

复合材料连续纤维方向及路径优化设计方法研究进展

李贵兴 陈园 叶林

Research progress on optimization design methods for continuous fiber direction and path of composites

LI Guixing, CHEN Yuan, YE Lin

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240407.003>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于临界刚度的复合材料筋材多变量优化设计方法

Multivariable optimization design method of composite stiffener based on critical stiffness

复合材料学报. 2021, 38(8): 2616–2624 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200927.001>

考虑刚度特性的零热膨胀复合材料高许用温变设计

Design of higher allowable temperature range for zero thermal expansion composites considering stiffness characteristic

复合材料学报. 2021, 38(1): 279–286 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200511.001>

三维打印碳纤维增强聚合物复合材料热残余解析解

Thermal residual solutions of carbon fiber reinforced polymer composites by 3D printing

复合材料学报. 2019, 36(5): 1151–1158 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180625.001>

灰色关联及熵权法对碳纤维增强树脂复合材料防撞梁的耐撞性优化设计

Optimization design of carbon fiber reinforced polymer anti-collision beam crashworthiness by grey relational analysis with entropy method

复合材料学报. 2020, 37(2): 345–355 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190506.001>

2.5D机织石英纤维增强树脂复合材料不同方向力学性能测试与模量预测

Mechanical properties testing for 2.5D quartz fiber reinforced resin composites in different directions and module prediction

复合材料学报. 2019, 36(6): 1364–1373 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180906.001>

纳米改性连续纤维增强热塑性树脂复合材料及其力学性能研究进展

Development and mechanical properties of nano-modified continuous fiber reinforced thermoplastic composites

复合材料学报. 2019, 36(4): 771–783 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20181018.002>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

复合材料连续纤维方向及路径优化设计方法研究进展



分享本文

李贵兴^{1,2}, 陈园^{*1,2}, 叶林^{*1,2}

(1. 深圳市连续碳纤维复合材料智能制造重点实验室(南方科技大学), 深圳 518055; 2. 南方科技大学 系统设计与智能制造学院, 深圳 518055)

摘要: 连续纤维增强复合材料因其优异的比刚度、比强度等特性, 在航空航天、国防军工、医疗器件等高端装备领域得到了广泛的关注和应用。其中, 纤维方向对连续纤维增强复合材料的力学性能有着重要影响, 但是由于常规制造工艺的局限, 纤维路径通常沿 0°、45°、90°等规律一致的方向来设定, 连续纤维增强复合材料的优势无法被充分利用。如今, 3D 打印技术促进了制造具有复杂曲线纤维路径复合材料的发展, 其对应的纤维方向及路径优化设计方法正逐步引起国内外专家学者的重点关注。本文围绕纤维增强复合材料的纤维方向及路径优化设计方法, 介绍了正交各向异性材料方向优化理论, 回顾了纤维角度优化方法, 总结了现有纤维路径规划算法, 探讨了相关前沿问题并做出了未来展望。本文为高性能连续纤维增强复合材料的优化设计和制造提供了重要信息, 有助于推动高性能连续纤维增强复合材料的快速发展和广泛应用。

关键词: 复合材料; 3D 打印; 纤维方向; 纤维路径; 优化设计

中图分类号: TB332 文献标志码: A 文章编号: 1000-3851(2024)09-4535-28

Research progress on optimization design methods for continuous fiber direction and path of composites

LI Guixing^{1,2}, CHEN Yuan^{*1,2}, YE Lin^{*1,2}

(1. Shenzhen Key Laboratory of Intelligent Manufacturing for Continuous Carbon Fibre Reinforced Composites (Southern University of Science and Technology), Shenzhen 518055, China; 2. School of System Design and Intelligent Manufacturing (SDIM), Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China)

Abstract: Continuous fiber reinforced composites have gained wide attention and application in high-end equipment fields such as aerospace, defense, and medical devices, due to their excellent specific stiffness, specific strength, and other properties. The fiber orientation has a significant impact on the mechanical performance of continuous fiber reinforced composites. However, due to the limitations of conventional manufacturing processes, the fiber paths are usually set along regular directions such as 0°, 45°, 90°, etc., which hinders the full utilization of the advantages of continuous fiber reinforced composites. Nowadays, the development of 3D printing technology has facilitated the manufacturing of composites with complex curved fiber paths, and the corresponding optimization methods for fiber orientation and path design have gradually attracted attention from experts and scholars worldwide. In this article, we focus on the optimization methods for fiber orientation and path design of fiber rein-

收稿日期: 2024-02-26; 修回日期: 2024-03-20; 录用日期: 2024-03-30; 网络首发时间: 2024-04-10 11:26:57

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240407.003>

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(12302177); 深圳市自然科学基金面上项目(JCYJ20230807093602005); 深圳市连续碳纤维复合材料智能制造重点实验室(ZDSYS20220527171404011); 广东省普通高校重点领域专项(高端装备制造)(2023ZDZX2025); National Natural Science Foundation of China(12302177); Shenzhen Science and Technology Program, China(JCYJ20230807093602005); Shenzhen Key Laboratory of Intelligent Manufacturing for Continuous Carbon Fibre Reinforced Composites(ZDSYS20220527171404011); Guangdong University Key-Area Special Program(High-end Equipment Manufacturing)(2023ZDZX2025)

通信作者: 陈园, 博士, 助理教授, 博士生导师, 研究方向为复合材料力学 E-mail: chenyuan@sustech.edu.cn;

叶林, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为先进复合材料与结构 E-mail: yelin@sustech.edu.cn

引用格式: 李贵兴, 陈园, 叶林. 复合材料连续纤维方向及路径优化设计方法研究进展[J]. 复合材料学报, 2024, 41(9): 4535-4562.

LI Guixing, CHEN Yuan, YE Lin. Research progress on optimization design methods for continuous fiber direction and path of composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(9): 4535-4562(in Chinese).

forced composites. We introduce the theory of orthogonal anisotropic material direction optimization, review the methods for fiber angle optimization, summarize the existing fiber path planning algorithms, discuss relevant cutting-edge issues, and provide future prospects. This review provides important information for the design optimization and manufacturing of high-performance continuous fiber reinforced composites, which will contribute to the rapid development and wide application of continuous fiber reinforced composites.

Keywords: composites; 3D printing; fiber orientation; fiber path; optimal design

连续纤维增强复合材料 (Continuous fiber reinforced composite, CFRC) 是一种由聚合物作为基体, 连续纤维作为增强体组成的高性能复合材料^[1-2]。聚合物基体作为连续相材料, 起到传递载荷、保护纤维增强体的作用, 其中常用的聚合物基体包括尼龙 (Polyamide, PA)^[3], 丙烯腈-丁二烯-苯乙烯共聚物 (Acrylonitrile-Butadiene-Styrene, ABS)^[4], 聚乳酸 (Poly lactic acid, PLA)^[5], 聚醚醚酮 (Poly ether ether ketone, PEEK)^[6-7] 等; 而增强体纤维作为 CFRC 中的骨架, 起主要承载作用以支撑整个 CFRC 结构, 常用的增强体纤维包括碳纤维 (Carbon fiber, CF)^[8]、玻璃纤维 (Glass fiber, GF)^[9]、和凯夫拉纤维 (Kevlar fiber, KF)^[10]。CFRC 因其优异的比强度、比刚度和耐腐蚀等特点, 被广泛应用于航空航天、汽车电子、医疗器械等高端装备领域^[11-13]。CFRC 作为一种典型的正交各向异性材料, 不同方向的力学性能存在着巨大差异, 以 3D 打印连续碳纤维增强尼龙为例^[14-16], 平行纤维方向的弹性模量可达 69.4 GPa, 而垂直纤维方向的模量仅为 3.5 GPa, 因此纤维方向对 CFRC 的力学性能有着至关重要的影响。通过合理设计 CFRC 的纤维方向, 可以有效地提升 CFRC 结构的力学性能。传统的 CFRC 材料制备工艺主要包括层压成型工艺、模压成型工艺、挤压成型工艺和缠绕成型工艺^[17-18], 这些制造工艺难以获取具有复杂纤维路径的 CFRC 结构。因此, 受限于传统工艺, 纤维增强复合材料的纤维方向通常为 0°、45°、90°等规律一致的方向, 未能充分发挥 CFRC 的优势。近年来, 3D 打印技术的快速发展为具有复杂纤维路径 CFRC 结构的制造开辟了新方向^[19-20]。3D 打印技术以数字模型数据为基础, 通过逐层堆积材料的方式实现三维实体的制造^[21]。与传统的制造方法相比, 3D 打印具有成型快速、定制化程度高、材料节省等优势, 使其在金属、聚合物、陶瓷等材料的新结构成型和加工中崭露头角^[22-24]。其中, 作为最典型的连续纤维增强复合材料 3D 打印技术之一, 熔融沉积成型 (Fused deposition modelling, FDM) 制造工艺^[25-26] 采用逐

层制造并叠加的原理, 可以整体形成具有复杂形状的结构。在 FDM 打印过程中, 纤维的浸渍行为十分重要, 将直接影响到 CFRC 打印试样的成型质量^[27]。通常, 纤维的浸渍可分为在线浸渍和预浸渍^[28], 在线浸渍即增强纤维材料和聚合物基体材料在打印喷头内被加热融合从而实现实时浸渍, 基体材料与纤维材料通过同一个打印喷头同轴挤出。在线浸渍因工艺简单而被广泛应用于 CFRC 的 3D 打印中, 但是由于纤维和基体在打印喷头内停留的时间很短, 使得连续纤维无法被充分浸渍, 进而造成打印试样存在较多的缺陷^[29]。预浸渍是预先将增强纤维和基体材料进行浸渍来制备 CFRC 预浸丝的一种浸渍工艺, 预浸渍的纤维束与基体材料之间的界面结合性能较好, 可以有效的提升 3D 打印的 CFRC 构件的力学性能, 因此预浸渍工艺成为当前 3D 打印 CFRC 的主要发展方向之一。除了 FDM 之外, 定向能量沉积^[30] (Directed energy deposition, DED) 和分层实体制造^[31] (Laminated object manufacturing, LOM) 技术也被广泛应用于 CFRC 结构的制造。DED 技术通过同步移动材料和能量源以实现结构成型, 在该工艺中, 打印原料被输送到聚焦能量源的基板上, 从而在小范围内形成熔池并逐层连续沉积材料, 尽管 DED 技术在某些方面同自动铺丝/铺带的过程类似, 但其可以制备出曲率更大、特性更复杂的 CFRC 复合材料^[19]。LOM 技术将预浸料片作为原料进行切割、堆叠、粘合以形成三维实体。由于 LOM 技术只需要处理形状轮廓而非整个横截面区域, 因此在制造效率上有着独特的优势, 并且 LOM 工艺可以利用高质量的预浸料来获取较高的纤维体积分数和较强的纤维-基体界面^[32]。如今, 3D 打印的 CFRC 结构已经在航空航天、机械制造领域表现出巨大的应用前景, 如 Hoa 等^[33] 利用 3D 打印技术为无人机发明了新型的柔性机翼; 美国航空局^[34] 提出利用空间机器人制造连续碳纤维增强聚醚醚酮复合材料大型桁架结构; 现今 3D 打印碳纤维增强复合材料的强度与常规机械加工铝的强度相当, 因此被用于制造机器人末端执行

器夹具和生产喷嘴检测夹具^[35]。

广阔的应用前景对 CFRC 结构设计方法提出了新需求和新挑战。其中, 拓扑优化是结构设计中最具发展潜力的一种设计方法。具体而言, 拓扑优化是一种在给定设计域、载荷及材料用量情况下的一种最佳性能结构的材料分布优化方法^[36]。由于 CFRC 的各向异性特征, CFRC 结构拓扑优化设计需要考虑两个方面, 一个是材料分布(即结构构型)优化, 另一个是材料方向(即纤维方向)优化。基于各向同性材料, 目前已发展了许多成熟的拓扑优化算法, 比如渐进结构优化方法(Evolutionary structural optimization, ESO)^[37]、变密度法(Solid isotropic material with penalization, SIMP)^[38]、水平集法(Level set method, LSM)^[39]等, 针对 CFRC 拓扑优化, 需要在材料分布优化的同时考虑纤维方向优化。但是, 纤维优化具有显著的非凸特性, 致使 CFRC 拓扑优化设计非常具有挑战性。目前, 基于拓扑优化算法和纤维路径规划技术, 学者们已经发展了多种面向 3D 打印 CFRC 结构, 如图 1 所示^[40-42],

对于 CFRC 而言, 3D 打印技术允许逐点、逐域的控制纤维的分布和方向等设计变量以满足更为复杂的性能需求, 极大的增加了 CFRC 的设计自由度^[19]。3D 打印技术的快速发展使得具有复杂纤维路径的 CFRC 结构制造成为可能^[43-46], 因此 CFRC 纤维方向和路径的优化设计引起了国内外

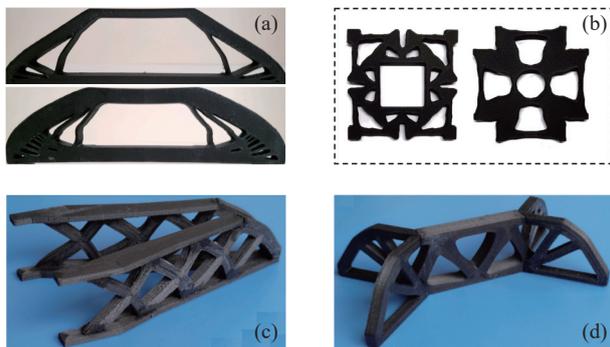


图 1 CFRC 拓扑设计: (a) 四点弯曲梁^[40]; (b) 具有负泊松比效应的超结构^[41]; (c) 三维悬臂梁结构^[42]; (d) 多载荷情况下的三维梁结构^[42]

Fig. 1 Topological design continuous fiberreinforced composite (CFRC): (a) Four-point bending beam^[40]; (b) Meta-structures with negative Poisson's ratio^[41]; (c) Three-dimension cantilever beam^[42]; (d) Three-dimension beam structure under multiple-loads^[42]

越来越多研究者的关注。CFRC 的纤维优化设计主要包括两个方面, 如图 2 的论文框架所示, 一个是离散的纤维方向优化, 即在寻找每个离散结构单元内的最佳纤维方向, 早期 Pedersen^[47-49]、Thomsen^[50]、Gea 等^[51]关于正交各向异性材料方向优化的理论研究为 CFRC 离散纤维方向优化算法的发展奠定了坚实的基础; 二是连续纤维路径的优化设计, 优化得到的离散纤维方向是无法用于 3D 打印的, 将离散的纤维方向转化为连续的纤维路径对 CFRC3D 打印制造至关重要。因此, 连续纤维路径优化设计是衔接 CFRC 设计和制造之间的重要环节。纵观 CFRC 纤维优化设计研究,

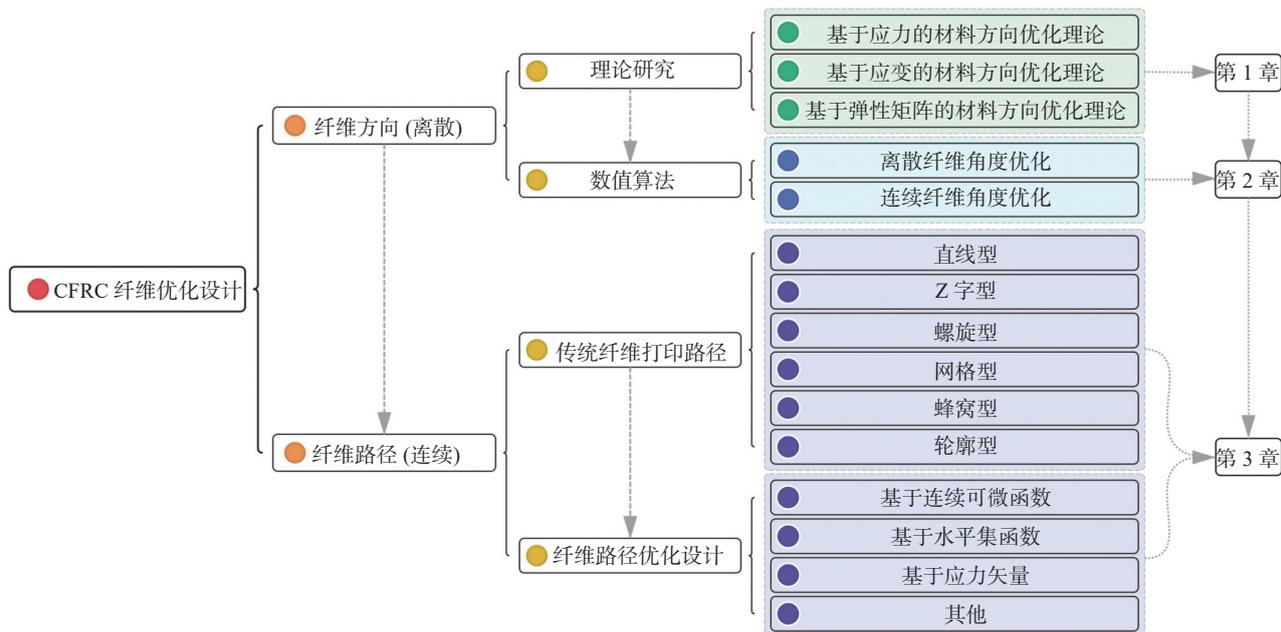


图 2 论文框架

Fig. 2 Paper framework

纤维方向的全局最优解、纤维的连续性、纤维优化的计算效率等问题仍然亟待解决，因此，本文对 CFRC 结构的纤维优化设计方法进行全面而系统的回顾和总结，具有重要意义。具体而言，本文以 CFRC 纤维优化设计为主线，详细地综述了关于 CFRC 纤维方向和路径的优化设计方法，具体的组织框架如下：第一章介绍了正交各向异性材料方向优化的理论研究工作，第二章回顾了 CFRC 的纤维角度数值优化算法，第三章总结了现有的 CFRC 连续纤维打印路径规划技术，最后一章对全文进行了总结，并讨论了当下存在的问题以及对未来 CFRC 纤维优化研究的展望。

1 正交各向异性材料方向优化理论

关于复合材料的纤维方向优化的研究可以追溯到 1989~1997 年 Pedersen 的研究工作^[49]，Pedersen 研究了正交各向异性材料的能量密度(应变能)的极值问题，为了简化问题，在灵敏度分析时，Pedersen 没有考虑材料弹性矩阵与材料方向的关系，认为材料方向的改变只影响应变场，研究结果表明当正交各向异性材料的能量密度达到极值时，最优的材料方向依赖于无量纲的材料参数和两个主应变的比值。另一方面，1997 年 Gibiansky 和 Cherkaev^[52] 以及 1991 年 Suzuki 和 Kikuchi^[53] 研究了正交各向异性的材料最佳方向问题，他们在灵敏度分析时同样引入了一条假设，与 Pedersen 采用的假设相反，他们假设材料方向的改变仅影响柔度矩阵，不改变应力场，结果表明，对于“弱”剪切类型的正交各向异性材料，材料的最佳方向沿着主应力方向，这种研究正交各向异性材料的最佳方向的方法，被称为基于应力的方法。类似的，当假设材料方向仅改变弹性矩阵而不影响应变场时，被称为基于应变的方法。2004 年，Gea 和 Luo^[51] 针对基于应变方法和基于应力方法的材料方向优化问题进行了更为全面的理论研究，他们给出了两种方法封闭的解析解，并对结果做出了详细的分类。利用 Pedersen 工作中采用的假设，Majak 和 Hannus^[54] 研究了以 Hill 强度准则和 Tsai-Wu 强度准则为目标，正交各向异性材料的最优方向问题，并给出了封闭的解析结果。尽管有弹性矩阵、应力场或者应变场独立于材料方向这一假设，但是这些方法得到了一些极具应用价值的结果，为 CFRC 的纤维方向优化奠定了基础。接下来，本文以 Pedersen^[47-49]、Gea 和 Luo^[51] 的工

