

基于功能原理的Gyroid点阵结构塑性屈服强度

吴凤和 王超世 孙迎兵 刘磊 张同庆 王朝华

Study on plastic yield strength of Gyroid lattice structures based on functional principles

WU Fenghe, WANG Chaoshi, SUN Yingbing, LIU Lei, ZHANG Tongqing, WANG Zhaohua

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240201.002>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

有机相对骨组织力学性能影响的有限元分析

Finite element analysis on the effect of organic phase on mechanical properties of bone tissue

复合材料学报. 2018, 35(1): 238–243 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170412.006>

超高温氧化物陶瓷激光增材制造技术与缺陷控制研究进展

Research progress on laser additive manufacturing technology and its defect control for ultra-high temperature oxide ceramics

复合材料学报. 2021, 38(3): 668–679 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20201022.001>

基于弹性-黏弹性对应原理的复合材料层板模态阻尼预测：理论及其有限元实现

Modal damping prediction of laminated composites using elastic-viscoelastic correspondence principle: Theory and finite element implementation

复合材料学报. 2017, 34(7): 1478–1488 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20161028.001>

面内压缩超轻质点阵夹芯板的优化、试验与仿真

Optimization, experiment and simulation of lightweight lattice sandwich plates under in-plane compression load

复合材料学报. 2019, 36(4): 1045–1051 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180530.002>

GFRP风电叶片段结构强度三维有限元分析

Three-dimensional finite element analysis of the structural strength of GFRP wind turbine blade segment

复合材料学报. 2019, 36(8): 1864–1872 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20181217.001>

非热压罐工艺模具对复合材料加筋壁板固化变形影响的有限元分析

FEM analysis of the mold influence on curing deformation of stiffened composite panel in the out-of-autoclave process

复合材料学报. 2018, 35(2): 347–355 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170412.005>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

基于功能原理的 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度



分享本文

吴凤和¹, 王超世¹, 孙迎兵¹, 刘磊², 张同庆², 王朝华^{*2}

(1. 燕山大学 机械工程学院, 秦皇岛 066004; 2. 太原科技大学 机械工程学院, 太原 030024)

摘要: 点阵结构与密实结构存在的力学性能差异之一表现在塑性屈服响应上, 因此, 研究其屈服行为可为点阵结构的设计和应用提供重要的理论依据。首先, 对 Gyroid 点阵结构进行简化, 并基于变形体功能原理建立其力学模型, 得到 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度与体积分数之间的映射关系; 然后, 基于有限元分析软件 Abaqus 对 Gyroid 点阵结构准静态压缩过程开展仿真实验, 初步验证理论模型的准确性; 最后, 通过选择性激光熔化 (SLM) 制备不同体积分数 316L 不锈钢 Gyroid 点阵结构, 进行单轴压缩实验, 分析其变形机制与力学性能。结果表明: 理论推导、有限元仿真结果与实验结果相比, 误差在 25% 以内, 且根据 3 种方法结果拟合得到的 Gibson-Ashby 模型系数具有较好的一致性, 表明本文基于理论推导建立的 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度预测模型的有效性。理论模型的构建方法可以转化到其他复杂类型点阵结构中, 为快速核算点阵结构力学性能, 并将其应用在工程装备中提供理论依据。

关键词: 点阵结构; 塑性屈服强度; 隐式曲面; 选择性激光熔化; 有限元分析; 机械测试

中图分类号: TB39; TB330.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2024)10-5646-11

Study on plastic yield strength of Gyroid lattice structures based on functional principleson

WU Fenghe¹, WANG Chaoshi¹, SUN Yingbing¹, LIU Lei², ZHANG Tongqing², WANG Zhaohua^{*2}

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. School of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: One of the differences in mechanical properties between lattice structures and dense structures lies in the plastic yield response. Therefore, studying their yield behavior can provide important theoretical basis for the design and application of lattice structures. Firstly, The Gyroid lattice structure was simplified and its mechanical model was established based on the principle of deformable body function, obtaining the mapping relationship between the plastic yield strength and volume fraction of the Gyroid lattice structure. Then, based on the finite element analysis software Abaqus, simulation experiments were conducted on the quasi-static compression process of Gyroid lattice structures to preliminarily verify the accuracy of the theoretical model. Finally, different volume fractions of 316L stainless steel Gyroid lattice structures were prepared by selective laser melting (SLM), and uniaxial compression experiments were conducted to analyze their deformation mechanism and mechanical properties. The results show that the error between theoretical derivation, finite element simulation results and experimental results is within 25%, and the coefficients of the Gibson-Ashby model fitted based on the results of the three methods have good consistency, indicating the effectiveness of the Gyroid lattice structure plastic yield strength prediction model established based on theoretical derivation. The construction method of theoretical models can be transformed into other complex types of lattice structures, providing a theoretical basis for quickly

收稿日期: 2023-11-20; 修回日期: 2024-01-12; 录用日期: 2024-01-23; 网络首发时间: 2024-02-02 13:56:38

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240201.002>

基金项目: 国家自然科学基金 (52205278); 山西省基础研究计划资助项目 (202103021223290)

National Natural Science Foundation of China (52205278); Fundamental Research Program of Shanxi Province (202103021223290)

通信作者: 王朝华, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为点阵结构性能调控与优化、结构轻量化设计 E-mail: wangzhaohua@tyust.edu.cn

引用格式: 吴凤和, 王超世, 孙迎兵, 等. 基于功能原理的 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(10): 5646-5656.

WU Fenghe, WANG Chaoshi, SUN Yingbing, et al. Study on plastic yield strength of Gyroid lattice structures based on functional principleson[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(10): 5646-5656(in Chinese).

calculating the mechanical properties of lattice structures and applying them in engineering equipment.

Keywords: lattice structure; plastic yield strength; implicit surfaces; selective laser melting; finite element analysis; mechanical test

点阵结构^[1-2]作为一种新型轻质结构，由多孔晶胞规则排列组成，其内部开放、贯通的空间易于实现集承载、热控、隐身、吸能、储能、阻尼于一体的多功能特性，同时具有良好的比刚度、比强度等力学性能，是结构和功能一体化的优良载体。《Science》期刊指出^[3]，点阵结构将是未来超轻结构重点发展方向之一。隐式曲面^[4-5]作为常用的点阵结构晶胞类型之一，其曲面结构可以用数学函数精确表达，孔隙率、空间尺寸、旋转角度等信息可通过调节参数直接控制，模型表面非常光滑，晶胞间过渡平缓，模型内部具有高度的连通性，且具有自支撑性^[6]，因此，隐式曲面点阵结构受到了工程学、生物学、材料学、建筑学等学科的广泛关注，研究者们对隐式曲面多孔结构的弹性、塑性、阻尼、铁磁性等性能展开研究^[7]。其中，Gyroid 点阵结构在众多类型点阵结构中具有更好的力学性能，研究更为广泛^[8]。

