 x 正向的驱动载荷  $F_x$ ，并限制 B 面蜂窝壁面的转动自由度，以实现 B 面沿 x 正向的变形一致；C 面和 D 面保持自由边界，表中的 Free 代表自由边界。表 2 中第三列，代表面外法向载荷加载状态下，各边界的约束或载荷情况，在此状态下，A 面和 B 面固支；C 面和 D 面保持边界自由；在 F 面弹性面板上均匀施加沿 z 轴正向的法向载荷  $P_n$ 。

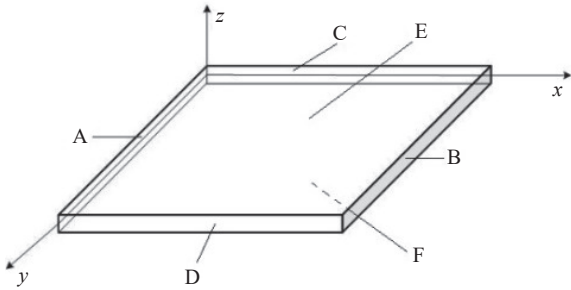


图 4 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮参数化模型边界条件

Fig. 4 Boundary conditions of the parametric model of PDMS-Nylon6 composite flexible skin

3.2 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮计算结果

为了比较蜂窝结构和蜂窝夹芯结构在两种加载状态下的变形特性，设置一组有限元计算算例。其中，蜂窝结构和蜂窝夹芯结构的加载方式类似：面内拉伸时，驱动力  $F_x$  均匀分布于 B 端的蜂窝壁面上；面外加载时，蜂窝结构的法向力  $F_z$  均匀分布在蜂窝壁上表面，蜂窝夹芯结构的法向力  $F_z$  均匀分布在弹性面板上。两种独立的载荷工况有限元计算结果如图 5 所示。

由图 5(a)~5(d) 可知，在柔性蜂窝蒙皮面内拉伸发生变形时，主要由蜂窝单元的倾斜壁发生弯曲变形产生沿 x 方向的变形，且具有一定的边界效应：靠近两侧边界的蜂窝单元弹性变形较大，靠近中心区域的蜂窝单元弹性变形较小。蜂窝结构由多个相同尺寸的蜂窝单元经一定的拓扑规律得到蜂窝结构，当蜂窝单元尺寸足够小、蜂窝结构中蜂窝单元个数足够大时，蜂窝夹芯结构在沿 x、y 方向的整体变形呈现一定的均匀性，因此可以使用等效方法对其进行面内力学特性分析。

有限元验证模型采用的蜂窝结构具有负泊松比特性，因此以蜂窝为支撑结构的夹芯结构也具有一定的负泊松比特性，在面内 x 方向施加驱动载荷时，结构整体在 y 方向发生一定的膨胀变形。并且，在蜂窝夹芯结构沿 x 方向长度足够大时，两侧边界对结构中心区域的边界效应影响小到可以忽略，即可利用测得的结构整体沿 y 方向变形大小计算夹芯结构等效泊松比  $\mu$ 。

由图 5(e)、图 5(f) 可知，在柔性蜂窝蒙皮面外加载发生弯曲变形时，蜂窝夹芯结构某一测量点出的变形总挠度  $\omega_n = \omega_{sub} + \omega_{skin}$ ，其中： $\omega_{sub}$  是起支撑作用的蜂窝结构在载荷作用下的整体变形量； $\omega_{skin}$  是弹性表皮在方向的均布载荷作用下局部鼓包的相对挠度 (相对于蜂窝基础结构)。在左

表 2 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮模型边界条件

Table 2 Boundary conditions of the PDMS-Nylon6 composite flexible skin model

Boundary	Boundary of in-plane load conditions	Boundary of out-plane load conditions
A	$u_x = u_y = u_z = 0$ $\gamma_x = \gamma_y = \gamma_z = 0$	$u_x = u_y = u_z = 0$ $\gamma_x = \gamma_y = \gamma_z = 0$
B	$F_x$ $\gamma_x = \gamma_y = \gamma_z = 0$	$u_x = u_y = u_z = 0$ $\gamma_x = \gamma_y = \gamma_z = 0$
C	Free	Free
D	Free	Free
E	Free	Free
F	Free	$P_n = 0.001 \text{ MPa}$

Notes:  $u_x, u_y, u_z$ —Displacements in the x, y, and z directions;  $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ —Rotation angles around the x, y, and z axes;  $F_x$ —Load along the x direction;  $P_n$ —Normal pressure load.