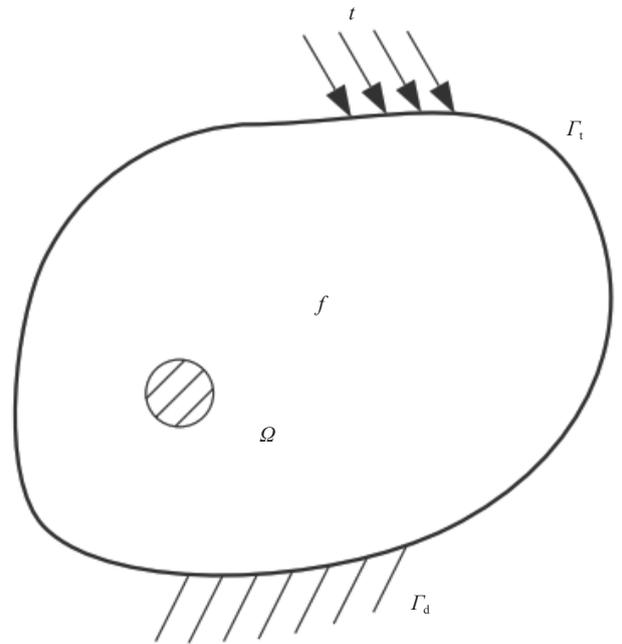
作为基础，总结正交各向异性材料方向的基本优化理论，给出一些关键性的公式和结果。

1.1 基于应力的材料方向优化理论

如图 3 所示，二维结构域 Ω 被正交各向异性的纤维增强复合材料填充，承受载荷的边界记为 Γ_t ，结构承受体积力 f 和沿边界的面力 t 。以弱形式表达的线弹性静力学平衡方程如下式所示：

$$\int_{\Omega} C_{ijkl} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_k}{\partial x_l} d\Omega = \int_{\Omega} f_i v_i d\Omega + \int_{\Gamma_t} t_i v_i d\Gamma \quad (1)$$

式中： C_{ijkl} 是正交各向异性的弹性张量，不仅依赖于材料常数，而且依赖纤维方向 θ ； u_i 代表结构内的位移场； v_k 是虚位移场，可在许可动力学位移动场内取任意值。



t —Surface traction; f —Body force; Γ_t —Boundary of applied force; Γ_d —Displacement boundary condition; Ω —Design domain

图 3 静态载荷作用下二维弹性正交各向异性结构^[51]

Fig. 3 Two-dimensional elastic orthotropic structure under static loading^[51]

对于一般的结构刚度最大化问题，通常以结构的平均柔度作为目标函数，以应变能的形式表示如下所示，

$$\Pi = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega \quad (2)$$

其中， σ_{ij} 和 ε_{ij} 是结构的应力分量和相应的应变分量。 Π 也可写成下式的形式：

$$\Pi = \int_{\Omega} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} d\Omega = \int_{\Omega} C_{ijkl} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial v_k}{\partial x_l} d\Omega \quad (3)$$

结构达到最大刚度时，即平均柔度达到最小

值,认为结构此时的应变能总和最小,因此当以材料方向 θ 作为设计变量,结构达到最大刚度时,有极值条件如下式所示:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta} = 0 \quad (4)$$

对目标函数 Π 求材料方向 θ 的一阶导数,对弱形式的平衡方程式(1)两边求材料方向 θ 的一阶导数,并令虚位移场 $v_k = u_k$,极值条件式(4)可转化为下式形式:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta} = - \int_{\Omega} \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial \theta} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} d\Omega = 0 \quad (5)$$

式(5)是求解最优材料方向的基本方程,但是积分形式的式(5)是难以求解的,通常利用有限元方法将式(5)转化为离散的形式求解,如下式所示:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_e} = - \int_{\Omega_e} \frac{\partial C_{ijkl}}{\partial \theta_e} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} d\Omega_e = 0 \quad (6)$$

式中, Ω_e 代表第 e 个离散单元。当单元足够小,可认为单元内的应力场和应变场是常数,那么式(6)中的积分符号可以被忽略,简单起见,假定结构离散单元的面积 $\Omega_e = 1$,那么式(6)变为下式形式:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_e} = - \boldsymbol{\varepsilon}_e^T \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_e} \boldsymbol{\varepsilon}_e = 0 \quad (7)$$

其中: $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ 代表应变向量; \mathbf{C} 是正交各向异性的弹性矩阵。式(7)也可以表达为应力的形式,如下式所示:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_e} = - \boldsymbol{\sigma}_e^T \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \theta_e} \boldsymbol{\sigma}_e = 0 \quad (8)$$

其中: $\boldsymbol{\sigma}_e$ 代表应力向量; \mathbf{S} 是正交各向异性的柔度矩阵。

$$\mathbf{S} = \mathbf{T}^{-1}(\theta_e) \mathbf{S}_0 [\mathbf{T}^{-1}(\theta_e)]^T \quad (9)$$

其中: \mathbf{T} 是和材料方向有关的旋转矩阵; \mathbf{S}_0 是纤维

沿着固定坐标系下的柔度矩阵,表达式如下:

$$\mathbf{S}_0 = \begin{bmatrix} s_{11}^0 & s_{12}^0 & 0 \\ s_{12}^0 & s_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{66}^0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

在式(8)中,单元的应力向量 $\boldsymbol{\sigma}_e$ 是关于材料方向 θ_e 的隐函数,这为求解带来了很大的困难,因此 Gea 和 Luo^[51]采用了一条假设,即假定单元的应力向量 $\boldsymbol{\sigma}_e$ 独立于材料方向 θ_e ,基于这条假设,式(8)可写成式(11)的形式:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_e} = \frac{\partial (\boldsymbol{\sigma}_e^T \mathbf{S} \boldsymbol{\sigma}_e)}{\partial \theta_e} = 0 \quad (11)$$

式(11)可写成关于材料方向 θ_e 的显式表达式,

$$A \sin(2\theta_e) + B \cos(2\theta_e) + D \sin(4\theta_e) + E \cos(4\theta_e) = 0 \quad (12)$$

其中, A 、 B 、 D 、 E 是和材料参数以及应力分量有关的系数,表达如下:

$$\begin{aligned} A &= c(\sigma_2^2 - \sigma_1^2) \\ B &= 2c\sigma_{12}(\sigma_1 + \sigma_2) \\ D &= d[4\sigma_{12}^2 - (\sigma_1 - \sigma_2)^2] \\ E &= 4d\sigma_{12}(\sigma_1 - \sigma_2) \\ c &= s_{11}^0 - s_{22}^0 \\ d &= \frac{s_{11}^0 + s_{22}^0 - 2s_{12}^0 - s_{66}^0}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

通过求解式(12)的根,可得到最优的材料方向分布, Gea 和 Luo^[51]给出了式(12)的封闭解,并对结果做出了详细的分类(详细的推导过程可参考 Gea 和 Luo^[51]的原始论文),本文这里给出一些关键结果,见表1,其中 θ_1 、 θ_2 代表式(12)的两个根, θ_1 、 θ_{II} 代表两个主应力方向。

在 Case 1 中, Gea 和 Luo^[51]发现了“重复的全局最小值”,即式(12)存在两个根 θ_1 和 θ_2 。Gea

表1 基于应力方法得到的纤维极值角度

Table 1 Fiber extreme angle obtained from stress based method

Cases	Condition	Extreme angle
1	$d > 0$ and $4d^2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4\sigma_{12}^2] > c^2(\sigma_1 + \sigma_2)^2$	$\theta_1 = \arctan \left(\frac{4d\sigma_{12} + \sqrt{4d^2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4\sigma_{12}^2] - c^2(\sigma_1 + \sigma_2)^2}}{2d(\sigma_1 - \sigma_2) - c(\sigma_1 + \sigma_2)} \right)$ $\theta_2 = \arctan \left(\frac{4d\sigma_{12} - \sqrt{4d^2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4\sigma_{12}^2] - c^2(\sigma_1 + \sigma_2)^2}}{2d(\sigma_1 - \sigma_2) - c(\sigma_1 + \sigma_2)} \right)$
2	$d > 0$ and $4d^2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 4\sigma_{12}^2] < c^2(\sigma_1 + \sigma_2)^2$	$\theta_1 = \theta_I$ $\theta_1 = \theta_{II}$
3	$d < 0$	$\theta_1 = \theta_I$

Notes: c , d —Material property parameters; σ_1 , σ_2 , σ_{12} —Stress components; θ_I , θ_{II} —Two principal stress directions.

和 Luo^[51] 指出, 由于重复的全局最小值存在, 利用数值算法求解式 (12) 可能会失效, 由于应力场和材料方向有关, 那么在利用迭代的数值方法求解时, 可能会使得目标函数震荡, 甚至会导出错误的结果。在 Case 2 和 Case 3 中, Gea 和 Luo^[51] 给出了一个非常关键的结果, 即主应力方向是最优的纤维方向, 这一结果和直觉是相符合的, 由于纤维增强复合材料的剪切强度偏弱, 而沿着主应力方向铺放纤维可以有效的引导应力沿着纤维方向传递, 从而降低结构内部的切应力, 很大程度上提高结构强度。

1.2 基于应变的材料方向优化理论

和基于应力的方法类似, 在基于应变的材料方向优化方法中, 假定应变场独立于材料方向, 根据此假设, 式 (7) 可写成下式的形式:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_e} = \frac{\partial (\boldsymbol{\varepsilon}_e^T C \boldsymbol{\varepsilon}_e)}{\partial \theta_e} = 0 \tag{14}$$

极值条件同样可显示表达为式 (12) 的形式, 只是相应的系数发生改变:

$$\begin{aligned} A &= -2a(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2) \\ B &= -2a\varepsilon_{12}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \\ D &= -2b[\gamma_{12}^2 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2] \\ E &= -4b\gamma_{12}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \end{aligned} \tag{15}$$

$$a = c_{11}^0 - c_{22}^0$$

$$b = \frac{c_{11}^0 + c_{22}^0 - 2c_{12}^0 - 4c_{66}^0}{2}$$

利用基于应变的方法, 材料的最优方向可以分为两种情况, 见表 2, 这里的 θ_1 表示材料的第一主应变方向。

表 2 基于应变方法得到的纤维极值角度

Table 2 Fiber extreme angle obtained from strain based method

Cases	Condition	Extreme angle
1	$b < 0$ and $4b^2 [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + \gamma_{12}^2] > a^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2$	$\theta_1 = \arctan \left(\frac{2b\gamma_{12} + \sqrt{4b^2 [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + \gamma_{12}^2] - a^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}}{2b(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - a(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \right)$ $\theta_2 = \arctan \left(\frac{2b\gamma_{12} - \sqrt{4b^2 [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + \gamma_{12}^2] - a^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}}{2b(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - a(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \right)$
	$b > 0$ or $4b^2 [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + \gamma_{12}^2] < a^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2$	$\theta_1 = \theta_1$

Notes: a, b —Material property parameters; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}$ —Strain components.

Case 2 结果同样与直觉相符, 主应变方向是结构单元变形最大的方向, 而 CFRC 结构单元在沿着纤维方向上的刚度最大, 因此将纤维沿着主应变方向布置, 可以充分发挥纤维轴向的弹性模量, 减小结构变形, 提高结构刚度。

1.3 基于弹性矩阵的材料方向优化理论

类比于基于应力的方法和基于应变的方法, 本文将 Pedersen^[49] 采用的方法称为基于弹性矩阵的方法。对于某一个离散单元, 应变能可表示如下,

$$\Pi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_e^T C \boldsymbol{\varepsilon}_e = \frac{1}{2} C_{11} \varepsilon_{11}^2 + \frac{1}{2} C_{22} \varepsilon_{22}^2 + C_{12} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + 2C_{66} \varepsilon_{12}^2 \tag{16}$$

固定弹性矩阵, 仅旋转应变场, 那么有极值条件如下式所示:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \theta_e} &= C_{11} \varepsilon_{11} \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial \theta_e} + C_{22} \varepsilon_{22} \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \theta_e} + C_{12} \varepsilon_{22} \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial \theta_e} + \\ &C_{12} \varepsilon_{11} \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial \theta_e} + 4C_{66} \varepsilon_{12} \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial \theta_e} = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

这里的 θ_e 是数值较大的主应变 $\varepsilon_I (|\varepsilon_I| \geq |\varepsilon_{II}|)$ 和最大刚度 ($A_{11} \geq A_{22}$) 方向之间的夹角, 根据主应变的计算公式, 极值条件式 (17) 可表示成主应变的形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \theta_e} &= -(\varepsilon_I - \varepsilon_{II}) \sin(2\theta_e) \left\{ \frac{1}{2} (C_{11} - C_{22}) \right. \\ &(\varepsilon_I + \varepsilon_{II}) \left[\frac{1}{2} (C_{11} + C_{22}) - (C_{12} + 2C_{66}) \right] \\ &\left. (\varepsilon_I - \varepsilon_{II}) \cos(2\theta_e) \right\} = 0 \end{aligned} \tag{18}$$

求解式 (18) 可得到最优的材料方向, Pedersen^[47-49] 给出了式 (18) 的详细结果, 见表 3, 其中 α_3 是和材料参数相关的无量纲参数, 而 γ 是和材料参数以及主应变相关的无量纲参数, 定义如下:

$$\alpha_3 = 1 + \frac{E_T}{E_L} (1 - 2\nu_{LT}) - 4 \left(\frac{G_{LT}}{E_L} \right) \left(1 - \frac{\nu_{LT}^2 E_T}{E_L} \right) \tag{19}$$

表3 不同情况下的极值角度^[49]
Table 3 Extreme angle under different circumstance^[49]

Extreme angle θ_e	Relatively "low" shear stiffness $\alpha_3 > 0$			Relatively "high" shear stiffness $\alpha_3 < 0$		
	$\gamma < -1$	$-1 < \gamma < 1$	$\gamma > 1$	$\gamma < -1$	$-1 < \gamma < 1$	$\gamma > 1$
0°	Global min	Global max	Global max	Global max	Local min	Global min
90°	Global max	Local max	Global min	Global min	Global min	Global max
$\cos(2\theta_e) = -\gamma$	-	Global min	-	-	Global max	-

其中, E_T 、 E_L 、 G_{LT} 、 ν_{LT} 分别是横向弹性模量、纵向弹性模量、剪切模量以及泊松比。

$$\gamma = \frac{(C_{11} - C_{22})(1 + \varepsilon_{II}/\varepsilon_I)}{[C_{11} + C_{22} - 2(C_{12} + C_{66})](1 - \varepsilon_{II}/\varepsilon_I)} \quad (20)$$

这里 C_{11} 、 C_{12} 、 C_{22} 、 C_{66} 是弹性矩阵的分量。

当 $\theta_e = 0$ 时, 意味着纤维方向沿着第一主应变的方向, 而第一主应变方向和第二主应变方向相差 90° , 当 $\theta_e = 90^\circ$ 代表着纤维方向沿着第二主应变的方向, 从表中的结果可以看到, 对于不同的材料参数, 主应变的方向有很大概率可能成为最佳的材料方向, 这和 Gea 和 Luo 的研究结果^[51]是一致的。

尽管刚度矩阵、应力场或者应变场独立于材料方向这一假设在物理上难以实现, 但是 Pedersen^[47-49]、Gea 和 Luo^[51]的研究结果给出了一个非常关键的结果, 即对于“弱”剪切类型的正交各向异性材料, 主应力(主应变)方向是最优的纤维方向, 这一结果为连续纤维路径的规划提供了指导, 有许多研究者在设计 CFRC 时就沿着主应力(主应变)方向规划连续纤维的路径(在第三章会更加详细的讨论)。

2 CFRC 纤维角度数值优化

如果严格地考虑刚度矩阵、应力场、应变场和纤维角度之间的关系, 解析地求解最优纤维方向是几乎不可能的。因此, 在 Pedersen^[47-49]、Gea 和 Luo^[51]提出的各向异性材料方向优化理论的基础上, 学者们逐步采用数值算法来求解各向异性材料的最佳方向, 从而发展出一系列的复合材料纤维角度优化算法。纤维角度优化的主要思想是为每个离散结构单元赋予一个设计变量, 即纤维方向 θ , 每个结构单元的弹性矩阵由沿着固定坐标系的材料弹性矩阵和旋转矩阵所定义:

$$\mathbf{D}_\theta = \mathbf{T}^T(\theta) \mathbf{D}_0 \mathbf{T}(\theta) \quad (21)$$

其中: \mathbf{D}_θ 是纤维角度为 θ 的单元弹性矩阵; \mathbf{D}_0 是纤维方向沿着坐标系下的基本材料弹性矩阵; $\mathbf{T}(\theta)$ 是旋转矩阵, 以二维情况下为例, 旋转矩阵

定义如下式所示:

$$\mathbf{T}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ -\sin(2\theta) & \sin(2\theta) & \cos(2\theta) \end{bmatrix} \quad (22)$$

纤维角度优化的主要目标是在有限单元的层级, 寻找每个离散单元的最佳纤维角度, 使得结构性能达到最优, 一般的结构刚度最大化情况下的纤维角度优化问题可以数学表述如下:

$$\begin{cases} \text{find: } \theta - \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ \text{min: } J(\theta) = \mathbf{U}(\theta)^T \mathbf{K}(\theta) \mathbf{U}(\theta) \\ \text{s.t. } \mathbf{K}(\theta) \mathbf{U}(\theta) = \mathbf{F} \end{cases} \quad (23)$$

求解式(23)这个优化问题的全局极值是困难的, 由于旋转矩阵 $\mathbf{T}(\theta)$ 由周期性的正弦和余弦函数所构成, 因此目标函数具有高度的非凸特性, 数值迭代求解时, 目标函数非常容易陷入局部最小值, 甚至振荡发散。

2.1 离散纤维方向优化

传统的数学规划技术可以求解式(23)此类问题, 如 Moita 等^[55]应用 Davidon-Fletcher-Powell 可变量方法^[56]求解了纤维增强板壳结构中的厚度和纤维方向优化问题; Bruyneel 和 Fleury^[57]利用序列凸规划方法求解了纤维增强复合材料平板中的纤维方向优化问题, 但是此类方法无法保证目标函数收敛到全局极值。为了解决局部极值问题, 离散纤维方向优化 (Discrete fiber orientation optimization, DFOO) 方法被提出, 以 Stegmann 和 Lund^[58]提出的离散材料优化 (Discrete material optimization, DMO) 为基础, 衍生出一系列的 DFOO 算法, 如表 4 所示^[58-62]。

DMO 的基本思想是将结构单元的弹性矩阵 \mathbf{D}_e 由一系列不同候选材料的单元弹性矩阵加权求和表示, 对于某一个单元有,

$$\mathbf{D}_e = \sum_{i=1}^{n_e} w_i \mathbf{D}_i, \quad 0 \leq w_i \leq 1 \quad (24)$$

其中: n_e 是候选纤维材料的数量; \mathbf{D}_i 是不同候选材料的弹性矩阵, 每一种候选材料对应着一个纤

表 4 DFOO 算法以及一个离散单元所需设计变量个数

Table 4 DFOO algorithms and the number of required design variables for a discrete element

Method	The number of design variables required
Discrete material optimization (DMO) ^[58]	n_e
Shape function with penalization (SFP) ^[59]	$n_e/2$
Bi-value coding parameterization (BCP) ^[60]	$\lceil \log_2 n_e \rceil$
Bipartite interpolation optimization (BIO) ^[61]	$\lceil \log_2 n_e \rceil$
Normal distribution fiber optimization (NDFO) ^[62]	1

Note: n_e —Number of candidate materials.