针对 Gyroid 点阵结构的泊松比及各向异性行为，Devalk 等^[9]研究证明其泊松比对晶胞取向和大小没有显著的依赖性；张明康^[10]和 Jones 等^[11]对 Gyroid 点阵结构进行了不同角度的旋转，通过有限元仿真得到点阵结构在不同加载方向上的力学性能；Lu 等^[12]为了更直观地了解其在整个空间连续范围内的各向异性，建立了 Gyroid 点阵结构的等效弹性矩阵，通过插值计算得到其在平面和空间范围内的杨氏模量图。目前，对于 Gyroid 点阵结构的弹性性能研究较为成熟，Khaderi 等^[13]基于理论推导建立了 Gyroid 点阵结构孔隙率与等效弹性模量之间的数学模型；Maskery 等^[14]基于仿真和实验探究了 Gyroid 点阵结构的变形机制；Xing 等^[15]建立了 Gyroid 点阵结构的几何参数与弹性模量之间的映射关系，用于预测点阵结构的力学性能。针对 Gyroid 点阵结构的疲劳行为，Kelly 等^[16]证明 Gyroid 点阵结构压缩疲劳寿命和拉伸疲劳寿命仅与点阵结构的孔隙率有关，并从微观进行解释；Yang 等^[17]基于实验对 Gyroid 点阵结构的疲劳破坏机制进行了深入研究，并证明梯度 Gyroid 点阵结构的疲劳性能优于均匀 Gyroid 点阵结构。Viet 等^[18]基于欧拉梁理论提出了 Gyroid 功能梯度多孔梁的自由振动和屈曲特性模型。

上述关于 Gyroid 点阵结构力学性能表征研究大多集中在泊松比、各向异性、弹性模量以及疲劳寿命等方面，而塑性屈服响应作为点阵结构与密实结构存在的力学性能差异之一，是点阵结构设计和应用的重要理论基础^[19]。因此，对 Gyroid 点阵结构塑性屈服响应进行研究是十分必要的。针对 Gyroid 点阵结构屈服行为，Ataee 等^[20]基于选择性激光熔化 (Selective laser melting, SLM) 制备不同晶胞尺寸 Gyroid 支架，通过压缩实验获得应力-应变曲线，进而得到不同晶胞尺寸对应多孔结构屈服强度，并从宏微观对力学性能进行评价；Yang 等^[21]通过实验建立了 Ni-Ti 材料 Gyroid 多孔结构的 Gibson-Ashby 模型，用于预测不同体积分数的点阵结构的屈服强度。以上对 Gyroid 点阵结构的屈服行为研究大多基于仿真和实验，缺乏理论支撑。虽然有限元仿真可以更直观展示结构的应力-应变分布和力学响应机制，但是 Gyroid 点阵结构形状复杂，求解难度较大，而实验方法虽然结果精度较高^[22]，但是设备、加工、后处理以及人力成本较高，大量的实验测试无疑增加研究周期和成本。

因此，本文提出一种将结构简化与理论推导相结合的方法，建立 Gyroid 点阵结构屈服强度与体积分数之间的数学关系模型，用于任意体积分数的点阵结构屈服响应的预测，为复杂点阵结构力学性能研究提供理论支撑，并通过仿真分析和压缩实验验证模型的准确性，在保证求解可靠性的同时有效节省计算资源与实验成本。

1 Gyroid 点阵结构屈服强度理论模型构建

1.1 Gyroid 点阵结构实体建模

Gyroid 隐式曲面作为点阵结构晶胞的一种，目前主要采用隐式的数学表达式来定义^[23]，其在笛卡尔坐标系中可以用下式来表示：

$$G(x,y,z) = C_x S_y + C_y S_z + C_z S_x - t \tag{1}$$

其中， S_x 、 S_y 、 S_z 、 C_x 、 C_y 、 C_z 分别为正弦与余弦函数，具体为

$$\begin{cases} S_i = \sin\left(\frac{2\pi i}{L}\right) \\ C_i = \cos\left(\frac{2\pi i}{L}\right) \end{cases} \tag{2}$$

其中： L 为 Gyroid 在对应方向上的单元长度； t 为孔隙率控制参数； $i=x,y,z$ 。对上述隐式方程中的参数进行修改，可得到所需的隐式曲面几何形状。

本文给出了 Gyroid 隐式曲面点阵结构建模过程，在实现隐式方程对应曲面模型可视化的同时得到实体点阵模型，主要包括以下几个步骤：

(1) 确定隐式方程系数，并定义函数空间，在 Matlab 软件中基于 Marching Cubes (MC) 算法^[24]求解单胞曲面，对求解的单胞曲面进行三角面片划分，输出 STL 格式文件；

(2) 在 Geomagic dx 软件中对单胞三角面片曲面进行面拟合并进行体偏差的量化(平均偏差 $\pm 0.002\text{ mm}$)；

(3) 在 Geomagic dx 软件中对曲面进行缝合形成封闭 Gyroid 单胞实体，并导出 STP 格式的实体模型；

(4) 对单胞实体进行阵列和布尔合并得到 Gyroid 点阵结构。

图 1 为构造的单胞尺寸 5 mm、3 个方向空间尺寸 20 mm、体积分数为 10vol% 的 Gyroid 点阵结构示意图，本文基于此还建立了体积分数为 5vol%、7.5vol%、12.5vol%、15vol% 的 Gyroid 点阵结构。

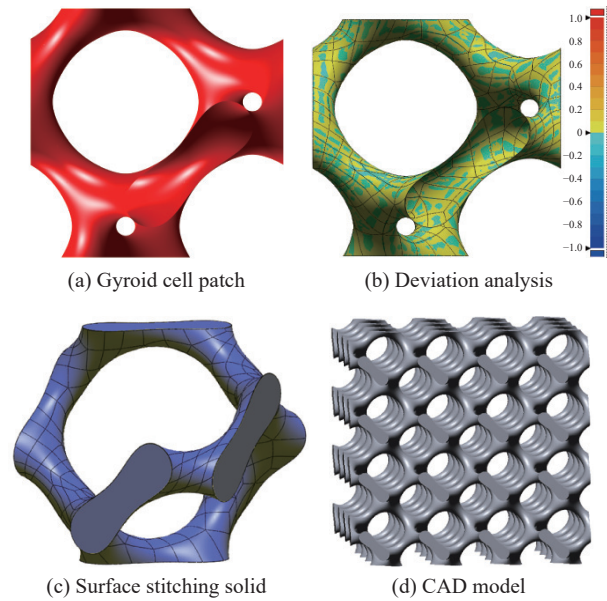
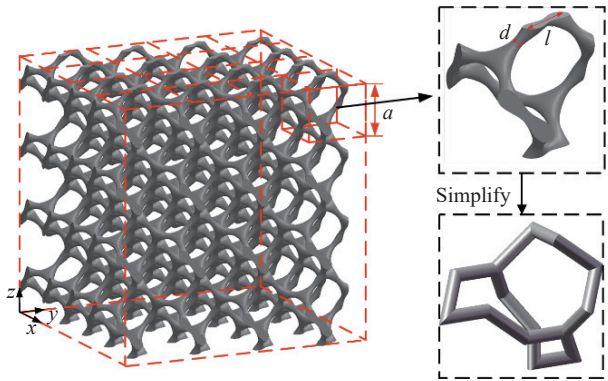


图 1 Gyroid 点阵结构设计及制造示意图
Fig. 1 Schematic diagram of Gyroid lattice structure design and manufacturing