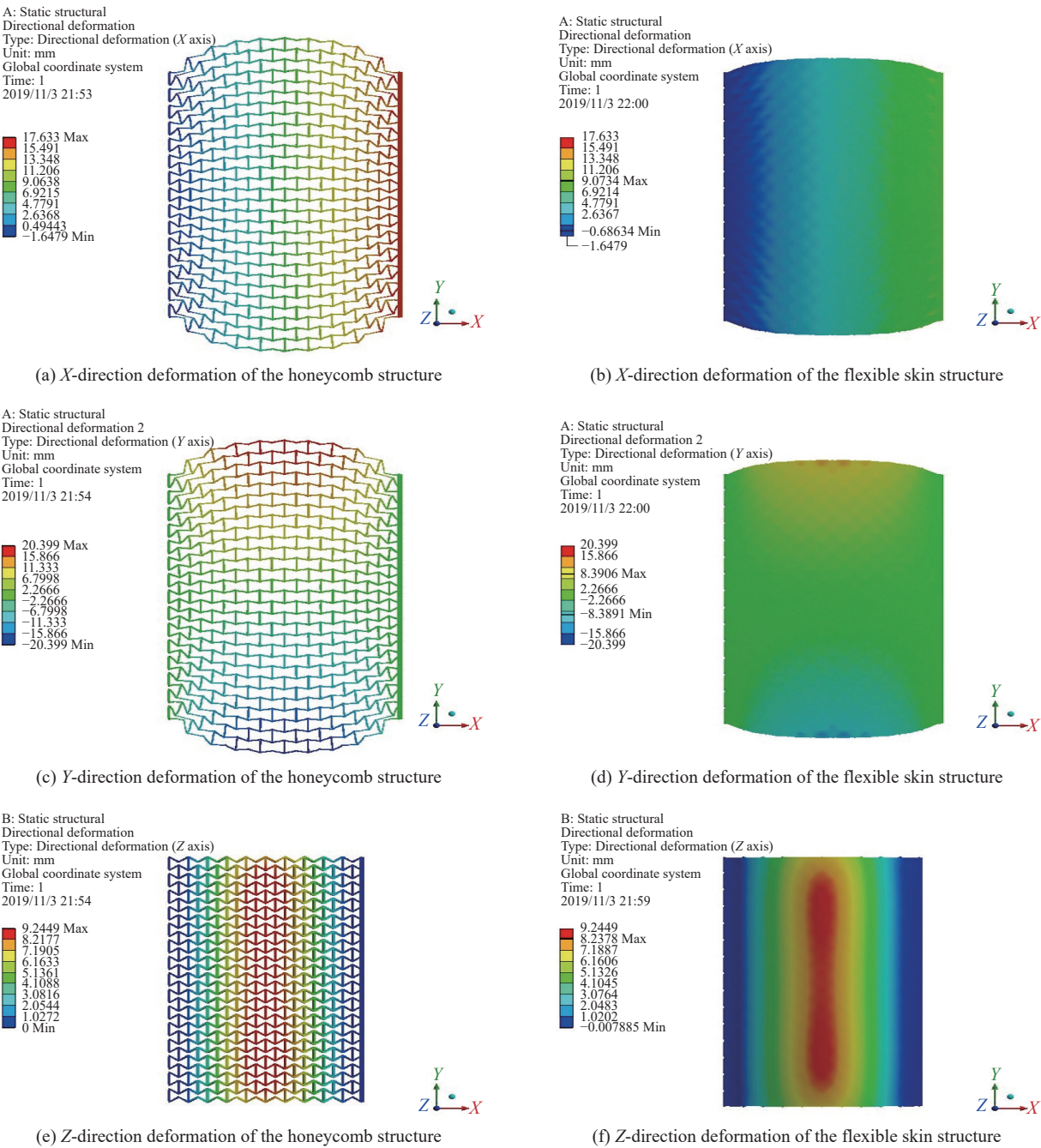


图 5 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮模型的变形计算结果

Fig. 5 Deformation calculation results of the PDMS-Nylon6 composite flexible skin model

右两侧固支时，蜂窝夹芯结构面外挠度 $\omega_n$ 沿 $x$ 方向呈现一定的梯度分布：越靠近两侧边缘， $\omega_{sub}$ 越小；越靠近结构中心区域， $\omega_{sub}$ 越大，且变形分布情况左右对称。

分别对图 5(a)~5(b)、图 5(c)~5(d) 和图 5(e)~5(f) 做横向比较，可以发现在相同面内驱动载荷作用下，蜂窝结构变形能力远远强于蜂窝夹芯结构，因此蜂窝夹芯结构的面内刚度主要由上下弹性表皮提供；在相同面外加载载荷作用下，蜂窝

结构的 $z$ 方向变形挠度与蜂窝夹芯结构接近，即面外抗弯刚度主要由蜂窝支撑结构提供。因此，以蜂窝夹芯结构为结构形式的柔性蒙皮，能够很大程度上提高各向异性，实现面内大变形、面外大承载的设计要求。

**3.3 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮参数化建模**

参数化驱动机制设计：向量 $x$ 为描述蜂窝夹芯结构的形状参数与载荷参数， $x = [L_1, L_2, \theta, H, t, t_f, F_x]$ ； $y$ 为与形状参数对应的结构性能指标，

$y(x) = [\varepsilon_x, \omega_n, \mu, G]$ 。其中： $\varepsilon_x$ 为面内拉伸载荷 $F_x$ 作用下的变形率； $\omega_n$ 为面外载荷 $P_n$ 作用下的面外变形最大挠度值； $\mu$ 为面内泊松比； $G$ 为夹芯结构的总质量。根据 $x \sim y(x)$ 的驱动机制，在构建几何模型时采用“几何约束”与“设计参数”相结合的方法约束模型，建立起“设计参数”与有限元模型的一一对应关系，利用ANSYS Workbench参数化工具，完成有限元模型参数化实现。需要注意：在线性情况下，载荷与结构响应之间是线性关系，在构造参数化模型时不需要将载荷作为参数；但本文主要针对柔性蒙皮的大变形问题，需要考虑几何非线性对柔性蒙皮变形的影响，载荷与结构响应之间是非线性关系，因此在构建参数化模型时需要将载荷 $F_x$ 也作为参数。

