

硬磁软材料的磁致变形数值研究

彭帆 刘易函 马维力

Numerical research on magnetostrictive deformation of hard magnetic soft materials

PENG Fan, LIU Yihan, MA Weili

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240004.001>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁致伸缩复合材料有效性能的变分渐近细观力学模型

A variational asymptotic micromechanics model for effective properties of magnetostrictive composites

复合材料学报. 2017, 34(3): 574–581 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20160523.013>

Ti元素掺杂对Fe-3Si基软磁复合材料组织结构及磁特性的影响

Effects of Ti element doping on microstructure and magnetic properties of Fe-3Si based soft magnetic composites

复合材料学报. 2018, 35(9): 2495–2502 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180115.005>

磁致伸缩层合悬臂梁式作动器的振动分析

Vibration analysis of magnetostrictive laminated cantilever actuator

复合材料学报. 2019, 36(5): 1319–1326 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180827.003>

基于颗粒动力学演化的磁弹体力磁耦合数值模型

A mechanics-magnetic coupling numerical model of magnetorheological elastomers based on particle dynamics simulation

复合材料学报. 2018, 35(5): 1172–1181 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170808.003>

磁致链化对磁流变弹性体压阻效应的影响

Effects of particle pre-orientation via application of magnetic field on the piezoresistivity of magnetorheological elastomer

复合材料学报. 2017, 34(9): 2085–2092 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20161207.003>

非均匀材料界面裂纹的Cell-Based光滑有限元法

Research on Cell-Based smoothed finite element method of inhomogeneous material interface crack

复合材料学报. 2017, 34(1): 175–182 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20160411.006>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

硬磁软材料的磁致变形数值研究

彭帆¹, 刘易函², 马维力^{*1}

(1. 长安大学 理学院, 西安 710064; 2. 长安大学 材料科学与工程学院, 710064)



分享本文

摘要: 光滑有限元基于光滑应变技术, 在进行数值积分时避免使用等参变换, 在模拟软材料大变形问题具有一定的优势。建立了基于光滑应变技术的硬磁软材料大变形模拟的数值格式, 给出了数值格式中所需要的应力张量和本构张量。采用该数值格式研究了不同长高比下的硬磁软材料梁在外部磁场激励下的弯曲特性, 得到的磁载荷-位移曲线和试验结果进行了对比; 模拟了含有不同残余磁场方向分布的硬磁软材料结构在外部磁场作用下的形态演化过程, 计算的最终变形形态与试验结果进行比较。计算结果表明: 采用该数值格式得到的结果与试验结果吻合较好; 在不受约束的前提下, 硬磁软材料内部残余磁场方向突变处变形较大。研究结果可为由硬磁软材料组成的软体机器人和智能柔性结构的力学分析与变形调控设计提供参考。

关键词: 硬磁软材料; 光滑应变技术; 磁致变形; 有限元; 磁活性聚合物

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2024)07-3832-08

Numerical research on magnetostrictive deformation of hard magnetic soft materials

PENG Fan¹, LIU Yihan², MA Weili^{*1}

(1. College of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. School of Materials Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Smoothed finite element method is based on strain-smoothed technology, it avoids using the isoparametric transformations during numerical integration, and has certain advantages in simulating large deformation problems of soft materials. A numerical format for simulating large deformation of hard magnetic soft materials based on strain-smoothed technology has been established, and the necessary stress tensors and constitutive tensors have been provided. The bending characteristics of hard magnetic soft material beams with different aspect ratios under external magnetic field were studied, and the magnetic load displacement curves obtained were compared with experimental results, evolution process of the morphological of hard magnetic soft material structures with different directions of residual magnetic field under the action of an external magnetic field was simulated, and the calculated final deformation morphology was compared with experimental results. The numerical results indicate that the results obtained by using this numerical format are in good agreement with the experimental results. There is significant deformation at the sudden change in the direction of the residual magnetic field inside hard magnetic soft materials. The research results can provide reference for the mechanical analysis and deformation control design of soft robots and intelligent flexible structures composed of hard magnetic soft materials.

Keywords: hard magnetic soft materials; strain-smoothed technology; magnetically induced deformation; finite element analysis; magnetic active polymer

硬磁软材料是磁活性聚合物的一种, 由填充硬磁软材料中的磁性颗粒内部会产生力偶, 从而磁性颗粒的聚合物组成。在外磁通量的作用下, 驱动其发生大变形^[1]。由于硬磁软材料具有可编

收稿日期: 2023-10-27; 修回日期: 2023-12-02; 录用日期: 2023-12-25; 网络首发时间: 2024-01-04 17:56:54

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20240004.001>

基金项目: 中央高校基本科研业务费项目 (300102123106); 陕西省自然科学基金基础研究计划 (2023-JC-QN-0010)

Fundamental Research Funds for the Central Universities (300102123106); Natural Science Basis Research Plan in Shaanxi Province of China (2023-JC-QN-0010)

通信作者: 马维力, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为新型智能材料与结构、微纳力学 E-mail: mawilling@chd.edu.cn

引用格式: 彭帆, 刘易函, 马维力. 硬磁软材料的磁致变形数值研究 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(7): 3832-3839.

PENG Fan, LIU Yihan, MA Weili. Numerical research on magnetostrictive deformation of hard magnetic soft materials[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(7): 3832-3839(in Chinese).

