

基于连续介质力学的界面多尺度模拟研究进展

刘庆辉 马金东 蔡新

Research progress on multiscale modelling of interface based on continuum mechanics

LIU Qinghui, MA Jindong, CAI Xin

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240430.001>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于多尺度损伤机制的CFRP铝合金粘接板冲击行为研究

Research on impact behavior of CFRP aluminum alloy adhesive plate based on multiscale damage mechanism

复合材料学报. 2024, 41(4): 2167–2179 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20230904.001>

波纹钢板-混凝土界面能耗及其本构关系

Energy consumption and constitutive relationship of interface between corrugated steel plate and concrete

复合材料学报. 2024, 41(3): 1588–1600 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20230919.001>

超高性能混凝土单轴拉压本构关系研究

A review on constitutive relationship of ultra-high-performance concrete under uniaxial compression and tension

复合材料学报. 2019, 36(5): 1295–1305 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180703.004>

超高性能纤维增强混凝土单轴本构关系和钢纤维增强作用对其影响

Uniaxial constitutive relation of ultra-high performance fiber reinforced concrete and the effect of steel fiber reinforcement on it

复合材料学报. 2024, 41(2): 911–924 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20230613.001>

高温下双搭接钢-CFRP板胶粘界面力学性能试验

Experimental study for the adhesive interface mechanical properties of double lapped steel-CFRP plate at high temperature

复合材料学报. 2021, 38(2): 449–460 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200608.002>

考虑多尺度界面力学特性的损伤复合材料层合板分岔屈曲性能的等代化

An equivalent model on bifurcation buckling of delaminated composite laminates with multiscale interfacial behaviors

复合材料学报. 2019, 36(5): 1132–1142 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180716.004>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

基于连续介质力学的界面多尺度模拟研究进展



分享本文

刘庆辉^{*1,2,3}, 马金东¹, 蔡新^{1,2,3}(1. 河海大学力学与工程科学学院, 南京 211100; 2. 沿海开发与保护协同创新中心, 南京 210024; 3. 河海大学苏州研究院
双碳技术研究所, 苏州 215100)

摘要: 界面是复合材料/结构的重要组成部分和薄弱环节, 其力学性能对复合材料/结构的整体力学行为和功能具有重要影响。唯象学的界面本构关系在求解各类含界面的材料和结构问题中发挥了重要作用, 但其忽略了细观尺度上复杂的损伤失效过程。随着多相粘结剂的发展和应用, 界面多尺度模拟领域取得了重要进展。本文首先对界面进行分类, 其次阐述界面多尺度模拟的基本问题, 然后总结界面多尺度模拟方法和界面均匀化中的几个关键问题; 接着分别综述界面单向多尺度和双向多尺度研究相关进展, 最后对界面多尺度力学需要进一步研究的问题进行展望。

关键词: 界面力学; 本构关系; 多尺度模拟; 均匀化; 多相粘结剂

中图分类号: O346; TB333

文献标志码: A

文章编号: 1000-3851(2024)12-6414-11

Research progress on multiscale modelling of interface based on continuum mechanics

LIU Qinghui^{*1,2,3}, MA Jindong¹, CAI Xin^{1,2,3}

(1. College of Mechanics and Engineering Science, Hohai University, Nanjing 211100, China; 2. Cooperate Innovation Center for Coastal Development and Protection, Nanjing 210024, China; 3. Carbon Peaking and Carbon Neutrality Technology Institute, Suzhou Institute of Hohai University, Suzhou 215100, China)

Abstract: The interface is an important component and a weak link of composite materials/structures, and its mechanical properties have an important influence on the overall mechanical behaviors and functions of composites. Phenomenological interfacial constitutive laws have played an important role in solving various problems of materials and structures with interfaces, but they neglect the complex damage and failure processes at the mesoscopic scale. With the development and application of multiphase binders, important progress has been made in the field of multi-scale modeling and analysis of the interface. Firstly, interfaces are classified based on their geometrical configurations. Then, the fundamental problems of interface multiscale modeling are clarified, and modeling methods and key issues in interface multiscale modeling are summarized. Research progresses in both one-way and two-way multiscale modeling of the interface are reviewed. Finally, the problems that need to be further studied in interface multiscale modeling are prospected.

Keywords: interface mechanics; constitutive law; multiscale simulation; homogenization; multiphase binders

为充分利用材料的物理和力学性能, 常采用各种方法(例如胶结和螺栓连接等)将不同的材料或构件结合起来形成复合材料或结构, 其结

合部位称为界面^[1-4]。胶结技术具有工艺简单、加工成本低、界面应力分布均匀和疲劳性能好等优点, 在航空航天、汽车、造船和土木等领

收稿日期: 2024-03-20; 修回日期: 2024-04-13; 录用日期: 2024-04-17; 网络首发时间: 2024-05-06 10:33:49

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240430.001>

基金项目: 国家自然科学基金(52279129; 51979094)

National Natural Science Foundation of China (52279129; 51979094)

通信作者: 刘庆辉, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为界面力学和复合材料力学 E-mail: hhulqh@hhu.edu.cn

引用格式: 刘庆辉, 马金东, 蔡新. 基于连续介质力学的界面多尺度模拟研究进展 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(12): 6414-6424.

LIU Qinghui, MA Jindong, CAI Xin. Research progress on multiscale modelling of interface based on continuum mechanics[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(12): 6414-6424(in Chinese).

域得到了广泛应用^[3,5-7]。随着工业技术的不断进步和发展,对粘结剂的要求也越来越高,例如,为提高脆性粘结剂的韧度,可以在环氧树脂粘结剂中添加橡胶颗粒(图 1(a))^[8]和纳米铝粉

(图 1(b))^[9]等。另外,界面通常具有复杂的微观和细观结构,例如在金属-纤维增强塑料(Fiber reinforced polymer, FRP)界面区域,金属表面是凹凸不平的(图 1(c))^[10]。

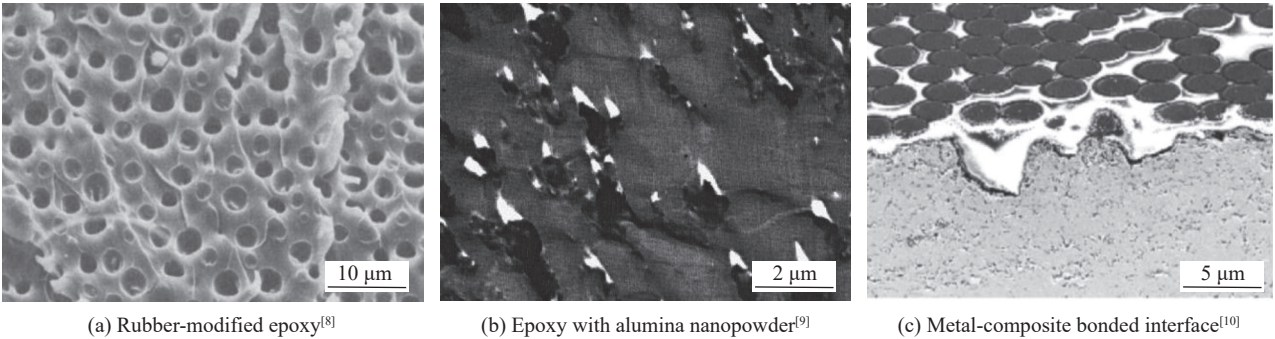


图 1 界面或界面相微观结构

Fig. 1 Microstructure of interface or interphase

界面是复合材料/结构的重要组成部分和薄弱环节,不仅对材料/结构的变形能力和强度具有重要影响,也是细观缺陷萌生和扩展的重要场所^[1,3,11-12]。因此,精确地描述界面的力学行为是至关重要的。在宏观尺度上,传统的唯象学界面本构关系(例如线弹性界面力学模型^[13-16]和非线性内聚力模型^[17-20]等)在求解各类含界面的材料和结构问题中发挥了重要作用,但其忽略了界面细观层次上复杂的损伤失效过程。另外,界面的本构关系通常是由特定的几何构型和加载方式得到的,其是否具有通用性仍需要进行深入探讨^[21]。