4 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮近似模型

4.1 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮响应面方法

利用响应面方法<sup>[15-18]</sup>构造柔性蒙皮结构力学性能近似模型，可以在近似精度和计算效率上达到比较均衡的效果。主要包含以下步骤：确定设计变量和目标函数、仿真实验设计、基于最小二乘法的近似估计、设计变量归一化、近似模型评估，基本流程图如图6所示。

(1) 确定设计变量和目标函数

假定参数与目标之间的函数关系为 $y = y(x)$ ，其中 $x$ 是一个 $n$ 维向量 $x \in E^n$ ， $y$ 是一个 $m$ 维向量 $y \in E^m$ 。 $y(x)$ 是一个未知函数，虽然无法得到函数关系的准确表达式，但可通过有限元计算工具计算样本点状态 $x(i)$ 对应的 $y(i)$ 值，从而得到一个样本点参数与目标之间一一对应的映射关系。利用有限元计算的样本点和响应值二次多项式形式的响应面函数 $\tilde{y}(x)$ ：

$$\tilde{y}(x) = d_0 + \sum_{i=1}^n d_i x_i + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n d_{ji} x_i x_j \tag{1}$$

其中： $d_0$ 是常数项的待定系数； $d_1$ 是一次项的待定系数； $d_{ij}$ 是二次项的待定系数；共有 $N$ 个待定系数， $N = (n+1)(n+2)/2$ 。

将含交叉项的二次多项式转化为线性多项式的形式：

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = x_1, u_2 = x_2, \cdots, u_n = x_n \\ u_{n+1} = x_1^2, u_{n+2} = x_2^2, \cdots, u_{2n} = x_n^2 \\ u_{2n+1} = x_1 x_2, u_{2n+2} = x_1 x_3, \cdots, u_{n(n+3)/2} = x_{n-1} x_n \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} c_0 = d_0 \\ c_1 = d_1, c_2 = d_2, \cdots, c_n = d_n \\ c_{n+1} = d_{n+1}, c_{n+2} = d_{n+2}, \cdots, c_{2n} = d_{2n} \\ c_{2n+1} = d_{12}, c_{2n+2} = d_{13}, \cdots, c_{n(n+3)/2} = d_{(n-1)n} \end{cases} \tag{3}$$

得到线性形式的多项式：

$$\tilde{y} = \sum_{i=0}^{p-1} c_i u_i \tag{4}$$

其中， $p = (n+1)(n+2)/2$ 为待定系数个数。

(2) 仿真实验设计，然后利用最小二乘法的近似估计

本文仿真实验设计及样本点选取的方法，在5.2小节中有详细描述。当实验次数 $s \geq p$ 时，经过 $s$ 次独立实验(有限元仿真)，可得到 $s$ 个样本点状态对应的 $s$ 组响应值 $y^{(i)}(i = 0, \cdots, s-1)$ ：

$$\begin{cases} \tilde{y}^{(0)} = \sum_{i=0}^{p-1} c_i u_i^{(0)} \\ \tilde{y}^{(1)} = \sum_{i=0}^{p-1} c_i u_i^{(1)} \\ \cdots \\ \tilde{y}^{(k-1)} = \sum_{i=0}^{p-1} c_i u_i^{(k-1)} \end{cases} \tag{5}$$

由于 $\tilde{y}$ 为近似函数，上式计算出的结果 $\tilde{y}^{(i)}$ 与实验(仿真)值 $y^{(i)}$ 并不相同，其间的数值差为 $\varepsilon$ ，其详细表达式如下：

$$\begin{cases} \varepsilon^{(0)} = \sum_{k=0}^{p-1} c_k u_k^{(0)} - y^{(0)} \\ \varepsilon^{(1)} = \sum_{k=0}^{p-1} c_k u_k^{(1)} - y^{(1)} \\ \cdots \\ \varepsilon^{(s-1)} = \sum_{k=0}^{p-1} c_k u_k^{(s-1)} - y^{(s-1)} \end{cases} \tag{6}$$

为了让响应面函数模拟效果更佳，应尽量降低上述误差，因此利用最小二乘法得到残差平方和 $S(c)$ ，并令其取极小值，计算得到相应待定系数矩阵：

$$S(c) = \sum_{j=0}^{s-1} (\varepsilon^{(j)})^2 = \sum_{j=0}^{s-1} \left( \sum_{k=0}^{p-1} c_k u_k^{(j)} - y^{(j)} \right)^2 \tag{7}$$

$$\frac{\partial S}{\partial c_r} = 2 \sum_{j=0}^{s-1} \left[ u_r^{(j)} \left( \sum_{k=0}^{p-1} c_k u_k^{(j)} - y^{(j)} \right) \right] = 0 \tag{8}$$