程性强、远程驱动和快速响应等优点^[2-4]，在软体机器人^[5-7]、生物医学工程^[8]和柔性电子领域^[9]具有广泛的应用前景。由于硬磁软材料在现代工程应用中的重要性，预测其变形有助于工程师对相应领域的装置和设备进行优化和有效地设计。除此之外，硬磁软材料的变形同时具有力磁耦合和几何非线性特点，开发合适的理论模型和数值方法具有重要的学术价值。对此，国内外相关学者对此开展了一系列研究。

Xia等^[10]提出了一个基于计算微观力学的多物理耦合模型来揭示磁流变弹性体的整体磁超弹特性。Yang等^[11]开发了一个3D杆模型来预测细长硬磁弹性体的空间变形(拉伸、弯曲和扭曲)，采用共旋转公式描述刚体运动，并采用显式时间积分对其进行非线性求解。Liu等^[12-13]提出了一种基于径向基点插值法的三维无网格模型来定量预测硬磁软材料的大变形行为及硬磁软梁在三维非均匀磁化情况下的空间大变形响应。Chen等^[14]开发了一个新的三维硬磁软材料梁的大变形模型，考虑了3个欧拉角以及拉伸、弯曲和扭曲变形之间的耦合。李茂源等^[4]提出了一种基于铁木辛柯剪切变形理论的新型可伸长变曲率硬磁软梁模型，揭示了剪切变形在深梁大变形弯曲中的重要性。Dadgar-Rad等^[1]提出了硬磁软材料的微极框架，避免了应力本构方程对外载荷产生的依赖。Zhao等^[15]提出了理想硬磁软材料本构模型的理论框架，将外磁场的作用并入本构中。Wang等^[16]提出了一种硬磁弹性的非线性理论，预测了在外部磁场作用下由磁性体扭矩和力引起的大挠度。Narayanan等^[17]提出了一种基于细观力学的具有热力学一致性的粘弹-磁超弹性耦合模型，采用基于统计力学的方法对弹性体基体的力学行为进行建模，并考虑了硬磁填充物的塑性。

上述工作大多基于有限元和无网格方法对力磁耦合的大变形行为进行模拟。传统有限元在模拟大变形问题时对网格畸变较为敏感；无网格方法可以有效对抗网格畸变，但是边界条件施加较为麻烦，并且计算效率比有限元低^[18]。对此，Liu等^[19-21]将光滑应变技术应用到有限元中，提出了一系列光滑有限元方法，该方法将有限元中的体(面)积分转化成面(线)积分，使数值积分不用进行等参变换，一定程度上弥补了传统有限元的不足。光滑扩展有限元法(CS-FEM)是众多光滑有限

元法中的一种，它不需要跨单元进行光滑域的划分，因此它除了具备光滑有限元的诸多优点外，数值实现上更为便捷，并且刚度矩阵的带宽更小，拥有较高的计算效率。CS-FEM在非均匀材料界面裂纹模拟^[22-23]、压电材料的裂纹扩展^[24]以及功能梯度力电磁耦合结构的动力学响应^[25-26]等方面得到了广泛的应用。

本文将CS-FEM和硬磁软材料的磁超弹本构模型相结合，推导了超弹性本构张量，给出了求解受外部磁场驱动的硬磁软材料非线性变形的数值格式，模拟了硬磁软材料在不同外磁场作用下的变形形态，模拟结果与试验结果进行了比较，验证了数值格式的有效性。该数值格式充分发挥CS-FEM对网格畸变具有免疫性、计算效率高和数值实现简便的优点，对位移场进行隐式求解，无需考虑显式计算中的稳定性问题。此外，本文的模拟结果可为硬磁软材料应用于智能复合结构中的优化设计和功能实现提供数值参考。

1 基本理论和方法

1.1 硬磁软材料的本构模型

根据Zhao等^[15]提出的硬磁软材料的连续介质理论，磁场变量作为外界激励处理，不当成额外自由度。硬磁软材料的Helmholtz自由能密度 W 由力场和磁场两部分组成，如下式所示：

$$W = W_{\text{elastic}}(\boldsymbol{F}) - \frac{\boldsymbol{F} : \boldsymbol{B}^{\text{ext}} \otimes \tilde{\boldsymbol{B}}^{\text{r}}}{\mu_0} \tag{1}$$

式中： W_{elastic} 为弹性自由能； $\boldsymbol{F}$ 为变形梯度张量； $\boldsymbol{B}^{\text{ext}}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{B}}^{\text{r}}$ 分别表示外磁通量密度和残余磁通量密度； μ_0 为真空磁导率；“:”和“ $\otimes$ ”分别表示张量的缩并和并矢。弹性自由能选用Neo-Hookean模型，其表达式为

$$W_{\text{elastic}}(\boldsymbol{F}) = \frac{1}{2} \lambda (\ln J)^2 - \mu \ln J + \frac{\mu}{2} [\text{tr}(\boldsymbol{F}^{\text{T}} \cdot \boldsymbol{F}) - 3] \tag{2}$$

式中： λ 和 μ 为拉梅常数； J 为 $\boldsymbol{F}$ 的行列式；“ $\text{tr}()$ ”表示取第一不变量。由式(1)、(2)可以得到第一Piola-Kirchhoff应力张量 $\boldsymbol{P}$ 的表达式：

$$\boldsymbol{P} = \frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{F}} = (\lambda \ln J - \mu) \boldsymbol{F}^{-\text{T}} + \mu \boldsymbol{F} - \frac{\boldsymbol{B}^{\text{ext}} \otimes \tilde{\boldsymbol{B}}^{\text{r}}}{\mu_0} \tag{3}$$