为精确模拟界面复杂的损伤失效过程,界面多尺度力学近年来取得了重要进展,其通过较低尺度上的数值模拟揭示界面复杂的失效过程、推导界面的本构关系和预测含界面结构的响应等。为将内容限定在一定范围,本文中的界面多尺度仅涉及连续介质力学体系下的宏观尺度和相对较小的细观或微观尺度。

首先对界面进行分类和解释,其次阐述界面多尺度的基本问题,然后对界面多尺度求解方法进行分类,总结界面均匀化模拟中的几个关键问题,接着综述界面单向多尺度和双向多尺度研究相关进展,最后对界面多尺度力学需要进一步研究的问题进行展望。

1 界面的分类

根据几何构型的不同,界面可分为如图 2 所示的 5 类^[2]:

(1) 突变界面(图 2(a)),界面两侧材料的物理和化学性质完全不同,材料成分在界面处是突变的;

(2) 连续扩散界面(图 2(b)),在界面处,材料组分的变化是连续的;

(3) 不续扩散界面(图 2(c)),在界面处,材料组分是渐变的,但是在某一区域会出现成分的突然改变;

(4) 非均匀扩散界面(图 2(d)),界面一侧的材料会扩散到另一侧的材料中;

(5) 界面相(图 2(e)),该类型的界面是指一个或多个具有较小厚度的中间层,该中间层可以是单组分的粘结剂,也可以是添加增强相的粘结剂(图 1(a)、图 1(b))。

需要指出的是,在真实的世界中,界面都是具有一定厚度的界面相^[2,22](图 2(e)),其尺度范围在 nm~μm 之间^[22],突变界面(图 2(a))的假设是一种为了分析问题方便而进行的理想化假设。另外,真实材料表面都是凹凸不平的,具有一定的粗糙度。而且界面强度并非越高越好,没有缺陷的界面一定比有缺陷的好^[22-23]。如文献[22]指出,强度高的界面虽然能够抵抗较大的外力,具有较强的抵抗蠕变的能力,但是如果能够合理调控界面的缺陷分布,则可以有效提高界面的韧度。因此,根据不同的需要,合理地设计界面,开展界面多尺度模拟和分析,对提升复合材料/结构的工作性能具有重要意义。

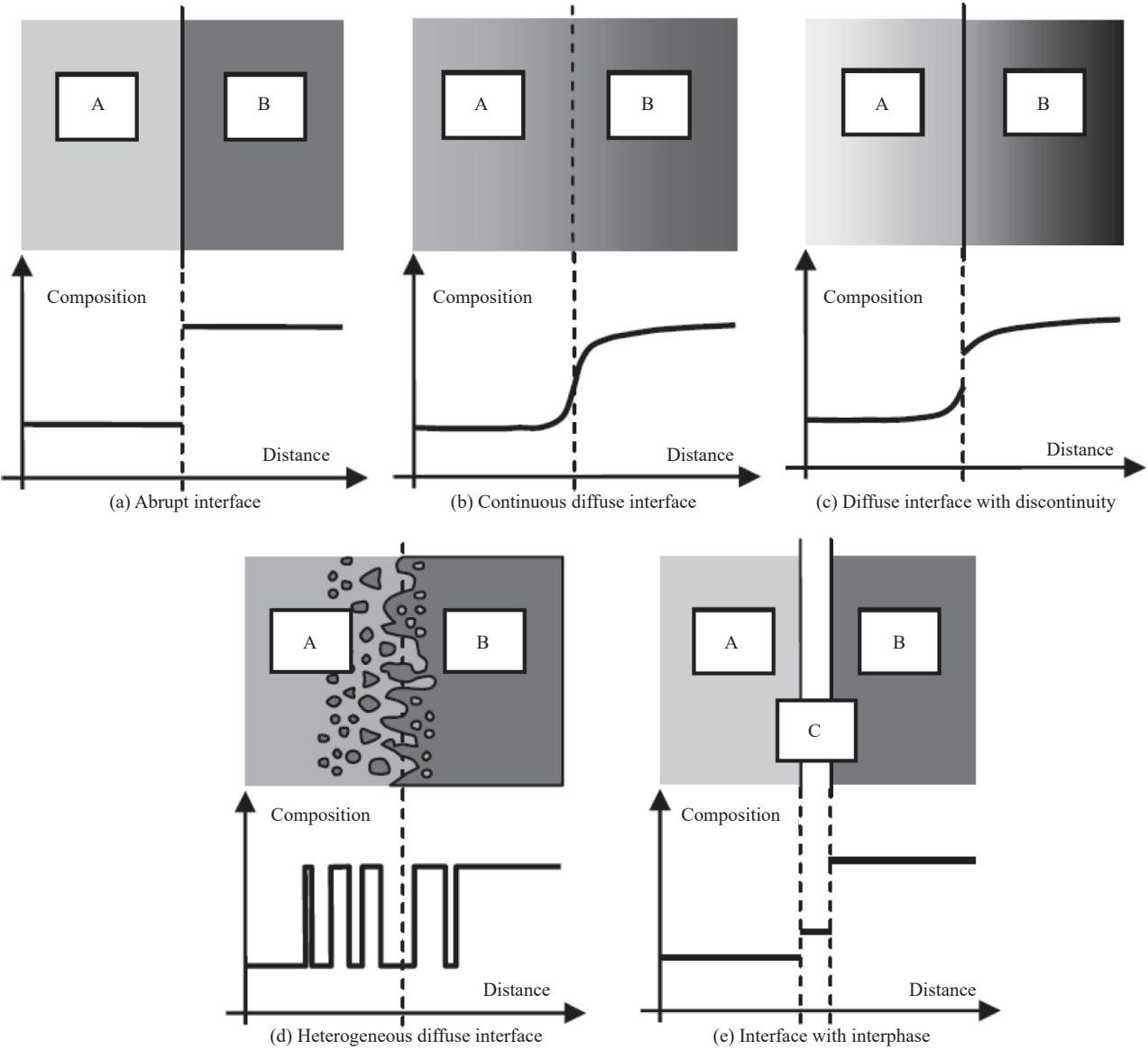


图 2 界面分类图^[2]

Fig. 2 Diagrams of interface classification^[2]

