



连续纤维增强聚合物基体复合材料多轴疲劳研究进展

曹端兴 杨洋 陈新文 祝赫 李少林 石多奇 齐红宇

Research progress on multiaxial fatigue of continuous fiber reinforced polymer matrix composite

CAO Duanxing, YANG Yang, CHEN Xinwen, ZHU He, LI Shaolin, SHI Duoqi, QI Hongyu

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20231127.003>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

γ 辐照对GFRP拉-拉疲劳性能的影响

Effects of γ irradiation on fatigue properties of GFRP

复合材料学报. 2017, 34(10): 2240–2245 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170531.004>

复杂面内应力状态下平面编织高铝纤维增强氧化铝基复合材料强度及疲劳寿命预测方法

Prediction of strength and fatigue life for 2D plain-woven high-alumina fiber reinforced alumina matrix composites under a complex in-plane stress state

复合材料学报. 2021, 38(11): 3785–3798 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210202.001>

基于频率变化预测玻璃纤维增强树脂复合材料层合板的剩余疲劳寿命

Prediction of remaining fatigue life of glass fiber reinforced polymer laminates based on frequency change

复合材料学报. 2021, 38(10): 3323–3337 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20201215.010>

碳纤维增强树脂基复合材料组分疲劳强度表征

Characterization of the constituent fatigue strength of carbon fiber reinforced polymer composite

复合材料学报. 2018, 35(2): 356–363 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170420.003>

单向碳/碳复合材料拉-拉疲劳寿命及剩余强度预测模型

Model for predicting tension-tension fatigue life and residual strength of unidirectional carbon/carbon composites

复合材料学报. 2018, 35(8): 2293–2301 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20171115.004>

复合材料高周弯曲疲劳试验与寿命预测

High-cycle bending fatigue and life prediction of composite materials

复合材料学报. 2018, 35(12): 3407–3414 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180319.007>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20231127.003

连续纤维增强聚合物基体复合材料多轴疲劳研究进展



分享本文

曹端兴^{1,2}, 杨洋³, 陈新文³, 祝赫^{1,2}, 李少林^{1,2}, 石多奇^{1,2}, 齐红宇^{*1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191; 2. 北京航空航天大学 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191; 3. 中国航发北京航空材料研究院 航空材料检测与评价北京市重点实验室, 北京 100191)

摘要: 目前连续纤维增强聚合物基体复合材料在航空航天等领域具有广泛应用, 其在使用过程中会处于复杂的多轴应力状态, 且载荷形式大多为疲劳载荷, 因而有必要对复合材料多轴疲劳问题进行研究。目前对于复合材料多轴疲劳的研究主要分为三方面: 不同试样的多轴疲劳行为研究; 多轴疲劳行为影响因素; 多轴疲劳寿命预测方法。其中复合材料多轴疲劳试验研究可按试样形式分为管状试样、十字型试样以及板状试样多轴疲劳试验, 以十字型和管状试样试验最为常见。讨论了多轴疲劳载荷下堆叠顺序、多轴度、载荷加载方式等因素对复合材料多轴疲劳强度的影响。对于复合材料双轴疲劳寿命预测方法, 主要分为唯象模型与非经典模型, 这与单轴疲劳寿命预测方法存在类似之处, 但并未考虑双轴疲劳载荷下的损伤演化以及控制最终失效的损伤机制。本文概述了纤维增强复合材料的多轴疲劳研究进展, 对多轴疲劳的 3 个方面进行了详细介绍, 通过对现有研究结果的总结与分析, 提出了复合材料多轴疲劳后续研究的展望。

关键词: 纤维增强复合材料; 多轴疲劳; 多轴应力比; 疲劳行为; 疲劳寿命模型

中图分类号: TB332 文献标志码: A 文章编号: 1000-3851(2024)09-4654-19

Research progress on multiaxial fatigue of continuous fiber reinforced polymer matrix composite

CAO Duanxing^{1,2}, YANG Yang³, CHEN Xinwen³, ZHU He^{1,2}, LI Shaolin^{1,2}, SHI Duoqi^{1,2}, QI Hongyu^{*1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. Beijing Key Laboratory of Aero-engine Structure and Strength, Beihang University, Beijing 100191, China; 3. Beijing Key Laboratory of Aeronautical Materials, AECC Beijing Institute of Aeronautical Materials, Beijing 100191, China)