式中， $c_r$ 为系数变量。



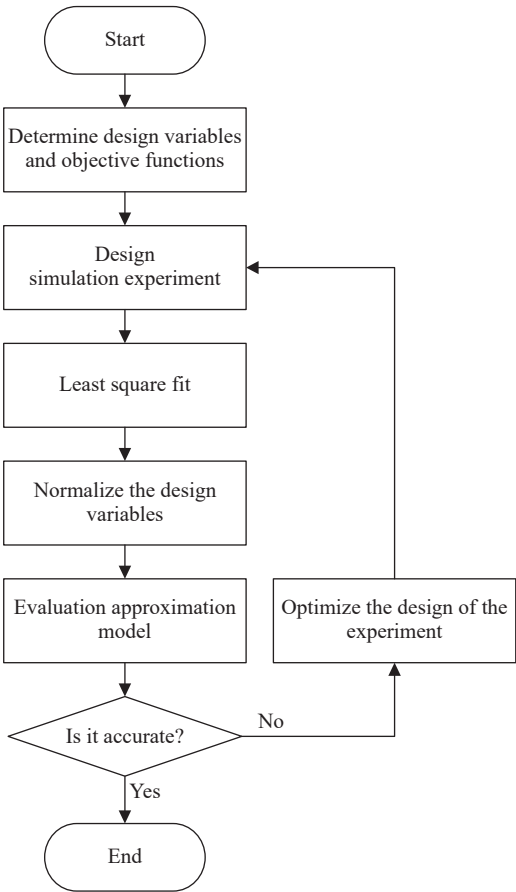


图6 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮响应面方法建模流程图  
Fig.6 PDMS-Nylon6 composite flexible skin response surface method modeling process diagram

可求得：

$$C = (X^T X)^{-1} X^T G \tag{9}$$

经由多个因素、多个水平的组合构成实验样本矩阵  $X$ ，通过实施实验方案得到对应的响应值矩阵  $G$ ，二者经上述拟合分析的公式可求得待定系数矩阵  $C$ ，从而可得到响应面近似函数  $\hat{y} = CU$ 。若式 (9) 中矩阵  $X^T X$  奇异，则无法计算出  $(X^T X)^{-1}$ ，须使用松弛法或奇异值分解的方法进行求解。

(3) 设计变量归一化

由于响应面建模方法往往针对多个不同类型物理量进行近似计算，量纲不同会造成较大的误差；同时，多目标综合优化是将多个目标函数按一定的加权系数相加，不同量纲也会造成较大的计算误差。因此，为了消除指标之间的量纲影响，对响应面建模涉及到的参数和目标函数都需要先进行归一化处理：令  $x \in [L, U]$ ，则可由  $x$  得到归一化的  $x' \in [0, 1]$ ：

$$x' = \frac{x - L}{U - L} \tag{10}$$

式中： $L$  表示变量的下限； $U$  表示变量的上限。

(4) 近似模型相关性评估

近似模型建立后有必要进行近似精确度分析，只有在近似精度满足要求的情况下才能认为该模型的近似有效。由于响应面方法采用的是最小二乘拟合方法，近似模型的函数不经过样本点，因此采用相关系数  $R$ ，反映近似值与响应值之间差距，评估响应面模型的近似程度， $R$  的数值越靠近 1，则响应面模型的近似程度越好：

$$R = \sqrt{1 - \frac{S_{SE}}{S_{SY}}} \tag{11}$$

式中： $S_{SY}$  为偏差平方和， $S_{SY} = \sum (y_i - \bar{y})^2$ ； $S_{SE}$  为残余平方和， $S_{SE} = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$  (其中， $y_i$  表示响应值， $\hat{y}_i$  表示近似值， $\bar{y}$  表示响应均值)。

(5) 近似模型预测精度评估

对近似模型进行近似精确度分析只能反映近似模型的近似程度，但使用模型进行状态点的预测也需要进行预测能力的评估。由此，另外设计一组独立样本点作为测试点，通过数值模拟方法计算响应值  $y_i$ ，并使用近似模型进行预测得到近似值  $\hat{y}_i$ ，由此得到相对误差均值  $\bar{e}$  与相对误差标准差  $\sigma_e$ ：

$$\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^I e_i \tag{12}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\sum_{i=1}^I (e_i - \bar{e})^2 t_y} \tag{13}$$

其中， $t_y$  为测试组的样本数。

4.2 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮仿真实验设计

针对柔性蒙皮结构力学特性的有限元计算，本质上是基于计算机的仿真实验。构建柔性蒙皮结构力学性能响应面近似模型，需要建立不同变量组合状态下的有限元模型，每个有限元模型即为一个样本点；然后，根据有限元模型计算出相应的响应值，根据变量和响应值拟合得到蜂窝结构力学性能的近似模型。样本需要满足以下几个要求：样本点 (近似模型输入) 与仿真实验数据 (近似模型输出) 存在一一对应关系；样本点的选取应和响应面近似建模方法的设计变量一致，样本点的取值应在响应面近似建模方法的阈值范围内。在选取样本点时，主要考虑样本点的代表性

和在实验范围内的均匀分布，因此本文选择均匀实验设计方法。

根据蜂窝夹芯结构的形状，设计初始点状态 7 个参数： $L_1 = 5\text{ mm}$ 、 $L_2 = 7.5\text{ mm}$ 、 $\theta = 35^\circ$ 、 $H = 2\text{ mm}$ 、 $t = 0.5\text{ mm}$ 、 $t_f = 1\text{ mm}$ 、 $F = 500\text{ N}$ 。分别以各参数初始状态值为中心点， $(-10\%, 10\%)$  为实验范围，设计 7 因素 5 水平的均匀实验，表头设计如表 3 所示。

表 3 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮均匀实验设计

Table 3 Uniform experimental design for PDMS-Nylon6 composite flexible skin

Level	$L_1/\text{mm}$	$L_2/\text{mm}$	$\theta/(\text{^\circ})$	$H/\text{mm}$	$t/\text{mm}$	$t_f/\text{mm}$	$F/\text{N}$
1	4.5	6.75	31.5	1.8	0.45	0.9	450
2	4.75	7.125	33.25	1.9	0.475	0.95	475
3	5	7.5	35	2	0.5	1	500
4	5.25	7.875	36.75	2.1	0.525	1.05	525
5	5.5	8.25	38.5	2.2	0.55	1.1	550

Note:  $F$  is the external load.

