

一种新型二维三组元水泥基拟声子晶体复合材料的低频带隙特性与应用

肖鹏 缪林昌 郑海忠 雷利剑

Low frequency bandgap characteristics and application of a novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal composite material

XIAO Peng, MIAO Linchang, ZHENG Haizhong, LEI Lijian

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240131.001>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁性聚氨酯泡沫的微观形貌及低频吸声性能

Micro topography and low frequency sound absorption performance of magnetic polyurethane foam

复合材料学报. 2018, 35(1): 24–29 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170417.003>

纤维角度对变角度层合板减振性能的影响

Influences of fiber angle on the vibration damping performance of variable angle laminates

复合材料学报. 2021, 38(11): 3693–3703 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210301.001>

水泥基复合材料热电效应综述：机制、材料、影响因素及应用

A review of thermoelectric effect of cement-based composites: Mechanism, material, factor and application

复合材料学报. 2020, 37(9): 2077–2093 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200423.002>

二维MXene膜的构筑及在水处理应用中的研究进展

Construction of two-dimensional MXene membrane and its research progress of application in water treatment

复合材料学报. 2021, 38(7): 2078–2091 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210330.001>

氧化石墨烯/再生水泥基复合材料的制备

Preparation of graphene oxide/recycled cement-based composite materials

复合材料学报. 2021, 38(5): 1526–1534 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20201106.001>

氧化石墨烯增强水泥基复合材料的力学性能及微观结构

Mechanical properties and microstructure of graphene oxide reinforced cement-based composites

复合材料学报. 2018, 35(8): 2132–2139 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170919.001>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20240131.001

一种新型二维三组元水泥基拟声子晶体复合材料的低频带隙特性与应用



分享本文

肖鹏, 缪林昌*, 郑海忠, 雷利剑

(东南大学 交通学院, 南京 211189)

摘要: 为了拓宽混凝土超材料的弹性波带隙宽度和数量, 本文基于局域共振理论设计了一种新型二维三组元水泥基拟声子晶体。首先, 采用有限元方法计算和研究了该新型二维三组元水泥基拟声子晶体的能带结构、振动模态、位移场和衰减特性。其次, 分析了带隙形成机制和影响因素, 并根据质量-弹簧系统模型推导了带隙范围的理论估计式。最后, 将该水泥基拟声子晶体应用到地铁轨道床上, 分析了水泥基拟声子晶体地铁轨道床的减振性能。结果表明: 该新型二维三组元水泥基拟声子晶体在 200 Hz 频段内打开了 5 条低频带隙, 在带隙频率范围内, 衰减值大多都在 10 dB 以上, 衰减效果较好; 带隙的打开与各原胞的振动特征呈现出对应关系, 因特定原胞的平移振动触发, 由特定原胞与基体的耦合作用的强度所控制; 散射体材料的密度、包裹层材料的弹性模量及厚度是影响其带隙的主要因素; 由新型二维三组元水泥基拟声子晶体组成的水泥基拟声子晶体地铁轨道床在 1~200 Hz 频段内的振动加速度均小于普通混凝土地铁轨道床, 最大插入损失为 10.22 dB, 插入损失平均值为 8.76 dB, 具有显著的减振性能。

关键词: 混凝土超材料; 拟声子晶体; 局域共振; 低频带隙; 地铁轨道床; 减振性能

中图分类号: O328; TB330.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3851(2024)10-5607-15

Low frequency bandgap characteristics and application of a novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal composite material

XIAO Peng, MIAO Linchang*, ZHENG Haizhong, LEI Lijian
(School of Transportation, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: In order to widen the width and number of elastic bandgap of concrete metamaterials, a novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal was designed based on local resonance theory. Firstly, the finite element method was used to calculate and study the energy band structure, vibration mode, displacement field and attenuation characteristics of the novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal. Secondly, the formation mechanism and influencing factors of the bandgap were analyzed, and the theoretical estimation of the bandgap range was derived according to the mass-spring system model. Finally, the cement-based phononic-like crystal was applied to the subway track bed, and the vibration reduction performance of the cement-based phononic-like crystal subway track bed was analyzed. The results show that the novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal opens 5 low-frequency bandgaps in the 200 Hz frequency range, and the attenuation values are mostly above 10 dB within the bandgap frequency range, and the attenuation effect is good. The opening of the bandgap corresponds to the vibration characteristics of each primitive cell, which is triggered by the translational vibration of a specific primitive cell and controlled by the

收稿日期: 2023-11-22; 修回日期: 2024-01-12; 录用日期: 2024-01-23; 网络首发时间: 2024-02-01 11:51:07

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240131.001>

基金项目: 国家自然科学基金 (51578147; 52173248)

National Natural Science Foundation of China (51578147; 52173248)

通信作者: 缪林昌, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事声子晶体复合材料等方面的教学和科研 E-mail: Lc.miao@seu.edu.cn

引用格式: 肖鹏, 缪林昌, 郑海忠, 等. 一种新型二维三组元水泥基拟声子晶体复合材料的低频带隙特性与应用 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(10): 5607-5621.

XIAO Peng, MIAO Linchang, ZHENG Haizhong, et al. Low frequency bandgap characteristics and application of a novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal composite material[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(10): 5607-5621(in Chinese).

strength of the coupling between the specific primitive cell and the matrix. The density of scatterer material, elastic modulus and thickness of cladding material are the main factors affecting the bandgap. In the 1-200 Hz frequency band, the vibration acceleration of the cement-based phononic-like crystal subway track bed composed of the novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal is lower than that of the ordinary concrete subway track bed, and the maximum insertion loss is 10.22 dB and the average insertion loss is 8.76 dB, which has remarkable vibration reduction performance.

Keywords: concrete metamaterials; phononic-like crystal; locally resonant; low frequency bandgap; subway track bed; vibration reduction performance

混凝土材料因具有高强耐久、使用方便且性能易调等优势，在建筑、桥梁、铁路轨道和隧道等结构中被广泛应用，但由于其较差的阻尼性能使其在工程结构中发挥的减振隔振效果甚微^[1]。近年来，随着声子晶体复合材料的发展，具有弹性波带隙特性的混凝土超材料吸引了国内外学者们的重视，并开展了广泛的研究^[2-5]。混凝土超材料是由柔性材料(包裹层)包裹的金属球(散射体)替代传统的粗骨料，与水泥砂浆(基体)搅拌形成的一种新型混凝土材料，其基本单元通常称为原胞或单胞。混凝土超材料是由单个或多个共振单元组成，每个共振单元均包括单个散射体、包裹层和水泥砂浆基体，故混凝土超材料中的每个共振单元也可认为是一种局域共振型水泥基声子晶体^[6]。混凝土超材料在外部动力荷载作用下，内部的共振单元会发生共振效应，振动能量将被消耗，可有效衰减混凝土中弹性波的传播，从而表现出异与普通混凝土的减振性能。但由于材料的结构参数和物理属性的不同，混凝土超材料具有的带隙范围通常较高，一般在几百到几千赫兹，甚至上万赫兹^[7]，且带隙宽度较窄，故在低频振动控制领域(例如：地铁产生的低频振动控制)的工程应用上具有很大局限性。

Mitchell 等^[8]最早提出将重金属球用软的橡胶包裹代替传统粗骨料，即用低密度的橡胶包裹高密度散射体，并限制在水泥砂浆基体中，形成混凝土超材料，结果表明混凝土超材料能够把低频声波局域在散射体中，但并没有出现明显的低频带隙，只是减小了振动力的传递。Xu 等^[9]研究了散射体形状、结构尺寸、体积分数和材料物理属性等参数对混凝土超材料带隙范围的影响。张恩等^[10]研究了包裹层弹性模量、散射体密度、基体密度和散射体尺寸与包裹层厚度之比对混凝土超材料带隙特征的影响。Miranda 等^[11]研究了散射体的几何形状和旋转角度对超混凝土材料带隙的影响，发现散射体为圆形较散射体为正方形的局

域共振带隙频率较低。上述研究表明可通过改变混凝土超材料原胞的结构参数和材料参数来调控其带隙的位置和宽度，但带隙数量不能被增加。混凝土超材料能够有效抑制弹性波在其内部传播的原因主要是水泥基声子晶体的带隙特性，且减振效果主要取决于内部共振单元的材料和结构特征^[12]。Liu 等^[13]在原有共振单元的基础上，加上另外一层金属散射体及其包裹层，使得原胞由单自由度系统变为双自由度系统，将带隙数量由 1 个扩展为 2 个，但带隙的频率仍较高。

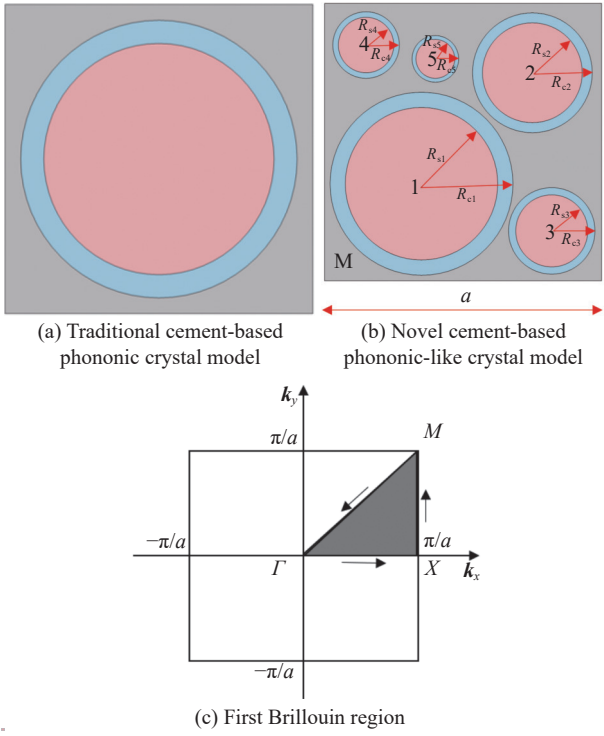
水泥基声子晶体带隙的数量和宽度决定了混凝土超材料对弹性波的抑制范围和能力，传统的水泥基声子晶体有且仅有一条带隙，故由其构成的混凝土超材料也就只有一条衰减带，在实际工程应用上具有较大局限性。为了拓宽混凝土超材料对弹性波的衰减范围和数量，本文基于局域共振理论提出了一种新型二维三组元水泥基拟声子晶体，即在传统水泥基声子晶体的基础上，在水泥砂浆基体内部增加多个具有单独包裹层的散射体，形成一种水泥基拟声子晶体结构，使共振单元由单自由度系统变为多自由度系统，从而使混凝土超材料具有多重局域共振的特点。本文采用有限元方法计算和研究了新型二维三组元水泥基拟声子晶体的能带结构、振动模态、位移场和衰减特性，对其带隙形成机制和影响因素进行了分析，并根据质量-弹簧系统模型推导了带隙范围的理论估计式，最后分析了水泥基拟声子晶体铁道床的减振性能。