2 界面多尺度问题

多尺度力学旨在通过各种方法将材料在不同长度尺度上的力学特性联系起来，源于对多相非均质材料宏观弹性力学特性的预测^[24]，早期的研究成果包括 Voigt 近似^[25]、Reuss 近似^[26]、Eshelby 夹杂理论^[27]、Hill 定理^[28]、Hashin-Shtrikman 上、下限^[29]、Mori-Tanaka 方法^[30]等。随后材料的多尺度分析方法得到了长足发展，取得了丰硕成果，在求解材料的弹塑性、粘弹性、软化和失效等问题中发挥了重要作用^[24, 31-35]。

随着多相粘结剂的发展和广泛应用，发展适用于多相粘结剂的界面本构关系是一项迫切需要开展的工作。由于粘结剂通常都比较薄，采用内

聚力本构关系，将其模拟为零厚度的一条线（二维问题）或者一个面（三维问题）是一种常用方法。但该方法属于唯象学范畴，无法从根本上揭示界面处发生的复杂失效过程。另一方面，如果考虑所有的微观细节，建立的模型通常过大无法直接进行求解。因此，人们尝试将材料多尺度力学的基本原理和方法应用于界面或薄层的相关问题研究中^[36]。

所谓界面多尺度问题，是指通过恰当的方法确定和量化非均质界面相中各种长度尺度之间的关系。具体来讲，是指通过考虑界面相的复杂微观结构，例如多相粘结剂中增强相的体积分数和力学特性（图 3(a)）^[37]、被粘物表面的粗糙度

(图 3(b))^[10] 等, 赋予各相恰当的本构关系和几何构型, 通过特定的求解方法得到界面的本构关系, 或求解含复杂界面相的结构等相关问题。

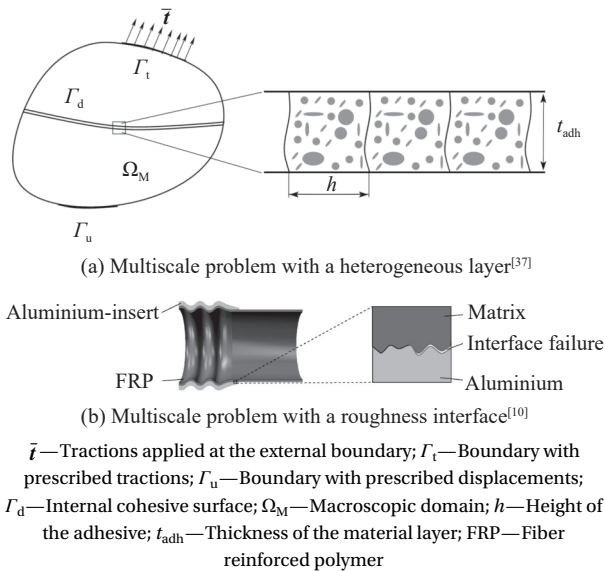


图 3 界面多尺度问题示意图
Fig. 3 Schematic of multiscale modeling of interface

3 界面多尺度模拟方法

对于包含复杂界面相的相关问题, 考虑所有的微观细节是一个不切实际的方法, 这会导致计算模型过大无法进行求解或求解时间过长。而界面多尺度计算方法能够在充分考虑界面相的复杂微观结构基础之上, 提高模拟和计算效率, 并得到足够精确的宏观解。

3.1 多尺度模拟方法分类

和材料多尺度类似, 根据建模策略的不同, 界面多尺度方法可以分为两类^[35, 38-40]:

(1) 层级多尺度方法 (Hierarchical multi-scale methods)。在该方法中, 通过考虑界面复杂的微观信息, 建立界面相的代表性体积单元 (Representative volume element, RVE), 并施加恰当的边界条件, 利用均匀化等技术获得界面的宏观本构关系, 进而将获得的界面本构关系应用到含界面问题的求解中。因为该方法将信息从微观传递到宏观而没有反向传递, 所以该方法也叫单向法、顺序法或串行法;

(2) 并发多尺度方法 (Concurrent multi-scale methods)。在该方法中, 界面单一区域上同时采用两个尺度上的分析方法, 并进行信息的交换, 而且不同的区域可以采用不同的尺度分析方法。因为该方法同时进行细观/微观和宏观模型的求解,

所以该方法也叫双向多尺度方法。

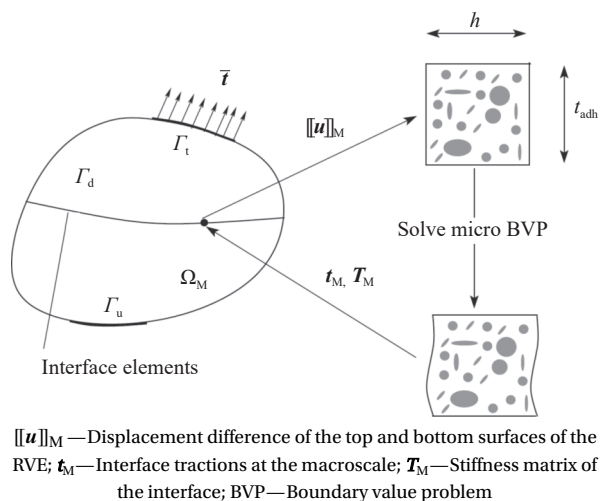
3.2 均匀化方法

多尺度方法主要有均匀化和粗粒化两类, 其中均匀化方法的理论基础是平均定理, 源于非均质材料的细观力学^[32]; 而粗粒化的理论基础是统计力学, 主要关注颗粒的集体力学行为^[32, 41]。和求解非均质材料的多尺度问题类似, 在界面多尺度分析中, 均匀化方法受到了学者们的普遍关注。不同的是, 由于界面多尺度问题主要关注界面本构关系的求解, 而界面本构关系通常是非线性的, 因此界面多尺度问题的求解主要采用数值/计算均匀化的方法。

在界面问题中, 数值均匀化 (Numerical homogenization)^[10, 21, 23] 是指通过求解界面相 RVE 的数值问题来近似复杂界面整体行为的一种技术。在相关研究中, 主要是通过恰当地描述界面和界面相的复杂几何和物理特性来得到宏观界面本构关系, 进而将其应用到含界面结构的问题求解中。由于该方法相对简单, 易于理解, 得到了人们的普遍关注和应用, 并取得了丰硕成果^[10, 21, 23]。但是该方法通常假定特定形式的界面宏观本构方程, 因此该方法在处理高度非线性问题时会遇到很大的困难。

计算均匀化 (Computational homogenization)^[37, 39, 42-43] 是一个更广泛的框架, 通过考虑不同长度尺度上的信息相互作用和反馈, 预测包含非均质界面相或粗糙界面结构等的力学行为。如图 4 所示, 和材料计算均匀化类似, 以有限元方法为例, 该方法求解思路为^[35]: ①宏观尺度的界面每一个高斯点处关联一个细观 RVE, 当宏观尺度有限元需要通过界面张开位移 $[[u]]_M$ 计算积分点处的应力时, 将位移场 $[[u]]_M$ 局部化到细观界面 RVE; ②采用恰当的本构关系描述细观各相的力学行为, 并通过有限元求解细观 RVE, 获得 RVE 的应力场; ③将 RVE 的应力场均匀化, 得到积分点处的应力 t_M ; ④在宏观尺度迭代求解。