式中，右边前两项表示弹性变形的贡献，第三项则表示外磁通量和残余磁通量的贡献。为了建立硬磁软材料的数值格式，需进一步给出四阶的非对称本构张量 $\boldsymbol{A}$ 的表达式，其分量 A_{ijkl} 可以表示为

$$A_{ijkl} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial F_{kl}} \tag{4}$$
$$= (\lambda \ln J - \mu) F_{li}^{-1} F_{jk}^{-1} + \lambda F_{ji}^{-1} F_{lk}^{-1} + \mu \delta_{ik} \delta_{jl}$$

式中：下标“*ijkl*”表示张量分量； δ_{ik} 和 δ_{jl} 为克罗内尔符号。在非线性数值求解中，将弹性本构张量 **A** 和应力张量 **P** 分别转化成矩阵和向量进行处理。

1.2 CS-FEM 的光滑应变技术

在三维 CS-FEM 中，八节点六面体单元被划分成 8 个六面体光滑域，如图 1 所示。位移梯度(应变)在各个光滑域中是均匀分布，各个光滑域中的位移梯度 $\tilde{\nabla} \mathbf{u}(\mathbf{x}_c)$ 的定义为

$$\tilde{\nabla} \mathbf{u}(\mathbf{x}_c) = \frac{\int_{\Omega_c} \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}_c) d\Omega}{\int_{\Omega_c} d\Omega} = \frac{1}{V_c} \int_{\Omega_c} \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}_c) d\Omega \tag{5}$$

其中： $\mathbf{x}_c$ 表示各个光滑域中心的坐标； Ω_c 表示光滑域； V_c 表示光滑域的体积； $\tilde{\nabla} \mathbf{u}(\mathbf{x}_c)$ 表示各光滑域中心处的位移梯度。应用散度定理可以将上式的体积分转化成面积分，有

$$\tilde{\nabla} \mathbf{u}(\mathbf{x}_c) = \frac{1}{V_c} \int_{\Gamma_c} \mathbf{u} \otimes \mathbf{n} dA \tag{6}$$

其中： Γ_c 表示光滑域的外表面； $\mathbf{n}$ 表示表面的单位外法向量。根据式(6)，通过对每个光滑域的外表面求积分可以得到每个光滑域的应变。光滑域中心的位移场可由该光滑域支撑点位移场 u_i^{node} 通过形函数插值 N_i 得到，进而将式(6)表示成：

$$\tilde{\nabla} \mathbf{u}(\mathbf{x}_c) = \frac{1}{V_c} \int_{\Gamma_c} \left(\sum_{i=1}^{m\text{node}} N_i u_i^{\text{node}} \right) \otimes \mathbf{n} dA \tag{7}$$

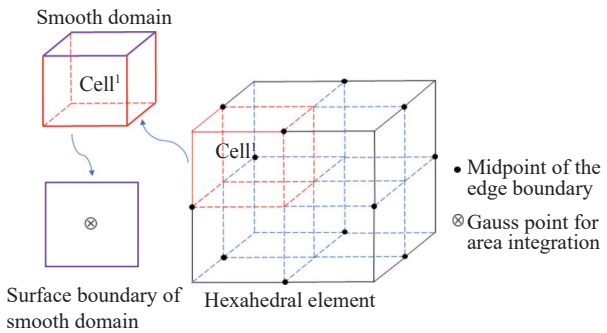


图 1 三维光滑扩展有限元法 (CS-FEM) 光滑域的划分
Fig. 1 Partition of smoothed domains in 3D cell-based smoothed finite element method (CS-FEM)

根据变形梯度的定义，**F**可以表示成：

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \nabla \mathbf{u} \tag{8}$$

式中： $\nabla \mathbf{u}$ 表示位移梯度；**I**为单位矩阵。为了便于数值实现，将**F**转化成矢量形式 $\bar{\mathbf{F}}$ ，结合式(7)、

(8)将其各个光滑域中心的变形梯度分量离散成如下形式：

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}_c) = \mathbf{B}(\mathbf{x}_c) \cdot \mathbf{u}^{\text{node}} \tag{9}$$

其中，**B**矩阵可以表示成：

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}_c) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jx}^c S_j^c & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jx}^c S_j^c & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jx}^c S_j^c \\ \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jy}^c S_j^c & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jy}^c S_j^c & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jy}^c S_j^c \\ \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jz}^c S_j^c & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jz}^c S_j^c & 0 \\ 0 & 0 & \sum_{j=1}^{n_s} N_i(\mathbf{x}_j) n_{jz}^c S_j^c \end{bmatrix} \tag{10}$$

式中： n_s 为光滑域积分面的数目； $N_i(\mathbf{x}_j)$ 表示第 *j* 个积分面的高斯点对节点 *i* 的形函数； n_{jx}^c 、 n_{jy}^c 、 n_{jz}^c 分别表示第 *j* 个积分面的外法线的分量； S_j^c 表示第 *j* 个积分面的面积。在这里，选取各积分面的中心为高斯点。

1.3 CS-FEM 数值求解格式

有限变形下，硬磁软材料变形场的平衡方程表示为(不考虑惯性效应)

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{P} + \mathbf{b} dV = 0 \tag{11}$$

式中： Ω 表示硬磁软材料所处的空间区域， dV 表示空间积分微元；“ $\nabla \cdot$ ”表示散度算符；**b**为外体力。基于虚功原理，可以得到控制方程的弱形式，如下所示：

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{P}) \cdot \delta \mathbf{u} + \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} dV = \int_{\Omega} \mathbf{P} : \delta \nabla \mathbf{u} + \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} dV = 0 \tag{12}$$