1 模型及计算方法

1.1 模型

图 1(a) 为传统的水泥基声子晶体原胞结构，图 1(b) 为本文建立的新型二维三组元水泥基拟声子晶体原胞结构，图 1(c) 为相应的第一布里渊区(阴影部分)。该新型二维三组元水泥基拟声子晶体模型是基于局域共振理论和高分子混凝土中高

分子颗粒包裹连续级配的粗骨料提出的，其内部由 5 个单独的散射体及包裹层组成，外部为水泥砂浆基体。为了便于后续研究与分析，将散射体编号为 1、2、3、4、5，基体指代为 M。其中，散射体为玄武岩骨料，包裹层为聚苯乙烯泡沫颗粒，基体为水泥砂浆。模型的结构参数和材料参数如表 1 和表 2 所示。



R_s —Scatterer inner diameter; R_c —Wrapping layer outer diameter; a —Lattice constant; M—Matrix; Γ , M—High symmetry point; k_x, k_y —Wave vector in the x and y directions

图 1 水泥基拟声子晶体原胞结构及第一布里渊区

Fig. 1 Cement-based phononic-like crystal primitive cell and first Brillouin region

表 1 结构参数

Table 1 Structure parameters

Scatterer i	R_s/m	R_c/m	a/m
1	0.0275	0.033	0.1
2	0.018	0.0216	
3	0.013	0.0156	
4	0.01	0.012	
5	0.007	0.0084	

表 2 材料参数

Table 2 Material parameters

Component	Density $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	Elastic modulus E/Pa	Shear modulus G/Pa
Scatterer	3 300	1.2×10^{11}	4.8×10^{10}
Wrapping layer	12	1.34×10^5	5.93×10^4
Matrix	2 000	3.45×10^{10}	1.44×10^{10}

1.2 计算方法

有限元法 (Finite element method, FEM) 具有较强的适用性、较好的收敛性和较高的计算精度等优势，在计算具有复杂结构的声子晶体的能带结构时具有显著的优越性，因此被广泛用于声子晶体的带隙计算。故本文采用有限元法来计算提出的新型二维三组元水泥基拟声子晶体结构的带隙。

弹性波在各向均匀同性介质中传播的控制方程可表示为

$$\rho \ddot{\boldsymbol{u}} = \rho \boldsymbol{f} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \boldsymbol{u}) + \mu \nabla^2 \boldsymbol{u}$$
 (1)

式中： $\boldsymbol{u}$ 为位移向量； ρ 为质量密度； λ 和 μ 为拉梅常数； ∇ 为哈密顿微分算子； $\cdot$ 为点积； $\ddot{\boldsymbol{u}}$ 代表位移向量对时间的二阶导； $\boldsymbol{f}$ 为体力矢量。

由于本文提出的新型二维三组元水泥基拟声子晶体在 x 和 y 方向上是无限周期结构，根据 Bloch-Floquet 定理，相关计算可在单个原胞内进行。原胞周期边界条件上的所有节点位移均应满足：

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t) = e^{i(\boldsymbol{k}\boldsymbol{r} - \omega t)} \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$$
 (2)

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}) = \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) e^{i\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{R}}$$
 (3)

式中： $\boldsymbol{k}$ 为波矢； $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r})$ 为波振幅； $\boldsymbol{R}$ 为格矢； ω 为波动角频率。

在控制方程中应用周期边界条件，典型局域共振原胞的特征值方程可写为

$$(\boldsymbol{K} - \omega^2 \boldsymbol{M}) \boldsymbol{U} = 0$$
 (4)

式中： $\boldsymbol{K}$ 为典型单元的刚度矩阵； $\boldsymbol{M}$ 为质量矩阵； $\boldsymbol{U}$ 为所有节点的位移矩阵。

沿着图 1(c) 阴影部分所示的不可约布里渊区边界 ($M - \Gamma - X - M$) 扫描波矢 $\boldsymbol{k}$ ，即可得到能带结构。在计算中设定了 x 和 y 方向的 Bloch 周期边界条件 k_x 和 k_y 。本文采用商业多物理场仿真软件 COMSOL 固体力学模块特征频率求解器计算该声子晶体能带结构。有限元方法的计算流程图，如图 2 所示。

2 计算结果分析

2.1 能带结构

为了更好地分析和探讨本文提出的新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙特性，选取传统的水泥基声子晶体原胞模型进行对比，利用有限元法计算了其能带结构，如图 3 所示，计算参数与新型二维三组元水泥基拟声子晶体的能带结构

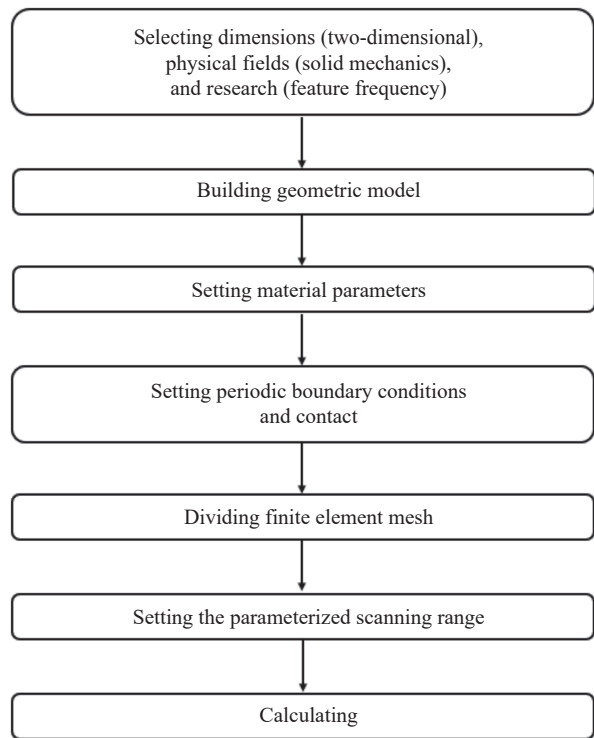


图2 有限元方法计算流程图

Fig. 2 Finite element method calculation flowchart

求解所用参数相同。可以看出，产生了一个带隙，带隙频率范围为 39.53~68.22 Hz，带隙总宽度为 28.69 Hz。图 4 为本文设计的新型二维三组元水泥基拟声子晶体的能带结构，从图中可看出新型二维三组元水泥基拟声子晶体打开了 5 个低频带隙，带隙范围分别为 47.98~54.26 Hz、61.83~68.50 Hz、74.52~81.33 Hz、86.26~97.33 Hz、104.75~117.07 Hz，带隙总宽度为 43.15 Hz。较传统的水泥基声子晶体相比打开的带隙范围更广，带隙数量更多。

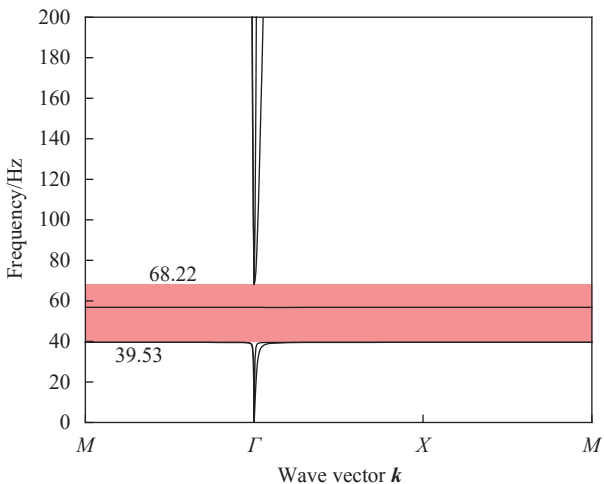


图3 传统水泥基声子晶体能带结构

Fig. 3 Band structure of traditional cement-based phononic crystal

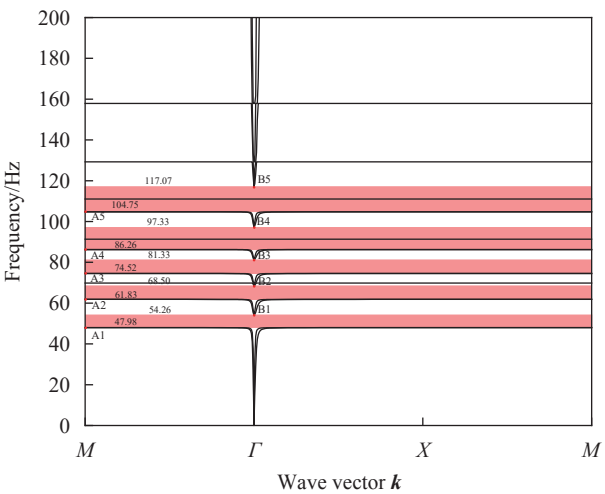


图4 新型二维三组元水泥基拟声子晶体能带结构

Fig. 4 Band structure of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

2.2 带隙机制

为了更全面地理解新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙特性，提取各带隙边界处的振动模态和位移场进行分析，进而分析其带隙机制。位移场和振动模态云图的颜色梯度与位移归一化幅值呈现正相关，从蓝色到红色位移幅值逐渐增大，更直观地表达了原胞的相对振动幅值分布，箭头方向表示结构内该点位移矢量的振动方向。