1.2 Gyroid 点阵结构简化

由于 Gyroid 点阵结构形状复杂且内部杆径不断变化，难以像其他晶胞结构直接利用梁理论进行计算，因此，首先需要对 Gyroid 点阵结构进行

简化，以方便分析其变形机制。如图 2 所示，对单胞尺寸为 5 mm、体积分数为 5vol% 的 Gyroid 点阵结构进行简化。简化之前首先在 Geomagic dx 中确定 Gyroid 单元的拓扑节点，通过测量节点与节点之间的距离，得到简单元支杆的长度 l ，取支杆最小直径作为简化杆的直径 d ，将直径不断变化的杆简化成直径均匀的圆形杆。图中每个支杆都平行于一个基准面，并于其他两个基准面之间的夹角 θ 为 45° ，胞元所在单元格每边的长度 a 与支杆长度 l 的关系为 $a = 2\sqrt{2}l$ 。



d —Diameter; l —Branching rod length; a —Spatial length of a cell
图 2 Gyroid 点阵结构晶胞简化示意图

Fig. 2 Simplified schematic diagram of Gyroid lattice structure cell

点阵结构的体积分数定义为点阵结构中实体部分体积与结构占空间的总体积之比，由于每个 Gyroid 单胞通过立方体各表面上的共用杆与其他 6 个单胞相连，因此共用杆视为半个杆，则一个单胞中所有杆的体积由下式给出：

$$V_a = 12 \frac{\pi d^2}{4} l = 3\pi d^2 l \tag{3}$$

Gyroid 单胞所在立方体单元格的总体积为

$$V_r = a^3 = (2\sqrt{2}l)^3 = 16\sqrt{2}l^3 \tag{4}$$

则 Gyroid 点阵结构的体积分数为

$$V^v = \frac{V_a}{V_r} = \frac{3\sqrt{2}\pi}{32} \left(\frac{d}{l}\right)^2 \tag{5}$$

1.3 Gyroid 点阵结构晶胞受力分析

简化梁结构在单轴压缩作用下的受力分析示意图可简化为如图 3 所示^[25]，提取简化模型中任意单胞的 1/4 结构进行受力分析，每个单胞承受的总力为 σa^2 ，每个斜杆承载一个力 F 和一个弯矩 M_1 ，斜杆 AB 承受的力 F 计算公式为

$$F = \frac{\sigma a^2}{2} \tag{6}$$

其中, σ 为施加在点阵结构上的压力。

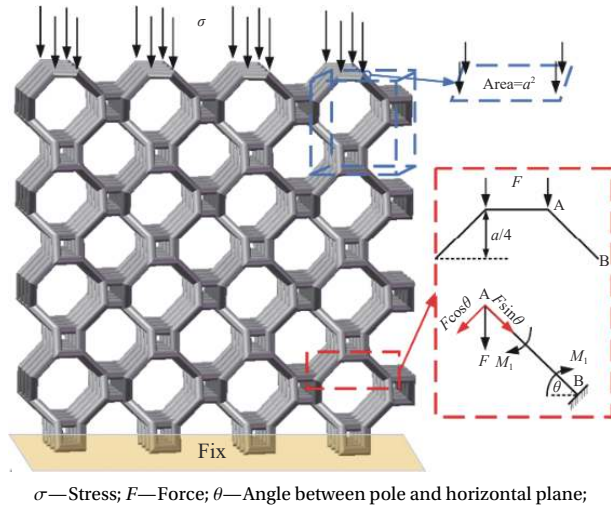


图3 Gyroid 晶胞受力分析

Fig. 3 Analysis of Gyroid crystal cell stress

斜杆 AB 的端点 A 所受的力可分解为垂直于杆的力 $F_1 = F \sin \theta$ 以及轴向力 $N_1 = F \cos \theta$, 实际载荷作用下简化 Gyroid 梁结构的弯矩为

$$M(x) = -F_1 x + M_1 \quad (7)$$

由 Gyroid 晶胞的对称性可知, 各结点处的弯矩力矩相同, 即结点 A、B 处的弯矩相等且为 M_1 , 则杆的切向载荷 F_1 和结点处的力矩 M_1 的关系如下式所示:

$$M_A = M_B = F_1 l - M_1 = M_1 \quad (8)$$

由图 3 可以看出, 点阵结构内部的杆件在变形过程发生拉压和弯曲变形^[26], 则杆件的弹性应变能包括轴向拉压应变能和弯曲应变能。根据应变能的计算公式, 可以得到 AB 杆的轴向拉压应变能 U_{AB1} , 即

$$U_{AB1} = \int_l \frac{N_1^2}{2EA} dx = \frac{N_1^2 l}{2EA} \quad (9)$$

其中: A 为杆的横截面积, 其值为 $\pi d^2/4$, d 为杆的直径; E 是基体母材的弹性模量。

AB 杆的弯曲应变能 U_{AB2} 为

$$U_{AB2} = \int_l \frac{M^2(x)}{2EI} dx = \frac{1}{2EI} \left(\frac{1}{3} F_1^2 l^3 - M_1 F_1 l^2 + M_1^2 l \right) \quad (10)$$

其中, $I = \pi d^4/64$ 是杆的惯性矩。

因此, AB 杆的总弹性应变能如下式所示:

$$U_{AB} = U_{AB1} + U_{AB2} \quad (11)$$

1/4 晶胞产生的应变能为 $2U_{AB}$, 整个 Gyroid

单胞产生应变能 U_G 为一个杆件应变能的 8 倍, 即

$$U_G = 8U_{AB} \quad (12)$$

1.4 塑性屈服强度

塑性屈服强度是指材料开始发生塑性变形的应力值, 是材料发生破坏的前兆。根据前文对点阵结构结点的受力分析可知, 结点受到轴向力和弯曲力矩的作用, 是一个横向弯曲, 当点阵结构中任意一根杆件发生屈曲时, 则点阵结构发生屈曲。因此, 当 AB 杆发生完全塑性弯曲变形时, A 点处的弯矩 M_1 达到极限弯矩 M_p , 有

$$M_1 = M_p \quad (13)$$

其中, M_p 为圆截面的极限弯矩, 由下式计算:

$$M_p = W_p f_y \quad (14)$$

其中: W_p 为净截面塑性抵抗矩, 对于圆截面其值为 $d^3/6$; f_y 为母材的屈服强度 (本文为 σ_s)。

根据变形体的功能原理, 即在弹性范围内, 储存在单胞体内的应变能数值上应等于外力对单胞所做的功, 因此根据能量守恒得到下式:

$$\sigma_G \delta_z a^2 = 8U_{AB} \quad (15)$$

其中: σ_G 代表点阵结构屈服强度; δ_z 为单胞在 z 方向上由于轴向压缩和弯曲变形产生的 z 方向位移分量, 根据计算得到下式:

$$\delta_z = 4 \left(\frac{F l^3 \cos^2 \theta}{12EI} + \frac{F l \sin^2 \theta}{EA} \right) \quad (16)$$

将式 (16) 代入式 (15), 整理得到下式:

$$\left(\frac{384 l^7}{d^4} - \frac{144 l^5}{d^2} \right) \sigma_G^2 + 8 \sigma_s^2 d^2 l - \frac{96 \sqrt{2} \sigma_G \sigma_s l^4}{d} = 0 \quad (17)$$

令 $\frac{d}{l} = \beta$, $\frac{\sigma_G}{\sigma_s} = \varphi$, 可以得到下式:

$$\varphi^2 \left(\frac{384}{\beta^6} - \frac{144}{\beta^4} \right) - \varphi \frac{96 \sqrt{2}}{\beta^3} + 8 = 0 \quad (18)$$