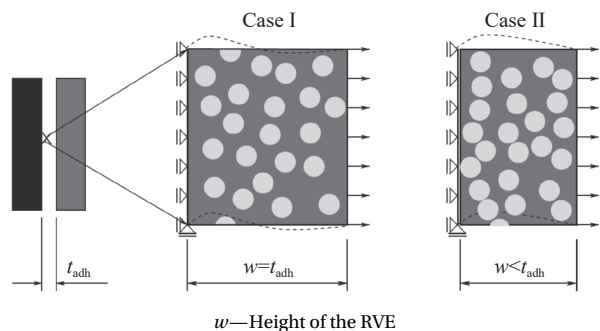
在计算均匀化过程中, 界面宏观本构关系在模拟过程中是动态定义的, 并可能会用到数值均匀化方法。该方法的关键特征是用有限单元法或离散元等描述界面宏观本构行为, 而不是通过提前得到的界面本构关系。虽然该方法需要消耗较多的资源, 但是该方法在处理非线性问题中具有较大的优势。

图4 界面的计算均匀化流程^[37]Fig. 4 Computational homogenization scheme for interface^[37]

3.3 代表性体积单元的选择和存在性

均匀化方法的一个基本假设是 RVE 的存在性, 对于多相非均质材料, RVE 的尺寸应满足两个条件: (1) 在微观尺度上, RVE 足够大, 包含足够多的微观信息, 以至于 RVE 的增加不会导致均匀化力学特性的显著变化; (2) 在宏观尺度, RVE 尺寸要远小于特征长度, 确保宏观应力或应变场在 RVE 上是均匀的, 从而使尺度分离原理成立。对于界面均匀化问题, 也需要选取恰当尺寸的 RVE。和材料的 RVE 不同的是, 界面 RVE 只需要在界面长度方向满足以上两个条件即可^[23, 43-44]。

对于界面均匀化问题, RVE 的选取主要有如图 5 所示的两种情况^[43-44]: (1) 当粘结剂在厚度方向没有周期性时, RVE 的高度 w 取为粘结剂的厚度 t_{adh} , 此时只需要在上下边施加周期性边界条件, 称之为半周期边界条件; (2) 当粘结剂在厚度方向具有周期性时, RVE 的高度 w 小于粘结剂的厚度 t_{adh} , 此时内聚裂纹 (Cohesive crack) 均匀化

图5 多相异质粘结剂的代表性体积单元 (RVE)^[44]Fig. 5 Schematic of representative volume element (RVE) for heterogeneous adhesive^[44]

的方法可以应用到该种情况。

研究表明^[45], 对于线性和硬化材料, 代表性体积单元是存在的。但是对于具有软化特征的材料, 当采用标准均匀化方法时, 代表性体积单元是不存在的, 这是由于软化局部化区域会随着代表性体积单元大小的变化而变化, 在应变局部化后失去了统计均匀性^[46]。对于粘结界面失效, 在考虑界面软化特性情况下, 当采用连续损伤模型模拟界面相的失效时, Matous 等^[36]、Kulkarni 等^[47]和 Nguyen 等^[44]均证明了代表性体积单元的存在性; 当采用分离式裂纹模型 (Discrete crack model) 模拟界面相的失效时, Cid Alfaro 等^[23]和 Verhoosel 等^[43]证明了 RVE 的存在性。

对于如图 5 所示的第一种情况, 文献^[23, 36, 43-44]建立了微观位移 u_R 和宏观界面分离位移 $[[u]]_M$ 的关系:

$$u_R = [[u]]_M \quad (1)$$

对于第二种情况, Nguyen 等^[46]得到了针对连续损伤模型的微观位移 u_R 和宏观界面分离位移 $[[u]]_M$ 的关系:

$$u_R = (w - t_{adh})C_0 t_M + [[u]]_M + u_{dam}^0 \quad (2)$$

式中: C_0 为未加载之前微观试样的二阶柔度张量; t_M 为界面张力; u_{dam}^0 为最大张力对应的界面张开位移。从式 (2) 可以看出, 在计算界面宏观分离位移时, 需要从微观位移中减去最大应力对应的位移, 因此该方法得到的界面张力-位移 (Traction-separation) 关系在初始阶段是刚性的。对于采用分离式裂纹模型的计算^[23, 43], 以上两种情况的计算方法是类似的。

4 单向多尺度模拟

试验研究表明, 添加颗粒增强的粘结剂可以提高粘结界面的强度和断裂韧性^[8-9, 48-50], 但是当掺量超过一定比例后, 界面强度会降低^[9, 50]。为深入理解含多相粘结剂的界面失效模式, 采用直接模拟的方法是一种选择^[51-53], 但是该方法具有消耗内存大、计算时间长的缺点, 而且无法获得界面的本构关系。因此, 界面多尺度模拟的方法获得了人们的普遍关注。根据求解问题的不同, 本节分别综述考虑多相粘结剂、粗糙度和其他界面相关的单向多尺度问题。对于同时包含单向和双向界面多尺度模拟的文献, 将在本节和下一节分别进行综述。

4.1 考虑多相粘结剂的界面单向多尺度模拟

连续损伤力学具有适用性广、计算效率高和能模拟复杂加载条件的优点，在多相粘结剂的界面多尺度模拟中得到了广泛应用。Matous 等^[36]首先提出了界面多尺度模拟的框架，将材料细观和多尺度模拟的方法应用到界面多尺度模拟中，通过考虑粘结薄层中增强相的影响，在 RVE 上施加半周期性边界条件，基于 Hill 能量等价原理，获得了增量形式的界面张力-位移关系；在该工作中，为了克服网格敏感性问题，采用了一种各向同性粘性损伤模型模拟基体和增强颗粒的力学行为。随后，Kulkarni 等^[47]将该工作进行扩展，分别采用各向同性损伤模型和内聚力模型模拟基体和基体-增强相界面的力学行为，研究了增强颗粒尺寸、体积分数和颗粒-基体界面对非均质粘结剂宏观有效张力-位移关系的影响。但是该模型^[36,47]假定基体和增强颗粒的弹性变形是线性的、弹性应变是小变形，无法考虑基体塑性变形的影响。进一步考虑材料的大变形和软化特性，Mosby 和 Matous^[54]将该模型^[36,47]扩展到三维情况，基于图像的建模方法，构建了包含数千个增强颗粒的统计最佳单胞，研究了在 I、II 和 III 混合加载模式下增强颗粒体积分数和尺寸对张力-位移关系的影响。