图 4 中的 A1 点和 B1 点分别对应第一带隙的起始和截止频率，其振动模态和位移场分别如图 5 和图 6 所示。可以看出，此时水泥砂浆基体保持静止，原胞 1 的平移运动引起了强烈的耦合效应，导致了第一带隙的打开。从图 6 的位移场分布可以看出，在第一带隙截止频率处，原胞 1 与其他区域反向运动，为了便于指代分析，将导致第一带隙打开的原胞 1 定义为控制原胞，截止频率处与原胞 1 反向运动的基体和其余原胞则定义为广义基体。容易发现，控制原胞 1 与广义基体 (2+3+4+5+M) 的相对运动使得耦合效应减弱，这导致了第一带隙的闭合。

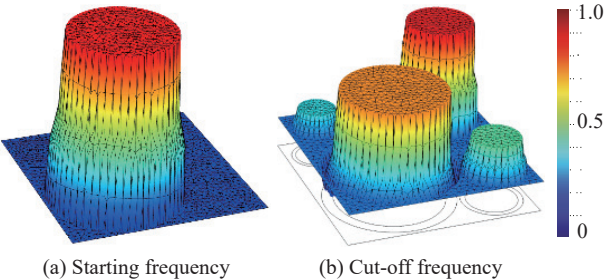


图5 第一带隙振动模态

Fig. 5 Vibration mode of the first bandgap

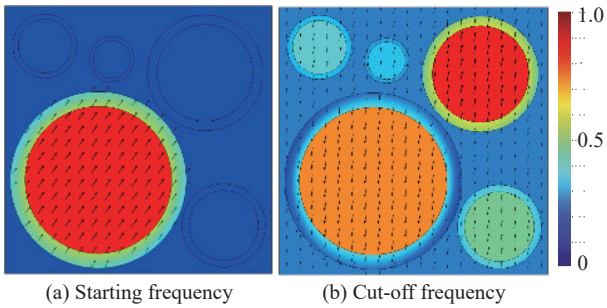


图 6 第一带隙位移场
Fig. 6 Displacement field of the first bandgap

图 4 中的 A2 点和 B2 点分别对应第二带隙的起始和截止频率，其振动模式如图 7 所示，起始频率处表现为原胞 2 主导的平移振动，此时结构中 原胞 2 与基体表现出强烈的耦合效应，原胞的局域共振作用导致原有的频散曲线被切断，从而引起第二带隙的打开。对于第二带隙截止频率，主要振动集中在散射体 3 中，散射体 2 的振动次之，基体和其他原胞仍保持一定幅值的振动。图 8 的位移场表明，在第二带隙截止频率处，区域 (1+2) 与广义基体 (3+4+5+M) 表现出相对运动，结构的耦合效应减弱，导致第二带隙的闭合。

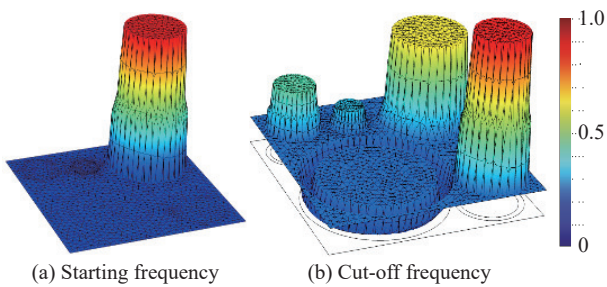


图 7 第二带隙振动模式
Fig. 7 Vibration mode of the second bandgap

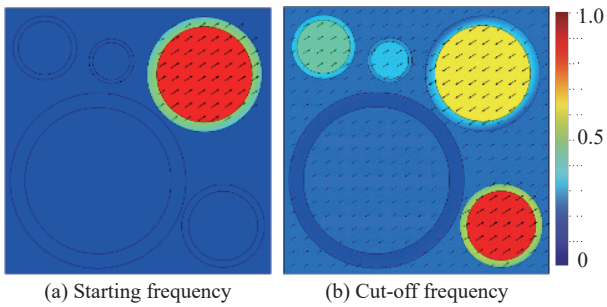


图 8 第二带隙位移场
Fig. 8 Displacement field of the second bandgap

图 4 中的 A3 点和 B3 点分别对应第三带隙的起始和截止频率，其振动模式如图 9 所示，可以看出起始频率处结构中以原胞 3 的平移振动为主，

其余原胞和基体相对静止，在第三带隙截止频率处，图 10(b) 的位移场表明区域 (1+2+3) 与广义基体 (4+5+M) 表现出相对运动，结构耦合效应减弱，导致第三带隙的闭合。

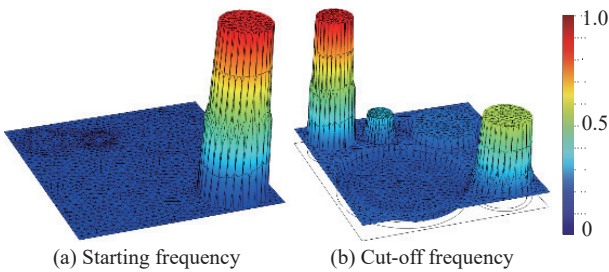


图 9 第三带隙振动模式
Fig. 9 Vibration mode of the third bandgap

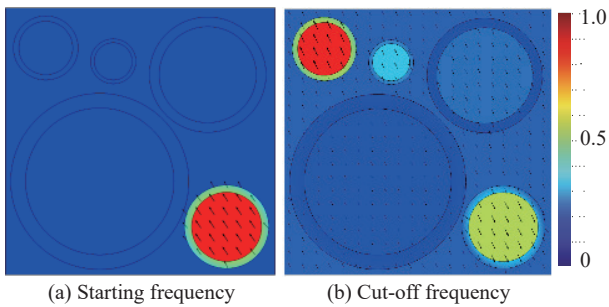


图 10 第三带隙位移场
Fig. 10 Displacement field of the third bandgap

图 4 中的 A4 点和 B4 点分别对应第四带隙的起始和截止频率，其振动模式和位移场分别如图 11 和图 12 所示。在第四带隙起始频率处，振动模式和位移场均表明结构中以原胞 4 的平移振动为主，其余原胞和基体相对静止。而在第四带隙截止频率处，图 12(b) 表明区域 (1+2+3+4) 与广义基体 (5+M) 表现出相对运动，结构耦合效应减弱，导致带隙的闭合。结合第一至第四带隙的位移场分布规律可以看出，随着带隙的位置逐渐自低频向高频移动，在截止频率处与广义基体做相对振动的区域逐渐增大。

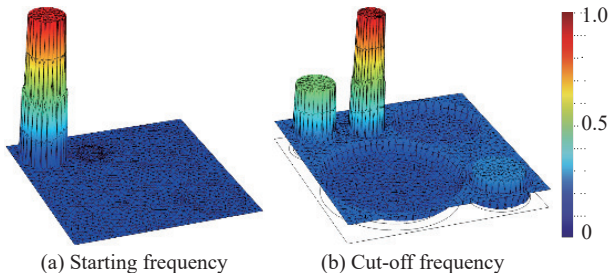


图 11 第四带隙振动模式
Fig. 11 Vibration mode of the fourth bandgap

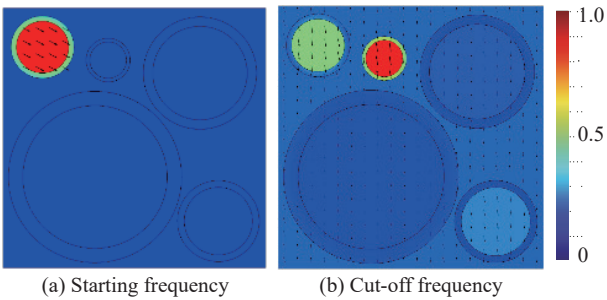


图 12 第四带隙位移场
Fig. 12 Displacement field of the fourth bandgap

图 4 中的 A5 点和 B5 点分别对应第五带隙的起始和截止频率，其振动模态和位移场分别如图 13 和图 14 所示，可看出最小的原胞 5 的平移振动打开了第五带隙。不同于前四条带隙，在第五带隙截止频率处，位移主要集中于水泥砂浆基体，表现为基体和所有原胞的相对错动，原胞与基体的耦合作用减弱导致了带隙的关闭。

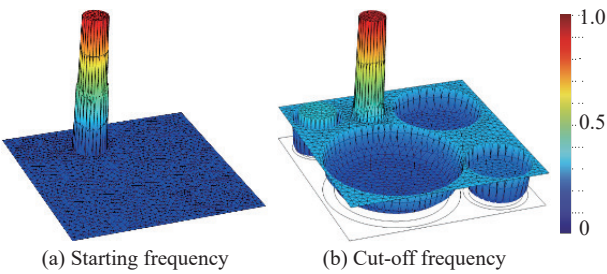


图 13 第五带隙振动模态
Fig. 13 Vibration mode of the fifth bandgap

综上可知，新型二维三组元水泥基拟声子晶体低频带隙的打开，与各原胞的振动特征呈现出对应关系，因特定原胞的平移振动触发，由特定原胞与基体的耦合作用的强度所控制。在带隙起始频率处，这种耦合作用强度最大，能带结构上原有的频散曲线因振子的局域共振作用被切断，低频带隙被打开。当该原胞与基体的耦合作用减

弱时，带隙被关闭。

2.3 传输函数

为了分析本文所提出的新型二维三组元水泥基拟声子晶体的整体衰减特性，建立了 1×8 阵列的水泥基拟声子晶体模型来计算其频率响应函数，如图 15 所示。在水泥基拟声子晶体模型的左侧激励端施加 x 和 y 方向的谐波加速度载荷 V_0 ，在模型右侧接收端拾取相应的加速度幅值响应 V 。频率响应函数定义为^[14]

$$T = 20\lg \frac{V}{V_0} \tag{5}$$

式中： T 为频率响应函数 (dB)； V 和 V_0 分别为模型接收端和激励端的加速度幅值。

频率响应函数计算结果如图 16 所示。从图中可看出，衰减范围与能带结构 (图 4) 得到的带隙范围基本一致。此外，可以看出，该新型二维三组元水泥基拟声子晶体的频率响应函数曲线呈现明显的非对称特征，即衰减曲线在带隙起始频率处迅速下降，随着频率的增加而逐渐上升，这是 Fano 共振^[15-16]引起的局域共振带隙的典型特征。新型二维三组元水泥基拟声子晶体在带隙频率范围内的衰减值大多都在 10 dB 以上，且在各带隙区间内存在多个共振峰，衰减效果较好。