Abstract: Currently, continuous fiber-reinforced polymer matrix composite find extensive applications in aerospace and various other industries. These materials undergo intricate multiaxial stress states during usage, with a predominant presence of fatigue loads. Consequently, delving into the multiaxial fatigue study of composite materials becomes imperative. Research on the multiaxial fatigue of composite materials is presently categorized into three primary domains: Exploration of multiaxial fatigue behavior across different specimens, identification of factors influencing such behavior, and the development of multiaxial fatigue life prediction methods. The investigation into multiaxial fatigue testing of composite materials encompasses tube-shaped, cross-shaped, and plate-shaped specimens. Among these, cross-shaped and tube-shaped specimen tests are the most prevalent. The impact of factors such as stacking sequence, multiaxial degree, and load loading methods on the multiaxial fatigue strength of composite materials under varying multiaxial fatigue loading conditions are discussed in this article. Concerning the prediction of biaxial fatigue life in composite materials, available methods predominantly consist of pheno-

收稿日期: 2023-11-01; 修回日期: 2023-12-07; 录用日期: 2023-12-20; 网络首发时间: 2023-12-28 13:53:51

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20231127.003>

基金项目: 国家科技重大专项 (2017-IV-0007-0044)

National Science and Technology Major Project (2017-IV-0007-0044)

通信作者: 齐红宇, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为非均匀材料结构的强度、寿命以及可靠性分析和航空绿色能源适航安全性等

E-mail: qhy@buaa.edu.cn

引用格式: 曹端兴, 杨洋, 陈新文, 等. 连续纤维增强聚合物基体复合材料多轴疲劳研究进展 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(9): 4654-4672.

CAO Duanxing, YANG Yang, CHEN Xinwen, et al. Research progress on multiaxial fatigue of continuous fiber reinforced polymer matrix composite[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(9): 4654-4672(in Chinese).

menological models and non-classical models. While akin to uniaxial fatigue life prediction methods, these models overlook damage evolution under biaxial fatigue loads and the damage mechanisms controlling final failure. A comprehensive overview of the progress in researching multiaxial fatigue of fiber-reinforced composite materials is furnished, and an in-depth introduction is provided for the three dimensions of multiaxial fatigue. Through the synthesis and analysis of existing research findings, prospective directions for future research on multiaxial fatigue in composite materials are discussed.

Keywords: fiber reinforced composite; multiaxial fatigue; multiaxial stress ratio; fatigue behavior; fatigue life model

连续纤维增强聚合物基体复合材料(Fiber reinforced polymer, FRP)具有密度低、比强度高和总体性能优异的优点，在航空航天、海洋和汽车工业中有广泛的应用^[1]。FRP是以有机聚合物为基体，以碳纤维、玻璃纤维、玄武岩纤维或者芳纶纤维等纤维增强的复合材料，其中以碳纤维和玻璃纤维增强的复合材料为主。目前复合材料使用比例也成为衡量航空航天结构优化性的主要标志之一^[2]。复合材料可用于一系列飞机部件和结构，包括机身、前锥体、机翼蒙皮和翼梁、整流罩和副翼、尾翼以及风扇叶片等发动机部件。如GE公司将复合材料应用于商用发动机的多个主要部件上，如风扇、机匣等，将复合材料应用到风扇叶片上，不仅达到了明显的减重效果，而且提高了发动机的运转效率。可见，在提高各结构件的轻质化和高性能化方面，复合材料的应用起着至关重要的作用^[3]。

目前树脂基复合材料的应用越来越广泛，其性能要求也越来越高，工程结构部件中复合材料所需的持续性能要求制定安全可靠的设计规则，特别是当部件在使用过程中受到复杂的多轴应力状态时^[4]。为了开发复合材料疲劳性能评估方法，已经广泛研究了FRP在单轴循环应力状态下的响应。尽管这些方法尚未完全开发，但在许多情况下，单轴载荷下疲劳损伤的演变已经得到了合理解释^[5-7]。由于真实载荷的复杂性以及载荷方向和强度的可变性，多轴载荷下的疲劳行为在结构部件设计中很重要，但对其进行的研究却较少。