为模拟复杂的裂纹开裂过程(比如分叉和合并)，通过在连续单元中添加界面单元的分离式裂纹模型也是一种经常被采用的方法。Cid Alfaro 等^[23]经过严格的理论推导，给出了纤维-环氧树脂薄层的宏观张力和微观结点力之间的关系：

$$t_i^M = \frac{1}{b} \int_{\Gamma_T^m} t_i^T d\Gamma_T^m \tag{3}$$

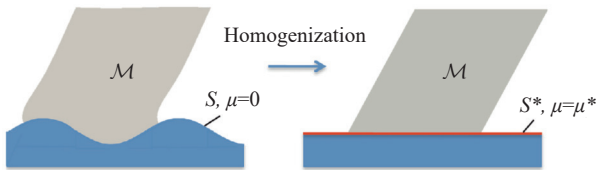
式中： t_i^M 为宏观界面上一点处的张力； t_i^T 为微观界面处的应力； b 为代表性体积单元的长度； Γ_T^m 为施加位移处的边界。需要注意的是，在进行该关系的推导过程中，细观尺度上虚功的平均值仅仅除以试样的长度而没有除以高度，这是由于此处研究对象是一个内聚力面，而不是块体材料。

另外，针对如图 5 所示的两种情况，对于显示离散开裂的多相粘结剂，Verhoosel 等^[43]推导了粘结界面的隐式张力-位移关系，并证明了 RVE 的存在性，但是该方法仅仅被应用到了简单微观结构上。将 Verhoosel 等^[43]的工作进行扩展，基于连续损伤力学模型，Nguyen 等^[44]推导出具有软化特性材料在拉伸、剪切和混合加载模式下的与

RVE 尺寸无关的内聚力法则，并将其应用到随机非均质粘结界面中。

4.2 考虑界面摩擦的单向多尺度模拟

对于没有初始粘结力的界面接触问题，接触面的粗糙度和接触材料力学特性对界面摩擦性能具有重要影响^[55-57]。因此，考虑接触面的粗糙度和材料力学特性，开展如图 6 所示的接触界面均匀化，推导界面摩擦系数和本构关系是一项重要工作。考虑真实复杂的粗糙面形貌和力学特性，采用 h-p 自适应网格细化技术、自适应时间步等技术，利用有限元方法和统计均匀化技术，Tworzydło 等^[58]得出了接触粗糙界面的宏观界面本构关系。为处理接触滑移面的硬化现象，考虑滑移面的微观几何形貌和材料的塑性变形，Haraldsson 和 Wriggers^[59]推导了土壤-混凝土界面的摩擦接触法则。考虑接触材料的几何非线性和微观几何构型，基于统计面模型，Bandeira 等^[60]利用有限单元法，通过均匀化技术获得了 3D 界面接触法则。针对刚性面和弹性大变形固体之间夹杂颗粒材料的接触问题，Temizer 和 Wriggers^[61]发展了一种接触均匀化技术计算界面的摩擦系数，并讨论了代表性接触单元和边界条件的选择方法。Temizer 和 Wriggers^[56]进一步将该模型应用到粘弹性固体和刚性面的接触问题中。随后，通过考虑橡胶材料的粘弹性性质和刚性面的微观几何构型，基于有限元方法和均匀化技术，建立接触界面的 RVE，Wriggers 和 Reinelt^[55]推导了橡胶-刚性面的摩擦法则。在 Wriggers 和 Reinelt^[55]研究基础之上，通过和等几何方法相结合，De Lorenzis 和 Wriggers^[57]提高了计算结果的有效性，将橡胶本构关系、粗糙面特征和宏观摩擦关联起来，推导了考虑滑移速度和竖向压力的橡胶-粗糙刚性面的宏观摩擦系数。考虑界面两侧材料的微观粗糙结构和大变形，结合等几何分析方法，Temizer^[62]建立了热力



M—An appropriate cut from the boundary layer of rubber test sample;
S—Sinusoidal surface; S*—Equivalent planar surface; μ—Friction coefficient; μ*—Effective friction coefficient

图 6 考虑粗糙度的界面均匀化示意图^[57]

Fig. 6 Schematic of interface homogenization considering roughness^[57]

耦合均匀化框架，进而精确地获得了界面两侧的温度差。Temizer^[63]进一步建立了软物质摩擦的计算接触均匀化框架，并将其扩展到三维面-面接触的情况。

为考虑界面脱粘过程中摩擦力的影响，Alfano 和 Sacco^[64]首先引入了如图 7 所示的代表性单元面 (Representative elementary area, REA)，在细观上将其分为未损伤区和损伤区，并假定摩擦现象仅发生在完全损伤区；分别采用线弹性模型、Crisfield 模型和库伦 (Coulomb) 摩擦法则描述未损伤区、部分损伤区和完全损伤区的力学行为，推导了一个考虑界面损伤和摩擦的内聚力模型。需要指出的是，该方法具有一般性，可以任意选取未损伤区域的本构方程、损伤演化法则和摩擦法则。随后，Sacco 和 Toti^[65]对该模型进行修改和完善，推导了砖-砂浆界面的宏观本构关系，并将其应用到 FRP 加固和未加固的砌体结构损伤失效分析中。最近，陈晓等^[66]将该模型应用到冻土-构筑物界面中，并得到了其界面本构关系。Sacco 和 Lebon^[67]进一步考虑界面相的刚度，将求解问题分解为 3 个子问题，发展了一种简化均匀化方法，降低了计算时间。计算结果^[64-65, 67]表明，当界面刚度过大时会出现数值求解困难；为解决该问题，Zou 和 Hameed^[68]利用断裂力学中能量的概念给出了 REA 中损伤区域的面积，进而得到了一个与界面刚度无关的内聚力模型。

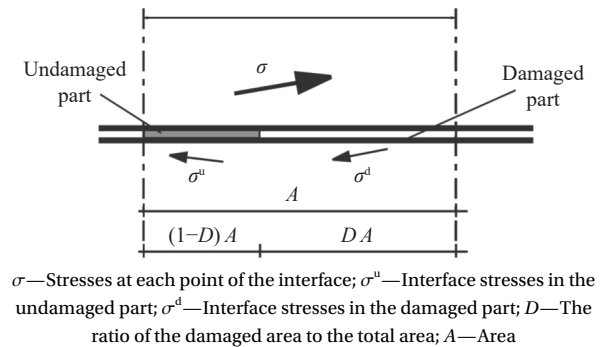


图 7 内聚力-摩擦界面模型中的代表性单元面^[64]
Fig. 7 Representative elementary area in cohesive-frictional interface model^[64]

4.3 其他单向多尺度模拟

在粘结界面中，界面失效过程是极其复杂的，界面粗糙度对界面极限承载力具有重要影响^[10, 53, 69-70]。为分析界面粗糙度对金属-FRP 材料界面本构关系的影响，Hirsch 和 Kastner^[10]考虑金属表面的随机

和周期性几何轮廓，分别利用线弹性、韧性损伤和内聚力模型描述金属材料、树脂和界面的力学行为，进行了金属-FRP 界面的细观模拟，基于均匀化方法得到了其张力-位移关系。进一步考虑 FRP 微观尺度上的失效 (包括基体损伤和基体-纤维界面脱胶) 和材料的大变形，基于 Hirschberger 等^[42]提出的界面均匀化框架，Hirsch 等^[69]采用梯度增强的方法描述材料的力学行为，进一步开展了金属-FRP 界面多尺度模拟，得到了界面的本构关系。另外，为考虑微观尺度上橡胶纤维变形和脱粘等现象，Vossen 等^[71]开展铜-橡胶界面的微观模拟，得到了宏观内聚力模型的模型参数，且这些参数与微观力学量是定量相关的；研究结果表明，界面耗散能主要由粘结能和纤维的弹性能组成，且粘结能仅占总耗散能的很小一部分。