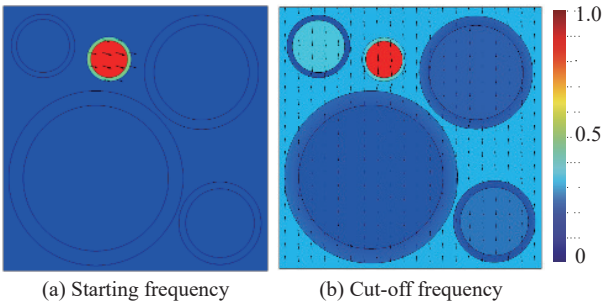


图 14 第五带隙位移场
Fig. 14 Displacement field of the fifth bandgap

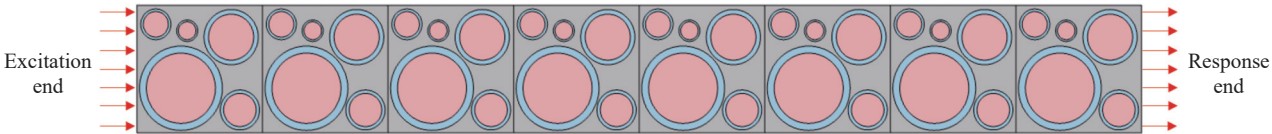


图 15 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的频率响应函数计算模型
Fig. 15 Frequency response function calculation model of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

3 带隙影响因素分析

由上述分析可知，新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙受到散射体、包裹层和基体的材

料参数与结构参数的影响，通过优化材料参数和结构参数可以对带隙的位置与宽度进行调控。为了分析新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙

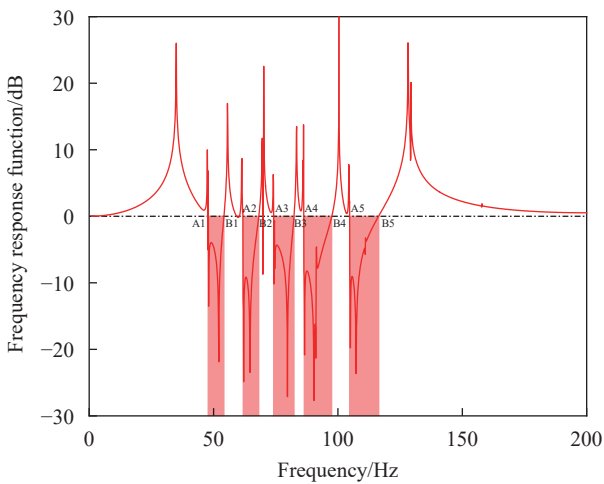


图 16 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的频率响应函数
Fig. 16 Frequency response function of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

影响因素，选取如表 3 所示的 12 个因素，分别设置 5 个水平进行研究。每个因素在不同水平变化时，其他因素的取值与表 1 和表 2 中的相同。材料参数包括：散射体的弹性模量、密度和泊松比，包裹层的弹性模量、密度和泊松比，水泥砂浆基体的弹性模量、密度和泊松比；结构参数包括：散射体的半径、包裹层的半径和水泥砂浆基体的晶格常数。

3.1 散射体

3.1.1 材料参数

散射体的材料参数对新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙影响如图 17 所示。可看出，随着散射体密度的增加，带隙的起始频率和截止频率均逐渐朝着低频移动，带隙总宽度逐渐增

加，而散射体的弹性模量和泊松比对带隙几乎无影响。

3.1.2 结构参数

散射体的结构参数对新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙影响如图 18 所示。可看出，随着散射体半径的减小，带隙的起始频率与截止频率均逐渐增大，带隙总宽度逐渐减小，这主要是因为减小散射体半径等同于降低散射体在基体中的填充率，所以使带隙总宽度减小。

3.2 包裹层

3.2.1 材料参数

包裹层的材料参数对新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙影响如图 19 所示。可看出，包裹层的密度对带隙的影响较小。此外，带隙的起始频率与截止频率均随着包裹层弹性模量的增大而增加，带隙总宽度也随之增大，而包裹层的泊松比对带隙的影响甚微。

3.2.2 结构参数

包裹层的结构参数对其带隙的影响如图 20 所示。可看出随着包裹层半径的减小，带隙起始频率与截止频率均逐渐增大，带隙总宽度逐渐减小，且包裹层半径减小到一定值时，在 0~200 Hz 频段内将不再产生带隙。

3.3 水泥砂浆基体

3.3.1 材料参数

水泥砂浆基体的材料参数对新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙影响如图 21 所示。可看出，基体的弹性模量和泊松比对带隙几乎无影响，和散射体材料参数对带隙的影响规律一致；随着

表 3 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙影响因素及其水平

Table 3 Bandgap influencing factors and their levels of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

Influence factor			Level 1	Level 2	Level 3	Level 4	Level 5
Material parameters	Scatterer	E/Pa	1.2×10^9	1.2×10^{10}	1.2×10^{11}	1.2×10^{12}	1.2×10^{13}
		$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2 300	2 800	3 300	3 800	4 300
		ν	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
	Wrapping layer	E/Pa	1.34×10^3	1.34×10^4	1.34×10^5	1.34×10^6	1.34×10^7
		$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	6	9	12	15	18
		ν	0.09	0.11	0.13	0.15	0.17
	Matrix	E/Pa	3.45×10^8	3.45×10^9	3.45×10^{10}	3.45×10^{11}	3.45×10^{12}
		$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	1 000	1 500	2 000	2 500	3 000
		ν	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
Structure parameters	Scatterer	R_s/m	$0.8R_1$	$0.9R_1$	R_1	—	—
	Wrapping layer	R_c/m	$0.8R_2$	$0.9R_2$	R_2	—	—
	Matrix	a/m	—	—	0.1	0.12	0.14

Notes: R_1 —Inner diameter of scatterer; R_2 —Outer diameter of wrapping layer; ν —Poisson's ratio.

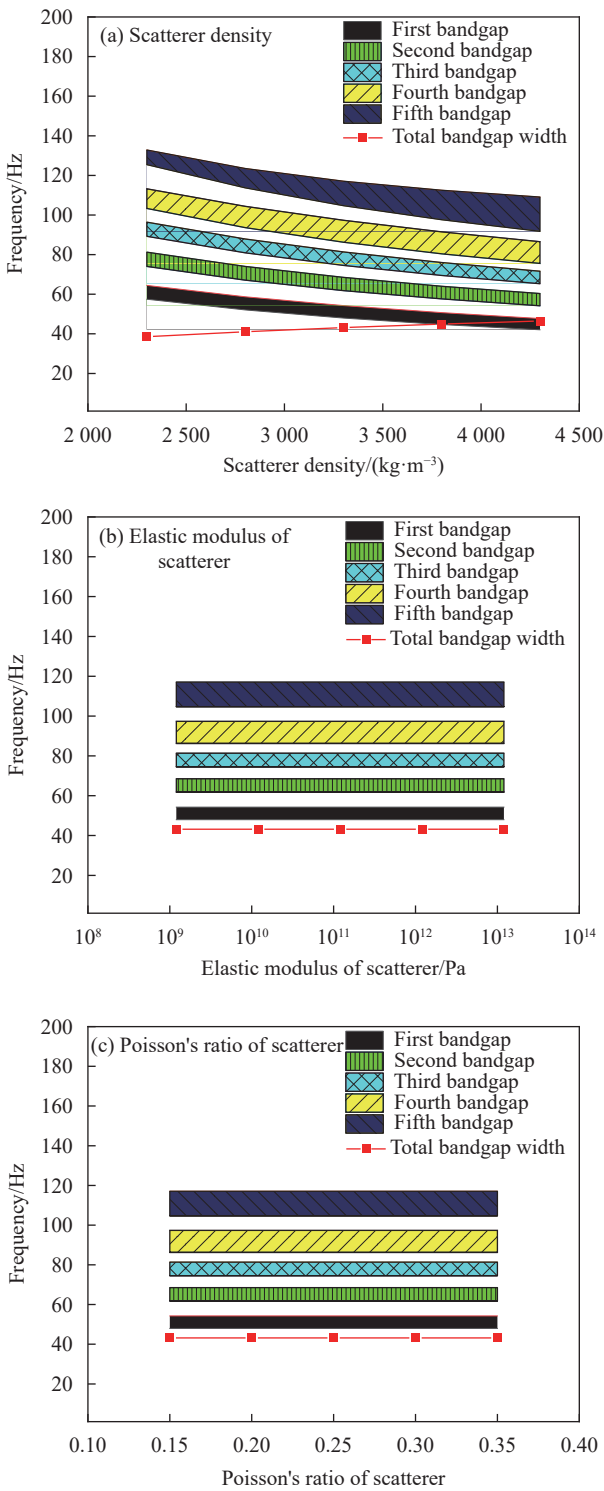


图 17 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的散射体材料参数对带隙的影响
Fig. 17 Effect of scatterer material parameters on bandgap of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

基体密度的增加，各带隙的截止频率均逐渐减小，而起始频率保持不变，带隙总宽度逐渐减小，这主要是因为增大基体密度相当于增加了基体的等效质量，所以降低了截止频率。

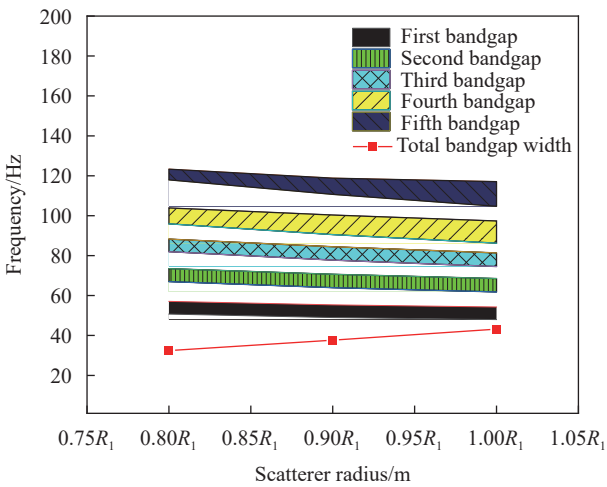


图 18 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的散射体结构参数对带隙的影响
Fig. 18 Effect of scatterer structure parameters on bandgap of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