式中， $\delta \mathbf{u}$ 表示位移的虚增量。结合式(8)、(9)、(10)，将式(12)进行离散化，可得每个光滑域内的

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}(\mathbf{x}_c)^T \cdot \bar{\mathbf{P}} + \mathbf{b} dV = 0 \tag{13}$$

求解平衡方程等价于求解式(13)中的方程，由于平衡方程是非线性的，故需要对式(13)左侧

进行线性化，以便于构造刚度矩阵：

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}_c)^T \cdot \Delta \bar{\mathbf{P}} = \mathbf{B}(\mathbf{x}_c)^T \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial \bar{\mathbf{F}}} \cdot \Delta \bar{\mathbf{F}} \tag{14}$$

式中：“ $\Delta()$ ”表示增量算符； $\partial \bar{\mathbf{P}}/\partial \bar{\mathbf{F}}$ 项可由式(4)中的四阶张量转化得到。结合式(9)、(13)、(14)可以得到求解方程(11)所需要的刚度矩阵 $\mathbf{K}^{\text{element}}$ 和残差矢量 $\mathbf{R}^{\text{element}}$ ，其表达式分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{\text{element}} &= \sum_{i=1}^{n_{\text{sd}}} \mathbf{B}_i^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}_i V_i, \mathbf{A} = \frac{\partial \bar{\mathbf{P}}}{\partial \bar{\mathbf{F}}} \\ \mathbf{R}^{\text{element}} &= \sum_{i=1}^{n_{\text{sd}}} \mathbf{B}_i^T \cdot \bar{\mathbf{P}} V_i \end{aligned} \tag{15}$$

其中： n_{sd} 表示单元内光滑域的数目； $\mathbf{B}_i$ 表示第*i*个光滑域的 $\mathbf{B}$ 矩阵； V_i 表示第*i*个光滑域的体积。式(15)中的数值积分相比传统的有限元方法不需要进行等参变换，使该数值格式对网格质量的要求较低，并且对网格畸变具有一定的免疫性，从而在模拟大变形问题具有优势。

由于CS-FEM单元刚度矩阵的支撑节点和FEM相同，故而其单元刚度矩阵的组装方式和总体刚度矩阵的带宽和FEM的一致。将式(15)中的单元刚度矩阵 $\mathbf{K}^{\text{element}}$ 和单元残差矢量 $\mathbf{R}^{\text{element}}$ 进行组装可以得到总体刚度矩阵 $\mathbf{K}^{\text{global}}$ 和残差矢量 $\mathbf{R}^{\text{global}}$ ，然后采用牛顿法对位移场进行迭代计算：

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k - [\mathbf{K}_k^{\text{global}}]^{-1} \mathbf{R}^{\text{global}} \tag{16}$$

式中，下标*k*表示迭代步。

2 数值算例

本文基于上述的数值格式，编写了相应的Cell-based光滑有限元程序。为了验证所建立的数值求解格式的有效性，本节采用该程序对几个经典数值算例中的磁致大变形进行了模拟，并与试验结果进行了比较。此外，为了体现CS-FEM相比FEM对畸变网格具有的免疫性，采用畸变网格模拟了硬磁软材料梁的挠曲变形，并比较了两种算法的网格收敛性。本章节选用的材料本构为式(2)给出的Neo-Hookean模型。

2.1 硬磁软材料梁的挠曲变形

本节研究不同长高比的硬磁软材料梁在磁场作用下的挠曲变形。外界磁通量 $\mathbf{B}^{\text{ext}}$ 、残余磁通量 $\tilde{\mathbf{B}}^{\text{r}}$ 的方向以及梁的几何尺寸如图2所示。本文选用两种长高比(AR)的梁： $L=11\text{ mm}$ 、 $H=1.1\text{ mm}$ (AR=10)和 $L=17\text{ mm}$ 、 $H=0.84\text{ mm}$ (AR=20)，梁横截面的宽度恒为5 mm。梁的左端固定，其拉梅常

数 λ 和 μ 分别为7.3 MPa和0.303 MPa。 $\tilde{\mathbf{B}}^{\text{r}}$ 的大小恒为143 mT， $\mathbf{B}^{\text{ext}}$ 的大小从0逐渐增大。

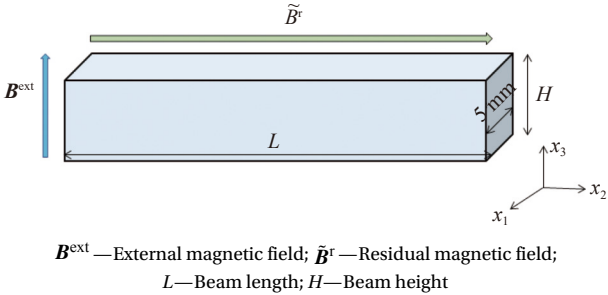


图2 硬磁软材料梁的几何尺寸、外磁场和残余磁场方向
Fig. 2 Geometric size, direction of external magnetic field, and residual magnetic field of hard magnetic soft material beams

Zhao等^[15]基于经典的伯努利梁理论，给出了受磁场作用硬磁软材料梁挠曲位移在小变形下的解析解。对于AR=20的梁，将其划分成不同数量的网格，分别采用CS-FEM和FEM对其位移场进行求解，并且与解析解比较。图3展示了两种算法的数值解随网格数目的增加趋近解析解。比较发现，在相同的网格数目下，CS-FEM数值解的精确性更高。这是由于CS-FEM计算得到的刚度矩阵比FEM小，数值结果更加精确^[16, 23]。