在 FRP 加固混凝土结构中，FRP-混凝土界面力学性能对结构承载力和失效模式具有重要影响。因此，FRP-混凝土界面的细观和多尺度模拟得到了不少学者的关注^[21, 53, 72-73]。考虑混凝土的细观结构，采用连续损伤力学的方法模拟砂浆和砂浆-骨料界面的力学行为，Palmieri 和 Lorenzis^[21]开展 FRP-混凝土界面细观和多尺度分析，获得了其在混合加载模式下的内聚力法则。随后，该研究思路和方法被用来研究 FRP-混凝土界面的细观损伤失效过程^[53, 72-73]。

5 双向耦合多尺度模拟

如文献^[39]指出，虽然单向多尺度方法能够获得界面的内聚力法则，但是这种方法可能会丢失微观演化的特定细节。例如，当界面相的损伤失效是率相关时，提前获得的损伤演化法则将不能直接应用到多相非均质粘结剂的宏观失效模拟中；且当采用率相关的细观本构模型时，该历史相关性会进一步加剧，进而导致提前得到的本构关系不能使用。因此，有必要开展耦合的宏细观界面力学模拟，保留失效过程的历史相关性。

Matous 等^[36]和 Kulkarni 等^[47]首先给出了针对界面薄层问题的耦合多尺度控制方程，但是其给出的计算例子均是单向多尺度的。将 Matous 等^[36]和 Kulkarni 等^[47]的工作进行扩展，考虑基体的塑性变形，Reina-Romo 和 Sanz-Herrera^[74]提出了小变形情况下的多尺度计算框架，并用来分别求解颗粒增强粘结结点在拉伸和弯曲情况下的失效问题。进一步考虑材料的大变形，Hirschberger 等^[42]

提出了一个针对多相材料薄层的嵌套多尺度求解方案, 该方案将非线性宏观边界值问题 and 非线性界面细观边界值问题进行耦合。但是这些工作^[42, 74]没有考虑细观和宏观尺度上材料的软化现象, 而这却是内聚力界面失效模拟的核心问题。

对于发生离散开裂的软化材料, 针对如图 5 所示的两种情况, Verhoosel 等^[43]提出了多尺度计算框架, 并将其应用到剥离试验的数值模拟中。随后, 将该工作进行扩展, 采用连续损伤力学的方法描述材料的力学行为, 针对如图 5 所示的两种情况, Nguyen 等^[44]提出了一个类似的计算均匀化框架。采用各向同性率相关的损伤模型模拟非均质粘结剂的损伤失效行为, Kulkarni 等^[39]采取嵌套迭代求解方案, 提出了一个能够考虑率相关和包含下降段的界面双向多尺度计算方法。随后, 将该工作进行扩展, 考虑多相粘结剂的大变形, Mosby 和 Matous^[75]开发了一个三维并行多尺度求解器, 用来求解非均质超弹材料薄层的失效问题。Liu 等^[76]建立了一个多尺度计算框架, 用于计算复合材料在 I 型加载模式下的动态断裂能; 在该计算框架中, 在宏观尺度上将复合材料模拟为均匀材料, 在细观尺度上, 利用内嵌胞元法 (Embedded cell approach) 模拟裂纹尖端的复杂损伤失效过程。

6 结论与展望

综上, 在界面失效行为的多尺度研究中, 国内研究相对较少, 而国外已有长足发展, 突破了传统唯象学研究方法的束缚, 从早期的考虑粘结剂中各相的小变形问题, 发展到采用更接近实际的材料和界面本构关系 (例如材料的塑性、大变形、硬化和软化等); 从二维模型发展到三维模型; 从单向多尺度模型发展到双向耦合多尺度模型; 从考虑粘结剂中增强相的增强效应发展到考虑界面相中所有的微观细节 (例如界面的粗糙度和基体的细观结构等)。现有的界面多尺度研究, 丰富和提升了增强相对多相粘结剂宏观界面力学行为 (例如界面的强度、断裂能和张力-位移关系等) 和粘结结构整体力学行为影响的认识。

总之, 界面多尺度力学是一个跨学科 (包括力学、材料、数学、物理和计算机等) 的研究领域, 涉及界面的宏观行为和微观结构之间的相互作用, 是一个充满挑战且具有前景的研究领域。通过深入研究材料和结构的界面多尺度力学行为, 可以

提供更准确的界面建模和预测方法, 更好地设计和优化界面性能, 有助于高强和高韧性多相粘结剂的发展和应用。

尽管界面多尺度力学已经取得了一系列重要成果, 在复杂的外部荷载和环境作用下, 其渐进损伤和最终破坏全过程是一个极其复杂的研究课题, 仍然存在许多挑战和需要进一步研究的问题。

(1) 粘结剂中增强相通常表现出明显的空间随机分布特性, 但受到加工条件的影响, 将各细观组分按等概率分布的假设是不全面的, 这也不利于新型多相粘结剂的发展。在未来的研究中, 需要考虑更加接近真实情况的增强相分布情况, 或引入更多增强颗粒分布形式, 以便探索性能更好的多相粘结剂。

(2) 针对多相粘结剂, 目前的多尺度研究多集中于颗粒增强类粘结剂, 尚未见到针对纤维增强相的多尺度研究, 而短纤维也是一种常见的增强相。

(3) 虽然目前已经有一些文献将人工智能方法和多尺度模拟相结合, 但还处于初级阶段; 而对于界面多尺度研究, 尚未有人工智能方法的引入, 未来将会出现智能算法和界面多尺度模拟相结合的研究。

(4) 对于接触均匀化问题, 目前均匀化方法大多关注弹性和刚性面的接触, 较少涉及更为普遍的变形体-变形体之间的接触; 另外, 目前也主要关注粗糙面的形貌和接触材料的本构关系对界面摩擦系数的影响, 未来将会考虑更多的因素, 比如温度、润滑剂等的影响。

(5) 目前界面多尺度力学研究还处于发展的初始阶段, 仅仅关注与力学相关的问题, 其应用范围还相对较窄, 未来界面多尺度方法将会应用到更多领域, 考虑更多的复杂因素 (比如湿热等环境) 和问题 (比如材料和界面的蠕变和疲劳等), 解决更多的实际问题。

参考文献:

[1] 许金泉. 界面力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2006: 9-11.
XU Jinquan. Interface mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2006: 9-11(in Chinese).
[2] BRACCINI M, DUPEUX M. Mechanics of solid interfaces [M]. London: ISTE Ltd; Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2012: 1-2.
[3] 乔丕忠, 刘庆辉. 双材料梁界面力学及其应用: 综述 [J]. 力学季刊, 2016, 37(1): 1-14.
QIAO Pizhong, LIU Qinghui. Interface mechanics of bi-