由于 β 是很小的数, 因此 $144/\beta^4$ 相对于 $144/\beta^6$ 可以省去。最终解得 $\varphi = 0.0747$ 或 $\varphi = 0.2788$, 将式 (5) 代入式 (18) 中可以得到点阵结构塑性屈服强度与体积分数的关系式:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_G}{\sigma_s} = 0.2778(V^v)^{1.5} \\ \text{or} \\ \frac{\sigma_G}{\sigma_s} = 1.0371(V^v)^{1.5} \end{cases} \quad (19)$$

Gibson-Ashby 模型^[27] 常用来描述点阵多孔结构相对密度 (体积分数) 对力学性能的影响关系:

$$\frac{\sigma_{\text{cel}}}{\sigma_m} = c(V^{\text{cel}})^n \quad (20)$$

其中： σ_{cel} 代表多孔结构屈服强度； σ_m 为多孔结构母材的屈服强度； V^{cel} 为多孔结构体积分数； c 和 n 是常值系数，理论上， c 值通常在0.25~0.35之间， n 值约为1.5。

因此，根据上述 c 值区间确定本文 Gyroid 点阵结构的塑性屈服强度与体积分数之间的映射模型为

$$\frac{\sigma_G}{\sigma_s} = 0.2778(V^v)^{1.5}$$

(21)

2 Gyroid 点阵结构屈服强度仿真分析

2.1 316L 点阵结构材料属性

本文采用 SLM Solution 公司的 SLM125HL 设备进行 316L 粉末结构成形，制备 3 组 316L 不锈钢圆柱棒试件，试件直径为 12 mm、长度为 15 mm，用于压缩试验获取材料属性。成形的打印参数设置为：激光功率 500 W、扫描速度 1 000 mm/s、层厚 30 μm、扫描间距 70 μm、光斑补偿 0.03 mm。通过标准压缩试验得到 3 组 316L 不锈钢工程应力-应变曲线，将 3 组结果取平均值得到图 4 虚线，将其转化为真实应力-应变曲线用于有限元仿真，如图 4 实线所示，得到 316L 不锈钢弹性模量为 14 GPa，偏移线弹性曲线 0.2% 应变时的应力值为 475 MPa，即材料的屈服强度，通过圆柱棒质量与体积得到材料密度为 7 800 kg/m³，根据文献资料确定材料的泊松比为 0.3^[28-29]。

2.2 有限元模拟点阵结构压缩行为

采用商业软件 ABAQUS 的显示动力学模块进行 Gyroid 点阵结构的单轴压缩模拟。首先，对点阵模型划分网格，为了确保计算结果易收敛，将网格转化为 C3D10M 高阶网格单元类型；其次，将网格保存成 inp 格式导入到 ABAQUS 软件中进行载荷与边界条件的设定。为了尽可能的还原点阵结构在压缩试验机 (INSPEK TABLE100，德国富臻公司) 上的压缩过程，载荷与边界条件如图 5 所示，在点阵模型顶面节点处承受的压缩位移为压缩方向点阵结构尺寸的 25%，点阵模型置于上下两刚性板之间 (摩擦系数 0.15)，下板保持固定，上板以恒定的速度 (0.2 mm/min) 向下移动，在上刚性板取一个参考点，该点与刚性板耦合用来提取反作用力，该力除以点阵结构 z 方向横截面积 A 得到应力，上刚性板产生的位移除以 z 方向的高度 L 得到应变。

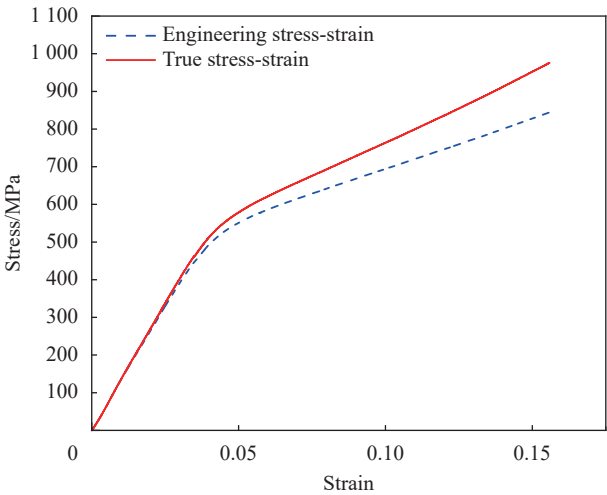


图 4 316L 不锈钢应力-应变曲线

Fig. 4 Stress-strain curve of 316L stainless steel

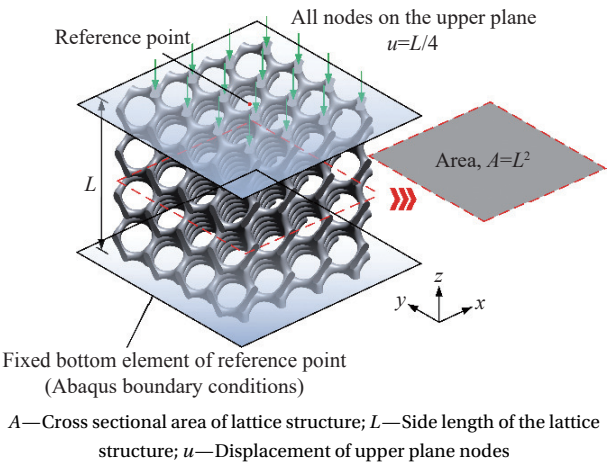


图 5 压缩模拟载荷与边界条件

Fig. 5 Compression simulation load and boundary conditions

在对点阵结构进行有限元模拟之前，首先对模型的单元尺寸敏感性进行分析，排除单元尺寸对分析结果的影响，以确保塑性屈服强度的数值收敛性。本节选用体积分数为 10vol% 的点阵结构，分别构建单元尺寸为 0.3 mm、0.25 mm、0.2 mm、0.15 mm、0.1 mm 的有限元计算模型。模拟结果如图 6 所示，当单元尺寸小于 0.2 mm 时，计算得到的塑性屈服强度几乎不变。因此，有限元模型的单元尺寸设置为 0.15 mm。