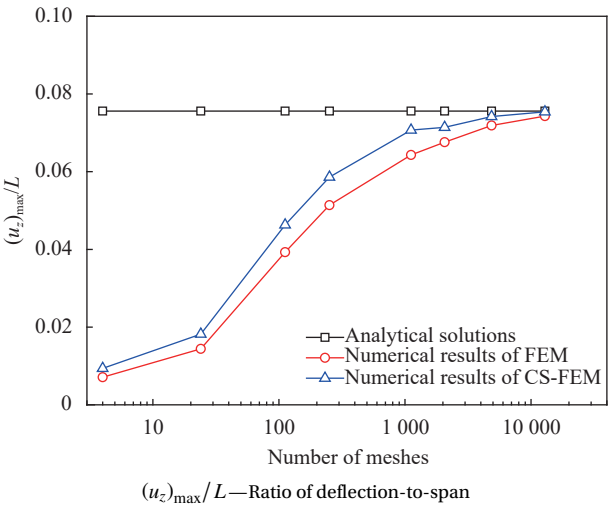


图3 Cell-based光滑有限元和有限元的网格收敛性分析
Fig. 3 Grid convergence analysis of CS-FEM and FEM

对AR=20的梁进行网格划分，如图4(a)所示。图中含有多个畸变单元，基于该网格采用FEM进行计算，雅可比矩阵会发现奇异，最终导致数值发散。现采用CS-FEM进行计算，整体数值求解过程不受畸变网格影响，各个阶段的变形云图如图4(b)~4(d)所示。由此证实CS-FEM相比FEM在对抗网格畸变上具有一定的优势。

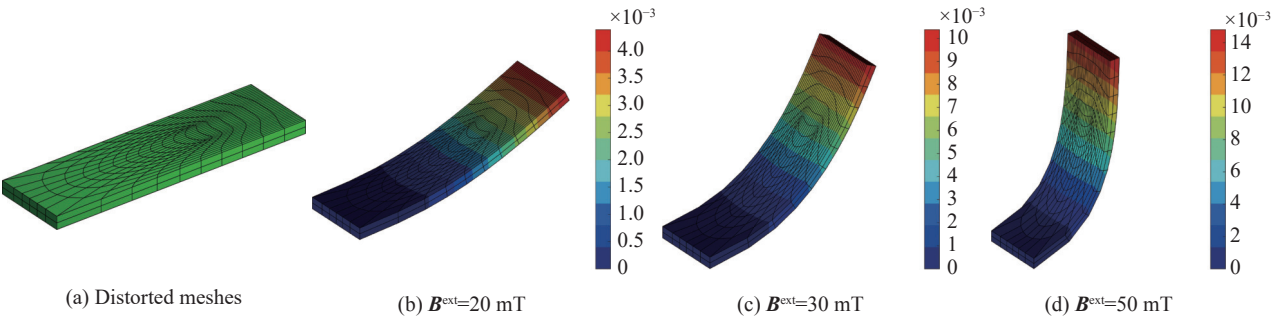


图 4 硬磁软材料梁的畸变网格模型和变形云图
Fig. 4 Mesh model and deformation of hard magnetic soft material beam

根据数值实验，当网格单元的长厚比小于 3 时，可以有效避免剪切自锁。本节采用较为精细的网格对硬磁软材料梁进行离散化建模。图 5 给出了两种长高比的硬磁软材料梁在外部磁通量为 50 mT 时的变形云图。可以发现，硬磁软材料梁在外磁场的激励下发生沿 x_3 轴正方向的挠曲变形，并且 AR 较大的梁将发生更大的挠曲变形。图 6 展示了梁端的挠跨比随无量纲磁场载荷 $10^3 \times |\vec{B}^{\text{ext}}| |\vec{B}^{\text{r}}| / (\mu \mu_0)$ 变化的曲线以及 Zhao 等^[15] 给出的试验结果，本文的计算格式得到的数值结果与试验结果较为接近，具有较高的可信度。

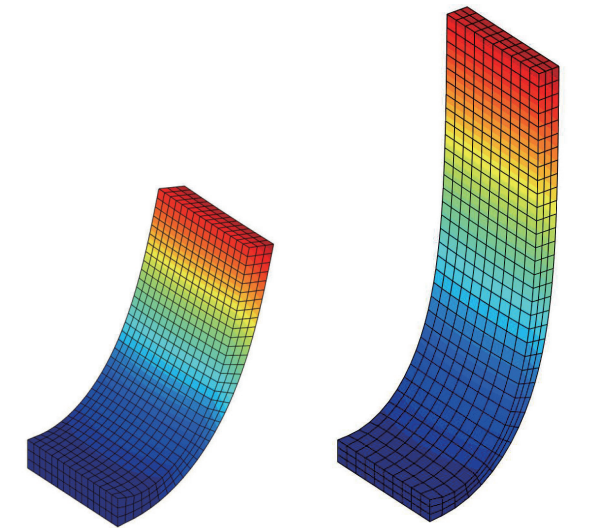
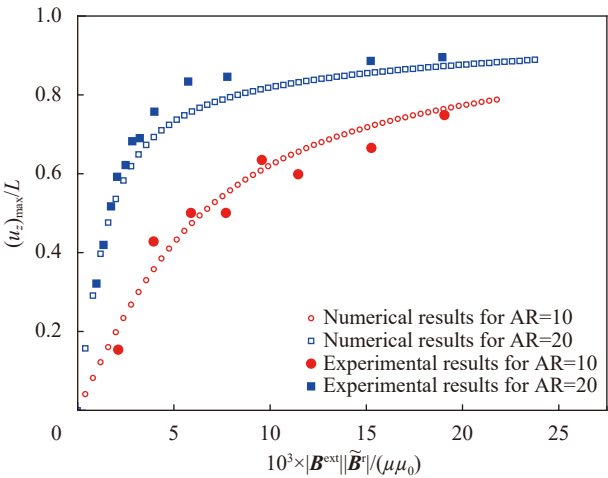