维角度，常用的纤维角度有 0° 、 $\mp 15^\circ$ 、 $\mp 30^\circ$ 、 $\mp 45^\circ$ 、 $\mp 60^\circ$ 、 $\mp 75^\circ$ 、 90° ； w_i 是每种候选材料对应的弹性矩阵的权重， w_i 的取值范围在 0 和 1 之间，并且需要满足条件：

$$\sum_{i=1}^{n_e} w_i = 1 \quad (25)$$

每一个结构单元包含 n_e 个权重，每一个权重都被看作一个设计变量，通过优化权重的取值，调整不同候选材料的弹性矩阵对单元弹性矩阵的贡献，使得目标函数达到极值。需要注意的是，当任何一个权重取中间值，结构单元的弹性矩阵将表示为两个以上的弹性矩阵之和，这样的本构关系是没有物理意义的，因此为了使得 DMO 有效，在优化后每个单元的所有权重中，只有一个权重为 1，其余权重等于 0。为了避免出现权重取中间值的情况，类似于 SIMP 中对中间密度的惩罚^[38, 63-64]，DMO 中也引入了惩罚因子 p ，同时为了为了提高收敛速度，式 (24) 改进如下：

$$D_i = \sum_{i=1}^{n_e} \underbrace{\left\{ (x_i^e)^p \prod_{j=1}^{n_e} [1 - (x_{j \neq i}^e)^p] \right\}}_{0 \leq x_i^e \leq 1} D_i \quad (26)$$

其中， x_i^e 是引入的设计变量，通过惩罚因子 p 对非极值的 x_i^e 进行惩罚，迫使权重 w_i 趋近于 0 和 1。当候选材料的数量 n_e 取 4，对应的纤维角度为 0° 、 45° 、 90° 、 -45° ，这种候选材料的选取策略被称为 DMO4，对 DMO4 中的权重进行正则化处理即得到了 DMO5：

$$w_i^{DMO5} = \frac{w_i^{DMO4}}{\sum_{k=1}^{n_e} w_k^{DMO4}} \quad (27)$$

DMO4 和 DMO5 是最常用的两种 DMO 方法，在许多例子中表现出良好的效果。在 DMO 的优化框架下，对于包含 N_e 个离散单元的结构，设计变量的个数为 $n_e \times N_e$ ，设计变量的个数被极大的

增加，这导致 DMO 的优化效率偏低。为了提高 DMO 的优化效率，Bruyneel 对 DMO 进行了改进，提出了一种基于形状函数的材料参数化方案^[59] (Shape function with penalization, SFP)，在有限元分析中，结构单元内的位移场由节点位移加权求和得到，其中的权重为称为形状函数，Bruyneel 将形状函数作为 DMO4 中的权重，并引入惩罚因子，得到 SFP 的权重表达式：

$$\begin{aligned} w_1 &= \left[\frac{1}{4} (1-R)(1-S) \right]^p \\ w_2 &= \left[\frac{1}{4} (1+R)(1-S) \right]^p \\ w_3 &= \left[\frac{1}{4} (1+R)(1+S) \right]^p \\ w_4 &= \left[\frac{1}{4} (1-R)(1+S) \right]^p \end{aligned} \quad (28)$$

这里 R 和 S 为设计变量，可以看到在 SFP 中，用两个设计变量表达可以表达 4 个权重，相比于 DMO4，设计变量的总数量减少一半，很大程度上提高了优化效率。Bruyneel 等^[65] 又对 SFP 进行了扩展，讨论了对于其他数量的候选材料下权重的表达式。Gao 等^[60] 将 SFP 推广到更为一般的形式，提出了双值编码参数化 (Bi-value coding parameterization, BCP) 策略，在 BCP 策略中，权重被表达为更一般的形式：

$$w_{ij} = \left[\frac{1}{2^N} \prod_{k=1}^N (1 + s_{jk} x_{ik}) \right]^p, \quad -1 \leq x_{ik} \leq 1 \quad (29)$$

其中， x_{ik} 是设计变量， s_{jk} 由式 (30) 确定，

$$s_{jk} = \begin{cases} 1, & j \in [1, 2^{k-1}] \\ -1, & j \in [2^{k-1}, 2^k] \\ s_{\xi k}, & j \in [2^k + 1, 2^N], \text{ where } \xi = 2^{\lceil \log_2 j \rceil} + 1 - j \end{cases} \quad (30)$$

其中， N 是一个整数，代表每个离散单元的设计变量的数量，由式 (31) 确定：

$$N = \lceil \log_2 m \rceil \quad (31)$$

式中, $\lceil \cdot \rceil$ 代表向上取整函数。在 BCP 方法中, m 个候选角度可以用 N 个设计变量来表达。为方便理解, 图 2 可视化展示了在 4 个候选材料和 8 个候选材料情况下, BCP 对材料弹性矩阵的参数化表达。

如图 4(a) 所示^[66], 考虑 4 种候选材料时, 每个结构离散单元包含 4 个节点, 每个节点对应着 1 种候选材料的弹性矩阵, 设计变量 (ξ_{e1}, ξ_{e2}) 可看作单元内的局部坐标, 局部坐标的位置反映了每个节点对应的弹性矩阵对该单元总弹性矩阵的贡献, 当局部坐标与某节点的距离越近, 则该节点对该单元总弹性矩阵的贡献越大。同理, 在图 4(b) 中, 考虑 8 种候选材料时, 每个结构离散单元对应着一个包含 8 个节点的立方体, 设计变量 $(\xi_{e1}, \xi_{e2}, \xi_{e3})$ 描述了立方体内的某个位置, 立方体节点与该位置的距离反映了该节点对应的候选材料弹性矩阵对单元总弹性矩阵的贡献。类似的, Zhang 等^[61]提出了一种二分插值优化 (Bipartite interpolation optimization, BIO) 策略, 利用 n 个设计变量可以表达 2^n 个权重, 以 4 种候选材料为例,

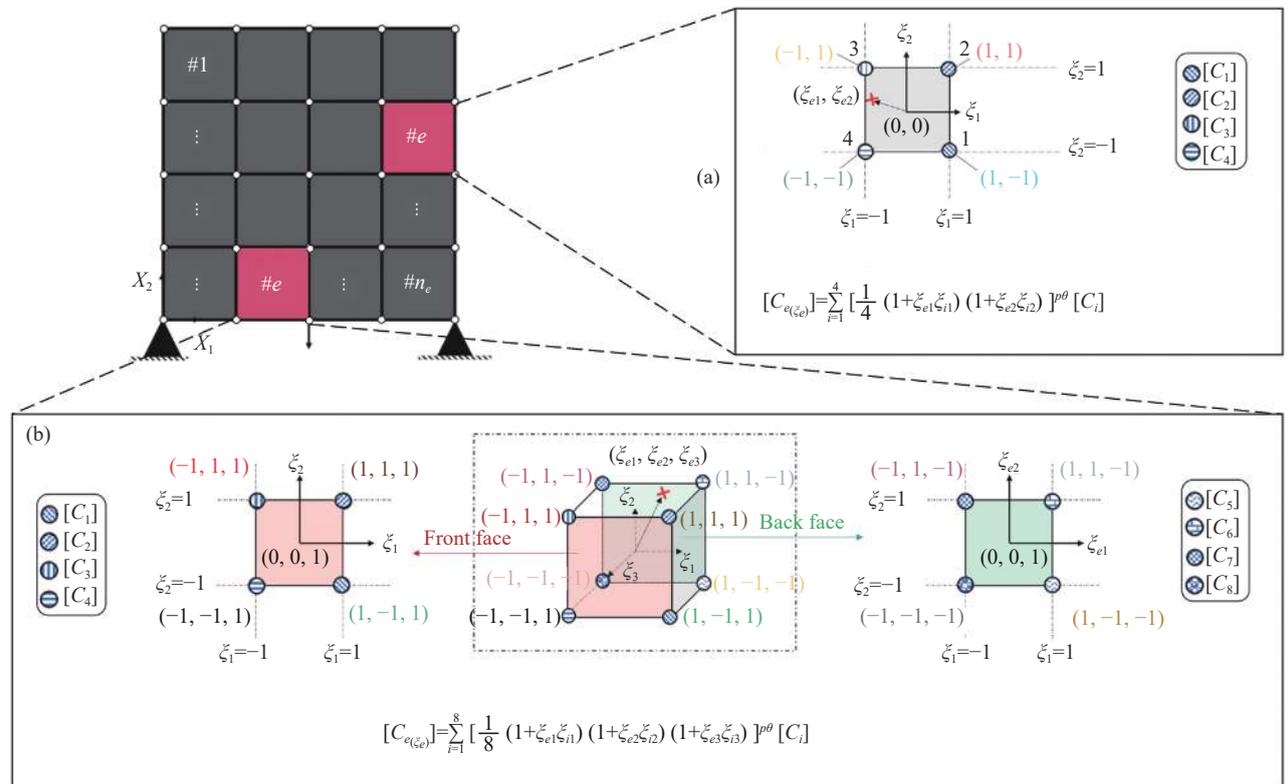
图 5 展示了用 2 个设计变量 x_1 和 x_2 进行候选材料选择的过程。每一种候选材料对应着一个刚度矩阵, 那么单元的刚度矩阵可表示为式 (32) 的形式,

$$K^e = \underbrace{(1-x_1)(1-x_2)}_{w_1} K_1^e + \underbrace{(1-x_1)x_2}_{w_2} K_2^e + \underbrace{x_1(1-x_2)}_{w_3} K_3^e + \underbrace{x_1x_2}_{w_4} K_4^e \quad (32)$$

引入惩罚因子 p , BIO 策略下的权重一般表达式如式 (33) 所示:

$$w_e = \left[\prod_{i=1}^n (x_i \text{ or } (1-x_i)) \right]^p, \quad 0 \leq x_i \leq 1 \quad (33)$$

尽管 DMO、SFP、BCP 和 BIO 取得了很好的结果, 但是仍然存在一个共同的问题, 即总设计变量的个数依赖于候选材料的个数, 即使 SFP、BCP 和 BIO 在一定程度上降低了设计变量的个数, 但是对于大量的离散单元, 算法的优化效率仍有待提高。为解决此问题, Kiyono 等^[62]提出了正态分布纤维优化 (Normal distribution fiber optimization, NDFO) 方法, 仅仅使用 1 个设计变量来表达任何数量的候选材料权重, Kiyono 等利用正态



$[C_i], i=1, 2, \dots, 8$ represent different elastic matrix; e is element index; ξ_1, ξ_2 are local coordinates system; ξ_{e1}, ξ_{e2} are local coordinates; $[C_{e(\xi_e)}]$ is the elastic matrix of # e element; $p\theta$ is exponent

图 4 双值编码参数化 (BCP) 技术的说明^[66]: (a) 4 种候选材料; (b) 8 种候选材料

Fig. 4 Illustration of the Bi-value coding parameterization (BCP) technique^[66]: (a) Four candidate materials; (b) Eight candidate materials

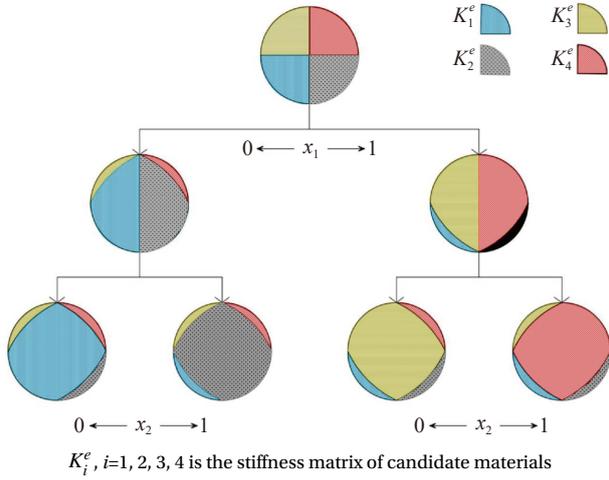


图5 二分插值优化 (BIO) 策略中候选材料的选择过程^[61]

Fig. 5 Selection process of four candidate materials in bipartite interpolation optimization (BIO) scheme^[61]

分布函数定义权重如式 (34) 所示:

$$\widehat{w}_i = e^{-\frac{(\theta-i)^2}{2p^2}}$$

$$w_i = \frac{\widehat{w}_i}{\sum_{k=1}^{n_c} \widehat{w}_k} \quad \text{where } i = 1, \dots, n_c \quad (34)$$

其中: θ 是候选纤维角度; n_c 是候选材料的数量; p 是惩罚因子。由于正态分布函数连续且可微, 每个离散单元只需 1 个角度设计变量 θ 即可, 无需引入额外的设计变量, 极大的提高了优化效率。

2.2 连续纤维方向优化

从 DMO 到 NDFO, 这些方法基本思想都是从一系列候选材料对应的纤维角度中优化选取最佳的纤维角度组合, 优化的结果很大程度上依赖于候选材料的选择, 由于候选材料对应的角度集无法包含所有的纤维角度, 这导致可搜索的解空间被缩小了, 因此即使采用 DFO 的一系列算法得

到了全局最优解, 该最优解无法保证是原始问题 (23) 的全局最优解, 因此在保持解空间不变的条件下, 寻找纤维角度的最优解是连续纤维增强复合材料纤维优化的关键问题之一, 理论上讲, 随着 DFOO 算法中候选材料个数增多, 优化结果会逐渐逼近原始问题 (23) 的最优解, 当候选材料个数趋近于无穷, 离散纤维方向优化问题就转化为连续纤维方向优化问题 (Continuous fiber orientation optimization, CFOO)。第一章所提到基于应力、基于应变和基于弹性矩阵的理论研究方法均属于 CFOO, 由于 CFOO 是一个高度非凸的优化问题, 获得非凸问题的全局最优解是十分困难的^[67], 因此保障近似的全局最优解是 CFOO 优化算法的关键问题之一; 在 CFOO 中, 纤维角度被允许在 0 到 π 之间连续的变化, 因此优化后设计域内可能出现纤维方向混乱的区域, 这样的优化结果是没有实际意义的, 因此保证纤维方向的连续性是 CFOO 算法的另一个关键问题。表 5^[68-74]总结了若干种处理 CFOO 问题的方法及其优缺点。

目前的 CFOO 算法主要是利用基于梯度的优化算法, 结合滤波技术来得到光滑且近似最优的纤维矢量场。Xia 和 Shi^[68]提出利用 Shepard 插值方法对纤维角度进行插值处理, 如下式所示:

$$\Theta(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i(\mathbf{x})\theta_i \quad (35)$$

$$w_i(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|^{-p}}{\sum_{k=1}^n \|\mathbf{x} - \mathbf{p}_k\|^{-p}}$$

其中: \mathbf{x} 和 \mathbf{p}_i 代表位置; $\|\cdot\|$ 是欧拉范数; p 是一个正数; θ_i 是原始纤维角度; $\Theta(\mathbf{x})$ 是插值后的纤维角度分布, Shepard 插值方法有效的保证了纤维角度的空间连续性, 在一定程度上促进了优化

表 5 若干种处理连续纤维方向优化问题 (CFOO) 的方法及其优缺点

Table 5 Several approaches to continuous fiber orientation optimization (CFOO) and their advantages and disadvantages

Method	Advantage	Disadvantage	Ref.
Shepard interpolation for fiber angle	The continuity of fiber angle is guaranteed	The optimization result depends on the initial design; Ends at local optimal solution	[68]
Gradient descent method	Superior convergence properties	Poor continuity of fiber angles	[69]
Discrete-continuous parameterization	The solution space is complete; It reduces the risk of local optimal	Difficulty in determining the number of subintervals	[70]
Principal stress orientation interpolated continuous fiber angle	Reduce the phenomenon of local fiber discontinuity; Higher convergence efficiency	Optimization results depend on the direction of principal stress	[72]
Full-scale topology optimization	The difficulty of optimization is low; Can generate continuous fiber paths	High computational cost	[73]
Deep neural network models	Reduces the number of optimization iterations and decreases computational costs	Post-processing step required; Problem-dependent	[74]

算法的收敛,但是连续纤维角度插值会造成优化结果依赖初始解,导致局部最优解问题。Guo 和 Zhou^[75] 在考虑拉压性能的情况下,研究了纤维增强复合材料的变刚度优化设计,原始的优化问题被分为两个子问题,子问题一是材料的拓扑优化,子问题二是纤维方向优化,应用梯度下降技术来实现纤维角度的更新。Shen 和 Branscomb^[69] 详细研究了梯度下降法在各向异性材料方向优化中的应用,Shen 和 David 对梯度下降法中的学习率进行了改进,如下式所示:

$$\begin{aligned} \theta^{i+1} &\leftarrow \theta^i - \alpha^i \mathbf{g} \\ \alpha^i &= \frac{\beta}{\max(|\mathbf{g}|)} \end{aligned} \quad (36)$$

其中: θ^i 是第 i 次迭代时的纤维角度向量; \mathbf{g} 表示梯度向量; α^i 是学习率, α^i 将梯度向量中的最大绝对值归一化为 1; 系数 β 来控制每次迭代中纤维角度的最大改变幅度,改进的梯度下降法能有效保证目标函数的下降,可以实现对全局/局部最小值良好的近似。梯度下降法没有考虑纤维角度的连续性,因此优化结果可能出现纤维角度混乱的区域。Luo 等^[70] 发展了一种离散-连续参数化 (Discrete-continuous parameterization, DCP) 纤维优化方法,为纤维角度优化问题提供了一条思路。在 DCP 的策略中,纤维角度的优化被分为两个子问题,子问题一类似于 DMO,将纤维角度的取值范围 $[-\pi/2, \pi/2]$ 均匀分成若干子区间,以每个子集的中点作为候选纤维角度,利用 DMO 方法,从候选纤维角度集中确定每个单元的最佳纤维角度,从而确定每个单元最佳纤维角度所属的子区间,子问题二就是在每个子区间内进行连续的纤维角度优化,寻找最佳的纤维方向,由于子区间的范围较小,因此寻找最优解的难度大幅度降低,图 6 展示了不同子集数量情况下悬臂梁的优化结果。DCP 一方面能保证解空间的完整性,另一方面能降低局部最优解的风险,但是如何确定合适的子区间数量仍是问题,目前只能采用试错的方法。

Ye 等^[72] 结合基于应力的方法发展了一种主应力方向插值连续纤维角度 (Principal stress orientation interpolated continuous fiber angle, PSO-CFAO) 优化算法,在 PSO-CFAO 中,单元的纤维方向 θ_N 由纤维角度设计变量 θ 和主应力方向 θ_s 共同确定。纤维角度设计变量 θ 可以在 $(-\pi/2, \pi/2]$ 连续的变化,纤维角度设计变量 θ 与主应力方向 θ_s 之间的差值定义如下式所示:

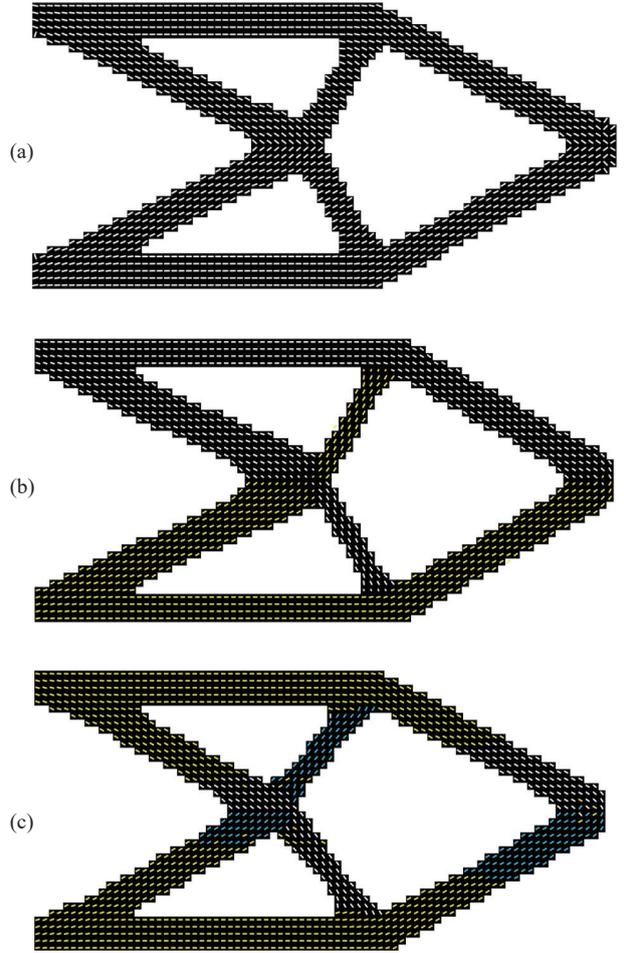


图 6 不同子区间数量情况下悬臂梁的优化结果^[70]: (a) 1 个子集; (b) 2 个子集; (c) 3 个子集

Fig. 6 Optimization results of cantilever beams under different number of subintervals: (a) One subinterval; (b) Two subintervals; (c) Three subintervals

$$\varphi = \begin{cases} \theta - \theta_s | \theta - \theta_s | \leq \pi/2 \\ g(\theta) - \theta_s | \theta - \theta_s | \leq \pi/2 \end{cases} \quad (37)$$

其中, $g(x)$ 是用于反转纤维方向的映射函数,其表示为

$$g(x) = -\frac{x}{|x|} \pi + x \quad (38)$$

通过主应力方向改进的连续纤维角 θ_N 定义如下:

$$\theta_N = \begin{cases} \theta - f\phi | \theta - \theta_s | \leq \frac{\pi}{2} \\ \gamma | \theta - \theta_s | > \frac{\pi}{2}, \gamma \in (-\pi/2, \pi/2] \\ g(\gamma) | \theta - \theta_s | > \frac{\pi}{2}, \gamma \notin (-\pi/2, \pi/2] \end{cases} \quad (39)$$

其中, f 是基于 Sigmoid 映射函数发展而来的插值函数,

$$f = \frac{1}{1 + e^{-(\phi \frac{1}{\pi})}} \quad (40)$$

γ 的表达式如下:

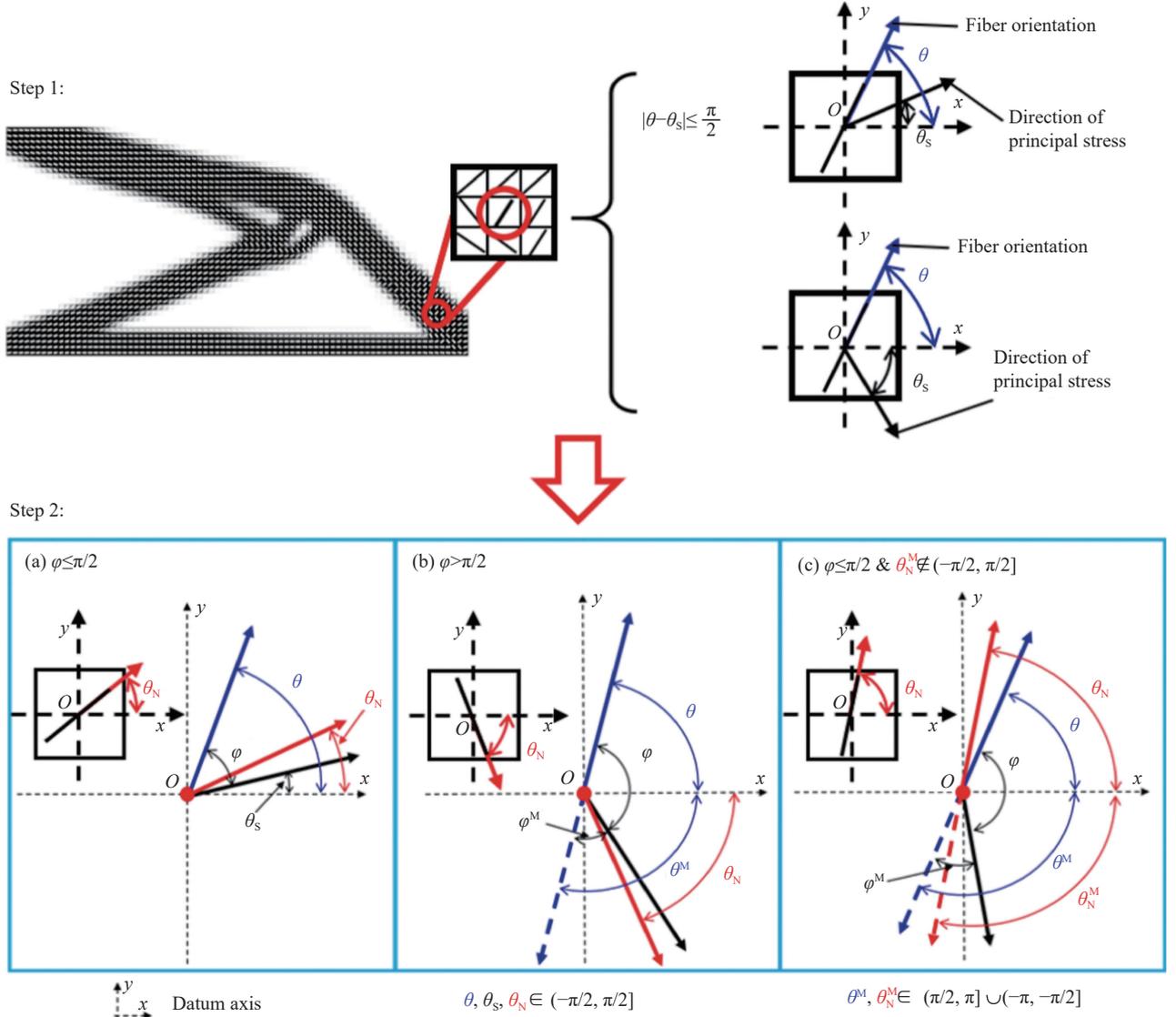
$$\gamma = g(\theta) - f\phi \quad (41)$$

在上述函数中，较大的 ϕ 值使得纤维角度偏离主应力方向 θ_s ，较小的 ϕ 值使得纤维角度偏离纤维角度设计变量 θ 。不同条件下的纤维角度插值示意图如图7所示，

由于 Sigmoid 插值函数和主应力方向被用来修正纤维方向变量并提供先验信息，引导了纤维方向的改变，因此 PSO-CFAO 方法可以有效地减少局部纤维不连续现象，并且和传统的 CFAO 算法相比具有更高的收敛效率。与用主应力方向代替纤维方向的方案相比，PSO-CFAO 方法在“强”剪切模量的条件下仍具有更好的精度和稳定性，并且可以消除“重复全局最小值”的问题。另一

个十分具有创新性的工作是 Li 等^[73]提出的具有连续纤维路径的纤维增强结构的全尺度拓扑优化算法。不同于以往的纤维角度优化问题，Li 等将纤维角度的优化问题看作双材料的拓扑优化问题，对于每个单元，利用两个设计变量 ρ_e^1 和 ρ_e^2 来描述单元状态， $\rho_e^1 = 0$ 表示该单元为空， $\rho_e^1 = 1$ 表示该单元被材料填充(这和 SIMP 中的设计变量含义是相同的)，设计变量 ρ_e^2 被称为混合系数， $\rho_e^1 = 1$ 且 $\rho_e^2 = 0$ 表示单元 e 被基体材料填充， $\rho_e^1 = 1$ 且 $\rho_e^2 = 1$ 表示单元 e 被纤维材料填充。设计变量 ρ_e^1 决定了单元是复合材料状态或者孔洞状态， ρ_e^2 决定了复合材料状态单元的纤维含量，如图8(a)所示。

该算法没有考虑纤维的方向，在有限元分析



ϕ is the angle variable defined in Eq. (37); θ_N is the continuous fiber angle improved by the direction of principal stress; ϕ^M, θ^M and θ_N^M obtained through rotating the angles of ϕ, θ and θ_N by 180°; θ is fiber angle; θ_s is the direction of principal stress

图7 不同条件下纤维取向结果的处理^[72]

Fig. 7 Treatment of the fiber orientation results under different conditions^[72]

中结构单元的弹性模量由下式定义:

$$E_e = (\rho_e^1)^{\gamma} [(\rho_e^2)^{\gamma} E_2 + (1 - \rho_e^2)^{\gamma} E_1] + (1 - \rho_e^1)^{\gamma} E_{\min} \quad (42)$$

其中, E_{\min} 、 E_1 和 E_2 分别代表孔洞, 基体材料和纤维材料的弹性模量。CFRC的拓扑优化问题被转化为传统的多材料拓扑优化问题, 很大程度上降低了数值优化的难度。并且红色纤维单元排列在一起形成了连续的纤维路径, 有利于后续的生产制造, 如图8(b)和8(c)所示。但是这种方法要求结构划分的单元数量必须足够多, 因此计算成本较大。

另外一个值得注意的工作是Li等^[74]提出的一种无梯度优化算法, 他们基于深度神经网络, 发展了CFRC的拓扑构型和纤维方向的协同优化框架, 为CFRC的优化设计提供了方向, 如图9所

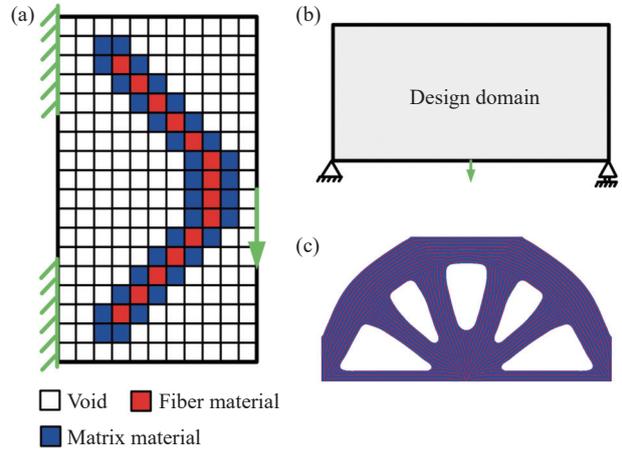
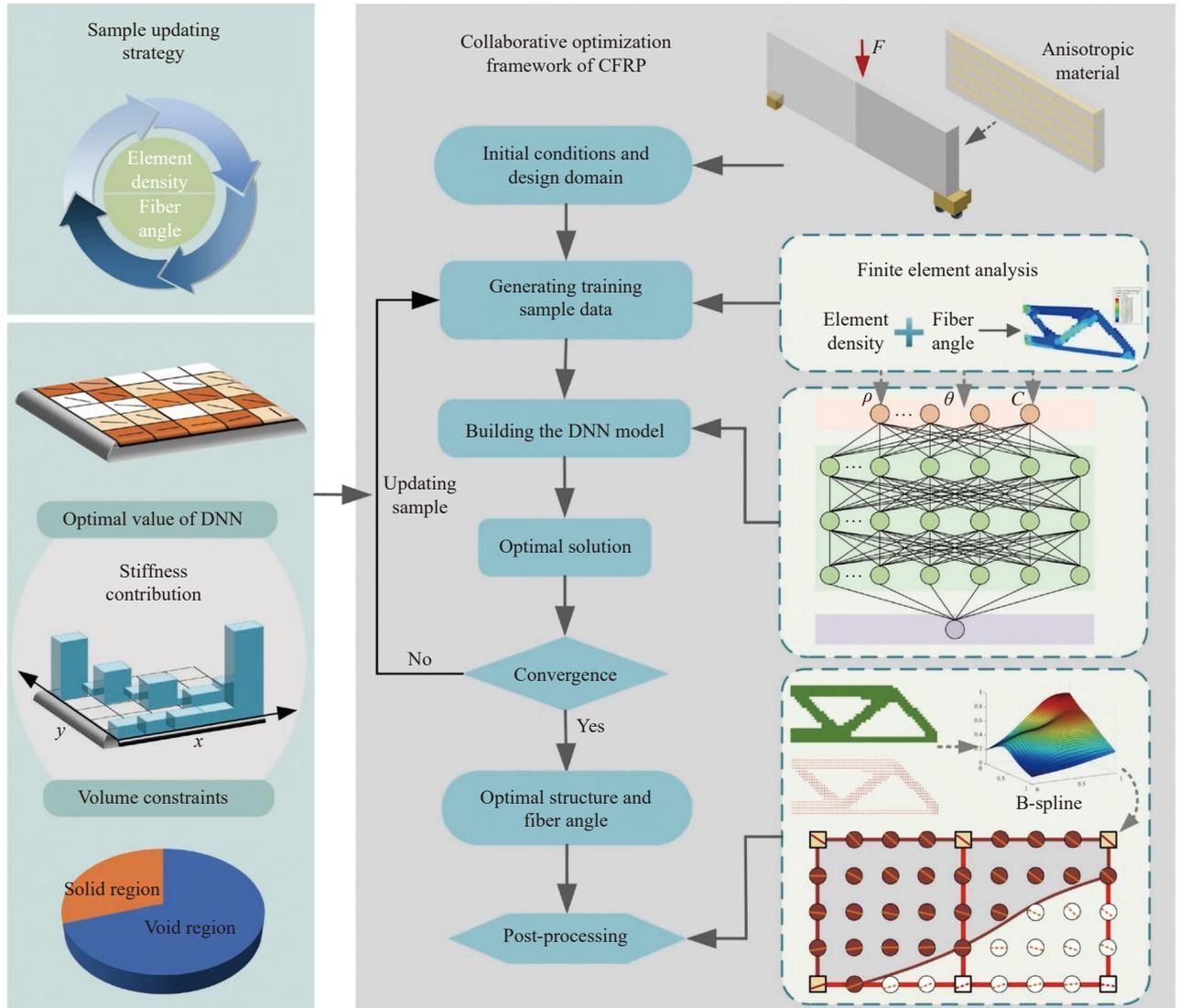


图8 (a) 双材料拓扑优化; (b) Michell 梁设计域; (c) Michell 梁优化结果^[73]
 Fig. 8 (a) Bi-material topology optimization; (b) Michell beam design domain; (c) Optimized result of Michell beam^[73]



DNN—Deep neural network; CFRP—Continuous fiber reinforced polymer; F —Load; ρ —Density; θ —Angle; C —Compliance

图9 CFRC 结构拓扑和纤维方向的协同优化框架^[74]

Fig. 9 Collaborative optimization framework for topological structure and fiber orientation of CFRC^[74]

示。该优化框架由生成训练样本数据、训练深度神经网络、结果后处理三大部分组成。首先利用有限元分析生成用于训练的数据集，每个样本数据包含单元密度和纤维角度信息，基于训练数据，利用深度神经网络建立设计变量和目标函数之间的映射，利用B样条插值对网络的输出结果进行后处理，最终得到具有光滑边界和连续纤维角度的结构。可见，利用神经网络模型进行CFRC的优化设计可以有效节约计算成本，但是输出结果需要一定的后处理；另外，搭建的网络具有很强的问题相关性，即输出结果依赖于训练数据集，难以应对不同的CFRC优化问题。

3 CFRC 连续纤维路径

3.1 传统纤维打印路径

连续纤维路径规划对于CFRC的增材制造是至关重要的，合理的纤维路径可以保证纤维在打印过程中的连续性和均匀性，避免出现纤维的重叠、间隙和尖角，减少纤维断裂和扭曲，从而降低3D打印CFRC的缺陷，提高CFRC打印件的结构性能。传统的纤维打印路径包括直线型、Z字型、螺旋型、网格型、蜂窝型、轮廓型等，如图10所示^[76-80]。这些打印路径形式规整，已被广泛应用于各种CFRC结构的增材制造中。直线型纤维路径是最简单的一种纤维打印模式，纤维路径穿过整个打印零件，其余部分利用基体材料填充，结构沿着纤维方向的承载能力被有效的提高，但是在其余方向上的承载能力却十分有限^[81-83]。Z字型纤维路径因生成的纤维轨迹类似于英文字母Z而得名，其按照一定的角度对结构轮廓进行等距分割，Z字型纤维路径适用性强，目前已成为商用3D打印机主流的路径规划方式之一^[84-86]。Z字型纤维路径存在大量的纤维转折点，这显著影响CFRC的打印质量，因此有学者提出填充角度可调节的Z字型路径，有效改善了采用Z字型纤维路径CFRC的3D打印质量^[87-88]。螺旋型纤维路径采用中心向外辐射的螺旋线来引导纤维铺展^[89]，该路径与Z字型路径相比，能在3D打印过程中减少打印喷头的频繁移动，从而增强纤维路径的连贯性^[90]。然而，螺旋路径在处理具有内凹边缘的复杂形状时，常出现自相交的问题。为了解决这一挑战，周祖德团队^[91]开发了一种凹多边形分解技术，有效减少了自相交现象。在此基础上，易雪涛等^[92]对螺旋路径算法进行了优化，提

出了一种改进的等距螺旋偏置填充方法，特别适用于碳纤维增强复合材料的打印。网格型和蜂窝型均属于交错铺设的纤维路径规划方式，这种方式使得纤维周期性的填充在打印构件的内部，有效增强打印构件各个方向上的承载能力^[93-94]。轮廓型纤维路由一组平行于打印构件轮廓的闭合曲线组成，由于轮廓型纤维路径降低了层内台阶效应的影响^[95]，因此与直线型和Z字型纤维路径相比，打印的零件在表面质量和精度上更优。

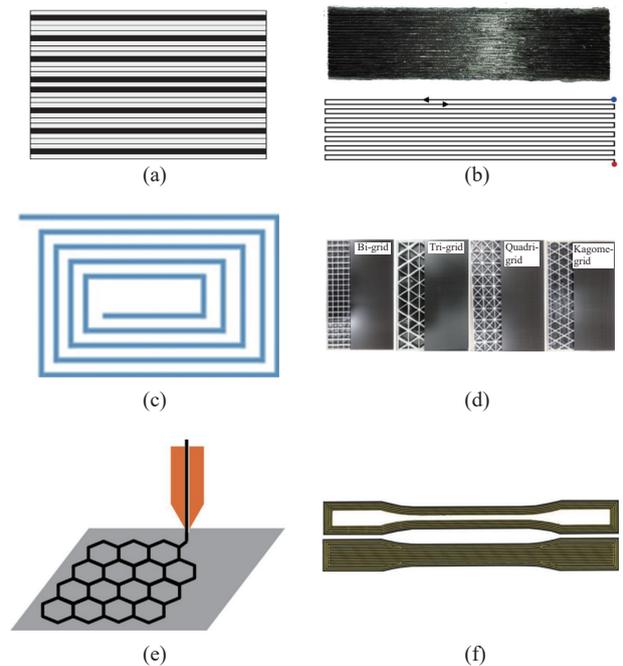


图10 不同的纤维打印路径: (a) 直线型^[71]; (b) Z字型^[76]; (c) 螺旋型^[77]; (d) 网格型^[78]; (e) 蜂窝型^[79]; (f) 轮廓型^[80]