- material beams and its application: A review[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2016, 37(1): 1-14(in Chinese).
- [4] OMAIREY S, JAYASREE N, KAZILAS M. Defects and uncertainties of adhesively bonded composite joints[J]. *SN Applied Sciences*, 2021, 3: 769.
- [5] 许巍, 陈力, 张钱城, 等. 粘结界面力学行为及其表征 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2012, 42(12): 1361-1376.
CHEN Wei, CHEN Li, ZHANG Qiancheng, et al. Mechanical behavior and characterization of bonding interface[J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2012, 42(12): 1361-1376(in Chinese).
- [6] BUDHE S, BANEJA M D, DE BARROS S, et al. An updated review of adhesively bonded joints in composite materials[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2017, 72: 30-42.
- [7] BORGES C S P, AKHAVAN-SAFAR A, TSOKANAS P. From fundamental concepts to recent developments in the adhesive bonding technology: A general view[J]. *Discover Mechanical Engineering*, 2023, 2: 8.
- [8] KINLOCH A J, SHAW S J, TOD D A, et al. Deformation and fracture behaviour of a rubber-toughened epoxy: 1. Microstructure and fracture studies[J]. *Polymer*, 1983, 24(10): 1341-1354.
- [9] MEGUID S A, SUN Y. On the tensile and shear strength of nano-reinforced composite interfaces[J]. *Materials & Design*, 2004, 25(4): 289-296.
- [10] HIRSCH F, KASTNER M. Microscale simulation of adhesive and cohesive failure in rough interfaces[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2017, 178: 416-432.
- [11] 董聪, 杨庆雄. 细观损伤力学新进展 [J]. *强度与环境*, 1993, 20(4): 1-9, 26.
DONG Cong, YANG Qingxiong. New advances in meso-damage mechanics[J]. *Structure & Environment Engineering*, 1993, 20(4): 1-9, 26(in Chinese).
- [12] FIROOZ S, STEINMANN P, JAVILI A. Homogenization of composites with extended general interfaces: Comprehensive review and unified modeling[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2021, 73(4): 040802.
- [13] LIU Q H, FU S Y, QIAO P Z. Novel bi-layer beam elements for elastic fracture analysis of delaminated composite beams[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2022, 269: 108539.
- [14] LUO Q T, TONG L Y. Linear and higher order displacement theories for adhesively bonded lap joints[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2004, 41(22-23): 6351-6381.
- [15] JIANG W S, QIAO P Z. An improved four-parameter model with consideration of Poisson's effect on stress analysis of adhesive joints[J]. *Engineering Structures*, 2015, 88: 203-215.
- [16] LI B, LI Y, SU J. A combined interface element to simulate interfacial fracture of laminated shell structures[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2014, 58: 217-227.
- [17] GHOVANLOU M K, JAHED H, KHAJEPOUR A. Cohesive zone modeling of ductile tearing process in brazed joints[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2013, 102: 156-170.
- [18] 吴业飞, 陈伟球. 基于内聚力模型的 FRP-混凝土粘结强度分析 [J]. *工程力学*, 2010, 27(7): 113-119.
WU Yefei, CHEN Weiqiu. Cohesive zone model based analysis of bond strength between FRP and concrete[J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(7): 113-119(in Chinese).
- [19] HUI C Y, RUINA A, LONG R, et al. Cohesive zone models and fracture[J]. *Journal of Adhesion*, 2011, 87(1): 1-52.
- [20] JOKINEN J, KANERVA M, WALLIN M, et al. The simulation of a double cantilever beam test using the virtual crack closure technique with the cohesive zone modelling[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2019, 88: 50-58.
- [21] PALMIERI V, DE LORENZIS L. Multiscale modeling of concrete and of the FRP-concrete interface[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, 131: 150-175.
- [22] 杨庆生. 复合材料力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2020: 78.
YANG Qingsheng. *Mechanics of composite materials*[M]. Beijing: Science Press, 2020: 78(in Chinese).
- [23] CID ALFARO M V, SUIKER A S J, VERHOOSSEL C V, et al. Numerical homogenization of cracking processes in thin fibre-epoxy layers[J]. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2010, 29(2): 119-131.
- [24] GEERS M, KOUZNETSOVA V, MATOUŠ K, et al. Homogenization methods and multiscale modeling: Nonlinear problems[M]//STEIN E, DE BORST R, HUGHES T, et al. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. Atlanta: John Wiley & Sons, Ltd, 2017: 1-34.
- [25] VOIGT W. Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper[J]. *Annalen der Physik*, 1889, 274(12): 573-587.
- [26] REUSS A. Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle[J]. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1929, 9(1): 49-58.
- [27] ESHELBY J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems[J]. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1957, 241(1226): 376-396.
- [28] HILL R J. Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1963, 11(5): 357-372.
- [29] HASHIN Z, SHTRIKMAN S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1963, 11(2): 127-140.