3.3.2 结构参数

水泥砂浆基体的结构参数对新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙影响如图 22 所示。可看出，随着基体晶格常数 a 的增加，各带隙的截止频率均逐渐降低，而起始频率保持不变，带隙总宽度逐渐减小，这主要是因为增大基体晶格常数等同于增加了基体的等效质量，也降低了散射体在基体中的填充率，所以使截止频率降低和带隙总宽度减小。

3.4 散射体及包裹层形状

保持水泥基拟声子晶体原胞内部散射体的填充率不变，改变原胞内部散射体的形状，分析散射体形状对带隙的影响。图 23 为不同散射体形状的水泥基拟声子晶体的计算模型。图 24 为计算结果。可看出，当保持水泥基拟声子晶体原胞内部散射体的填充率不变时，不同形状的散射体对带隙打开的数量不产生影响，均打开了 5 条低频带隙，但散射体形状为正方形时，带隙的起始频率较低，这是由于正方形散射体较矩形散射体相比对称性较高。进一步与圆形散射体对比可知，散射体形状为圆形的水泥基拟声子晶体的带隙频率最低，这是由于圆形散射体的对称性最高。同时可看出散射体的形状对带隙总宽度影响不大，其中散射体形状为正方形时，带隙总宽度为 45.69 Hz，散射体形状为矩形时，带隙总宽度为 45.97 Hz。

此外，保持水泥基拟声子晶体原胞内部散射体的填充率不变，随机改变原胞内部散射体的形状，分析散射体的多形状耦合对带隙的影响。计

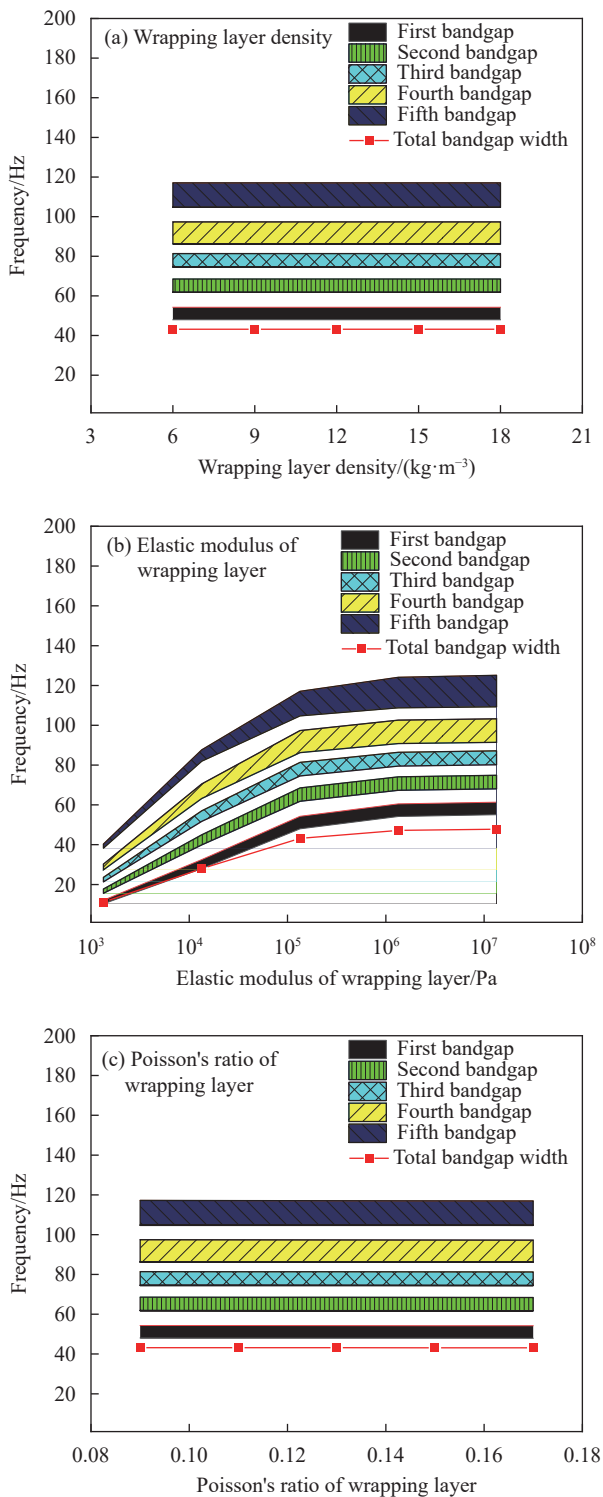


图 19 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的包裹层材料参数对带隙的影响

Fig. 19 Effect of material parameters of wrapping layer on bandgap of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

算模型如图 25 所示，计算结果如图 26 所示。可看出，当原胞内部散射体的填充率保持不变时，散射体的多形状耦合对带隙的数量也不产生影响，

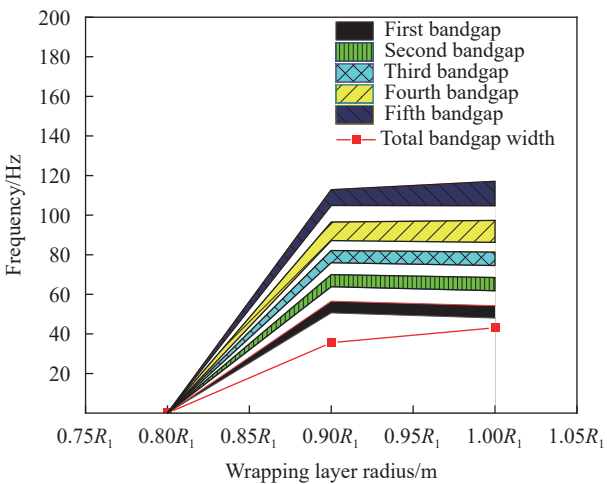


图 20 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的包裹层结构参数对带隙的影响

Fig. 20 Effect of structure parameters of wrapping layer on bandgap of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

均打开了 5 条带隙，对其带隙总宽度也影响甚微。当模型内部为 2 个圆形、2 个矩形和 1 个正方形时，带隙总宽度为 44.18 Hz；当模型内部为 1 个圆形、2 个矩形和 2 个正方形时，带隙总宽度为 45.24 Hz；当模型内部为 2 个圆形、1 个矩形和 2 个正方形时，带隙总宽度为 45.09 Hz。

4 等效模型与带隙范围理论估算

在带隙的理论计算和分析中，一般将单振子局域共振原胞简化等效为弹簧-质量系统^[17]，如图 27(a) 所示。其中 m_0 和 m_1 分别为基体和散射体的等效质量，弹簧 k_0 和 k_1 则为基体和包裹层的等效刚度。同时，基于有效质量理论^[18-20]，多振子局域共振声子晶体的弹簧-质量模型系统可以进一步等效为多自由度的有效质量模型，其内部由多个耦合的集中质量组成，再根据 3.2 节中散射体和包裹层的振动模式和能量分布特征，带隙与各振子之间存在一一对应关系，因此多振子局域共振声子晶体可以等效为多个振子并联的弹簧-质量系统，如图 27(b) 所示。

此外，为了研究弹性波在新型二维三组元水泥基拟声子晶体结构中的传播过程，构建了一个多振子局域共振声子晶体的无限质量-质量晶格结构，该结构由图 27(b) 中的等效模型与外弹簧 k_0 连接而成，基体外框质量 m_0 由外弹簧 k_0 周期性连接，晶格常数为 L ，如图 28 所示。

对于多振子局域共振声子晶体的质量-质量晶

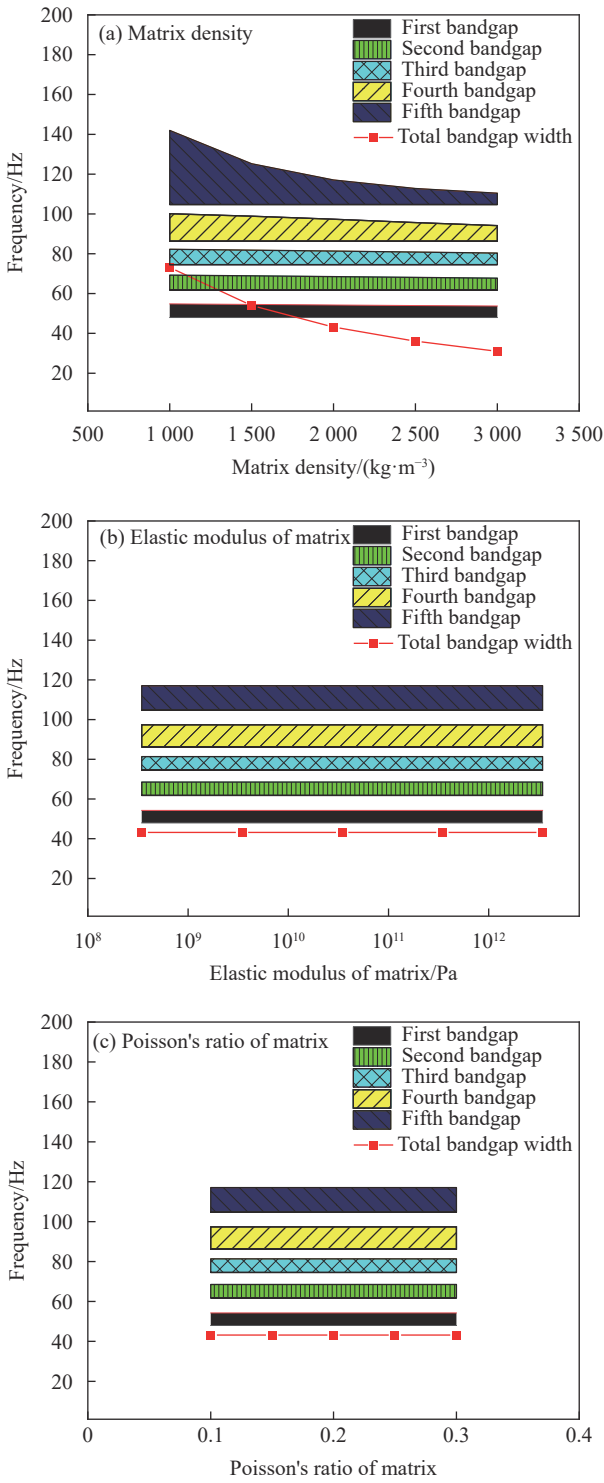


图 21 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的水泥砂浆基体材料参数对带隙的影响

Fig. 21 Effect of material parameters of cement mortar matrix on bandgap of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