Fig. 10 Different fiber printing paths: (a) Straight line^[71]; (b) Zigzag^[76]; (c) Spiral^[77]; (d) Grid^[78]; (e) Honeycomb^[79]; (f) Contour^[80]

3.2 纤维路径优化设计

上述传统的纤维路径是从3D打印的材料沉积路径发展而来，纤维按照所定义的模式填充在打印构件内部，这类纤维路径未考虑打印构件的受力状态，一方面没有充分发挥CFRC的优势，另一方面造成了纤维的利用率低下。因此发展连续纤维路径的优化设计方法是必要的，目前常用三类纤维路径优化设计方法的优化变量、纤维路径的表示和优缺点如表6所示。

3.2.1 基于连续可微函数的纤维路径优化设计

假定纤维角度的变化模式是基于非线性函数的连续纤维路径优化设计的一个基本思想^[96-97]。比如假定纤维角度沿着水平方向线性变化，如图11(a)和图11(b)所示。

表 6 三类连续纤维路径优化设计方法
Table 6 Three types of continuous fiber path optimization design methods

Method	Optimized variables	The representation of fiber paths	Advantage	Disadvantage
Based on continuous and differentiable functions	Functional coefficients	Function trajectory	Convenient for adding manufacturing constraints	Low design freedom; Optimization results depend on the selection of fiber representation functions
Based on level set function	Level set function or expansion coefficient	Iso-contours of level set function	Fiber paths without gaps and overlaps	Fiber path may occur sharp corners
Based on stress vector fields	Stream function	Streamline	More robust and straightforward	Post-processing step required

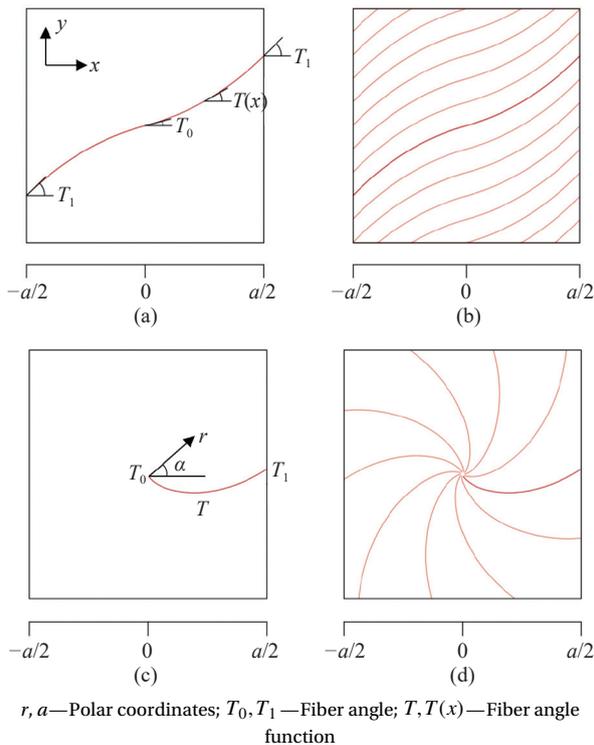


图 11 线性变化的纤维角度以及对应的纤维路径^[96-97]

Fig. 11 Linear variation in fiber angles and corresponding fiber paths^[96-97]

$$T(x,y)_x = \frac{2(T_1 - T_0)}{a} |x| + T_0 \quad (43)$$

或者利用极坐标系, 假定纤维角度沿着半径方向线性变化, 如图 11(c) 和 11(d) 所示。

$$T(r,\alpha) = \frac{T_1 - T_0}{R} r + T_0 + \alpha \quad (44)$$

式中: r 、 α 是极坐标; R 是设计域半径; T_0 和 T_1 是纤维角度变化的上下界, 同时充当设计变量。Nik 等^[96] 利用这种连续纤维路径的排布方式, 以屈曲载荷为目标, 对 CFRC 平板进行了纤维路径优化。类似的, Passos 等^[97] 也利用这种纤维路径

模型研究了 CFRC 的平板屈曲优化问题。线性变化的纤维角度模型表达式简单, 计算效率高, 有利于优化算法的收敛, 但这种模型的设计自由度过低, 难以寻求最优的纤维路径分布。基于此, Wu 等^[98] 对纤维角度的线性模型进行了改进, 提出了非线性变化的纤维角度模型, 利用拉格朗日多项式来建立纤维角度的变化模型:

$$\theta(x,y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} T_{mn} \prod_{m \neq i} \left(\frac{x - x_i}{x_m - x_i} \right) \prod_{n \neq j} \left(\frac{y - y_j}{y_n - y_j} \right) \quad (45)$$

其中: (x_i, y_i) 是二维坐标系下的参考点; M 和 N 分别是 x 方向和 y 方向的参考点数量; T_{mn} 是参考点的纤维角度, 在优化过程中充当设计变量。当 $M=2$ 、 $N=0$, 式 (45) 就退化为线性模型。

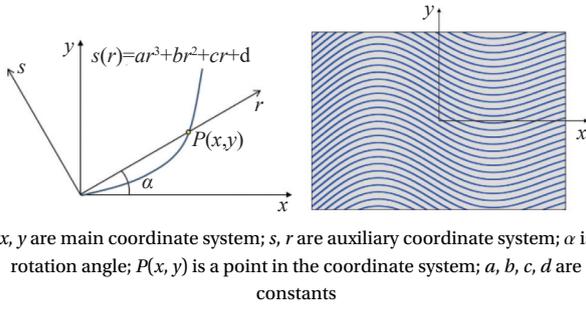
另外一种连续纤维路径优化设计的思想是直接利用连续可微的非线性函数来代表纤维路径, 函数的连续性保证了纤维路径的连续性, 可微性保证了设计域内每一点的纤维角度可以基于此函数求出。Parnas 等^[99-100] 提出利用 3 阶多项式来表示纤维路径, 在极坐标系下, 利用 3 阶多项式表达的纤维路径方程如下式所示:

$$s(r) = ar^3 + br^2 + cr + d \quad (46)$$

式中: a 、 b 、 c 、 d 是常数; $r = x \cos \alpha + y \sin \alpha$, r 和 α 是极坐标系下的变量, 如图 12 所示, 在有限元分析中, 需要确定每个单元的纤维角度信息, 在 3 阶多项式表达的纤维路径方程中, 对于设计域内任意一点, 纤维角度 θ 可被定义如下:

$$\theta = \arctan(3ar^2 + 2br + c) + \alpha \quad (47)$$

Huang 等^[101] 给出了一般形式下的多项式路径函数, 纤维路径由多项式路径函数的等高线表示, 考虑 n 阶的多项式函数:



x, y are main coordinate system; s, r are auxiliary coordinate system; α is rotation angle; $P(x, y)$ is a point in the coordinate system; a, b, c, d are constants

图 12 (a) 主坐标系和辅助坐标系; (b) 基于 3 阶多项式的变刚度平板^[99-100]

Fig. 12 (a) Main and auxiliary coordinate systems; (b) Variable-stiffness panel based on cubic polynomial function^[99-100]

$$f(x, y, \mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^i a_{ij} x^j y^{i-j} \quad (48)$$

设计域内任意一点的纤维角度计算如下式所示:

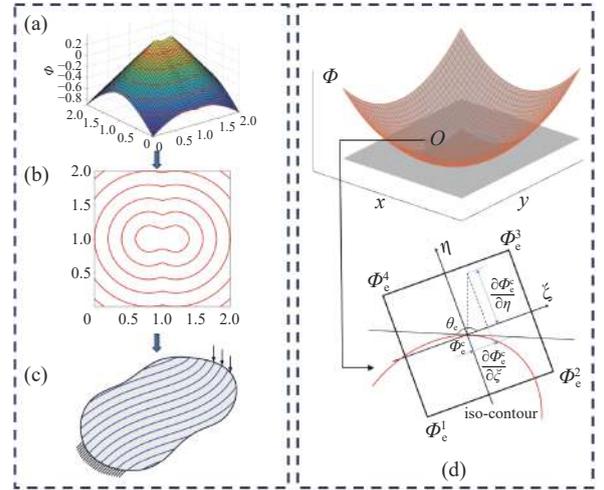
$$\theta(x, y, a) = \begin{cases} \arctan \left(-\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i j a_{ij} x^{j-1} y^{i-j}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} (i-j) a_{ij} x^{j-1} y^{i-j-1}} \right), & \text{if } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} (i-j) a_{ij} x^{j-1} y^{i-j-1} \neq 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{if } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{i-1} (i-j) a_{ij} x^{j-1} y^{i-j-1} = 0 \end{cases} \quad (49)$$

多项式的系数 a_{ij} 在优化问题中充当设计变量, 通过优化 a_{ij} 来改变纤维路径, 从而使得目标函数达到极值。尽管这类方法降低了纤维路径设计的自由度, 但是有一个很大的优势, 即根据纤维路径函数, 纤维路径的曲率可以方便的求出, 从而在优化过程中添加曲率约束, 避免纤维路径出现尖角, 这对实际制造过程是十分重要的^[102-103]。

3.2.2 基于水平集函数的连续纤维路径规划

水平集方法^[104, 39] (Level set method, LSM) 是一种特征驱动的拓扑优化方法, LSM 的核心思想是将结构的拓扑边界嵌入到一个高一维度函数的零等值线中, 此函数被称为水平集函数 (Level set function, LSF), $LSF > 0$ 代表密度等于 1 的结构部分, $LSF < 0$ 代表密度等于 0 的空洞部分, LSF 等于 0 代表结构的边界, LSF 的等值线形成了一系列的曲线簇, 因此研究者们利用 LSF 的等值线代表纤维路径, 通过优化水平集函数来优化纤维路径, 如图 13(a)~13(c) 所示^[105]。

Brampton 等^[106] 提出了基于 LSF 的纤维路径优化方法, 假定每个单元的纤维方向沿着水平集函数等值线的切线方向, 如图 13(d) 所示, 因此



$\Phi_e^i, i=1, 2, 3, 4$ —LSF value of element nodes; θ_e —Fiber orientation; Φ_e^c —LSF value of element center; ξ, η —Local coordinate system

图 13 基于水平集函数 (LSF) 的纤维路径优化^[105]: (a) LSF; (b) LSF 等值线; (c) 基于 LSF 等值线的纤维路径; (d) 纤维角度的定义

Fig. 13 Optimization of fiber path based on level set function (LSF)^[105]: (a) LSF; (b) Iso-contour of LSF; (c) The fiber path based on iso-contour of LSF; (d) Definition of fiber orientation

纤维角度可以被显式的定义:

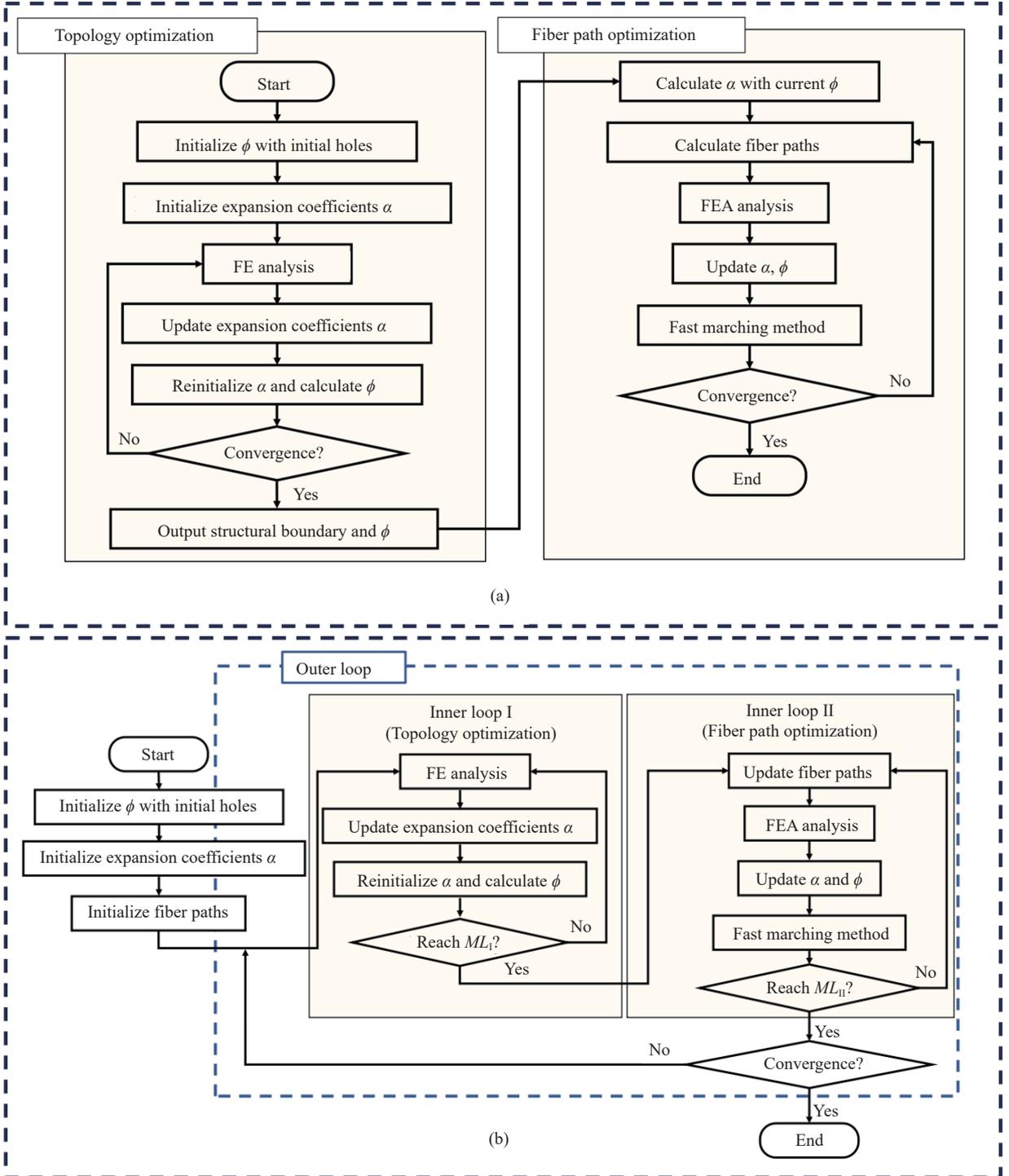
$$\theta_e = \frac{\pi}{2} + \arctan \left(\frac{\partial \Phi_e^c / \partial \eta}{\partial \Phi_e^c / \partial \xi} \right) \quad (50)$$

其中: Φ_e^c 是单元的 LSF; ξ 和 η 是单元的局部坐标, 通过演化 LSF 来优化纤维角度。在 Brampton 等^[107-108] 的研究中, 快速行进法 (Fast marching method, FMM) 被用于每次迭代后初始化 LSF, FMM 能够在保证 LSF 的 0 等值线不变的前提下, 使得 LSF 的梯度在设计域内处处等于 1, 经过 FMM 处理之后, LSF 的等值线分布会更加均匀, 避免了纤维路径的重叠。根据 Brampton 等^[106] 的研究工作, 利用 LSF 优化纤维路径主要包含以下几个步骤, 首先初始化 LSF, 根据 LSF 计算纤维角度, 然后进行有限元分析并计算灵敏度, 根据灵敏度信息更新 LSF 并确定主纤维路径 (即 LSF 的零等值线), 然后利用 FMM 初始化 LSF 获取其余纤维路径, 重复上述过程直至收敛, 最终提取 LSF 的等值线即可得到连续的纤维路径, 基于 LSF 的纤维路径优化方法同样可以用于 3D 打印过程中材料的沉积路径的规划问题^[109]。

基于 LSF 的纤维路径优化方法本质上也是通过引入一个非线性函数来表示纤维路径, 相比于上一节提到的多项式函数, 基于 LSF 的纤维路径优化方法更容易和 LSM 结合, 从而在优化过程中同时考虑拓扑构型和纤维方向。Xu 等^[110] 在

Brampton 等^[106]的工作基础上,在统一的水平集框架下发展了针对CFRC结构拓扑和纤维路径的优化算法,提出了两种不同的优化策略,即顺序优化和协同优化,如图14所示,顺序优化是先进

行拓扑优化,当拓扑构型收敛以后再进行纤维优化;而协同优化是同时优化构型和纤维路径,具体来讲,即在每一个迭代步数中,进行若干次拓扑更新和纤维路径更新。Xu等^[110]的结果表明,



FEA—Finite element analysis; ML_I, ML_{II} —Maximum number of loops; ϕ —Level set function; α —Expansion coefficients; FE—Finite element

图14 (a) 顺序优化策略流程; (b) 协同优化策略流程^[110]

Fig. 14 (a) Flowcharts for sequential optimization scheme; (b) Flowcharts for simultaneous optimization scheme^[110]

协同优化的结果要优于顺序优化，最终得到的 CRFC 的平均柔度更小，这表明为了对于得到性能更优的 CFRC 结构，在优化的过程中应该同时考虑拓扑构型和纤维路径，但是作为代价，协同优化的计算成本要更大。利用基于 LSF 的纤维路径设计方法已被用于复合材料超结构的设计和制造中，Li 等^[41]发展了力学性能可调控的连续纤维增强超结构的拓扑优化算法，其中超结构的连续纤维路径通过 FMM 扩展主纤维路径得到，如图 15(a)~15(d) 所示，在 Li 等^[41]的工作中，提出了一种含有权重的目标函数，通过调节该权重参数，可以实现对连续纤维增强超结构力学性能的调控，如图 15(e) 所示。

需要注意的是，在 Brampton 等^[106]、Xu 等^[110]、Li 等^[41]的工作中，纤维的设计变量相当于只有一条主纤维路径，其余纤维路径是基于主纤维路径

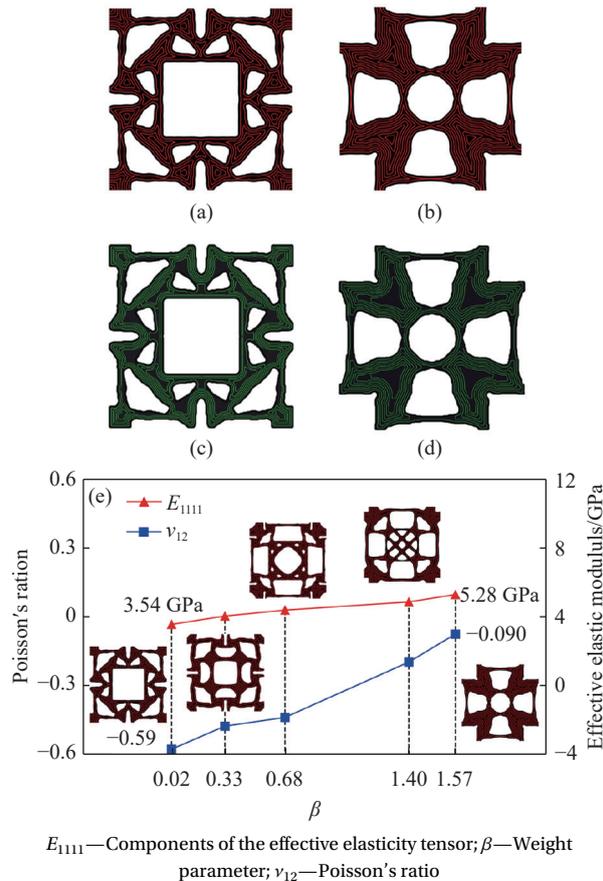


图 15 基于 LSF 的连续纤维增强复合材料超结构设计：((a), (b)) 复合材料超结构中基于 LSF 得到的连续纤维路径；((c), (d)) 复合材料超结构的 3D 打印纤维路径；(e) 复合材料超结构力学性能随调控参数的变化^[41]