图 5 硬磁软材料梁在外部磁通量为 50 mT 的挠曲变形
Fig. 5 Bending deformation of a hard magnetic soft material beam with an external magnetic flux of 50 mT

2.2 交叉式结构的变形

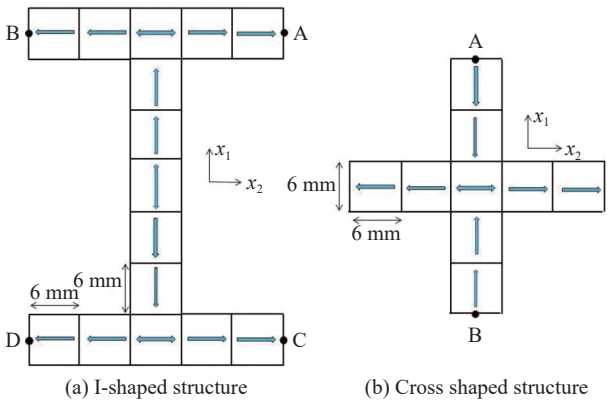
本节模拟两种交叉式结构硬磁软材料在磁场作用下的变形。两种交叉式结构分别由 15 和 9 个 6 mm×6 mm 方格组成，其几何尺寸和内部残余磁

通量方向如图 7 所示。本文选用 I 字形和十字形两种交叉式结构，I 形结构中 A、B、C、D 四点(图 7(a))和十字形结构中 A、B 两点(图 7(b))垂直于 x_1 - x_2 平面的位移被约束。两种结构的材料属性



μ —Lamé constant; μ_0 —Permeability; AR—Length-height ratio
图 6 两种硬磁软材料梁的磁载荷-位移曲线

Fig. 6 Magnetic loading-displacement curves of two kinds of hard magnetic soft material beams



(a) I-shaped structure (b) Cross shaped structure
图 7 交叉结构的几何尺寸、残余磁通量方向
Fig. 7 Geometric size and direction of residual magnetic flux of the cross structure

相同，拉梅常数 λ 和 μ 分别为 3.25 MPa 和 0.135 MPa。 $\vec{B}^r$ 的大小恒为 94 mT， B^{ext} 的大小从 0 逐渐增大，方向为 x_1 - x_2 平面的外法线方向。

图 8、图 9 分别给出了不同外部磁载荷作用下的两种交叉式结果的变形云图以及对应的试验结果^[27]。在图 8 中，受外磁场的激励和结构边界位移的约束，I 字形结构的翼缘和腹板处均发生了挠曲变形，变形程度随外磁场增加而增大，最终

变成图 8(c) 所示的拱门形状。在图 9 中，由于该结构仅有 A、B 两处的节点位移受约束，自由的两端在磁场作用发生弯曲变形，最终呈现图 9(c) 所示的双 U 形状。从图 8、图 9 可以看出，两种结构的数值结果均较好地重现了试验结果中硬磁软材料的变形行为。此外，综合两种结果的残余磁场方向和变形特征可以发现，残余磁场方向突变处的挠曲变形最显著。

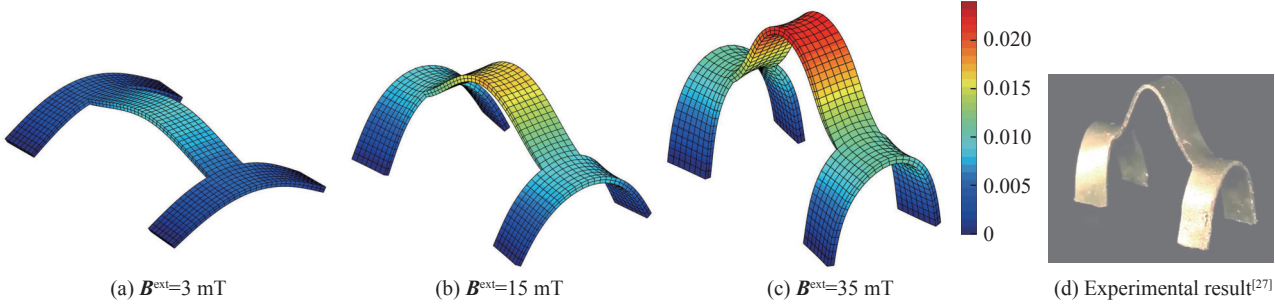


图 8 I 形结构在不同外磁通量下的变形响应和最终试验结果^[27]

Fig. 8 Deformation response of I-shaped structure under different external magnetic fluxes and final experimental result^[27]