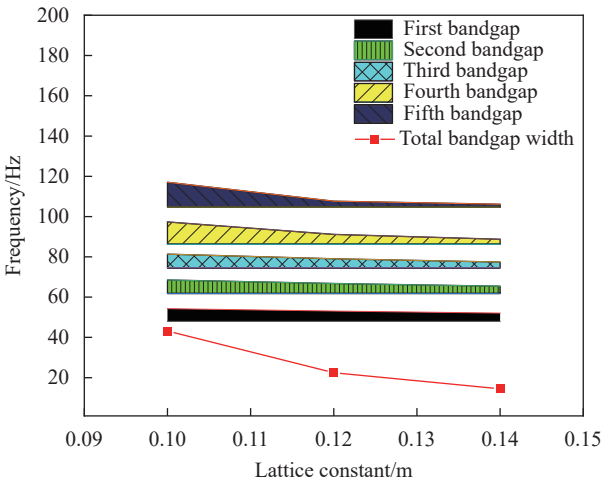


图 22 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的水泥砂浆基体结构参数对带隙的影响

Fig. 22 Effect of structure parameters of cement mortar matrix on bandgap of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

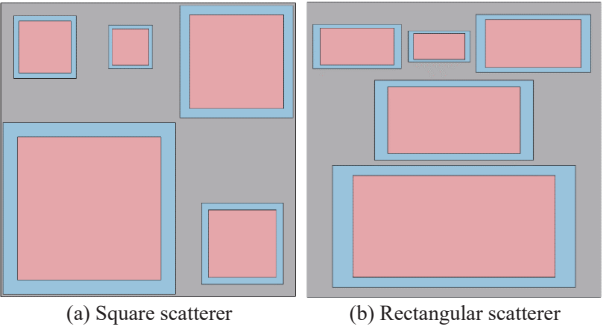


图 23 不同散射体形状的新型二维三组元水泥基拟声子晶体的计算模型

Fig. 23 Calculation models of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal with different scatterer shapes

其中,

$$M = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 & -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 & -k_5 \\ -k_1 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_3 & 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 \\ -k_4 & 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 \\ -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$F = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

式中: m_0 为基体等效质量; m_i 为振子等效质量;

格结构, 第 i 个原胞的无阻尼运动方程可表示为

$$M\ddot{U} + KU = F \quad (6)$$

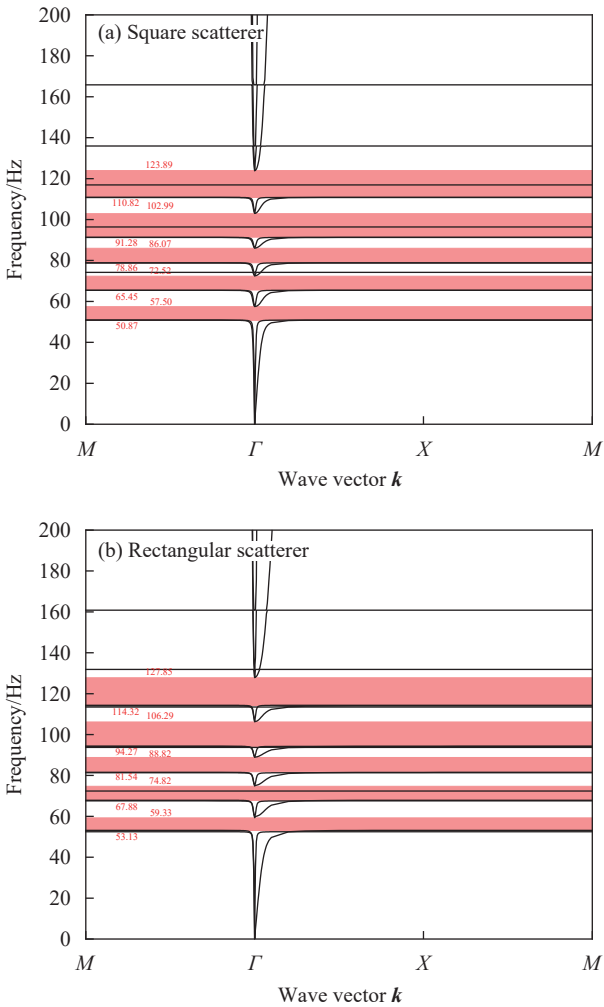


图 24 不同形状散射体的新型二维三组元水泥基拟声子晶体的能带结构
Fig. 24 Band structure of novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal with different scatterer shapes

u_0 为基体位移； u_i 为振子位移； k_i 为包裹层的等效刚度， $i=1, 2, 3, 4, 5$ 。

简谐波激励 $F(t)$ 、基体位移 u_0 及振子位移响应 $u_i(t)$ 分别可表示为

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \tag{11}$$

$$u_i(t) = U_i e^{i\omega t}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5 \tag{12}$$

$$u_0 = U_0 e^{i\omega t} \tag{13}$$

则方程 (6) 可被写为

$$(-\omega^2 M + K) \begin{bmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

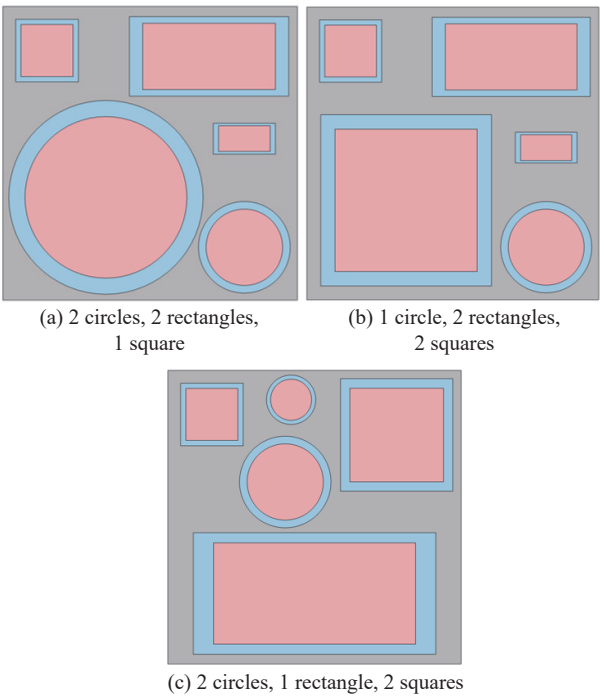


图 25 新型二维三组元水泥基拟声子晶体内部散射体的多形状耦合的计算模型
Fig. 25 Calculation models of multi-shape coupling of internal scatterers in novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

式中： U_0 为基体位移振幅； U_i 为振子位移振幅； F_0 为基体对振子的作用力。

应用 Bloch 定理及周期边界条件可得如下色散方程：

$$|\bar{K} - \omega^2 M| = 0 \tag{15}$$

其中，

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 & -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 & -k_5 \\ -k_1 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_3 & 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 \\ -k_4 & 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 \\ -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$m_i = \rho_i \pi R_{si}^2 \tag{17}$$

$$m_0 = \rho_0 \left(a^2 - \pi \sum_i^5 R_{ci}^2 \right) \tag{18}$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \tag{19}$$

$$k_i = \frac{4(\lambda_c + 2\mu_c)R_{si}}{R_{ci} - R_{si}} \tag{20}$$

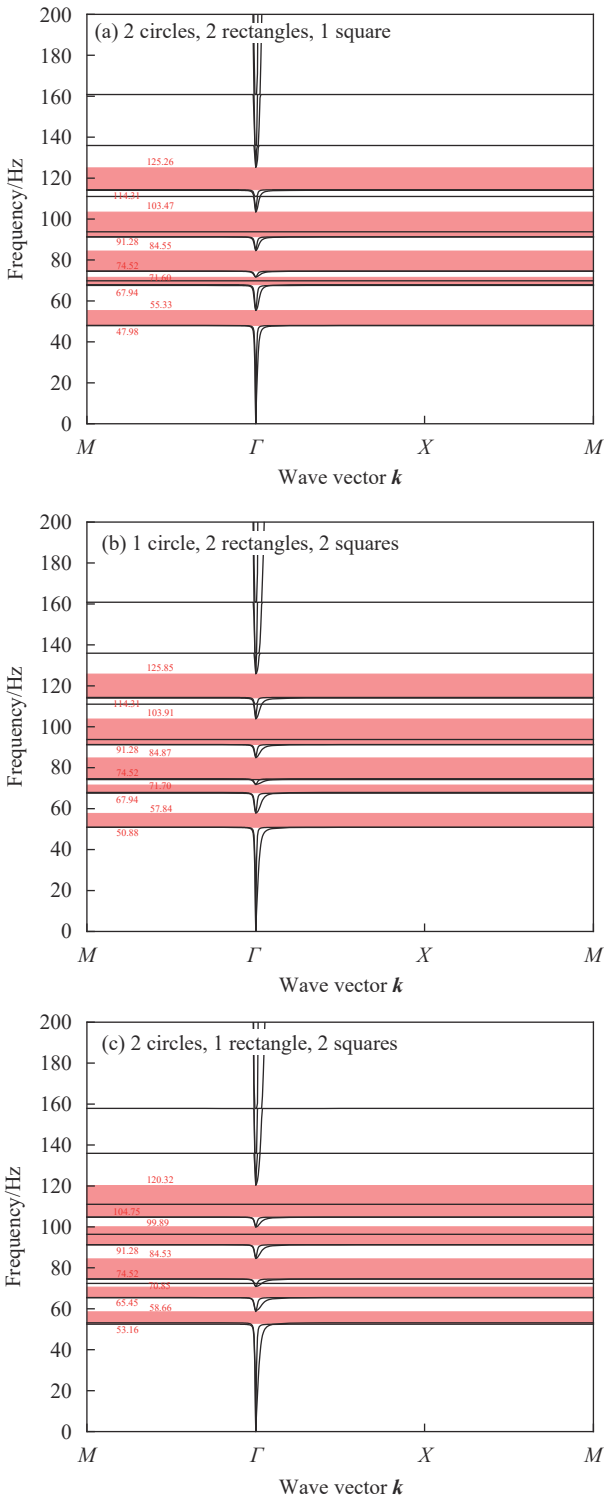


图 26 新型二维三组元水泥基拟声子晶体原胞内部散射体多形状耦合的能带结构

Fig. 26 Band structure of multi-shape coupling of internal scatterers in novel two-dimensional three-component cement-based phononic-like crystal