Fig. 15 Design of continuous fiber reinforced meta-composites based on LSF: ((a), (b)) Continuous fiber path of meta-composite based on LSF; ((c), (d)) Actually printing path of meta-composite; (e) Variation of mechanical properties of meta-composite versus tailorable parameter^[41]

通过 FMM 扩展得到的，当主纤维路径确定，其余纤维路径也随之确定，这在一定程度上缩小了解空间。为解决此问题，Tian 等^[105, 111]和 Li 等^[112]在优化列式中添加了对 LSF 梯度的约束，避免使用 FMM，如下式所示：

$$d_e = (|\nabla\Phi(x_e)| - 1)^2 \leq \varepsilon, e = 1, \dots, n$$

$$d_{pn} = \left(\sum_{e=1}^n d_e^p \right)^{1/p} \leq \varepsilon \quad (51)$$

其中： d_e 是梯度约束函数； $\nabla\Phi(x_e)$ 是水平集函数在 x_e 处的梯度； d_{pn} 是梯度约束函数 d_e 的 p 范数； ε 是一个大于 0 的数。

通过 p 范数聚合的形式来约束 LSF 在设计域内的梯度，这使得 LSF 的梯度在优化过程中近似等于 1，以此保证了通过提取 LSF 等值线得到的纤维路径的均匀性，其中参数 ε 表示了对 LSF 梯度约束的程度，理想状态下的 ε 应该等于 0，但是 $\varepsilon = 0$ 会使得优化列式难以收敛，因此一般取 ε 为一个接近 0 的正数， ε 会影响最终得到的纤维路径，图 16 展示了 ε 的取值对 Messerschmitt-Bolkow-Blohm (MBB) 梁纤维路径优化的影响。

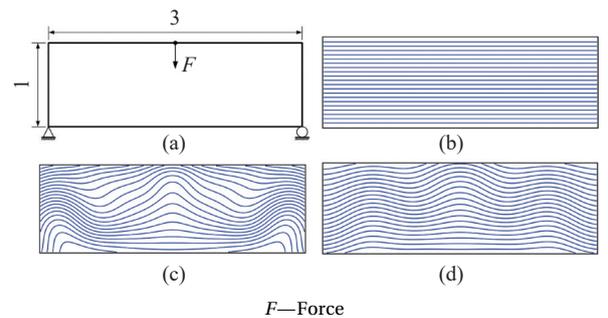


图 16 (a) MBB 梁的设计域；(b) 初始纤维路径；优化得到的纤维路径：(c) $\varepsilon = 1$ ；(d) $\varepsilon = 0.1$ ^[105]

Fig. 16 (a) Design domain of MBB beam; (b) Initial fiber paths; Optimized fiber paths: (c) $\varepsilon = 1$; (d) $\varepsilon = 0.1$ ^[105]

一种和 LSF 纤维路径优化方法非常相似的技术被称为偏置方法^[113] (Offset method, OM)，这种方法一般和拓扑优化过程结合，利用 FMM 创建平行于结构轮廓的纤维路径，在结构的拓扑优化过程中，每一个拓扑构型都对应着一种纤维铺设路径，随着算法的收敛，结构的拓扑构型达到稳定，纤维路径也随着确定，如图 17 所示，

需要指出的是，利用 LSF 或者 offset 得到的纤维路径可能会存在一些尖角、急弯等，这一方面不利于 3D 打印的制造，另一方面应力集中现象很可能在这些部位发生^[113]，如图 18 所示，因此



图 17 基于偏置方法 (OM) 和 LSM 的拓扑优化过程^[113]

Fig. 17 Topology optimization based on offset method (OM) and level set method (LSM)^[113]

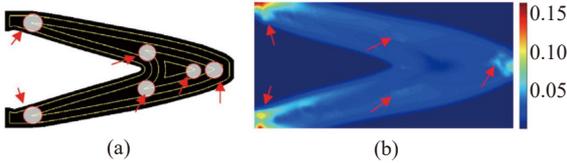


图 18 由于纤维方向突然变化造成的应力集中现象: (a) 纤维路径; (b) Von Mises 应力分布 (单位: GPa)^[113]

Fig. 18 Stress concentration phenomenon due to abrupt fiber orientation change: (a) Fiber path; (b) Von Mises stress distribution (Unit: GPa)^[113]

在优化过程中考虑制造约束会更加具有现实意义, 例如加入对 LSF 等值线曲率的约束。

3.2.3 基于应力矢量的连续纤维路径规划

基于应力矢量的连续纤维路径规划方法从结构的受力状态出发, 通常以结构的主应力矢量场为基础, 设计纤维路径沿着主应力流的方向。一种常用

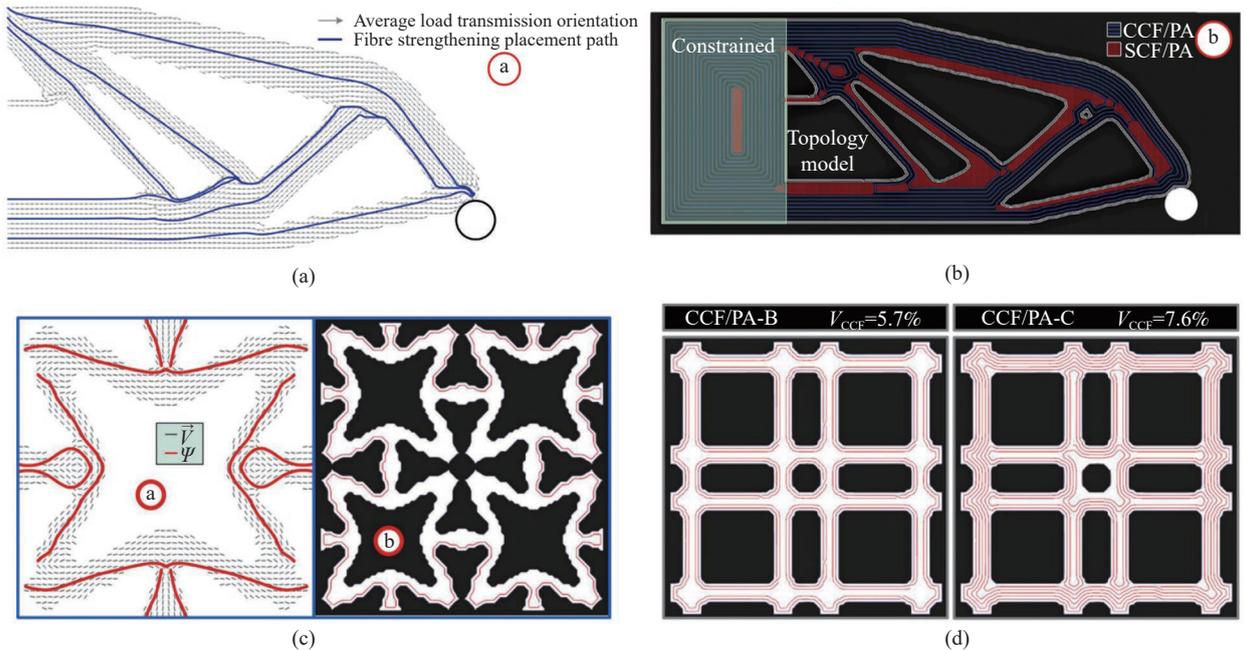
的设计方法被称为流线方法 (Streamline method), 假设主应力矢量场 $V = (V_x, V_y)$, 根据流线理论^[114] 流函数和流场的关系由式 (52) 确定, 其中 φ 是流函数, 流函数的切线方向代表流体的流动方向, 那么主应力矢量场的流线即代表纤维路径。具体应用时, 求解式 (52) 得到流函数 φ , 提取流函数 φ 的等值线即得到沿着主应力方向的纤维路径。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = V_y; \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -V_x \quad (52)$$

直接求解式 (52) 是困难的, 因此一般将 (52) 转化为如下优化问题:

$$\begin{cases} \text{find: } \varphi \\ \min : J(\varphi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \|A\varphi - V\|^2 d\Omega \end{cases} \quad (53)$$

其中, $A = (-\partial/\partial y, \partial/\partial x)$ 。通过最小化目标函数 $J(\varphi)$, 使得在设计域内流函数的切线方向尽可能逼近主应力方向。基于流线方法设计纤维路径已被广泛应用于 CFRC 结构的设计制造中, Chen 和 Ye^[11, 115] 基于流线方法设计拓扑优化 CFRC 结构的碳纤维路径, 并且利用复合材料 3D 打印技术制造了包括悬臂梁、具有负泊松比效应的超结构和高弹性模量结构等, 如图 19 所示, 并表征了碳纤



CCF—Continuous carbon fiber; SCF—Short carbon fiber; PA—Polyamide; \vec{v} —Fiber direction vector; Ψ —Streamline; V_{CCF} —Fiber content

图 19 基于流线方法所设计的连续纤维路径: (a) 复合材料悬臂梁的平均载荷传递方向和连续纤维路径; (b) 复合材料悬臂梁的连续纤维打印路径; (c) 具有负泊松比效应的复合材料超结构; (d) 高弹性模量复合材料格栅结构的连续纤维打印路径^[11, 115]

Fig. 19 Continuous fiber paths designed based on streamline methods: (a) Average load transmission orientation and continuous fiber paths of the cantilever beam; (b) Continuous fiber printing paths of the cantilever beam; (c) Meta-structures with negative Poisson's ratio; (d) Composite grid structures of enhanced effective elastic modulus and their continuous fiber printing paths^[11, 115]

维含量对CFRC结构的力学性能的影响。

为了使得流函数的等值线更加简单, Yan等^[116]在优化问题(53)中添加了对流函数旋度的约束($\nabla\varphi=0$):

$$J(\varphi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \|A\varphi - V\|^2 + \nabla\varphi d\Omega \quad (54)$$

在此基础上, Yan等发展了可变纤维密度的CFRC结构拓扑优化算法, 即在优化过程中增加关于纤维密度的设计变量, 相比于应力较小的区域, 应力集中的区域被分配更大的纤维密度, 使得同纤维含量的情况下, 优化得到的结构性能更优。一个L型梁的优化结果如图20所示, 可以看到, 在应力集中点区域, 纤维密度也相应的更大。

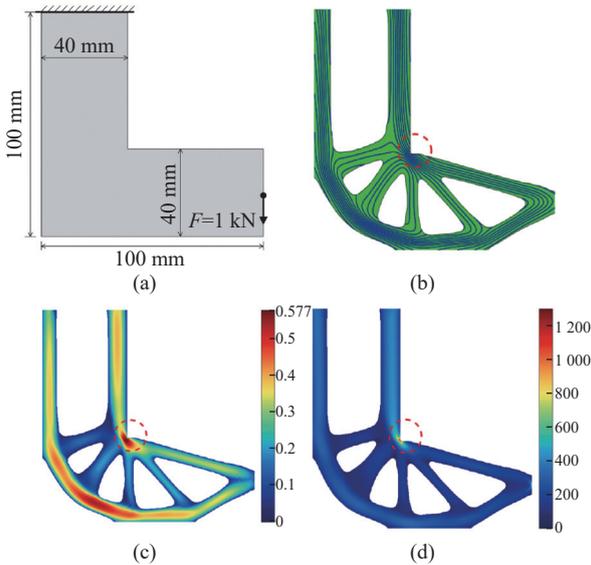


图20 (a) L型梁设计域; (b) 纤维路径分布; (c) 纤维含量分布; (d) Von Mises 应力分布^[116]

Fig. 20 (a) Design domain of L-shaped beam; (b) Fiber paths distribution; (c) Fiber content distribution; (d) Von Mises stress distribution^[116]

Fang等^[117]对基于应力矢量的纤维路径规划方法进行了详细的研究, 包括主应力矢量场的相容性、等值线数量的选取、纤维路径的连接, 给出了基于应力场的纤维路径规划步骤, 如图21所示, 第一步利用有限元分析计算结构的主应力方向得到主应力矢量场, 第二步利用最小生成树(Minimum spanning tree, MST)算法对主应力矢量场进行调整, 改善主应力矢量场的一致性, 第三步移除主应力方向紊乱的区域, 第四步对移除区域的主应力方向进行外推或插值, 得到完整的主应力矢量场, 第五步利用流线方法求解流函数,

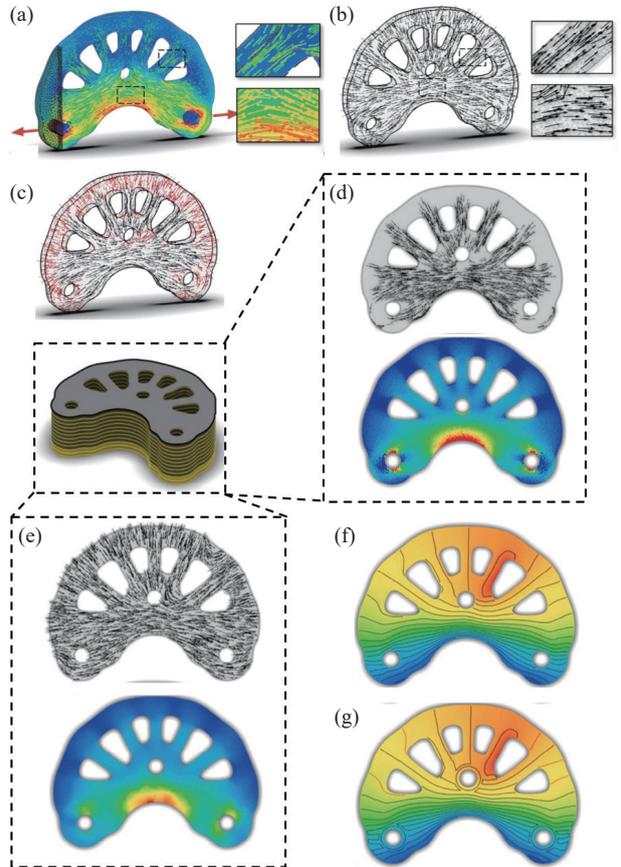


图21 基于应力场的连续纤维打印路径规划算法: (a) 求解主应力矢量场; (b) 基于最小生成树(MST)确定的主应力矢量场; (c) 识别主应力矢量紊乱的区域; (d) 移除混乱的主应力矢量; (e) 完整的主应力矢量场; (f) 连续纤维路径; (g) 最终的纤维打印路径^[117]

Fig. 21 Continuous fiber printing path planning algorithm based on stress field: (a) Solving the principal stress vector field; (b) Principal stress vectors field determined by minimum spanning tree (MST); (c) Identify the region of disturbed principal stress vector; (d) Remove the principal stress vector from the disturbed area; (e) Full principal stress vector field; (f) Continuous fiber path; (g) Final fiber printing path^[117]

提取流函数的等值线得到纤维路径, 最后一步, 根据结构的边界形状, 建立连接不同纤维路径之间的连接, 从而得到最终的连续纤维打印路径。

Wang等^[118]从应力的角度提出了另一种类似的载荷相关路径规划(Load-dependent path planning, LPP)方法, 根据应力矢量, 结合结构的中轴线, 生成连续的纤维路径。LPP首先利用维诺图提取结构的中轴线以获取结构的几何信息, 然后引入矢量追踪算法, 通过3个几何参数追踪载荷的传递路径, 3个几何参数分别是路径片段和附近应力矢量的夹角 β 、两个相邻路径片段之间的夹角 α 和两个相邻计算点之间的距离 d , 如图22(a)所示。3个参数对应的物理意义分别是生成的路径和应力向量之间的方向差、路径的平滑度和基于中轴点的最终路径分

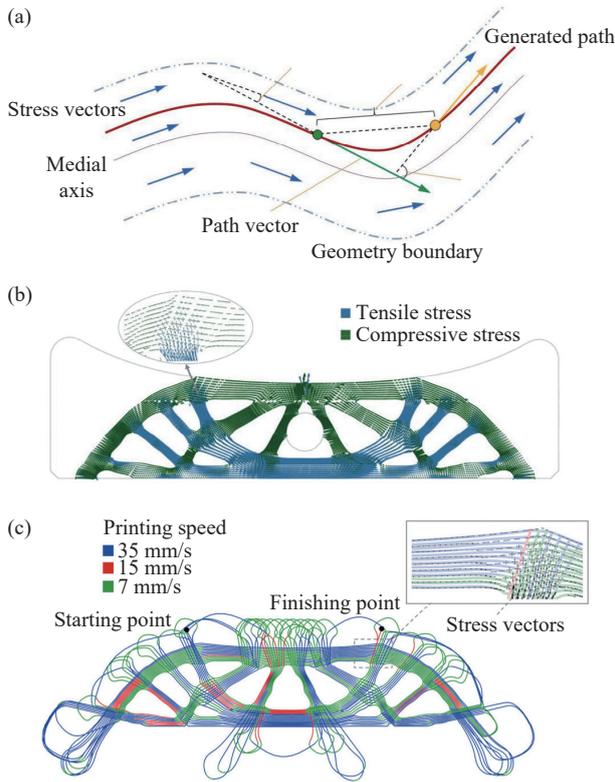


图 22 (a) 载荷相关路径规划 (LPP) 中的参数; (b) 带有孔洞 MBB 梁优化结果以及纤维路径; (c) 全局连续的纤维打印路径^[118]

Fig. 22 (a) The parameters in load-dependent path planning (LPP); (b) Optimization results of Messerschmitt-Bolkow-Blohm (MBB) beam with a hole and corresponding fiber paths; (c) Global continuous fiber printing path^[118]

辨率, 通过优化这 3 个参数使其最小化, 从而获得高分辨率和平滑的路径, 图 22(b) 展示了带有孔洞的 MBB 梁优化结果以及相应的纤维路径, 如图 22(c) 所示, 具有可变间距的打印路径在几何边界的侧面生成, 建立起不同纤维路径之间的连接, 形成了具有全局连续性的纤维路径。但是这种纤维打印路径导致打印构件存在冗余的纤维路径, 因此需要对打印构件进行后处理。

3.3 其他连续纤维路径规划方法

3.3.1 材料汇编

另外一种将纤维矢量场映射为连续纤维路径的方法由 Boddeti 等^[119] 提出, 被称为材料汇编 (Material compilation)。

如图 23 所示, 作者利用条纹图案算法 (Stripe patterns algorithm) 生成连续的纤维路径, 条纹图案算法是一种几何处理算法, 通过输入矢量场, 该算法将在三维表面生成类似于连续纤维的条纹, 和基于 LSF 的算法类似, 条纹图案算法可以保证生成的连续纤维均匀分布, 除了简单的二维情况,

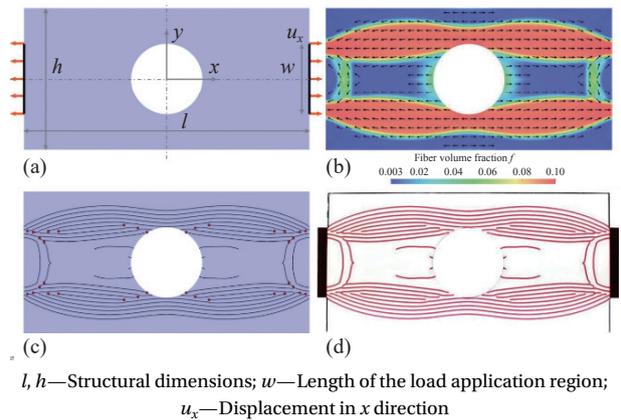


图 23 含有孔洞的复合材料平板优化设计: (a) 设计域和载荷; (b) 优化得到的纤维方向和纤维含量; (c) 根据材料汇编算法得到的纤维路径; (d) 用于可视化的 3D 打印样件^[119]