4.3 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮响应面模型精度评估

对均匀实验组  $U(5^7)$  有限元计算得到各样本点对应的结果  $(y(x) = [\varepsilon_x, \mu, \omega_n, G])$ ，并进行基于响应面方法的近似建模计算，得到多项式系数矩阵，从而得到了研究对象的近似模型。

由于近似模型的精度直接影响到后面的优化结果，需要对近似模型进行近似程度和预测能力两个方面的评估。为此构建一系列独立样本点，样本点  $\theta = 35^\circ$ 、 $H = 2\text{ mm}$ 、 $t = 0.5\text{ mm}$ 、 $t_f = 1\text{ mm}$ 、 $F = 500\text{ N}$ ， $L_1$  和  $L_2$  在约定区间内变化。近似模型的评估结果如表 4 所示。

表 4 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮近似模型的评估

Table 4 Evaluation of the approximated model for PDMS-Nylon6 composite flexible skin

	$R$	$\bar{e}/\%$	$\sigma_e/\%$
$\varepsilon_x$	0.9996	0.99	1.20
$\mu$	0.9999	0.32	0.24
$\omega_n$	0.9999	0.83	0.67
$G$	1.0	0.05	0.06

Notes:  $\varepsilon_x$  is the in-plane tensile strain;  $\mu$  is the Poisson's ratio;  $\omega_n$  is the out-of-plane deflection;  $G$  is the structural mass;  $R$  is the correlation coefficient;  $\bar{e}$  is the mean of the relative error;  $\sigma_e$  is the standard deviation of the relative error.

相关系数  $R$  用于评估模型对于样本点的近似程度， $\bar{e}$  和  $\sigma_e$  用于评估模型对于非样本点的预测能力。其中近似模型对于面内拉伸变形率  $\varepsilon_x$ 、面内拉伸泊松比  $\mu$ 、面外加载挠度  $\omega_n$ 、结构质量  $G$

的近似程度均较高，满足要求；近似模型对面内拉伸变形率  $\varepsilon_x$ 、面内拉伸泊松比  $\mu$ 、面外加载挠度  $\omega_n$ 、结构质量  $G$  的预测能力较好，可控制平均相对误差  $\bar{e} < 1\%$ 。

5 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮优化方法

5.1 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮优化模型

针对柔性蜂窝蒙皮，在结构性能上的要求是具备面内大变形能力、面外大承载能力的同时，具有尽量轻的结构质量，满足为变体机翼维形的基本要求。因此涉及到的性能指标包括：面内拉伸变形率  $\varepsilon_x$ 、面内泊松比  $\mu$ 、面外变形挠度  $\omega_n$  和结构质量  $G$ 。但由于不同性能指标随蜂窝蒙皮设计参量的变化规律不同，同时使所有性能到达最优几乎不可能实现。因此多采用加权系数法，根据不同性能的重要程度设置相应的加权系数，以线性相加的方式得到综合优化目标函数，将多目标转化为单目标，并以此为目标函数进行优化计算，其多目标优化的数学模型为

$$F_{\min(\max)}(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i f_i(x) \tag{14}$$

其中： $n$  为参与优化的性能指标个数  $n = 4$ ； $f_i(x)$  为各性能指标近似模型的归一化数值； $\omega_i$  为对应的加权系数。由于对各性能指标而言，面内拉伸变形率  $\varepsilon_x$  大值为优，而面外变形挠度  $\omega_n$ 、泊松比  $\mu$ 、结构质量  $G$  小值为优，因此将各性能指标的取值处理得到  $f_1(x) = 1/\bar{\varepsilon}_x$ 、 $f_2(x) = \bar{\mu}$ 、 $f_3(x) = \bar{\omega}_n$ 、 $f_4(x) = \bar{G}$ 。在本文中，假设面内拉伸变形率  $\varepsilon_x$ 、泊松比  $\mu$ 、面外变形挠度  $\omega_n$  和结构质量  $G$  同等重要，取  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 1/4$ 。需要注意：在计算各性能指标近似模型的归一化数值  $f_i(x)$  时，需要选取模型参数的中间状态，将获取的模型各性能指标作为基准值  $f_i^{\text{base}}(x)$ ；在优化过程中，首先计算当前各性能指标真实值  $f_i^{\text{ture}}(x)$ ，然后利用  $f_i(x) = f_i^{\text{ture}}(x)/f_i^{\text{base}}(x)$ ，实现各性能指标的无量纲化和近似归一化。

以实验设计中的中心点为初始状态，设计变量的取值范围为优化边界，设置驱动载荷  $F_x = 500\text{ N}$ ， $f(x)$  为目标函数，进行优化计算得到最优状态  $(L_1, L_2, \theta, H, t, t_f)_{\text{opt}}$  及其对应的性能指标  $(\varepsilon_x, \mu, \omega_n, G)_{\text{opt}}$ 。多目标优化数学模型及边界条件：

$$F_{\min}(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i f_i(x) = (1/\bar{\varepsilon}_x + \bar{\mu} + \bar{\omega}_n + \bar{G})/4 \tag{15}$$