为了追求轻量化的同时又能保证刚度和强度需求，飞机结构开始广泛使用FRP。与铝制材料不同，FRP对面内疲劳载荷具有很高的抵抗力，但它们在平面外疲劳载荷下的疲劳性能显著降低^[8]。而飞机结构需要在多轴情况下预测面内疲劳载荷下的性能，由于它们将经历复杂的载荷条件，其中航空发动机在运行过程中就处于多状态多种载荷的环境，载荷条件十分复杂且多样化。发动机

风扇叶片是在离心应力叠加振动应力的多轴比例加载的疲劳载荷下破坏^[9]，涡轮叶片的寿命考核部位处于多轴非比例加载状态^[10]，且主应力方向在循环载荷下可能会变化。因此，本文对FRP在面内多轴载荷下的疲劳行为进行了概述，这对于预测FRP结构的疲劳寿命有着重要意义。

对于FRP多轴疲劳的研究可追溯到20世纪70年代，但该方面的研究受限于材料特性和加载方式，其中材料特性包括纤维/基体种类、材料编织方式和成型工艺等，加载条件包括多轴应力比、相位角、循环应力比和试验环境等，多种因素导致FRP多轴疲劳研究结果较多且结论存在差异。为了对这一领域的研究进行归纳并进一步明确未来的研究方向，本文对FRP的多轴疲劳性能研究进行了概述。该综述基于该领域学者的试验结果以及来自广泛的相关文献调查的结果，讨论了FRP多轴疲劳行为和适用于这类材料的一些寿命预测模型，分析了现存疲劳寿命模型的不足，并提出了对后续研究方向的展望。

1 不同形式试样的复合材料多轴疲劳行为研究

1.1 参数定义

由于纤维增强树脂基复合材料是由多种材料复合而成的，其力学性能具有各向异性，即使在单轴载荷下，复合材料部件中也始终存在多轴应力状态。这一现象表明，若按照应力状态分类可以确定两种不同的多轴条件：由材料各向异性产生的局部(固有)多轴性和由外加载荷引起的全局(外部)多轴性^[11]。由于复合材料单轴载荷下的多轴应力研究已有大量成果，故本节主要考虑的是第二种情况。倘若按照加载方式分类，由于加载的多种载荷相位角可以存在差异，故存在相位角一致时的比例加载多轴疲劳和相位角不一致时的非比例加载多轴疲劳。

在开始讨论之前，有必要定义多轴疲劳问题的参考框架和应力参数，这些参数后续将用于量化多

轴度以及描述和分类疲劳数据。图 1 显示了 3 种可能的外部循环载荷条件：板的单轴拉伸载荷、管状试样的拉伸扭转载荷和十字型试样的拉伸载荷。

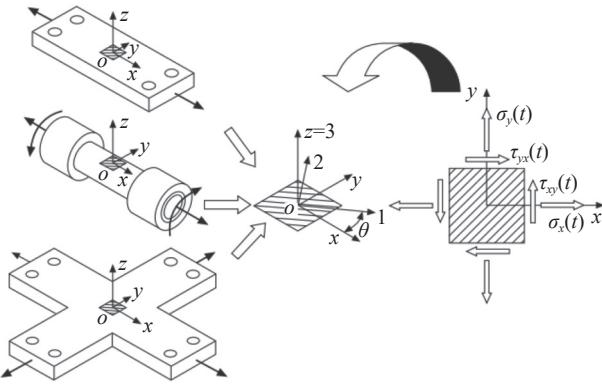


图 1 载荷条件、局部(材料)和结构(几何)坐标系
Fig. 1 Load conditions, local (material) and structural (geometric) coordinate systems

一般情况下疲劳载荷为正弦波载荷，其中 3 个应力分量的时间变化由下式给出：

$$\begin{aligned}\sigma_x(t) &= \sigma_{x,m} + \sigma_{x,a} \sin(\omega t) \\ \sigma_y(t) &= \sigma_{y,m} + \sigma_{y,a} \sin(\omega t - \delta_{y,x}) \\ \tau_{xy}(t) &= \tau_{xy,m} + \tau_{xy,a} \sin(\omega t - \delta_{xy,x})\end{aligned}\quad (1)$$