Fig. 23 Design optimization of a composite plate structure with a hole: (a) Design domain and loads; (b) Optimized fiber direction and fiber content; (c) Fiber path obtained by material compilation; (d) 3D printed sample for visualization^[119]

该工作可以扩展到复杂的三维连续纤维设计问题。
3.3.2 等间距连续纤维路径设计方法

在 Papapetrou 等^[113] 和 Zhang 等^[120] 的工作中, 提出了一种等间距 (Equally-spaced, EQS) 连续纤维路径设计方法, EQS 方法创建平行于结构边界的连续纤维路径, 连续路径沿着结构的最大维度方向放置。首先将结构域沿着横向划分 (图 24), 横截面划分取决于结构构件内部是否存在空隙, 即划分的位置选取在结构实体和孔洞的交界处, 然后根据单元密度, 布置一系列的点在划分的横截面上 (图 25), 最后利用光滑的曲线连接这些点以获取纤维路径 (图 26)。

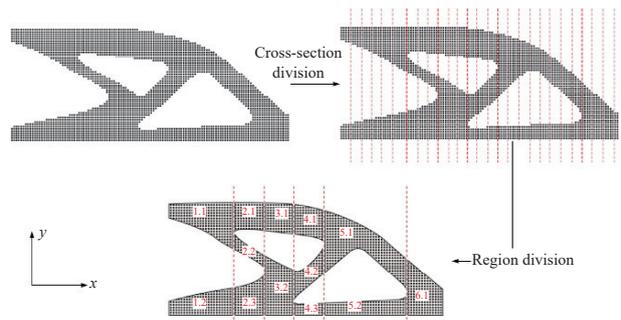


图 24 结构区域划分^[120]

Fig. 24 Structure region division^[120]

对于简单结构, EQS 能够取得很好的结果, 然而对于一些复杂结构, EQS 需要更多的人为干预, 比如一些多分支结构中 (图 27), 用户需要确定在每个结构分支中纤维的分布。

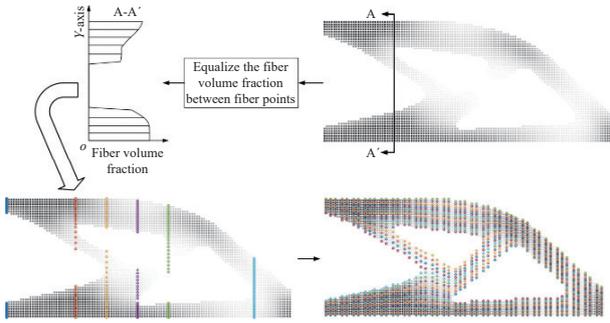


图 25 纤维点的分布^[120]

Fig. 25 Distribution of fiber points^[120]

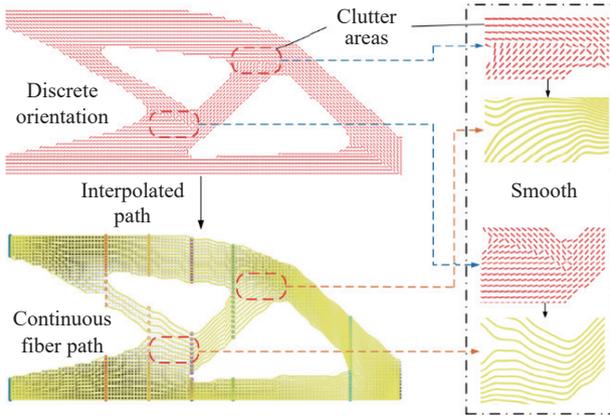


图 26 纤维方向的光滑^[120]

Fig. 26 Fiber orientation smooth^[120]

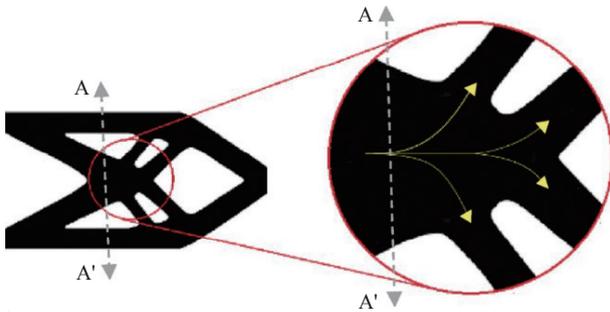
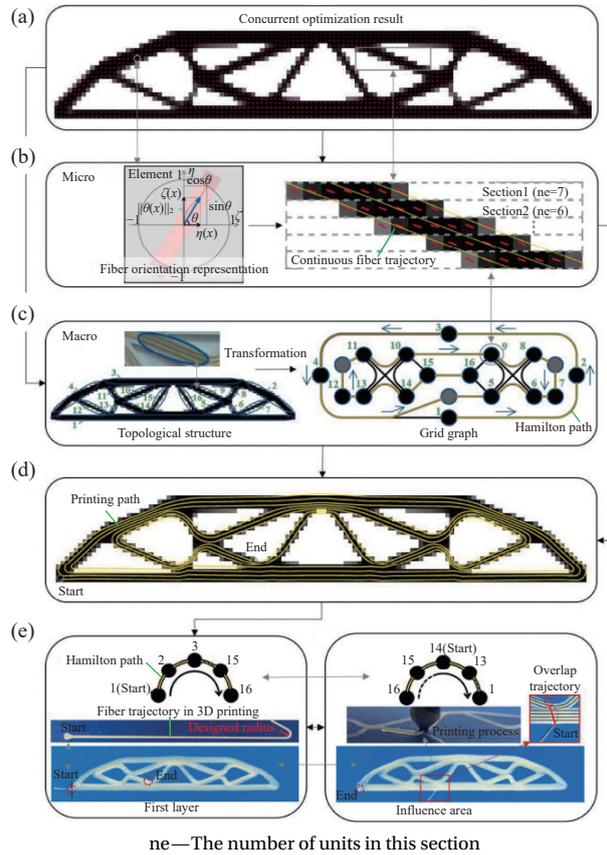


图 27 通过 A-A' 截面中心的纤维路径数量被分为 4 部分^[113]

Fig. 27 The number of fiber paths passing through the central cross section A-A' divided in four sub-divisions^[113]

3.3.3 全局连续性的纤维路径设计

CFRC 结构常见的失效形式之一是纤维和基体的分层，因此纤维路径的连续性是非常重要的。Huang 等^[121] 基于哈密顿路径发展了一种具有全局连续性的纤维路径规划方法，如图 28 所示。哈密顿路径是一种穿过图的所有顶点并且只穿过每个顶点一次的路径，这避免了纤维路径的重叠。该算法根据结构的宏观尺度特征将结构划分为多个子结构，每个子结构作为哈密顿计算图中的顶点，



ne—The number of units in this section

图 28 多尺度协同设计示意图^[121]: (a) 协同优化结果; (b) 子结构内的纤维路径; (c) 纤维路径连接; (d) 纤维打印路径; (e) 打印过程

Fig. 28 Schematic for multiscale concurrent design^[121]: (a) Concurrent optimization result; (b) Fiber paths in sub-structures; (c) Fiber paths connection; (d) Fiber printing path; (e) Printing process

每个子结构中的纤维方向是一致的，统一的纤维方向由子结构中每个离散单元的纤维方向加权平均得到。然后计算哈密顿路径连接所有的子结构，生成具有全局连续性的纤维打印路径。Wan 等^[122] 针对多分枝结构，发展了一种具有全局连续性的打印策略。如图 29 所示，文中基于结构的中轴线，通过形态学对结构模型进行参数化和分解。打印路径由基于模板路径的超限映射生成，并自动连接以导出具有全局连续性的打印路径。

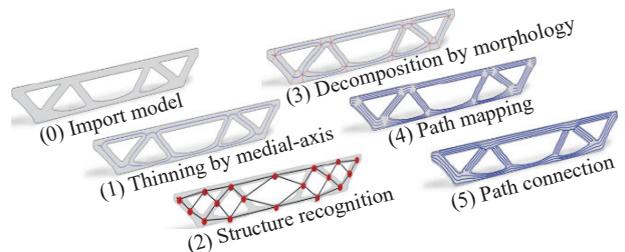


图 29 具有全局连续性的打印策略^[122]

Fig. 29 Printing strategy with global continuity^[122]

4 总结和展望

4.1 总结

连续纤维增强复合材料 (CFRC) 因其优异比刚度、比强度、耐腐蚀等特点而被广泛应用于当今高端装备领域中。近来, 3D 打印技术的快速发展为制造具有复杂纤维路径的 CFRC 结构提供了新途径, 其中连续纤维的打印路径对 CFRC 的力学性能有着至关重要的影响, 因此相关连续纤维优化设计理论和方法正逐步引起国内外学者的关注和重视。本文以连续纤维优化设计方法为主线, 对复合材料连续纤维优化设计方法进行了全面而系统地综述和总结:

(1) 首先, 从理论的角度讨论了 CFRC 的纤维优化, 即正交各向异性材料方向优化理论, 包括基于应力的方法、基于应变的方法和基于弹性矩阵的方法。基于这些方法, 以获取“主应力方向”和“主应变方向”这两个非常重要的依据, 为纤维路径规划奠定基础;

(2) 然后, 介绍了 CFRC 纤维角度优化数值算法, 包括离散纤维角度优化 DFOO 和连续纤维角度优化 CFOO 两个方面。其中, DFOO 是以离散材料优化 (DMO) 为基本思想而衍生出的一系列材料弹性矩阵插值算法, 如基于形状函数的材料参数化 (SFP)、双值编码参数化 (BCP)、二分插值优化 (BIO)、正态分布纤维优化 (NDFO); 而 CFOO 包括 Shepard 插值、离散-连续参数化 (DCP)、主应力方向插值连续纤维角度 (PSO-CFAO)、全尺度拓扑优化算法、神经网络优化算法等新型优化方法;

(3) 最后, 由于连续纤维路径是衔接 CFRC 设计和制造 (3D 打印) 之间的重要环节, 本文回顾了连续纤维路径设计方法, 主要包括基于连续可微函数、基于水平集函数 (LSF) 和基于应力矢量场的三类连续纤维路径设计方法, 并总结了这三类方法的优缺点。

4.2 展望

纤维优化设计对进一步提高 CFRC 结构的高性能、轻量化等至关重要, 现今研究虽然取得了一系列的重要成果, 但仍然存在一些不足之处和艰巨挑战, 主要包括以下几个方面。

4.2.1 三维复合材料结构的连续纤维优化设计

目前针对 CFRC 的连续纤维路径优化设计仅限于二维平面情况, 而在实际工程中, 由于受力状态的复杂性, CFRC 结构可能通常具有复杂

的三维曲面。在三维空间下, 材料的本构矩阵会更加复杂, 这使得目标函数的非凸性进一步加强, 离散的纤维角度优化会愈发困难; 另一方面, 目前的纤维路径优化方法 (如基于 LSF 的方法和基于应力矢量的方法) 都无法处理三维空间下纤维路径的规划问题, 鲜有相关报道, 因此亟待发展针对三维复合材料结构的纤维角度优化和连续纤维路径规划算法。

4.2.2 连续纤维路径的全局连续性

保证纤维路径优化设计的全局连续性能够有效提升 3D 打印复合材料结构的力学性能。3.4.3 节中提到了一些具有全局连续性的纤维路径设计方法, 但是这些设计方法仅适用于某些特定结构, 并且无法充分利用纤维方向的优化结果, 因此发展具有普适且有效的全局连续性纤维路径规划算法具有重要意义。

4.2.3 基于强度的连续纤维优化算法

目前大多数纤维优化问题的目标函数是结构刚度, 但是对于 CFRC 而言, 其破坏方式多样, 包括纤维断裂、纤维脱胶、纤维拔出、基体变形和开裂、界面脱粘和分层裂纹等。因此, 从强度方面考虑 CFRC 的纤维优化问题可能具有更为重要的工程意义。目前, 针对复合材料的强度理论较多, 但是无论以哪种强度理论为基础来构建纤维优化的目标函数, 都需要在进行灵敏度分析时求解应力关于纤维角度的梯度信息。然而, 基于有限元方法的应力场由弹性矩阵、几何矩阵和位移向量的乘积求解, 而弹性矩阵和位移向量都是关于纤维角度的隐函数, 致使计算应力关于纤维角度的梯度非常复杂且耗时。因此, 需要发展高效准确的梯度评估技术, 从而推动 CFRC 强度优化算法的开发。

参考文献:

- [1] SAFARI F, KAMI A, ABEDINI V. 3D printing of continuous fiber reinforced composites: A review of the processing, pre- and post-processing effects on mechanical properties[J]. *Polymers and Polymer Composites*, 2022, 30: 1-26.
- [2] TIAN L, ZHANG P, XIAN G. Continuous fiber reinforced thermoplastic composite pultrusion with in situ polymerizable methyl methacrylate: A review[J]. *Polymer Composites*, 2023, 44(8): 4345-4369.
- [3] TUAN RAHIM T N A, ADBULLAH A, MD AKIL H, et al. The improvement of mechanical and thermal properties of

- polyamide 12 3D printed parts by fused deposition modeling[J]. *Express Polymer Letters*, 2017, 11: 963-982.
- [4] ALAIMO G, MARCONI S, COSTATO L, et al. Influence of meso-structure and chemical composition on FDM 3D-printed parts[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2017, 113: 371-380.
- [5] CHACÓN J M, CAMINERO M, GARCÍA-PLAZA E, et al. Additive manufacturing of PLA structures using fused deposition modelling: Effect of process parameters on mechanical properties and their optimal selection[J]. *Materials & Design*, 2017, 124: 143-157.
- [6] LEE C U, VANDENBRANDE J, GOETZ A E, et al. Room temperature extrusion 3D printing of polyether ether ketone using a stimuli-responsive binder[J]. *Additive Manufacturing*, 2019, 28: 430-438.
- [7] ZHAO F, LI D, JIN Z. Preliminary investigation of polyether-ether-ketone based on fused deposition modeling for medical applications[J]. *Materials*, 2018, 11(2): 288.
- [8] ZHANG J, LIN G, VAIDYA U, et al. Past, present and future prospective of global carbon fibre composite developments and applications[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2023, 250: 110463.
- [9] JONES F R, HUFF N T. The structure and properties of glass fibers[M]//BUNSELL A R. *Handbook of Properties of Textile and Technical Fibres (Second Edition)*. Duxford: Woodhead Publishing, 2018: 757-803.
- [10] MUKHERJEE M, DAS C K, KHARITONOV A P. Influence of fluorinated and oxy-fluorinated short kevlar fiber loading on the properties of ethylene propylene matrix composites[J]. *Materials and Manufacturing Processes*, 2006, 21(8): 892-898.
- [11] CHEN Y, YE L. Designing and tailoring effective elastic modulus and negative Poisson's ratio with continuous carbon fibres using 3D printing[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2021, 150: 106625.
- [12] CHEN Y, YE L, DONG H. Lightweight 3D carbon fibre reinforced composite lattice structures of high thermal-dimensional stability[J]. *Composite Structures*, 2023, 304: 116471.
- [13] CHEN Y, KLINGLER A, FU K, et al. 3D printing and modeling of continuous carbon fibre reinforced composite grids with enhanced shear modulus[J]. *Engineering Structures*, 2023, 286: 116165.
- [14] CHEN Y, HE Q. 3D-printed short carbon fibre reinforced perforated structures with negative Poisson's ratios: Mechanisms and design[J]. *Composite Structures*, 2020, 236: 111859.
- [15] IRAGI M, PASCUAL-GONZÁLEZ C, ESNAOLA A, et al. Ply and interlaminar behaviours of 3D printed continuous carbon fibre-reinforced thermoplastic laminates: Effects of processing conditions and microstructure[J]. *Additive Manufacturing*, 2019, 30: 100884.
- [16] SAEED K, MCILHAGGER A, HARKIN-JONES E, et al. Prediction of the in-plane mechanical properties of continuous carbon fibre reinforced 3D printed polymer composites using classical laminated-plate theory[J]. *Composite Structures*, 2021, 259: 113226.
- [17] 田振生, 刘大伟, 李刚, 等. 连续纤维增强热塑性树脂预浸料的研究进展 [J]. *玻璃钢/复合材料*, 2013(Z2): 53-58.
TIAN Zhensheng, LIU Dawei, LI Gang, et al. Research progress of continuous fiber reinforced thermoplastic prepregs[J]. *Fiber Reinforced Plastics/Composites*, 2013(Z2): 53-58(in Chinese).
- [18] 何亚飞, 刘文博, 王荣国. 树脂基复合材料成型工艺的发展 [J]. *纤维复合材料*, 2011, 28(2): 7-13.
HE Yafei, LIU Wenbo, WANG Rongguo. The development of polymer composites forming process[J]. *Fiber Composites*, 2011, 28(2): 7-13(in Chinese)
- [19] LIU G, XIONG Y, ZHOU L. Additive manufacturing of continuous fiber reinforced polymer composites: Design opportunities and novel applications[J]. *Composites Communications*, 2021, 27: 100907.
- [20] 曹丰, 曾志勇, 黄建, 等. 连续纤维增强复合材料的 3D 打印工艺及应用进展 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2023, 53(11): 1815-1833.
CAO Feng, ZENG Zhiyong, HUANG Jian, et al. Printing process and application progress of 3D printing continuous fiber reinforced composites[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2023, 53(11): 1815-1833(in Chinese).
- [21] 龙昱, 李岩, 付昆昆. 3D 打印纤维增强复合材料工艺和力学性能研究进展 [J]. *复合材料学报*, 2022, 39(9): 4196-4212.
LONG Yu, LI Yan, FU Kunkun. Recent advances in 3D printed fiber reinforced composites: Processing technique and mechanical performance[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2022, 39(9): 4196-4212(in Chinese).
- [22] 胡艺伟, 李亚智, 李彪, 等. 纤维增强聚合物基复合材料熔融堆积成型技术的研究进展及产品的力学性能 [J]. *复合材料学报*, 2021, 38(4): 979-996.
HU Yiwei, LI Yazhi, LI Biao, et al. 3D printed fibre-reinforced polymer composites—Review of the fused deposition modeling process and mechanical performance of products[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2021, 38(4): 979-996(in Chinese).
- [23] 周子彦, 范天翔, 张慧颖, 等. 3D 打印连续碳纤维/聚醚酮酮复合材料工艺及其性能调控 [J]. *复合材料学报*, 2023, 40(9): 5070-5084.
ZHOU Ziyang, FAN Tianxiang, ZHANG Huiying, et al. Process and performance control of 3D printed continuous carbon fiber/poly(ether ketone ketone) composites[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2023, 40(9): 5070-5084(in Chinese).
- [24] 任佳军, 孙颖, 鞠博文, 等. 纤维增强热塑性复合材料 3D 打印