$$k_0 = \frac{(\lambda_0 + 2\mu_0)a^2}{a^2 - \pi \sum_i R_{ci}^2} \quad (21)$$

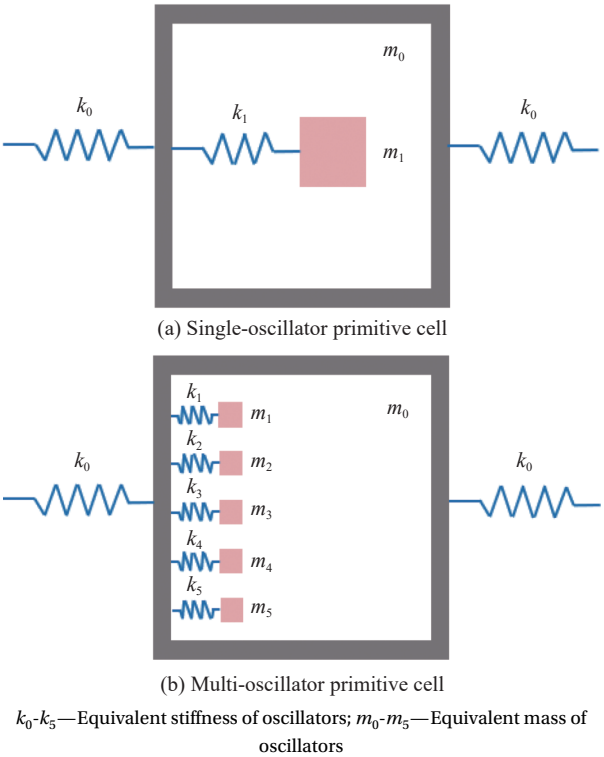


图 27 单振子和多振子局域共振声子晶体原胞的弹簧-质量系统等效模型

Fig. 27 Spring-mass system equivalent models of single-oscillator and multi-oscillator local resonance phononic crystal primitive cell

式中： λ_c 和 μ_c 分别为包裹层的两个 Lamé 常数； λ_0 和 μ_0 分别为基体的两个 Lamé 常数； R_{ci} 和 R_{si} 分别为第 i 个包裹层和散射体的半径； ρ_0 为基体的密度； ρ_i 为振子的密度； ω_i 为振子的固有频率。

将表 1 和表 2 中的参数代入上述方程，求解方程 (15) 即可得色散曲线，如图 29 所示。从图中可看出在 0~200 Hz 范围内产生了 5 条带隙，带隙范围分别为 45.24~55.59 Hz、62.38~67.55 Hz、67.96~80.24 Hz、82.45~98.45 Hz、101.55~119.18 Hz。此结果与有限元计算结果较为吻合，验证了弹簧-质量系统等效模型和推导过程的正确性。

5 水泥基拟声子晶体铁道床减振性能分析

新型二维三组元水泥基拟声子晶体可抑制带隙频率范围内弹性波的传播，从而达到控制振动的效果。本节通过将新型二维三组元水泥基拟声子晶体以阵列的形式形成水泥基拟声子晶体铁道床来替换传统的普通混凝土铁道床，形成一种新型的地铁减振措施，并通过与普通混凝土铁道床进行对比来分析其减振效果，有限元计算模型如图 30 所示。

分别计算两种铁道床模型在拾取端处的动

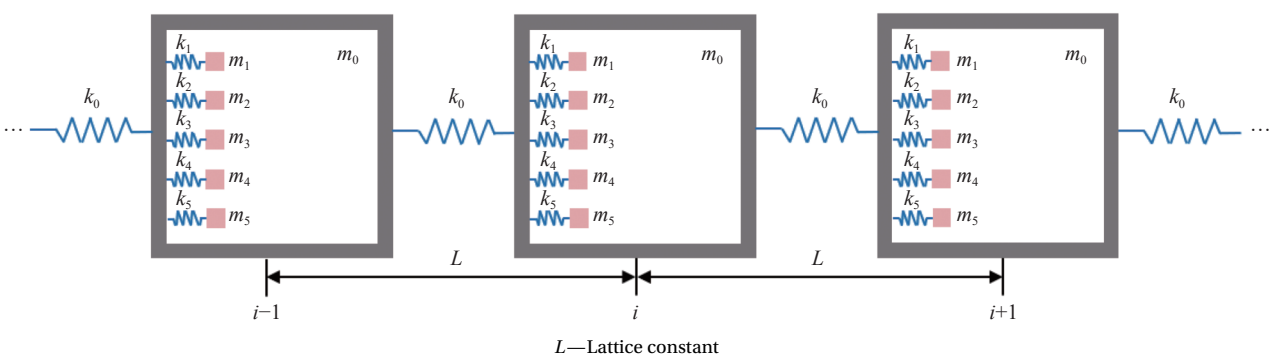


图 28 多振子局域共振声子晶体的无限质量-质量晶格结构

Fig. 28 Infinite mass-in-mass lattice structure of local resonance phononic crystal with multiple oscillators

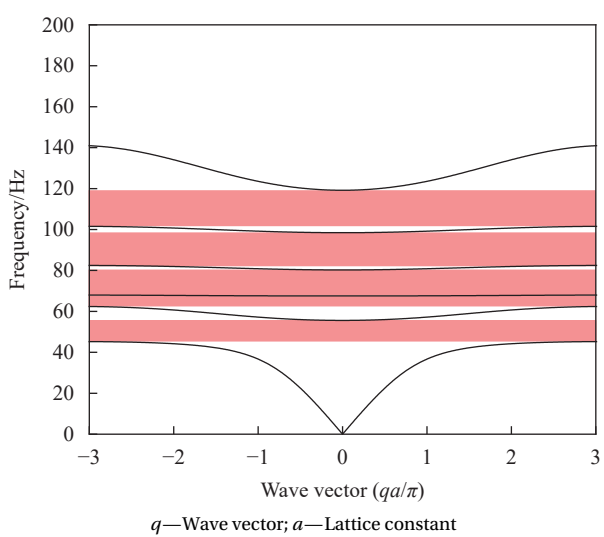


图 29 等效模型分析法计算结果

Fig. 29 Calculation result of equivalent model analysis method

力响应，其振动的时域结果和频域结果如图 31 所示。从时域曲线可看出，水泥基拟声子晶体铁道床能够显著降低轨道结构的振动，最大振动加速度幅值降低 3.398 m/s²。从频域曲线可看出，水泥基拟声子晶体铁道床对 1~200 Hz 频率内的振

动有较好的衰减效果。

为了进一步分析水泥基拟声子晶体铁道床的减振性能，计算了普通混凝土铁道床和水泥基拟声子晶体铁道床在拾取端处振动加速度的 1/3 倍频程及插入损失，计算结果如图 32 所示。可看出，在 1~200 Hz 频段内，水泥基拟声子晶体铁道床具有较好的减振效果，最大插入损失为 10.22 dB；1~200 Hz 频段内，插入损失平均值为 8.76 dB，其中 1~80 Hz 频段内，衰减平均值为 8.63 dB，具有较好的低频减振性能。

6 结论

基于局域共振理论提出了一种新型二维三组元水泥基拟声子晶体，拓宽了混凝土超材料的带隙数量及宽度。采用有限元方法计算和研究了新型二维三组元水泥基拟声子晶体的能带结构、振动模态、位移场和衰减特性，分析了其带隙形成机制和影响因素，并根据质量-弹簧系统模型推导了带隙范围的理论估计式，最后对水泥基拟声子晶体铁道床的减振性能进行了分析。主要结论如下：

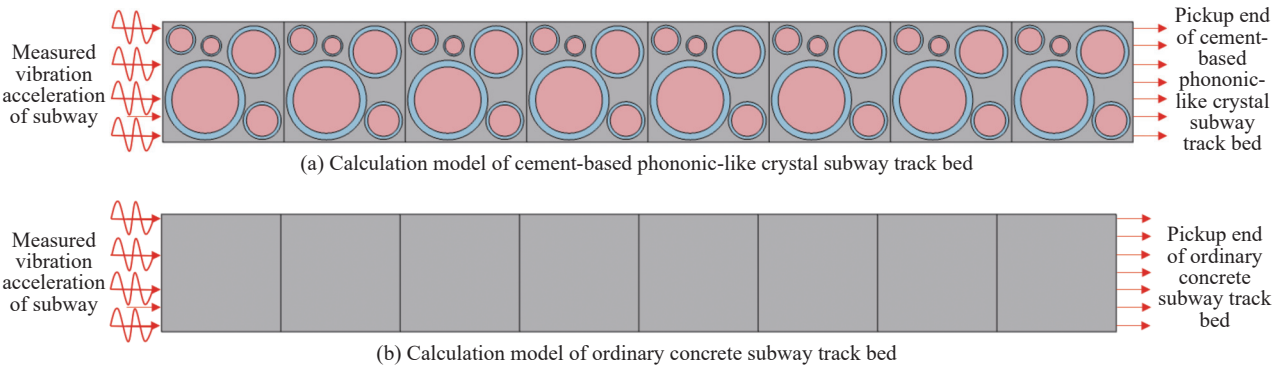


图 30 水泥基拟声子晶体铁道床和普通混凝土铁道床计算模型

Fig. 30 Calculation models of cement-based phononic-like crystal subway track bed and ordinary concrete subway track bed