$s.t. \left\{ \begin{array}{l} 4.5 \leq L_1 \leq 5.5 \\ 6.75 \leq L_2 \leq 8.25 \\ 31.5 \leq \theta \leq 38.5 \\ 1.8 \leq H \leq 2.2 \\ 0.45 \leq t \leq 0.55 \\ 0.9 \leq t_f \leq 1.1 \end{array} \right.$

(16)

引入遗传算法，优化得到最优状态  $(L_1, L_2, \theta, H, t, t_f)_{opt}$  及其对应的性能指标  $(\varepsilon_x, \mu, \omega_n, G)_{opt}$ 。

5.2 遗传算法简介

利用遗传算法 (Genetic algorithm, GA)<sup>[19-21]</sup>，进行优化设计，遗传算法的流程如图 7 所示，具体过程如下：

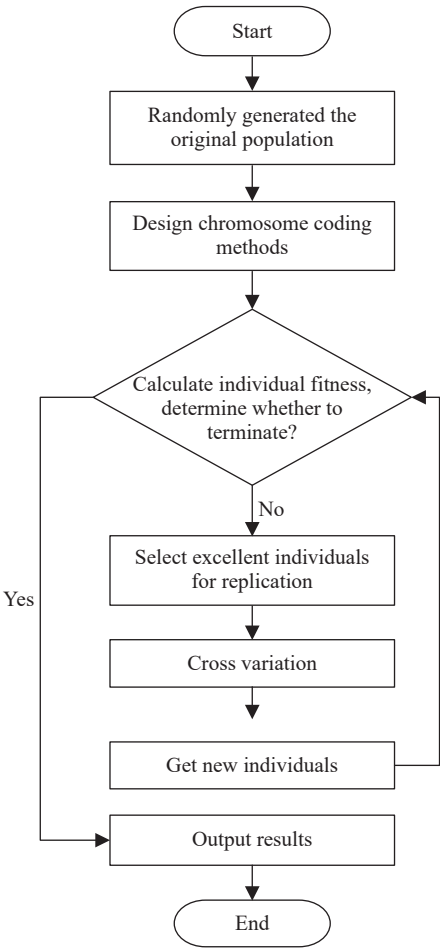


图 7 遗传算法流程图

Fig. 7 Process of genetic algorithm

- (1) 随机产生初始种群，设计染色体的基因编码方式；
- (2) 用轮盘赌策略计算每个个体的适应度，并判断是否满足终止条件：若满足则输出现有个体为最优个体，结束计算；若不满足终止条件，则

- 转到第三步；
- (3) 定义适应度高的个体为优秀个体，选择优秀个体；
- (4) 按照一定交叉方法和变异方法生成新的个体；
- (5) 以新个体的种群为当代种群，转到第二步进行优化计算。

5.3 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮优化结果

优化前后柔性蒙皮的几何参数对比见表 5。优化前后柔性蒙皮的性能对比见表 6，可知，综合目标函数  $F(x)$  相对初始状态而言有大幅减小，具体体现为：面内变形能力提升 30.73%，结构质量减轻 22.77%，面外承载能力提高 30%，泊松比降低 20.73%。

表 5 优化前后 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮的几何参数对比

Table 5 Comparison of geometric parameters of PDMS-Nylon6 composite flexible skin before and after optimization

Variable	Initial value	Optimized value
$L_1$ /mm	5	4.5
$L_2$ /mm	7.5	7.3164
$\theta/(^{\circ})$	35	38.5
$H$ /mm	2	2.2
$t$ /mm	0.65	0.45
$t_f$ /mm	1	0.9

表 6 优化前后 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮的性能对比  
Table 6 Comparison of PDMS-Nylon6 composite flexible skin performance before and after optimization

Variable	Initial value	Optimized value	Percent change
$\varepsilon_x$	23.92%	31.27%	30.73%
$\mu$	1.3886	1.1008	-20.73%
$\omega_n$	1.6%	1.12%	-30%
$G$ /kg	0.0584	0.0451	-22.77%
$F(x)$	0.3522	0.0740	-78.99%

初始状态和经过优化设计的蜂窝结构如图 8(a)、图 8(b) 所示。对优化前后的蜂窝结构进行同等载荷状态下的有限元计算，得到面内、面外变形情况分别如图 8(c)~8(f) 所示，可知，面内拉伸变形率大幅提高，面外变形挠度减小。同时，根据表 6 可知优化后的结构质量减小，实现了各个方面力学性能的提高，各方面的性能都得到综合优化，综合性能得到大幅改善。