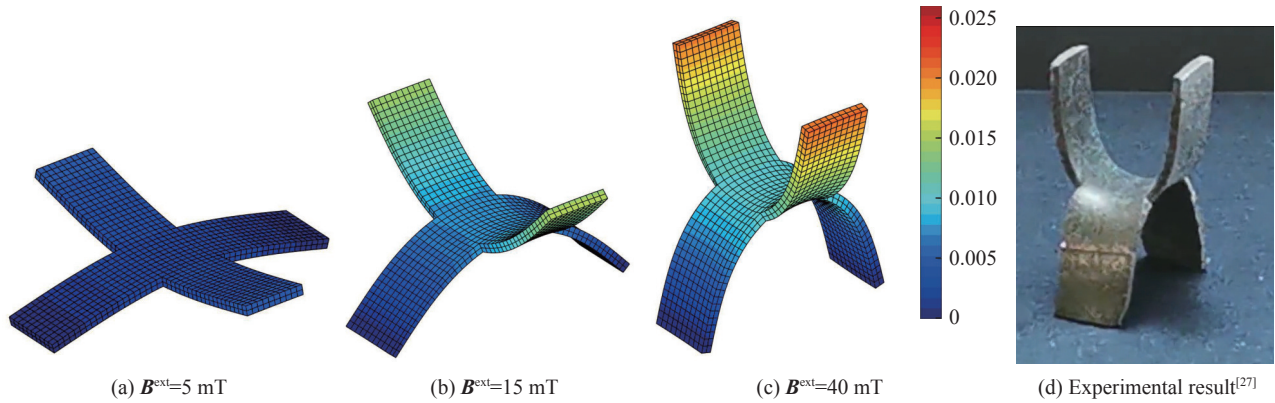


图 9 十字形结构在不同外磁通量下的变形响应和最终试验结果^[27]

Fig. 9 Deformation response of cross shaped structure under different external magnetic fluxes and final experimental result^[27]

2.3 空心硬磁软材料结构的挠曲变形

本节模拟空心硬磁软材料结构在磁场作用下的挠曲变形。该结构由 24 个梯形块组成，其空间分布、单个梯形块的几何尺寸以及残余磁通量的方向如图 10 所示，其厚度为 0.41 mm。该结构中 A-H 八点垂直于 x_1 - x_2 平面的位移被约束。材料的拉梅常数 λ 和 μ 分别为 7.3 MPa 和 0.303 MPa。 $\vec{B}^r$ 的大小恒为 102 mT， B^{ext} 的大小从 0 逐渐增大，方向与 x_1 - x_2 平面的外法线方向相反。

图 11 给出了该结构在外部磁载荷作用下的位移云图以及对应的试验结果^[28]。受约束条件和残余磁场方向分布的影响，残余磁场反向处的位移几乎为 0，而残余磁场方向交汇的拐角处位移最

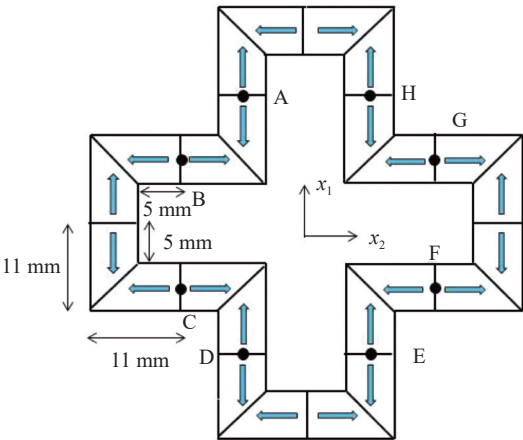
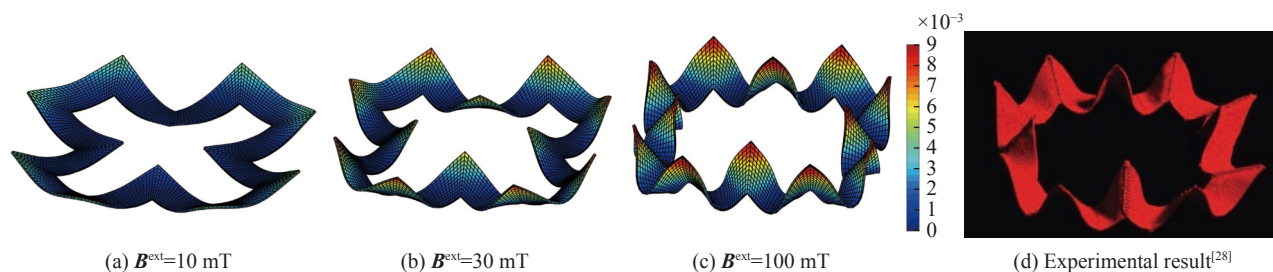


图 10 空心结构的几何尺寸、残余磁通量方向

Fig. 10 Geometric size and direction of residual magnetic flux of the hollow structure

图 11 空心结构在不同外磁通量下的变形响应和最终试验结果^[28]Fig. 11 Deformation response of hollow cross shaped structure under different external magnetic fluxes and final experimental result^[28]

大, 整体结构呈现波浪状的变形特征。模拟得到的变形云图与试验结果^[28]较好地吻合。

3 结论

(1) 基于光滑应变技术的光滑扩展有限元法 (CS-FEM) 数值格式对网格畸变具有一定的免疫性, 求解精度较高, 可以有效地模拟硬磁软材料梁在外磁场作用下的大变形, 可以较为准确地捕捉其磁载荷-弹性响应。

(2) 建立的数值格式可以模拟具有不同残余磁通量分布的硬磁软材料结构在外磁场作用下的变形, 计算得到的变形形态和试验结果吻合较好。

(3) 在不受约束的前提下, 硬磁软材料内部残余磁场方向突变处变形最为明显。

参考文献:

- [1] DADGAR-RAD F, HOSSAIN M. Finite deformation analysis of hard-magnetic soft materials based on micropolar continuum theory[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2022, 251: 111747.
- [2] LUCARINI S, HOSSAIN M, GONZALEZ D, et al. Recent advances in hard-magnetic soft composites: Synthesis, characterization, computational modeling, and applications[J]. *Composite Structures*, 2019, 279: 114800.
- [3] WEN H, SUN Y, LIU R, et al. Reprogrammable magnetization pattern and shape morphing of phase-change magnetic soft composites[J]. *Composites Communications*, 2023, 40: 101618.
- [4] 李茂源, 杨易凡, 程柘, 等. 硬磁软曲梁大变形力学模型[J]. *科学通报*, 2022, 67(34): 4080-4091.
LI Maoyuan, YANG Yifan, CHENG Zhe, et al. A model of hard-magnetic soft curved beams at large deformation[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2022, 67(34): 4080-4091(in Chinese).
- [5] PARK S J, GAZZOLA M, PARK K S, et al. Phototactic guidance of a tissue-engineered soft-robotic ray[J]. *Science*, 2016, 353(6295): 158-162.
- [6] GARCIA-GONZALEZ D, TER-YESAYANTS T, MORENO-MATEOS M A. Hard-magnetic phenomena enable autonomous self-healing elastomers[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2023, 248: 110357.
- [7] 圣宇, 欧兴成, 黄嘉琪, 等. 3D 打印磁控柔性抓手[J]. *复合材料学报*, 2023, 40(5): 2670-2679.
SHENG Yu, OU Xingcheng, HUANG Jiaqi, et al. 3D printing magnetic soft gripper[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2023, 40(5): 2670-2679(in Chinese).
- [8] ZHANG S, BELLINGER A M, GLETTIG D L, et al. A pH-responsive supramolecular polymer gel as an enteric elastomer for use in gastric devices[J]. *Nature Materials*, 2015, 14: 1065-1071.
- [9] KIM C C, LEE H H, OH K H, et al. Highly stretchable, transparent ionic touch panel[J]. *Science*, 2016, 353(6300): 682-687.
- [10] XIA L, HU Z, SUN L, et al. Multiscale numerical modeling of magneto-hyperelasticity of magnetorheological elastomeric composites[J]. *Composites Science and Technology*, 2022, 224(33): 109443.
- [11] YANG Y, LI M, XU F. A 3D hard-magnetic rod model based on co-rotational formulations[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2022, 38: 222085.
- [12] LIU J T, YANG Y F, LI M Y, et al. A meshfree model of hard-magnetic soft materials[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 258(15): 108566.
- [13] 刘俊廷, 杨易凡, 李茂源, 等. 硬磁软材料的三维无网格模型[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2024, 54(6): 63-73.
LIU Junting, YANG Yifan, LI Maoyuan, et al. A 3D meshfree model of hard-magnetic soft materials[J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2024, 54(6): 63-73(in Chinese).
- [14] CHEN W, WANG L, YAN Z, et al. Three-dimensional large-deformation model of hard-magnetic soft beams[J]. *Composite Structure*, 2021, 266: 113822.
- [15] ZHAO R, KIM Y, CHESTER A S, et al. Mechanics of hard-magnetic soft materials[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2019, 124: 244-263.
- [16] WANG L, KIM Y, GUO G F, et al. Hard-magnetic

elastica[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2020, 142: 10404.

[17] NARAYANAN P, PRAMANIK R, AROCKIARAJAN A. Micromechanics-based constitutive modeling of hard-magnetic soft materials[J]. *Mechanics of Materials*, 2023, 184: 104722.

[18] ZENG W, LIU G R. Smoothed finite element methods (S-FEM): An overview and recent developments[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2018, 25(2): 397-435.

[19] LIU G, NGUYEN T, DAI K, et al. Theoretical aspects of the smoothed finite element method (SFEM) [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2007, 71(8): 902-930.

[20] LIU G R, DAI K, NGUYEN-THOI T. A smoothed finite element method for mechanics problems[J]. *Computational Mechanic*, 2007, 39: 859-877.

[21] NGUYEN-THOI T, LIU G, DAI K, et al. Selective smoothed finite element method[J]. *Tsinghua Science and Technology*, 2007, 12(5): 497-508.

[22] NGUYEN-THOI T, PHUNG-VAN P, RABCZUK T, et al. Free and forced vibration analysis using then-sided polygonal cell-based smoothed finite element method (nCS-FEM)[J]. *International Journal of Computational Methods*, 2013, 10(1): 43-51.

[23] 蔡斌, 周立明. 非均匀材料界面裂纹的 Cell-Based 光滑有限元法 [J]. 复合材料学报, 2017, 34(1): 175-182.

CAI Bin, ZHOU Liming. Research on cell-based smoothed finite element method of inhomogeneous material interface crack[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2017, 34(1): 175-182(in Chinese).

[24] 周立明, 蔡斌, 孟广伟, 等. 含裂纹压电材料的 Cell-Based 光滑扩展有限元法 [J]. 复合材料学报, 2016, 33(4): 929-938.

ZHOU Liming, CAI Bin, MENG Guangwei, et al. Cell-based smoothed extended finite element method for piezoelectric materials with cracks[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2016, 33(4): 929-938(in Chinese).

[25] ZHOU L M, LI M, CAI Y, et al. The multi-physic cell-based smoothed finite element method for dynamic characterization of magneto-electro-elastic structures under thermal conditions[J]. *Composite Structures*, 2020, 240: 112045.

[26] ZHOU L M, REN S, MA Z. A valid inhomogeneous cell-based smoothed finite element model for the transient characteristics of functionally graded magneto-electro-elastic structures[J]. *Composite Structures*, 2019, 208(15): 298-313.

[27] KUANG X, WU S, ZE Q, et al. Magnetic dynamic polymers for modular assembling and reconfigurable morphing architectures[J]. *Advanced Material*, 2021, 33(30): 2102113.

[28] KIM Y, YUK H, ZHAO R, et al. Printing ferromagnetic domains for untethered fast-transforming soft materials[J]. *Nature*, 2018, 558: 274-279.