- 研究进展 [J]. 复合材料科学与工程, 2023(11): 122-128.
- REN Jiajun, SUN Ying, JU Bowen, et al. Research progress in 3D printing of fiber-reinforced thermoplastic composites [J]. *Composites Science and Engineering*, 2023(11): 122-128(in Chinese).
- [25] CANO-VICENT A, TAMB UWALA M M, HASSAN S S, et al. Fused deposition modelling: Current status, methodology, applications and future prospects [J]. *Additive Manufacturing*, 2021, 47: 102378.
- [26] 邢悦陈, 何鹏飞, 李竞龙, 等. 连续纤维增强聚合物复合材料增材制造工艺研究进展 [J]. 复合材料学报, 2023, 40(7): 3703-3721.
- XING Yuechen, HE Pengfei, LI Jinglong, et al. Additive manufacturing for continuous fiber-reinforced polymer composites: A review on processing technique [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2023, 40(7): 3703-3721(in Chinese).
- [27] KÖHLER T, RÖDING T A, GRIES T, et al. An overview of impregnation methods for carbon fibre reinforced thermoplastics [J]. *Key Engineering Materials*, 2017, 742: 473-481.
- [28] STRUZZIERO G, BARBEZAT M, SKORDOS A A. Consolidation of continuous fibre reinforced composites in additive processes: A review [J]. *Additive Manufacturing*, 2021, 48: 102458.
- [29] FUJI W, WANG G, NING F, et al. Fiber-matrix impregnation behavior during additive manufacturing of continuous carbon fiber reinforced polylactic acid composites [J]. *Additive Manufacturing*, 2020, 37: 101661.
- [30] DIKSHIT V, GOH G D, NAGALINGAM A P, et al. Recent progress in 3D printing of fiber-reinforced composite and nanocomposites [C]//HAN B. *Fiber-Reinforced Nanocomposites: Fundamentals and Applications*. Amsterdam: Elsevier, 2020: 371-394.
- [31] PARANDOUSH P, ZHOU C, LIN D. 3D printing of ultrahigh strength continuous carbon fiber composites [J]. *Advanced Engineering Materials*, 2019, 21(2): 1800622.
- [32] CHANG B, LI X, PARANDOUSH P, et al. Additive manufacturing of continuous carbon fiber reinforced polyether-ether-ketone with ultrahigh mechanical properties [J]. *Polymer Testing*, 2020, 88: 106563.
- [33] HOA S, ABDALI M, JASMIN A, et al. Development of a new flexible wing concept for Unmanned Aerial Vehicle using corrugated core made by 4D printing of composites [J]. *Composite Structures*, 2022, 290: 115444.
- [34] HOYT R P. *SpiderFab: An architecture for self-fabricating space systems* [C]//AIAA SPACE Conference and Exposition. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013.
- [35] RINALDI M, GHIDINI T, CECCHINI F, et al. Additive layer manufacturing of poly (ether ether ketone) via FDM [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2018, 145: 162-172.
- [36] SIGMUND O, MAUTE K. Topology optimization approaches: A comparative review [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 48(6): 1031-1055.
- [37] XIE Y M, STEVEN G P. A simple evolutionary procedure for structural optimization [J]. *Computers & Structures*, 1993, 49(5): 885-896.
- [38] BENDSØE M P, SIGMUND O. Material interpolation schemes in topology optimization [J]. *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)*, 1999, 69(9-10): 635-654.
- [39] SETHIAN J A, WIEGMANN A. Structural boundary design via level set and immersed interface methods [J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 163(2): 489-528.
- [40] ALMEIDA JR J H S, CHRISTOFF B G, TITA V, et al. A concurrent fibre orientation and topology optimisation framework for 3D-printed fibre-reinforced composites [J]. *Composites Science and Technology*, 2023, 232: 109872.
- [41] LI G, CHEN Y, WEI G. Continuous fiber reinforced meta-composites with tailorable Poisson's ratio and effective elastic modulus: Design and experiment [J]. *Composite Structures*, 2024, 329: 117768.
- [42] QIU Z, LI Q, LUO Y, et al. Concurrent topology and fiber orientation optimization method for fiber-reinforced composites based on composite additive manufacturing [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 395: 114962.
- [43] 李岩, 龙昱, 郝潞岑, 等. 3D 打印纤维增强复合材料力学性能研究进展 [J]. 力学季刊, 2022(43): 731-750.
- LI Yan, LONG Yu, HAO Lucen, et al. Recent advances in the mechanical properties of 3D printed fiber-reinforced composites [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2022(43): 731-750(in Chinese).
- [44] 杨来侠, 刘波, 刘腾飞, 等. 3D 打印连续纤维增强聚碳酸酯复合材料预浸丝制备与性能 [J]. 复合材料学报, 2023, 40(10): 5654-5665.
- YANG Laixia, LIU Bo, LIU Tengfei, et al. Preparation and properties of 3D printing continuous fiber reinforced polycarbonate composite prepreg filaments [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2023, 40(10): 5654-5665(in Chinese).
- [45] FRKETIC J, DICKENS T, RAMAKRISHNAN S. Automated manufacturing and processing of fiber-reinforced polymer (FRP) composites: An additive review of contemporary and modern techniques for advanced materials manufacturing [J]. *Additive Manufacturing*, 2017, 14: 69-86.
- [46] GOH G D, YAP Y L, AGARWALA S, et al. Recent progress in additive manufacturing of fiber reinforced polymer composite [J]. *Advanced Materials Technologies*, 2019, 4(1): 1800271.

- [47] PEDERSEN P. Bounds on elastic energy in solids of orthotropic materials[J]. *Structural Optimization*, 1990, 2(1): 55-63.
- [48] PEDERSEN P. Combining material and element rotation in one formula[J]. *Communications in Applied Numerical Methods*, 1990, 6: 549-555.
- [49] PEDERSEN P. On optimal orientation of orthotropic materials[J]. *Structural Optimization*, 1989, 1(2): 101-106.
- [50] THOMSEN J. Optimization of composite discs[J]. *Structural Optimization*, 1991, 3(2): 89-98.
- [51] GEA H C, LUO J H. On the stress-based and strain-based methods for predicting optimal orientation of orthotropic materials[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2004, 26(3): 229-234.
- [52] GIBIANSKY L V, CHERKAEV A V. Microstructures of composites of extremal rigidity and exact bounds on the associated energy density[M]//CHERKAEV A, KOHN R. Topics in the Mathematical Modelling of Composite Materials. Boston, MA: Birkhäuser, 1997: 273-317.
- [53] SUZUKI K, KIKUCHI N. A homogenization method for shape and topology optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1991, 93(3): 291-318.
- [54] MAJAK J, HANNUS S. Orientational design of anisotropic materials using the Hill and Tsai-Wu strength criteria[J]. *Mechanics of Composite Materials*, 2003, 39(6): 509-520.
- [55] MOITA J S, INFANTE BARBOSA J, MOTA SOARES C M, et al. Sensitivity analysis and optimal design of geometrically non-linear laminated plates and shells[J]. *Computers & Structures*, 2000, 76(1): 407-420.
- [56] VANDERPLAATS G N. Numerical optimization techniques[C]//Computer Aided Optimal Design: Structural and Mechanical Systems. Berlin, Heidelberg: Springer, 1987: 197-239.
- [57] BRUYNEEL M, FLEURY C. Composite structures optimization using sequential convex programming[J]. *Advances in Engineering Software*, 2002, 33(7): 697-711.
- [58] STEGMANN J, LUND E. Discrete material optimization of general composite shell structures[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, 62(14): 2009-2027.
- [59] BRUYNEEL M. SFP—A new parameterization based on shape functions for optimal material selection: Application to conventional composite plies[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, 43(1): 17-27.
- [60] GAO T, ZHANG W, DUYSINX P. A bi-value coding parameterization scheme for the discrete optimal orientation design of the composite laminate[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2012, 91(1): 98-114.
- [61] ZHANG L, GUO L, SUN P, et al. A generalized discrete fiber angle optimization method for composite structures: Bipartite interpolation optimization[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2023, 124(5): 1211-1229.
- [62] KIYONO C Y, SILVA E C N, REDDY J N. A novel fiber optimization method based on normal distribution function with continuously varying fiber path[J]. *Composite Structures*, 2017, 160: 503-515.
- [63] SIGMUND O. A 99 line topology optimization code written in Matlab[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001, 21(2): 120-127.
- [64] ANDREASSEN E, CLAUSEN A, SCHEVENELS M, et al. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, 43(1): 1-16.
- [65] BRUYNEEL M, DUYSINX P, FLEURY C, et al. Extensions of the shape functions with penalization parameterization for composite-ply optimization[J]. *AIAA Journal*, 2011, 49: 2325-2329.
- [66] YPSILANTIS K I, KAZAKIS G, FAES M G R, et al. A topology-based in-plane filtering technique for the combined topology and discrete fiber orientation optimization[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2023, 417: 116400.
- [67] MA T. Why do local methods solve nonconvex problems?[EB/OL]. arXiv, 2021 [2023-11-06]. <http://arxiv.org/abs/2103.13462>.
- [68] XIA Q, SHI T. Optimization of composite structures with continuous spatial variation of fiber angle through shepard interpolation[J]. *Composite Structures*, 2017, 182: 273-282.
- [69] SHEN Y, BRANSCOMB D. Orientation optimization in anisotropic materials using gradient descent method[J]. *Composite Structures*, 2020, 234: 111680.
- [70] LUO Y, CHEN W, LIU S, et al. A discrete-continuous parameterization (DCP) for concurrent optimization of structural topologies and continuous material orientations[J]. *Composite Structures*, 2020, 236: 111900.
- [71] NAKAGAWA Y, MORI K, MAENO T. 3D printing of carbon fibre-reinforced plastic parts[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 91(5): 2811-2817.
- [72] YE H, DONG Y, YANG J, et al. Concurrent optimization method of principal stress orientation interpolated continuous fiber angle (PSO-CFAO) and structural topology[J]. *Composite Structures*, 2023, 325: 117572.
- [73] LI H, GAO L, LI H, et al. Full-scale topology optimization for fiber-reinforced structures with continuous fiber paths[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 377: 113668.
- [74] LI Y, GE W, LIU B, et al. Collaborative optimization of

- composite structure and fiber orientation through real-time correction of deep neural network (DNN) models with elite samples[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2023: 1-13.
- [75] GUO X, ZHOU K. Topology optimization for variable stiffness design of fiber-reinforced composites with bi-modulus materials[J]. *Optimization and Engineering*, 2023, 24(4): 2745-2762.
- [76] LI N, LI Y, LIU S. Rapid prototyping of continuous carbon fiber reinforced polylactic acid composites by 3D printing[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2016, 238: 218-225.
- [77] DICKSON A N, BARRY J N, MCDONNELL K A, et al. Fabrication of continuous carbon, glass and Kevlar fibre reinforced polymer composites using additive manufacturing[J]. *Additive Manufacturing*, 2017, 16: 146-152.
- [78] LU C, QI M, ISLAM S, et al. Mechanical performance of 3D-printing plastic honeycomb sandwich structure[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, 2018, 5(1): 47-54.
- [79] HAO W, LIU Y, ZHOU H, et al. Preparation and characterization of 3D printed continuous carbon fiber reinforced thermosetting composites[J]. *Polymer Testing*, 2018, 65: 29-34.
- [80] MOHAMMADIZADEH M, IMERI A, FIDAN I, et al. 3D printed fiber reinforced polymer composites—Structural analysis[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 175: 107112.
- [81] 张荣耀, 钱波, 刘钢. 连续碳纤维 3D 打印的路径规划研究进展[J]. *复合材料科学与工程*, 2023(9): 112-120.
ZHANG Rongyao, QIAN Bo, LIU Gang. Research progress in path planning continuous carbon fiber 3D printing[J]. *Composites Science and Engineering*, 2023(9): 112-120(in Chinese).
- [82] HEIDARI-RARANI M, RAFIEE-AFARANI M, ZAHEDI A M. Mechanical characterization of FDM 3D printing of continuous carbon fiber reinforced PLA composites[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 175: 107147.
- [83] BAUMANN F, SCHOLZ J, FLEISCHER J. Investigation of a new approach for additively manufactured continuous fiber-reinforced polymers[J]. *Procedia CIRP*, 2017, 66: 323-328.
- [84] DING D, PAN Z, CUIURI D, et al. A tool-path generation strategy for wire and arc additive manufacturing[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 73(1): 173-183.
- [85] YE W, LIN G, WU W, et al. Separated 3D printing of continuous carbon fiber reinforced thermoplastic polyimide[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2019, 121: 457-464.
- [86] DUTRA T A, FERREIRA R T L, RESENDE H B, et al. Mechanical characterization and asymptotic homogenization of 3D-printed continuous carbon fiber-reinforced thermoplastic[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2019, 41(3): 133.
- [87] 谭瑞诗, 刘明尧, 张帆, 等. 碳纤维长纤 3D 打印的连续性路径规划算法[J]. *机械设计与制造*, 2019(6): 1-4.
TAN Ruishi, LIU Mingyao, ZHANG Fan, et al. Continuous path planning algorithm for carbon fiber composite material 3D printing[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2019(6): 1-4(in Chinese).
- [88] 任东改. 基于 Bayazit 算法的 3D 打印路径规划研究[J]. *数字印刷*, 2019(6): 50-57.
REN Donggai. Research on 3D printing path planning based on Bayazit algorithm[J]. *Digital Printing*, 2019(6): 50-57(in Chinese).
- [89] HAN J. An efficient approach to 3D path planning[J]. *Information Sciences.*, 2019, 478: 318-330.
- [90] 蔚晟楠, 张帆, 谭跃刚, 等. 碳纤维 3D 打印的全局连续费马螺旋路径规划算法[J]. *机械设计与研究*, 2023(39): 166-172.
WEI Shengnan, ZHANG Fan, TAN Yuegang, et al. A global continuous fermat spiral path planning method for carbon fiber 3D printing[J]. *Machine Design and Research*, 2023(39): 166-172(in Chinese).
- [91] 周祖德, 陈飞, 张帆, 等. 连续碳纤维 3D 打印的高效螺旋偏置填充算法[J]. *武汉理工大学学报*, 2017(39): 81-87.
ZHOU Zude, CHEN Fei, ZHANG Fan, et al. Efficient spiral bias filling algorithm for continuous carbon fiber 3D printing[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2017(39): 81-87(in Chinese).
- [92] 易雪涛, 谭跃刚, 王茂森, 等. 连续碳纤维复合材料选择性增强的 3D 打印切片方法研究[J]. *数字制造科学*, 2021(19): 16-21.
YI Xuetao, TAN Yuegang, WANG Maosen, et al. Selective enhancement slicing method for 3D printing of continuous carbon fiber composite material[J]. *Digital Manufacturing Science*, 2021(19): 16-21(in Chinese).
- [93] BACKER W D, SINKEZ P, CHHABRA I, et al. In-process monitoring of continuous fiber additive manufacturing through force/torque sensing on the nozzle[C]//AIAA Scitech 2020 Forum. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2020: 1632.
- [94] MING Y, DUAN Y, WANG B, et al. A novel route to fabricate high-performance 3D printed continuous fiber-reinforced thermosetting polymer composites[J]. *Materials (Basel, Switzerland)*, 2019, 12(9): E1369.
- [95] SERRA T, ORTIZ-HERNANDEZ M, ENGEL E, et al. Relevance of PEG in PLA-based blends for tissue engineering 3D-printed scaffolds[J]. *Materials Science and Engineering: C*, 2014, 38: 55-62.
- [96] ARIAN NIK M, FAYAZBAKHSH K, PASINI D, et al. Surrogate-based multi-objective optimization of a composite

- laminates with curvilinear fibers[J]. *Composite Structures*, 2012, 94(8): 2306-2313.
- [97] PASSOS A G, LUERSEN M A, STEEVES C A. Optimal curved fibre orientations of a composite panel with cutout for improved buckling load using the efficient global optimization algorithm[J]. *Engineering Optimization*, 2017, 49(8): 1354-1372.
- [98] WU Z, WEAVER P M, RAJU G, et al. Buckling analysis and optimisation of variable angle tow composite plates[J]. *Thin-Walled Structures*, 2012, 60: 163-172.
- [99] PARNAS L, ORAL S, CEYHAN Ü. Optimum design of composite structures with curved fiber courses[J]. *Composites Science and Technology*, 2003, 63(7): 1071-1082.
- [100] HAO P, LIU C, YUAN X, et al. Buckling optimization of variable-stiffness composite panels based on flow field function[J]. *Composite Structures*, 2017, 181: 240-255.
- [101] HUANG G, WANG H, LI G. An efficient reanalysis assisted optimization for variable-stiffness composite design by using path functions[J]. *Composite Structures*, 2016, 153: 409-420.
- [102] TANAKA H, MORI Y, KUMEKAWA N, et al. Multi-objective optimization of weight and strength of laminated composites using gap-less and overlap-less variable thickness fiber placement[J]. *Composite Structures*, 2021, 276: 114562.
- [103] MATSUZAKI R, MITSUI K, HIRANO Y, et al. Optimization of curvilinear fiber orientation of composite plates and its experimental validation[J]. *Composite Structures*, 2021, 255: 112956.
- [104] WANG S, WANG M Y. Radial basis functions and level set method for structural topology optimization[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, 65(12): 2060-2090.
- [105] TIAN Y, SHI T, XIA Q. A parametric level set method for the optimization of composite structures with curvilinear fibers[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 388: 114236.
- [106] BRAMPTON C J, WU K C, KIM H A. New optimization method for steered fiber composites using the level set method[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015, 52(3): 493-505.
- [107] SETHIAN J A. Level set methods and fast marching methods: Evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science (2nd edition)[J]. *Kybernetes*, 2000, 29(2): 239-248.
- [108] SETHIAN J A. Fast marching methods[J]. *SIAM Review*, 1999, 41(2): 199-235.
- [109] LIU J, YU H. Concurrent deposition path planning and structural topology optimization for additive manufacturing[J]. *Rapid Prototyping Journal*, 2017, 23(5): 930-942.
- [110] XU Y, GAO Y, WU C, et al. Concurrent optimization of topological configuration and continuous fiber path for composite structures—A unified level set approach[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 399: 115350.
- [111] TIAN Y, SHI T, XIA Q. Optimization with manufacturing constraints for composite laminates reinforced by curvilinear fibers through a parametric level set method[J]. *Composite Structures*, 2023, 321: 117310.
- [112] LI G, TIAN Y, YANG K, et al. A partition of unity level set method with moving knot CS-RBFs for optimizing variable stiffness composites[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2023, 36(4): 565-572.
- [113] PAPAPETROU V S, PATEL C, TAMIJANI A Y. Stiffness-based optimization framework for the topology and fiber paths of continuous fiber composites[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2020, 183: 107681.
- [114] NIU X, YANG T, DU Y, et al. Tensile properties of variable stiffness composite laminates with circular holes based on potential flow functions[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2016, 86: 1551-1563.
- [115] CHEN Y, YE L. Topological design for 3D-printing of carbon fibre reinforced composite structural parts[J]. *Composites Science and Technology*, 2021, 204: 108644.
- [116] YAN X, LAI M, HUANG D, et al. Manufacturing-oriented topological design of CFRC structures with variable fiber volume and orientation[J]. *Composite Structures*, 2023, 310: 116779.
- [117] CHEN X, FANG G, LIAO W H, et al. Field-based toolpath generation for 3D printing continuous fibre reinforced thermoplastic composites[J]. *Additive Manufacturing*, 2022, 49: 102470.
- [118] WANG T, LI N, LINK G, et al. Load-dependent path planning method for 3D printing of continuous fiber reinforced plastics[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2021, 140: 106181.
- [119] BODDETI N, TANG Y, MAUTE K, et al. Optimal design and manufacture of variable stiffness laminated continuous fiber reinforced composites[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10(1): 16507.
- [120] ZHANG F, LI B, WO W, et al. Topology design of 3D printing continuous fiber-reinforced structure considering strength and non-equidistant fiber[J]. *Advanced Engineering Materials*, 2023, 26: 2301340.
- [121] HUANG Y, TIAN X, ZHENG Z, et al. Multiscale concurrent design and 3D printing of continuous fiber reinforced thermoplastic composites with optimized fiber trajectory and topological structure[J]. *Composite Structures*, 2022, 285: 115241.
- [122] WAN Q, YANG W, WANG L, et al. Global continuous path planning for 3D concrete printing multi-branched structure[J]. *Additive Manufacturing*, 2023, 71: 103581.