- [30] MORI T, TANAKA K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions[J]. *Acta Metallurgica*, 1973, 21(5): 571-574.
- [31] GEERS M G D, KOUZNETSOVA V G, BREKELMANS W A M. Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2010, 234(7): 2175-2182.
- [32] MATOUS K, GEERS M G D, KOUZNETSOVA V G, et al. A review of predictive nonlinear theories for multiscale modeling of heterogeneous materials[J]. *Journal of Computational Physics*, 2017, 330: 192-220.
- [33] KANOUE P, BOSO D P, CHABOCHE J L, et al. Multiscale methods for composites: A review[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2009, 16(1): 31-75.
- [34] FISH J, WAGNER G, KETEN S. Mesoscopic and multiscale modelling in materials[J]. *Nature Materials*, 2021, 20(6): 774-786.
- [35] 陈玉丽, 马勇, 潘飞, 等. 多尺度复合材料力学研究进展 [J]. *固体力学学报*, 2018, 39(1): 1-68.
CHEN Yuli, MA Yong, PAN Fei, et al. Research progress in multi-scale mechanics of composite materials[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2018, 39(1): 1-68(in Chinese).
- [36] MATOUS K, KULKARNI M G, GEUBELLE P H. Multiscale cohesive failure modeling of heterogeneous adhesives[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008, 56(4): 1511-1533.
- [37] NGUYEN V P, STROEVEN M, SLUYS L J. Multiscale continuous and discontinuous modeling of heterogeneous materials: A review on recent developments[J]. *Journal of Multiscale Modelling*, 2012, 3(4): 229-270.
- [38] BELYTCHKO T, SONG J H. Coarse-graining of multiscale crack propagation[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2010, 81(5): 537-563.
- [39] KULKARNI M G, MATOUS K, GEUBELLE P H. Coupled multi-scale cohesive modeling of failure in heterogeneous adhesives[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2010, 84(8): 916-946.
- [40] 张迺龙, 郭小明. 多尺度模拟与计算研究进展 [J]. *计算力学学报*, 2011, 28(S1): 1-5.
ZHANG Nailong, GUO Xiaoming. Review on multiscale modeling and computation[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, 28(S1): 1-5(in Chinese).
- [41] 赵婷婷, 冯云田. 大规模颗粒系统的精确缩尺和粗粒化离散元方法 [J]. *计算力学学报*, 2022, 39(3): 365-372.
ZHAO Tingting, FENG Yuntian. Exact scaling laws and coarse-grained discrete element modeling of large scale granular systems[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, 39(3): 365-372(in Chinese).
- [42] HIRSCHBERGER C B, RICKER S, STEINMANN P, et al. Computational multiscale modelling of heterogeneous material layers[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2009, 76(6): 793-812.
- [43] VERHOOSSEL C V, REMMERS J J C, GUTIERREZ M A, et al. Computational homogenization for adhesive and cohesive failure in quasi-brittle solids[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2010, 83(8-9): 1155-1179.
- [44] NGUYEN V P, LLOBERAS-VALLS O, STROEVEN M, et al. Homogenization-based multiscale crack modelling: From micro-diffusive damage to macro-cracks[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2011, 200(9-12): 1220-1236.
- [45] GITMAN I M, ASKES H, SLUYS L J. Representative volume: Existence and size determination[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2007, 74(16): 2518-2534.
- [46] NGUYEN V P, LLOBERAS-VALLS O, STROEVEN M, et al. On the existence of representative volumes for softening quasi-brittle materials—A failure zone averaging scheme[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010, 199(45-48): 3028-3038.
- [47] KULKARNI M G, GEUBELLE P H, MATOUS K. Multi-scale modeling of heterogeneous adhesives: Effect of particle decohesion[J]. *Mechanics of Materials*, 2009, 41(5): 573-583.
- [48] ZHAO Q, HOA S V. Toughening mechanism of epoxy resins with micro/nano particles[J]. *Journal of Composite Materials*, 2007, 41(2): 201-219.
- [49] BAGHERI R, MAROUF B T, PEARSON R A. Rubber-toughened epoxies: A critical review[J]. *Polymer Reviews*, 2009, 49(3): 201-225.
- [50] TUTUNCHI A, KAMALI R, KIANVASH A. Adhesive strength of steel-epoxy composite joints bonded with structural acrylic adhesives filled with silica nanoparticles[J]. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 2015, 29(3): 195-206.
- [51] DE MOURA M, DANIAUD R, MAGALHAES A G. Simulation of mechanical behaviour of composite bonded joints containing strip defects[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2006, 26(6): 464-473.
- [52] SHI X Q, ZHANG X R, PANG J H L. Determination of interface fracture toughness of adhesive joint subjected to mixed-mode loading using finite element method[J]. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2006, 26(4): 249-260.
- [53] 陈珍平, 刘庆辉, 张雷, 等. 考虑粗糙度的 FRP-混凝土单剪试验细观模拟 [J]. *力学季刊*, 2024, 45(1): 58-69.
CHEN Zhenping, LIU Qinghui, ZHANG Lei, et al. Mesoscopic simulation of FRP-concrete single shear test considering roughness[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2024, 45(1): 58-69(in Chinese).
- [54] MOSBY M, MATOUS K. On mechanics and material length scales of failure in heterogeneous interfaces using a finite

- strain high performance solver[J]. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2015, 23: 085014.
- [55] WRIGGERS P, REINELT J. Multi-scale approach for frictional contact of elastomers on rough rigid surfaces[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2009, 198(21-26): 1996-2008.
- [56] TEMIZER I, WRIGGERS P. Inelastic analysis of granular interfaces via computational contact homogenization[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2010, 84(8): 883-915.
- [57] DE LORENZIS L, WRIGGERS P. Computational homogenization of rubber friction on rough rigid surfaces[J]. *Computational Materials Science*, 2013, 77: 264-280.
- [58] TWORZYDLO W W, CECOT W, ODEN J T, et al. Computational micro- and macroscopic models of contact and friction: Formulation, approach and applications[J]. *Wear*, 1998, 220(2): 113-140.
- [59] HARALDSSON A, WRIGGERS P. A strategy for numerical testing of frictional laws with application to contact between soil and concrete[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 190(8-10): 963-977.
- [60] BANDEIRA A A, WRIGGERS P, PIMENTA P D. Numerical derivation of contact mechanics interface laws using a finite element approach for large 3D deformation[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, 59(2): 173-195.
- [61] TEMIZER I, WRIGGERS P. A multiscale contact homogenization technique for the modeling of third bodies in the contact interface[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2008, 198(3-4): 377-396.
- [62] TEMIZER I. Multiscale thermomechanical contact: Computational homogenization with isogeometric analysis[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2014, 97(8): 582-607.
- [63] TEMIZER I. Computational homogenization of soft matter friction: Isogeometric framework and elastic boundary layers[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2014, 100(13): 953-981.
- [64] ALFANO G, SACCO E. Combining interface damage and friction in a cohesive-zone model[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, 68(5): 542-582.
- [65] SACCO E, TOTI J. Interface elements for the analysis of masonry structures[J]. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, 2010, 11(4): 354-373.
- [66] 陈晓, 何鹏飞, 董建华, 等. 冻土-构筑物界面粘聚-损伤-摩擦本构模型[J]. *兰州理工大学学报*, 2021, 47(5): 115-121.
- CHEN Xiao, HE Pengfei, DONG Jianhua, et al. Cohesion-damage-friction constitutive model of the frozen soil-structure interface[J]. *Journal of Lanzhou University of Technology*, 2021, 47(5): 115-121(in Chinese).
- [67] SACCO E, LEBON F. A damage-friction interface model derived from micromechanical approach[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49(26): 3666-3680.
- [68] ZOU Z M, HAMEED M. Combining interface damage and friction in cohesive interface models using an energy based approach[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2018, 112: 290-298.
- [69] HIRSCH F, NATKOWSKI E, KÄSTNER M. Modeling and simulation of interface failure in metal-composite hybrids[J]. *Composites Science and Technology*, 2021, 214: 108965.
- [70] 杨志刚, 史承功, 李晓霞. 界面粗糙度及加固层长度对加固梁的力学性能影响[J]. *山东理工大学学报(自然科学版)*, 2024, 38(2): 15-20.
- YANG Zhigang, SHI Chenggong, LI Xiaoxia. Effect of interface roughness and reinforcement layer length on the mechanical properties of strengthened beams[J]. *Journal of Shandong University of Technology (Natural Science Edition)*, 2024, 38(2): 15-20(in Chinese).
- [71] VOSSEN B G, SCHREURS P J G, VAN DER SLUIS O, et al. Multi-scale modeling of delamination through fibrillation[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2014, 66: 117-132.
- [72] JIANG C, AVADH K, NAGAI K. A mesoscale simulation of the FRP-to-concrete interfacial debonding propagation process by 3D RBSM[J]. *Composite Structures*, 2023, 304: 116336.
- [73] WANG X, ZHAO T L, GUO J L, et al. Mesoscale modelling of the FRP-concrete debonding mechanism in the pull-off test[J]. *Composite Structures*, 2023, 309: 116726.
- [74] REINA-ROMO E, SANZ-HERRERA J A. Multiscale simulation of particle-reinforced elastic plastic adhesives at small strains[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2011, 200(25-28): 2211-2222.
- [75] MOSBY M, MATOUS K. Hierarchically parallel coupled finite strain multiscale solver for modeling heterogeneous layers[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2015, 102(3-4): 748-765.
- [76] LIU Y, VAN DER MEER F P, SLUYS L J, et al. Modeling of dynamic Mode I crack growth in glass fiber-reinforced polymer composites: Fracture energy and failure mechanism[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2021, 243: 107522.