6 结论

以基于负泊松比蜂窝的复合式柔性蒙皮为对象，开展了柔性蒙皮结构有限元建模、基于响应

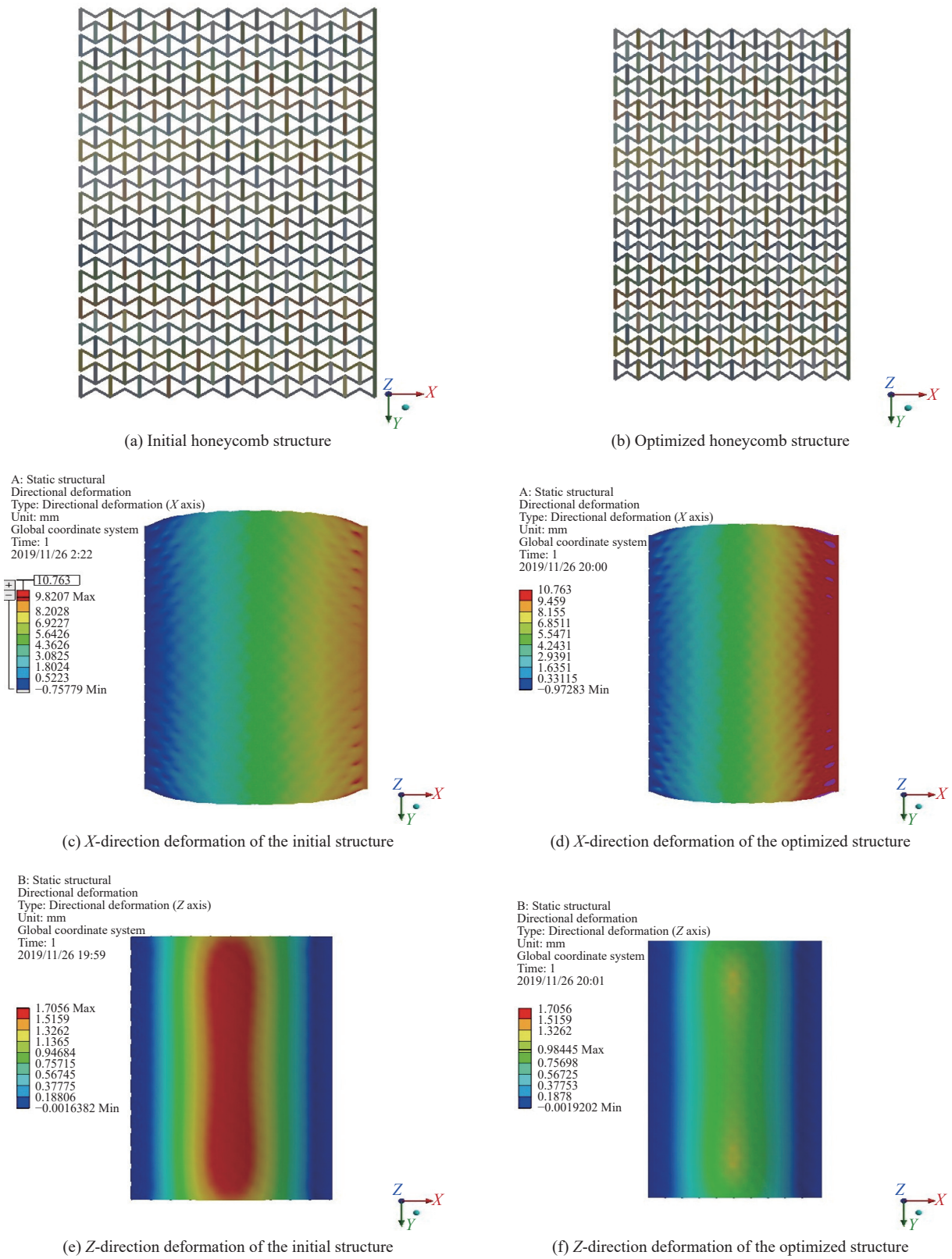


图8 优化前后 PDMS-Nylon6 复合材料柔性蒙皮变形结果对比

Fig. 8 Comparison of the deformation results of the PDMS-Nylon6 composite flexible skin before and after optimization

面方法的近似模型构建、综合优化模型构建、基于遗传算法的优化等方面的技术研究，得到结构

综合性能最优的构型。通过计算和优化得到以下结论：



(1) 柔性蒙皮结构与蜂窝结构相比, 面外变形挠度变化不大, 面内拉伸变形率有较大幅度的减小。因此, 柔性蒙皮结构的面外抗弯刚度主要由蜂窝夹芯提供, 面内拉伸刚度主要由弹性表皮提供, 具有较强的各向异性;

(2) 柔性蒙皮结构能够满足面内大变形、面外大承载的设计要求;

(3) 基于响应面方法对柔性蒙皮结构进行近似建模, 可以得到各性能指标 $[\varepsilon_x, \mu, \omega_n, G]$  (面内拉伸变形率 $\varepsilon_x$ 、面内拉伸泊松比 $\mu$ 、面外加载挠度 $\omega_n$ 、结构质量 $G$ ) 关于形状参数 $[L_1, L_2, \theta, H, t, t_f]$  (蜂窝壁斜边长度 $L_1$ 、蜂窝壁垂直边长度 $L_2$ 、蜂窝胞壁夹角 $\theta$ 、蜂窝的高度为 $H$ 、蜂窝壁厚度 $t$ 、上下弹性表皮的厚度为 $t_f$ ) 的数学模型, 具有较高的近似精度;

(4) 基于遗传算法对柔性蒙皮结构进行多目标综合优化, 可以在满足边界条件的情况下, 在初始点附近区域寻找局部最优解。结果显示, 结构优化后与优化前相比, 面内变形能力、面外承载能力有大幅提升, 结构质量明显降低;