经过有限元模拟得到体积分数为 5vol%、7.5vol%、10vol%、12.5vol%、15vol% 的 Gyroid 点阵结构应力-应变曲线如图 7 所示。

图 8 给出了 Gyroid 点阵结构在应变为 10% 情况下的应力和应变分布。可知，不同体积分数下的应力-应变分布情况相似，应力/应变数值最大

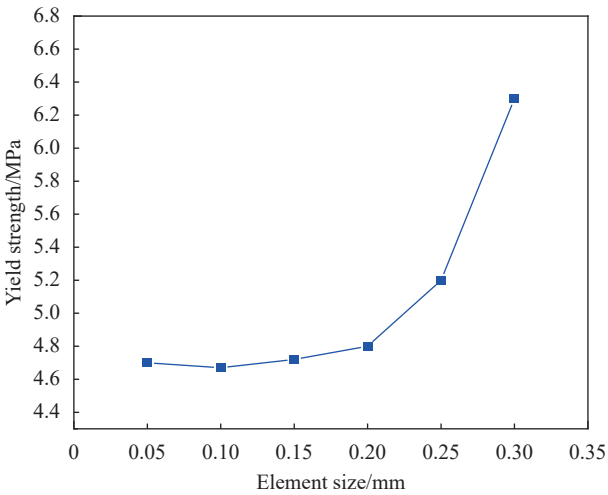


图 6 不同单元尺寸模型收敛性分析

Fig. 6 Convergence analysis of models with different element sizes

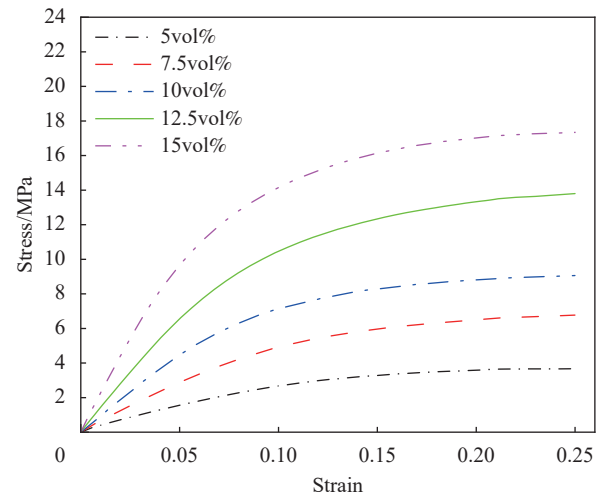


图 7 有限元模拟获得的 Gyroid 点阵结构应力-应变曲线

Fig. 7 Stress-strain curves of Gyroid lattice structure obtained from finite element simulation

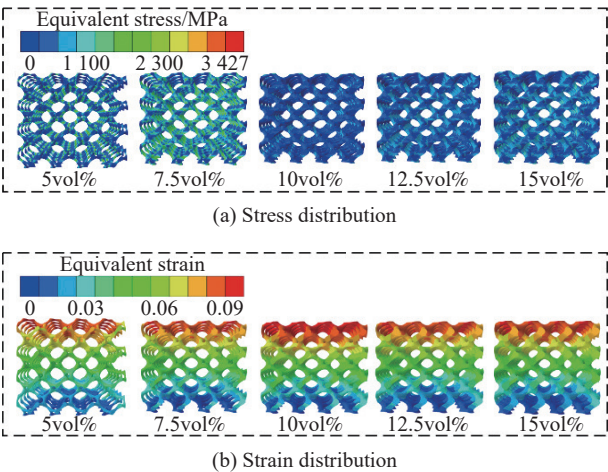


图 8 Gyroid 点阵结构应力/应变云图

Fig. 8 Stress/strain distribution of Gyroid lattice structure

处集中在胞元内部斜杆中心处，斜杆中心作为整个胞元直径最小处，是理论上是最先发生屈服的位置，因此 1.4 节在点阵结构塑性屈服强度的理论推导前，将杆最小横截面处的直径作为简化梁的直径是合理的。

3 Gyroid 点阵结构压缩实验

3.1 实验前表征

为了准确评估 Gyroid 点阵结构的压缩变形机制，探究塑性屈服强度理论推导公式的准确性。本文采用 SLM Solution 公司的 SLM125HL 设备进行 316L 粉末 Gyroid 多孔结构成形，相同体积分数点阵结构打印 3 个，用于压缩实验，成形打印参数与 2.1 节保持一致。SLM 打印结束后，通过喷砂去除点阵表面粘附的粉末，得到的点阵结构宏观形貌见图 9。

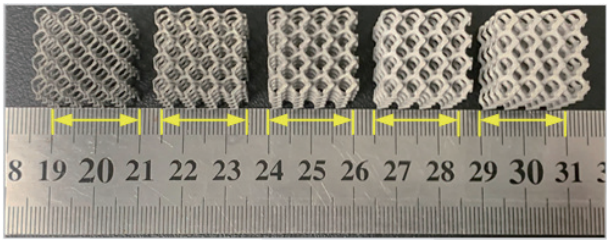


图 9 Gyroid 点阵结构宏观形貌

Fig. 9 Macro morphology of Gyroid lattice structure

利用日本 KEYENCE 公司制造的 VHX-600E 超景深三维显微系统测量分析 Gyroid 多孔结构的尺寸精度，测量部位为微杆最小直径部位，如图 10 所示，同时利用梅特勒托利多国际有限公司制造电子秤测得点阵结构质量，尺寸和质量测量平均结果如图 11 和图 12 所示，从图中的误差值可以看出，Gyroid 的实际尺寸与设计尺寸的最大平均误差为 7.9%，实际质量与设计质量的最大平均误差为 5.61%。

图 13 显示体积分数为 10vol% 的打印试件的 SEM 扫描电镜形貌，设备由美国莫塞飞公司制造，型号为 Thermo Scientific™ Verios G4，可以看出，试件的形貌与 CAD 模型基本一致，试件的每个晶胞之间过渡平滑，并无出现棱角，这是 Gyroid 曲面的特征。支柱上并无裂纹、孔隙、孔洞出现，说明打印材料紧密，无打印缺陷，打印效果理想，故打印的试件可用于接下来的实验。同时，也观察到试件表面有着层层堆叠纹路，这是 SLM 逐层打印痕迹。

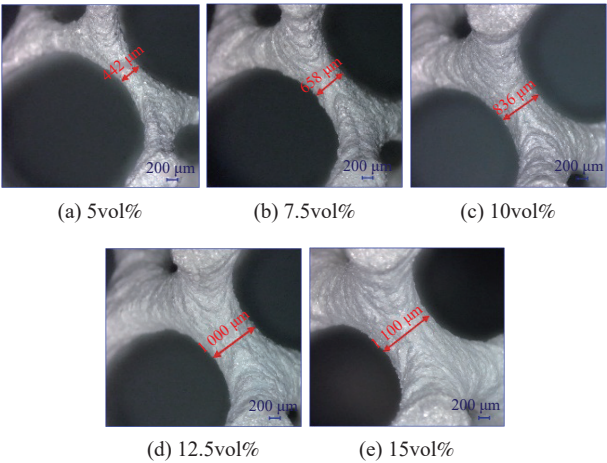


图 10 Gyroid 点阵结构尺寸测量

Fig. 10 Measurement of Gyroid lattice structure dimensions

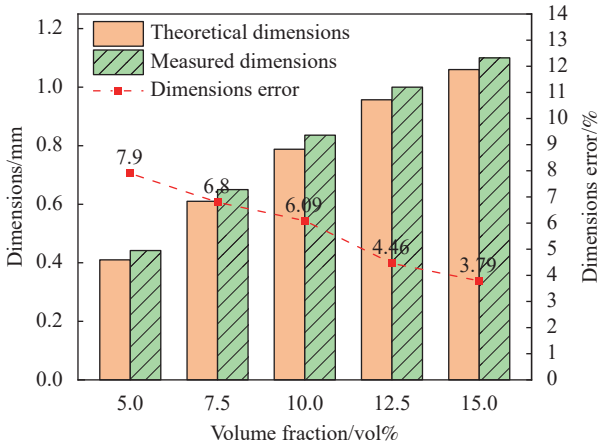


图 11 Gyroid 点阵结构理论与实测尺寸对比

Fig. 11 Comparison of theoretical and actual dimensions of Gyroid lattice structure