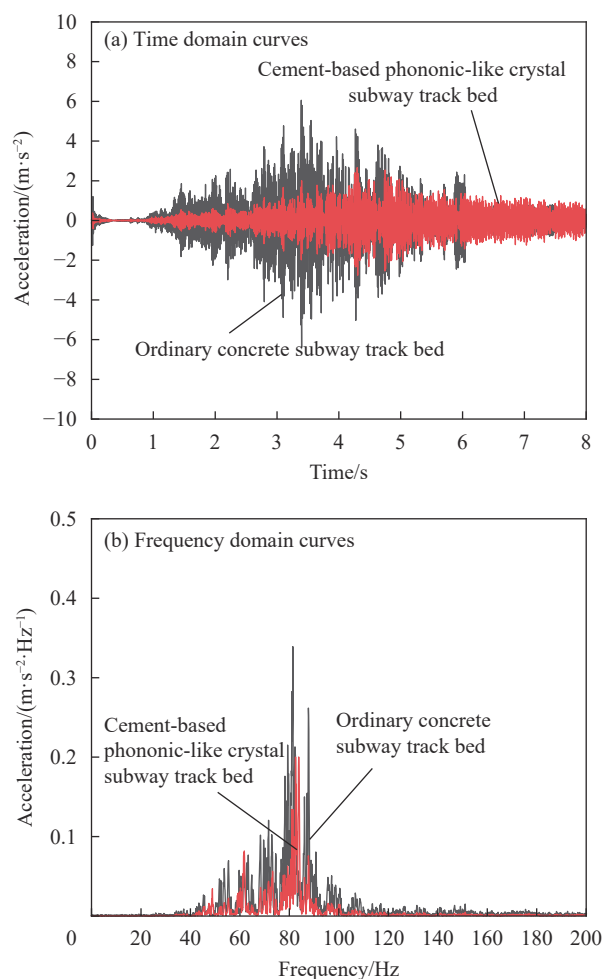


图 31 水泥基拟声子晶体地铁道床和普通混凝土地铁道床时域和频域曲线

Fig. 31 Time domain and frequency domain curves of cement-based phononic-like crystal subway track bed and ordinary concrete subway track bed

(1) 新型二维三组元水泥基拟声子晶体在 0~200 Hz 频段内打开了 5 个低频带隙, 与传统的水泥基声子晶体相比, 打开的带隙范围更广, 带隙数量更多。新型二维三组元水泥基拟声子晶体低频带隙的打开, 与各原胞的振动特征呈现出对应关系, 因特定原胞的平移振动触发, 由特定原胞与基体的耦合作用的强度所控制。在带隙频率范围内, 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的衰减值大多都在 10 dB 以上, 且存在多个共振峰, 衰减效果较好;

(2) 新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙受到散射体、包裹层和水泥砂浆基体的材料参数和结构参数的影响, 其中散射体材料的密度、包裹层材料的弹性模量及厚度是影响其带隙的主要因素。此外, 散射体的形状和散射体的多形状耦

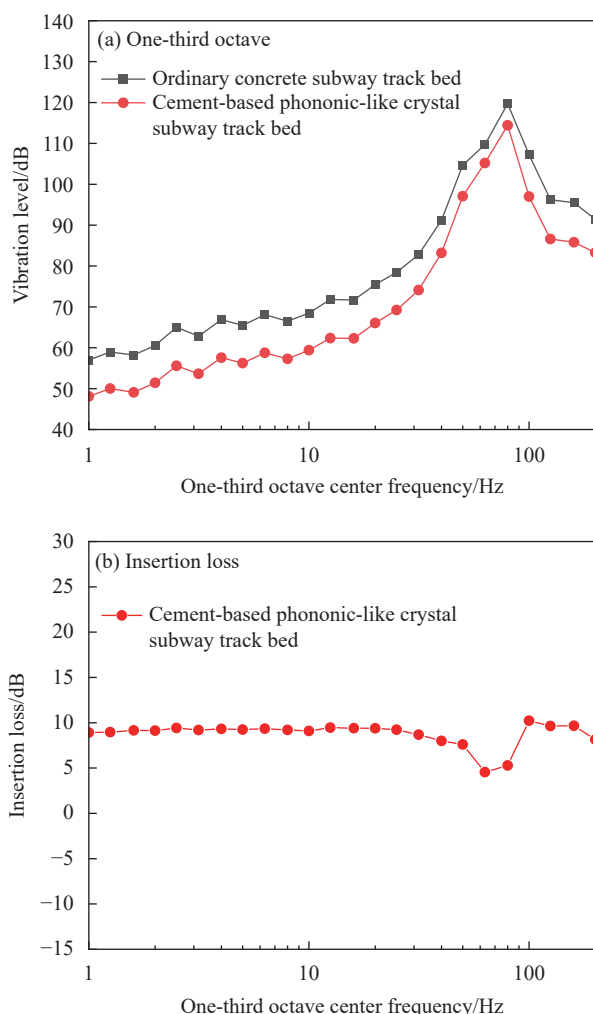


图 32 水泥基拟声子晶体地铁道床和普通混凝土地铁道床 1/3 倍频程及插入损失

Fig. 32 One-third octave and insertion loss of cement-based phononic-like crystal subway track bed and ordinary concrete subway track bed

合对新型二维三组元水泥基拟声子晶体的带隙影响甚微;

(3) 水泥基拟声子晶体地铁道床在 1~200 Hz 频段内具有较好的减振效果, 最大插入损失为 10.22 dB, 插入损失平均值为 8.76 dB, 其中在 1~80 Hz 频段内, 衰减平均值为 8.63 dB, 具有较好的低频减振性能。

由于篇幅所限, 基于本文提出的新型二维三组元水泥基拟声子晶体模型所研发的水泥基拟声子晶体复合材料的相关设计研究内容及将制备的水泥基拟声子晶体地铁道床应用到实际地铁工程中的研究内容, 将在作者团队的论文^[21]中给出。

参考文献:

[1] 陈俊豪, 曾晓辉, 谢友均, 等. 具有减振功能的混凝土超材料的

带隙特性 [J]. 硅酸盐学报, 2023, 51(5): 1272-1282.

CHEN Junhao, ZENG Xiaohui, XIE Youjun, et al. Band gap properties of metaconcrete with vibration reduction function[J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2023, 51(5): 1272-1282(in Chinese).

[2] JIN H X, HAO H, CHEN W S, et al. Effect of enhanced coating layer on the bandgap characteristics and response of metaconcrete[J]. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2021, 30(1): 175-188.

[3] 韩洁, 路国运, 赵一涛. 超材料混凝土单胞骨料的有阻尼自由振动特性研究 [J]. 振动与冲击, 2022, 41(4): 239-245, 269.

HAN Jie, LU Guoyun, ZHAO Yitao. A study of damped free vibration characteristics on a metaconcrete unit cell[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(4): 239-245, 269(in Chinese).

[4] XU C, CHEN W S, HAO H, et al. Damping properties and dynamic responses of metaconcrete beam structures subjected to transverse loading[J]. Construction and Building Materials, 2021, 311: 125273.

[5] 靳贺欣, 陈文苏, 郝洪, 等. 超材料混凝土抗冲击效应数值研究 [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50(2): 78-89.

JIN Hexin, CHEN Wensu, HAO Hong, et al. Numerical study on impact resistance of metaconcrete[J]. SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica, 2020, 50(2): 78-89(in Chinese).

[6] BRICCOLA D, PANDOLFI A. Analysis on the dynamic wave attenuation properties of metaconcrete considering a quasi-random arrangement of inclusions[J]. Frontiers in Materials, 2021, 7: 615189.

[7] 熊剑荣, 任凤鸣, 田时雨, 等. 超材料混凝土减振性能研究现状与展望 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(2): 656-671.

XIONG Jianrong, REN Fengming, TIAN Shiyu, et al. Status and prospects of research on vibration reduction performance of metaconcrete[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(2): 656-671(in Chinese).

[8] MITCHELL S J, PANDOLFI A, ORTIZ M. Metaconcrete: Designed aggregates to enhance dynamic performance[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2014, 65: 69-81.

[9] XU C, CHEN W S, HAO H. The influence of design parameters of engineered aggregate in metaconcrete on bandgap region[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2020, 139: 103929.

[10] 张恩, 路国运, 杨会伟, 等. 超材料混凝土的带隙特征及对冲击波的衰减效应 [J]. 爆炸与冲击, 2020, 40(6): 69-77.

ZHANG En, LU Guoyun, YANG Huiwei, et al. Band gap features of metaconcrete and shock wave attenuation in it[J]. Explosion and Shock Waves, 2020, 40(6): 69-77(in Chinese).

[11] MIRANDA E J P, ANGELIN A F, SILVA F M, et al. Passive vibration control using a metaconcrete thin plate[J]. Cerâmica, 2019, 65(1): 27-33.

[12] 陈俊豪, 曾晓辉, 谢友均, 等. 多重谐振水泥基声子晶体带隙特性研究 [J]. 材料导报, 2024, 38(12): 94-102.

CHEN Junhao, ZENG Xiaohui, XIE Youjun, et al. Research on band gaps characteristics of multiple resonant cement-based phononic crystals[J]. Materials Reports, 2024, 38(12): 94-102(in Chinese).

[13] LIU Y, AN X Y, CHEN H L, et al. Vibration attenuation of finite-size metaconcrete: Mechanism, prediction and verification[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2021, 143: 106294.

[14] LEI L J, MIAO L C, LI C, et al. The effects of composite primitive cells on band gap property of locally resonant phononic crystal[J]. Modern Physics Letters B, 2021, 35(20): 2150334.

[15] GOFFAUX C, SÁNCHEZ-DEHESA J, LAMBIN P. Comparison of the sound attenuation efficiency of locally resonant materials and elastic band-gap structures[J]. Physical Review B, 2004, 70(18): 3352-3359.

[16] GOFFAUX C, SÁNCHEZ-DEHESA J, YEYATI A L, et al. Evidence of Fano-like interference phenomena in locally resonant materials[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(22): 225502.

[17] WANG G, SHAO L H, LIU Y Z, et al. Accurate evaluation of lowest band gaps in ternary locally resonant phononic crystals[J]. Chinese Physics, 2006, 15(8): 1843-1848.

[18] HUANG G L, SUN C T. Band gaps in a multiresonator acoustic metamaterial[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2010, 132(3): 031003.

[19] ZHOU X Q, WANG J, WANG R Q, et al. Effects of relevant parameters on the bandgaps of acoustic metamaterials with multi-resonators[J]. Applied Physics A, 2016, 122(4): 427.

[20] HUANG H H, SUN C T, HUANG G L. On the negative effective mass density in acoustic metamaterials[J]. International Journal of Engineering Science, 2009, 47(4): 610-617.

[21] MIAO L C, LEI L J, LI C, et al. Vibration reduction of phononic-like crystal metaconcrete track bed for underground railway[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2023, 35(8): 04023254.