(5) 本文的方法适应性比较强, 可以适用于各种不同类型的蜂窝夹芯柔性蒙皮结构。

综上所述, 本文研究了负泊松比蜂窝复合式柔性蒙皮结构综合优化方法, 并建立了相关模型进行验证, 证明了本文方法的有效性, 可以为此类柔性蒙皮结构的设计提供支持。此外, 本文是在柔性蒙皮结构内部蜂窝胞元数量不变的情况下, 进行相关参数优化技术研究; 对于在一定外形尺寸约束条件下的参数优化, 也可借鉴本文方法, 但是在构造相关优化目标函数时, 需要将各性能指标都进行单位尺寸处理, 即将性能指标除以结构几何尺寸, 获取单位尺寸的结构性能指标, 此部分可作为后续的研究内容。

参考文献:

[1] WEISSHAAR T A. Morphing aircraft systems: Historical perspectives and future challenges[J]. *Journal of Aircraft*, 2013, 50(2): 337-353.

[2] SOFLA A Y N, MEGUID S A, TAN K T, et al. Shape morphing of aircraft wing: Status and challenges[J]. *Materials and Design*, 2010, 31(3): 1284-1292.

[3] JOSHI S, TIDWELL Z, CROSSLEY W, et al. Comparison of morphing wing strategies based upon aircraft performance impacts[C]//Proceedings of the 45th AIAA/ASME/

ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Reston, Virginia: AIAA, 2004, 1722: 1-7.

[4] JHA A K, KUDVA J N. Morphing aircraft concepts, classifications, and challenges[C]//ANDERSON E H. Smart Structures and Materials 2004: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies. San Diego, CA: International Society for Optics and Photonics, 2004: 213-224.

[5] REICH G, SANDERS B. Introduction to morphing aircraft research[J]. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(4): 1059.

[6] 任鑫, 张相玉, 谢亿民. 负泊松比材料和结构的研究进展[J]. *力学学报*, 2019, 51(3): 656-687.

REN Xin, ZHANG Xiangyu, XIE Yimin. Research progress in auxetic materials and structures[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 656-687(in Chinese).

[7] 沈元, 昂海松, 刘卫东. 用于变形机翼夹心式柔性伸缩蒙皮的梯形蜂窝支撑结构[J]. *复合材料学报*, 2015, 32(3): 815-822.

SHEN Yuan, ANG Haisong, LIU Weidong. Trapezoidal cellular support structure applied to flexible telescopic sandwich skin of morphing wing[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2015, 32(3): 815-822(in Chinese).

[8] OLYMPIO K R, GANDHI F. Flexible skins for morphing aircraft using cellular honeycomb cores[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2010, 21(17): 1719-1735.

[9] OLYMPIO K R, GANDHI F. Zero Poisson's ratio cellular honeycombs for flex skins undergoing one-dimensional morphing[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2010, 21(17): 1737-1753.

[10] BUBERT E A, WOODS B K S, LEE K, et al. Design and fabrication of a passive 1D morphing aircraft skin[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2010, 21(17): 1699-1717.

[11] MURUGAN S, SAAVEDRA FLORES E I, ADHIKARI S, et al. Optimal design of variable fiber spacing composites for morphing aircraft skins[J]. *Composite Structures*, 2012, 94(5): 1626-1633.

[12] OLYMPIO K, GANDHI F. Skin designs using multi-objective topology optimization[C]//Proceedings of the 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston, Virginia: AIAA, 2008, 1793: 1-26.

[13] LIU W D, ZHU H, WANG Y P, et al. Topology optimization of support structure of telescope skin based on bit-matrix representation NSGA-II[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2013, 26(6): 1422-1429.

[14] 刘明, 李永新, 吴金玺, 等. 基于响应面法的负泊松比蜂窝芯结构多目标优化[J]. *现代制造工程*, 2015(10): 1-3, 73.

LIU Ming, LI Yongxin, WU Jinxi, et al. Structure multi-objective optimization of negative Poisson's ratio honeycomb core based on response surface method[J]. [Modern Manufacturing Engineering](#), 2015(10): 1-3, 73(in Chinese).

[15] SHAN D S, LI Q, KHAN I, et al. A novel finite element model updating method based on substructure and response surface model[J]. *Engineering Structures*, 2015, 103: 147-156.

[16] HENIKAR G, PALMER G M. Response-surface methodology-revisited[J]. *Cereal Food Science*, 1976, 21: 432-445.

[17] HENIKAR G. Use of response-surface methodology in sensory evaluation[J]. *Food Technology*, 1982, 36: 96-101.

[18] BUCHER C G, BOURGUND U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems[J]. [Structural Safety](#), 1990, 7(1): 57-66.

[19] GOLDBERG D E, HOLLAND J H. Genetic algorithms and machine learning[J]. *Machine Learning*, 1988, 3(2): 95-99.

[20] WRIGHT A H. Genetic algorithms for real parameter optimization[J]. *Foundations of Genetic Algorithms*, 1991, 1: 205-218.

[21] 胡春幸, 侯玉亮, 铁瑛, 等. 基于遗传算法的碳纤维增强树脂复合材料层合板单搭胶接结构的多目标优化 [J]. *复合材料学报*, 2021, 38(6): 1847-1858.

HU Chunxing, HOU Yuliang, TIE Ying, et al. Multi-objective optimization of adhesively bonded single-lap joints of carbon fiber reinforced polymer laminates based on genetic algorithm[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2021, 38(6): 1847-1858(in Chinese).