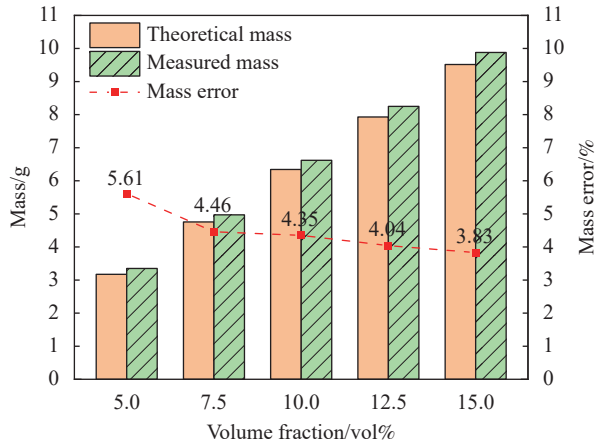


图 12 Gyroid 点阵结构理论与实测质量对比

Fig. 12 Comparison of theoretical and actual mass of Gyroid lattice structure

3.2 压缩实验

为了验证理论推导与有限元模型的准确性，

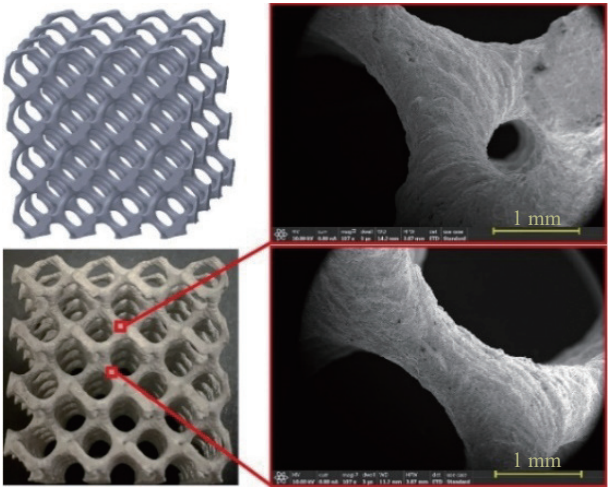


图 13 Gyroid 点阵结构表面微观形貌

Fig. 13 Microscopic morphologies of Gyroid lattice structure surface

对不同体积分数的 Gyroid 点阵结构进行单轴压缩实验，并对实验过程进行拍摄录制，记录点阵结构原始状态以及变形 5%、10%、15%、20%、25% 下的形态，如图 14 所示，每组点阵结构都做了 3 次实验。可以观察到，随着变形不断增大，点阵结构发生了明显的弹塑性变形，且变形以弯曲为主，Gyroid 点阵结构每个节点有 3 根杆连接，满足弯曲主导结构的 Maxwell 准则^[30]。

图 15 展示的是体积分数为 10vol% 的点阵结构在变形为 10% 下的形态，虽然变形量很小，无法捕捉到弹性变形模式，但通过将旋转支撑杆筒

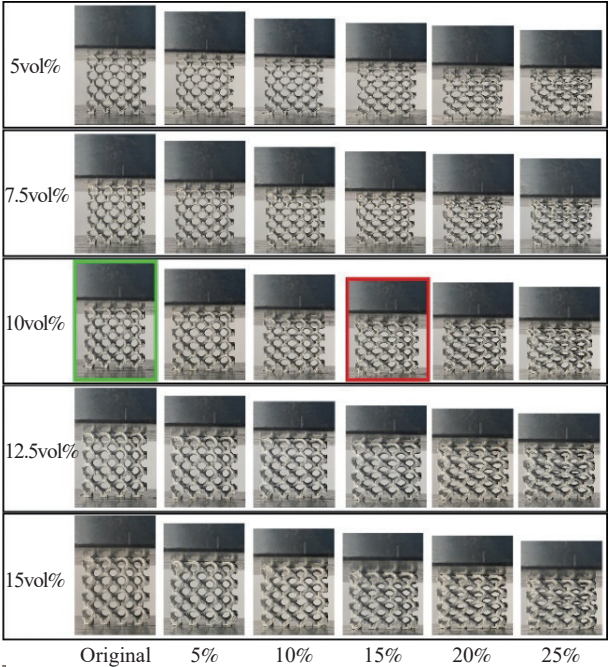


图 14 Gyroid 点阵结构压缩实验过程

Fig. 14 Experimental process of Gyroid lattice structure compression

化为压缩载荷 (F) 下的悬臂梁, 证明理论推导过程中简化支柱的承载方式是正确的。在压缩变形过程中, 不同体积分数点阵结构表现出相似的塑性变形行为, 均通过形成塑性铰而发生变形, 从而导致支撑杆绕塑性铰旋转。继续压缩支杆, 悬臂梁会发生完全塑性弯曲变形, 达到极限弯矩, 进一步验证了理论推导中所用方法的合理性。

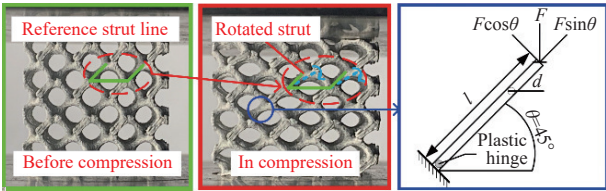


图 15 Gyroid 点阵结构压缩变形机制

Fig. 15 Compression deformation mechanism of Gyroid lattice structure

通过压缩实验得到不同体积分数 Gyroid 点阵结构应力-应变曲线, 取 3 组实验结果平均值, 如图 16 所示。观察应力-应变曲线也可以看出, Gyroid 点阵结构在压缩载荷下以弯曲变形为主, 这与 Wang 等^[31]和 Ravichander 等^[32]观察到的结果类似。且不同体积分数 Gyroid 点阵结构均表现出光滑的变形行为, 与图 7 仿真结果得到的曲线现象一致。

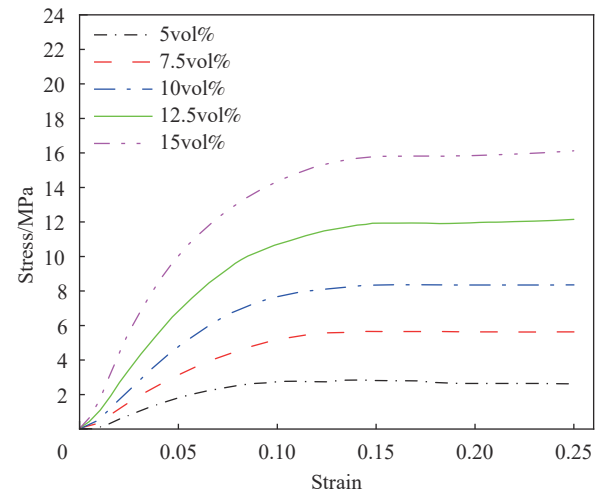


图 16 压缩实验获得的 Gyroid 点阵结构应力-应变曲线

Fig. 16 Stress-strain curves of Gyroid lattice structure obtained from compression experiments

基于图 7、图 16 应力-应变曲线得到不同体积分数 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度, 将理论推导公式计算的塑性屈服强度结果与有限元仿真、实验结果进行对比, 如表 1 所示, 发现理论推导结果、仿真结果与实验偏差在 25% 以内。

表 1 Gyroid 点阵结构理论推导、有限元和实验结果对比
Table 1 Comparison of theoretical derivation, finite element and experimental results of Gyroid lattice structure

Volume fraction/vol%	Plastic yield strength/MPa		
	Theoretical derivation	Finite element analysis	Experimental
5	1.48	1.78	1.83
7.5	2.72	3.40	3.48
10	4.19	4.72	4.97
12.5	5.85	6.71	6.86
15	7.69	8.36	9.18

其中, 实验数据略高的原因一方面是由于打印过程激光的加减速导致点阵结构有更多的能量输入, 理论推导与仿真输入的母材屈服强度是通过圆柱棒压缩试验得到的, 而采用相同打印参数的 Gyroid 点阵结构本身是多孔结构, 扫描层会被分割成很多小区域, 激光在移动过程中点阵结构相比于圆柱棒会存在更多的加速和减速机会, 因此导致大量多余的能量输入^[33]。另一方面, 通过图 11、图 12 可以发现, 用于压缩实验的点阵结构的实际尺寸和质量大于理论设计值, 这是由于粉末粘附和增大的熔池, 粉末粘附是 SLM 打印工艺存在的固有问题, 这是由于打印过程中激光扫描金属粉末时熔池周围存在热影响区, 使得金属颗粒部分熔化或处于烧结状态, 进而导致点阵结构表面有金属颗粒粘附, 且与实体结构相比, Gyroid 点阵比表面积大, SLM 打印时, 边界处会有更大熔池, 会增加支杆的尺寸、质量以及力学性能。

从表 1 的结果来看, 本文理论推导结果相比于仿真结果误差偏大, 这是由于原始 Gyroid 点阵结构的杆径是不断变化的, 而简化成均匀截面杆后体积损失。如图 17 所示, 总的来看, 体积分数在 0vol%~15vol% 范围内, 简化后的 Gyroid 点阵结构体积分数小于简化前点阵结构体积分数。而 SLM 打印的试件又由于工艺问题使得 Gyroid 点阵结构体积分数偏大, 这造成了理论推导与实验结果间的误差。

本文采用 Gibson-Ashby 方程进行 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度与体积分数之间的非线性关系拟合, 用于屈服响应预测。理论推导、有限元与实验 3 种方法的非线性拟合结果如图 18 所示, 可以看出 3 种方法拟合得到的 Gibson-Ashby 方程系数接近, 曲线趋势大体一致, 证明本文理论推导得到点阵结构塑性屈服强度数学模型的可靠性。因此, 基于理论推导结果拟合的 Gibson-

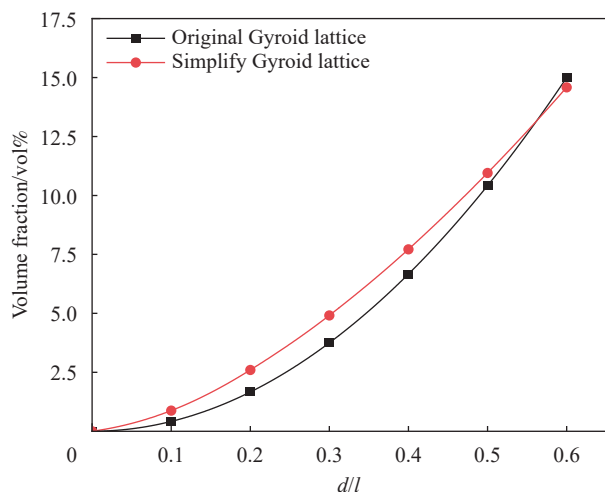


图 17 简化前后 Gyroid 点阵结构体积分数对比

Fig. 17 Comparison of volume fractions of Gyroid lattice structures before and after simplification

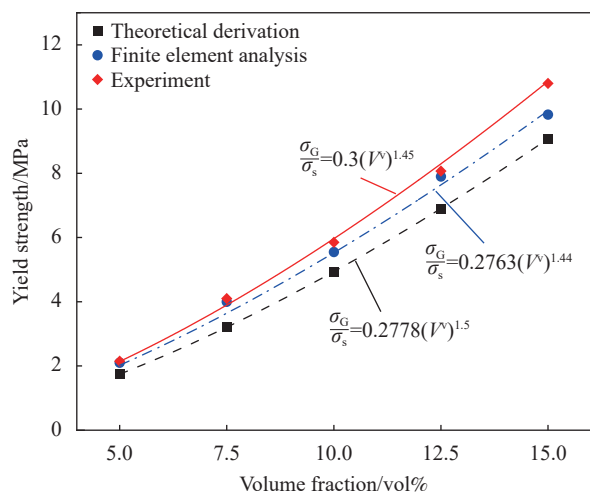
 σ_G —Plastic yield strength of lattice structure; σ_s —Yield strength of base metal; V^* —Volume fraction

图 18 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度 Gibson-Ashby 拟合

Fig. 18 Gibson-Ashby fitting of plastic yield strength of Gyroid lattice structure

Ashby 模型可用于任意体积分数 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度预测, 节省了大量计算资源与实验耗材成本。

4 结论

塑性屈服响应是点阵结构与密实结构存在的力学性能差异之一, 研究其屈服行为可为点阵结构的设计和应用提供重要的理论依据。Gyroid 点阵结构形状复杂, 本文提出一种将结构简化与理论推导相结合的方法, 基于变形体功能原理建立其塑性本构模型, 得到点阵结构的塑性屈服强度与体积分数之间的映射模型, 可快速预测任意体

积分数 Gyroid 点阵结构的塑性屈服强度, 并通过仿真分析和压缩实验验证理论推导模型的准确性, 得到以下结论:

(1) 通过理论推导发现, 对于母体材料确定的 Gyroid 点阵结构, 其塑性屈服强度与体积分数的 1.5 次方成正比;

(2) 有限元分析得到的应力-应变曲线表明, Gyroid 点阵结构压缩过程中以弯曲变形为主, 在单胞内部, 应力/应变最大值集中在斜杆中间位置, 因此斜杆中心呈现较高的屈服趋势;

(3) 通过观察 Gyroid 点阵结构压缩实验过程可以看出塑性铰的位置以及变形机制, 发现与理论推导中支杆的变形行为与承载形式一致, 进一步验证理论推导中所用方法的适用性, 且得到的应力-应变曲线形式与有限元模拟得到的具有较好的一致性;

(4) 基于理论推导和有限元模拟得到的 Gyroid 点阵结构塑性屈服强度结果与实验结果存在一定偏差, 但总体趋势基本一致, 且三者的 Gibson-Ashby 拟合模型系数接近。对比发现, 理论推导和有限元模拟得到的塑性屈服强度均低于实验结果值, 原因是点阵结构打印过程中由于激光加减速导致更多能量输入, 选择性激光熔化 (SLM) 打印会有更大的熔池, 使得试件尺寸和质量略大于设计值, 这都会提高 Gyroid 点阵结构力学性能, 导致实验屈服强度数值偏大, 但总体看理论推导与实验偏差在 25% 以内, 证明本文基于理论推导得到的点阵结构塑性屈服强度与体积分数之间的数学关系模型具有适用性。

本文基于理论推导结果拟合得到的 Gibson-Ashby 模型可用于任意体积分数 Gyroid 点阵结构的塑性屈服强度预测。本文的方法为工程上快速核算复杂点阵结构力学行为提供理论指导, 为点阵结构设计提供重要的理论支撑。

参考文献:

- [1] 程树良, 吴灵杰, 孙帅, 等. X 型点阵夹芯结构受局部冲击时动态力学性能试验与数值模拟 [J]. 复合材料学报, 2022, 39(7): 3641-3651.
CHENG Shuliang, WU Lingjie, SUN Shuai, et al. Experiment and numerical simulation of dynamic mechanical properties of X-lattice sandwich structure under local impact [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2022, 39(7): 3641-3651(in Chinese).

- [2] WU F H, LIAN H, PEI G B, et al. Design and optimization of variable-density lattice structure based on load paths[J]. *Facta Universitatis-Series Mechanical Engineering*, 2023, 21(2): 273-292.
- [3] SCHAEGLER T A, JACOBSEN A J, CARTER W B. Toward lighter, stiffer materials[J]. *Science*, 2013, 341(6151): 1181-1182.
- [4] 梁栋, 陈伟, 胡勇, 等. 点阵单元类型和排布角度对传热特性的影响[J]. *航空动力学报*, 2022, 37(1): 26-35.
LIANG Dong, CHEN Wei, HU Yong, et al. Influences of lattice unit type and arrangement orientation on heat transfer characteristics[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(1): 26-35(in Chinese).
- [5] 李永欣, 郭长春, 李凯伦, 等. SLM 制备的小长径比四棱锥点阵填充轻量化研究[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(24): 132-138.
LI Yongxin, GUO Changchun, LI Kailun, et al. Filling light-weight research on pyramid lattice with small slenderness ratio fabricated by SLM[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(24): 132-138(in Chinese).
- [6] CHOUHAN G, BALA MURALI G. Designs, advancements, and applications of three-dimensional printed Gyroid structures: A review[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, 2024, 238(2): 965-987.
- [7] FENG J W, FU J Z, YAO X H, et al. Triply periodic minimal surface (TPMS) porous structures: From multi-scale design, precise additive manufacturing to multidisciplinary applications[J]. *International Journal of Extreme Manufacturing*, 2022, 4(2): 022001.
- [8] AL-KETAN O, ROWSHAN R, AL-RUB R K A. Topology-mechanical property relationship of 3D printed strut, skeletal, and sheet based periodic metallic cellular materials[J]. *Additive Manufacturing*, 2018, 19: 167-183.
- [9] DEVALK T, LAKES R. Poisson's ratio and modulus of Gyroid lattices[J]. *Physica Status Solidi B-Basic Solid State Physics*, 2021, 258(12): 2100081.
- [10] 张明康. 隐式曲面梯度多孔结构优化设计及激光选区熔化成形力学性能研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2020.
ZHANG Mingkang. Optimal design and mechanical properties of implicit surface gradient porous structure manufactured by selective laser melting[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2020(in Chinese).
- [11] JONES A, LEARY M, BATEMAN S, et al. Parametric design and evaluation of TPMS-like cellular solids[J]. *Materials & Design*, 2022, 221: 110908.
- [12] LU Y T, ZHAO W Y, CUI Z T, et al. The anisotropic elastic behavior of the widely-used triply-periodic minimal surface based scaffolds[J]. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2019, 99: 56-65.
- [13] KHADERI S N, DESHPANDE V S, FLECK N A. The stiffness and strength of the Gyroid lattice[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2014, 51(23-24): 3866-3877.
- [14] MASKERY I, STURM L, AREMU A O, et al. Insights into the mechanical properties of several triply periodic minimal surface lattice structures made by polymer additive manufacturing[J]. *Polymer*, 2018, 152: 62-71.
- [15] XING P, HUANG Q Y, ZHANG G X, et al. Compensating the anisotropic mechanical properties of electron beam melting-based Gyroid scaffolds using structural design[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2022, 226: 107442.
- [16] KELLY C N, FRANCOVICH J, JULMI S, et al. Fatigue behavior of as-built selective laser melted titanium scaffolds with sheet-based Gyroid microarchitecture for bone tissue engineering[J]. *Acta Biomaterialia*, 2019, 94: 610-626.
- [17] YANG L, YAN C Z, CAO W C, et al. Compression-compression fatigue behaviour of Gyroid-type triply periodic minimal surface porous structures fabricated by selective laser melting[J]. *Acta Materialia*, 2019, 181: 49-66.
- [18] VIET N V, ZAKI W. Free vibration and buckling characteristics of functionally graded beams with triply periodic minimal surface architecture[J]. *Composite Structures*, 2021, 274: 114342.
- [19] USHIJIMA K, CANTWELL W J, MINES R A W, et al. An investigation into the compressive properties of stainless steel micro-lattice structures[J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2011, 13(3): 303-329.
- [20] ATAEE A, LI Y C, BRANDT M, et al. Ultrahigh-strength titanium Gyroid scaffolds manufactured by selective laser melting (SLM) for bone implant applications[J]. *Acta Materialia*, 2018, 158: 354-368.
- [21] YANG X, YANG Q, SHI Y S, et al. Effect of volume fraction and unit cell size on manufacturability and compressive behaviors of Ni-Ti triply periodic minimal surface lattices[J]. *Additive Manufacturing*, 2022, 54: 102737.
- [22] ZADPOOR A A, HEDAYATI R. Analytical relationships for prediction of the mechanical properties of additively manufactured porous biomaterials[J]. *Journal of Biomedical Materials Research Part A*, 2016, 104(12): 3164-3174.
- [23] FU J, DING J H, QU S, et al. Improved light-weighting potential of SS316L triply periodic minimal surface shell lattices by micro laser powder bed fusion[J]. *Materials & Design*, 2022, 222: 111018.
- [24] YOO D. Computer-aided porous scaffold design for tissue engineering using triply periodic minimal surfaces[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2011, 12(1): 61-71.
- [25] PENG X, HUANG Q, ZHANG Y, et al. Elastic response of

- anisotropic Gyroid cellular structures under compression: Parametric analysis[J]. *Materials & Design*, 2021, 205: 109706.
- [26] 杨磊. 增材制造三周期极小曲面点阵结构的力学性能研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2020.
- YANG Lei. Research on mechanical properties of additive manufactured triply periodic minimal surface lattice structures[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2020(in Chinese).
- [27] 迟静, 李敏, 王淑峰, 等. Ti-C 含量对多孔 TiC/FeAl 复合材料孔型结构和力学性能的影响 [J]. *复合材料学报*, 2018, 35(9): 2503-2511.
- CHI Jing, LI Min, WANG Shufeng, et al. Effects of Ti-C contents on the pore structures and mechanical properties of porous TiC/FeAl composites[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2018, 35(9): 2503-2511(in Chinese).
- [28] ZHANG L, FEIH S, DAYNES S, et al. Energy absorption characteristics of metallic triply periodic minimal surface sheet structures under compressive loading[J]. *Additive Manufacturing*, 2018, 23: 505-515.
- [29] ZHANG C, ZHENG H, YANG L, et al. Mechanical responses of sheet-based Gyroid-type triply periodic minimal surface lattice structures fabricated using selective laser melting[J]. *Materials & Design*, 2022, 214: 110407.
- [30] MACONACHIE T, LEARY M, LOZANOVSKI B, et al. SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges[J]. *Materials & Design*, 2019, 183: 108137.
- [31] WANG N Y, MEENASHISUNDARAM G K, CHANG S, et al. A comparative investigation on the mechanical properties and cytotoxicity of cubic, octet, and TPMS Gyroid structures fabricated by selective laser melting of stainless steel 316L[J]. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2022, 129: 015151.
- [32] RAVICHANDER B B, JAGDALE S H, KUMAR G. Surface morphology, compressive behavior, and energy absorption of graded triply periodic minimal surface 316L steel cellular structures fabricated by laser powder bed fusion[J]. *Materials*, 2022, 15(23): 8294.
- [33] YANG K V, ROMETSCH P, JARVIS T, et al. Porosity formation mechanisms and fatigue response in Al-Si-Mg alloys made by selective laser melting[J]. *Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing*, 2018, 712: 166-174.