其中： ω 是角速度； $\delta_{y,x}$ 和 $\delta_{xy,x}$ 分别是 $\sigma_y(t)$ 和 $\sigma_x(t)$ 之间以及 $\tau_{xy}(t)$ 和 $\sigma_x(t)$ 之间的相位差。在适当的张量变换后，在材料坐标系中应力可表示如下：

$$\begin{aligned}\sigma_1(t) &= \sigma_{1,m} + \sigma_{1,a} \sin(\omega t) \\ \sigma_2(t) &= \sigma_{2,m} + \sigma_{2,a} \sin(\omega t - \delta_{2,1}) \\ \sigma_6(t) &= \sigma_{6,m} + \sigma_{6,a} \sin(\omega t - \delta_{6,1})\end{aligned}\quad (2)$$

为了测量外部载荷的多轴度，可以引入根据几何应力分量的幅值计算的双轴比：

$$\begin{aligned}\lambda_C &= \frac{\sigma_{y,a}}{\sigma_{x,a}} \\ \lambda_T &= \frac{\tau_{xy,a}}{\sigma_{x,a}}\end{aligned}\quad (3)$$

上述这些参数并不完全代表作用在局部水平上的应力场的多轴度，而是可以通过根据应力幅值 $\sigma_{1,a}$ 、 $\sigma_{2,a}$ 和 $\sigma_{6,a}$ 计算的双轴比来更有效地量化：

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{\sigma_{2,a}}{\sigma_{1,a}} \\ \lambda_2 &= \frac{\sigma_{6,a}}{\sigma_{1,a}} \\ \lambda_{12} &= \frac{\sigma_{6,a}}{\sigma_{2,a}}\end{aligned}\quad (4)$$

1.2 多轴疲劳行为研究

目前对于复合材料多轴疲劳的研究主要是集中于双轴疲劳研究。Found^[12] 关于多轴疲劳试验以及 Chen 等^[13] 关于试验结果的综述中讨论了在复合材料层压板中实现双轴应力状态的方法：(1) 管状试样上的轴向载荷和内部压力；(2) 管状或棒材试样上的拉伸/扭转、拉伸/弯曲或弯曲/扭转载荷；(3) 十字型试样上的拉/拉载荷；(4) 板上的双轴弯曲。其中，十字型和管状试样的试验在已发表的结果中最为常见。

1.2.1 复合材料管状试样双轴疲劳行为研究

目前对于管型试件进行的疲劳试验主要是拉/压-扭转和拉/压-内压双轴疲劳试验，这种载荷形式容易导致试样厚度方向上应力分布不均匀，但尚未有关于管型试样厚度方向上应力分布不均匀对疲劳性能的影响研究，故综述并未讨论厚度方向上应力梯度的影响。

部分学者对复合材料双轴疲劳载荷下的剩余刚度进行了研究。Fuj 等^[14] 对平纹编织玻璃纤维增强复合材料(Glass fiber reinforced polymer, GFRP)管件进行拉-扭疲劳试验时发现，当纤维方向与加载方向不平行时，在正剪切载荷的作用下，当纤维偏转角度增大时，轴向刚度降低，而在负剪切载荷作用下，当纤维偏转角减小时，轴向刚度增大，因此，在周期性拉-扭载荷作用下会得到两条/三条应力-应变曲线。相比二维编织管，Gude 等^[15] 则对三维针织管型玻璃纤维复合材料试件进行了单轴拉压、扭转和拉/压-扭双轴疲劳试验，研究了轴向剩余刚度和剪切剩余刚度随循环次数的变化关系。结果表明，拉伸和扭转循环载荷作用下，试件的拉伸剩余刚度和剪切剩余刚度均随着循环次数的增加而降低；而在试件断裂之前，试件的轴向压缩剩余刚度随循环次数的增加基本保持不变。

复合材料管件承受双轴疲劳载荷下的失效形式和疲劳强度及寿命也值得研究。Ellyin 等^[16] 对缠绕角为 $[\pm 66_4/0/\pm 66_3/0/\pm 66_3/0/\pm 66_5]$ 的 GFRP 管型试件进行了多轴疲劳试验，双轴载荷为内压和轴向载荷，其中内压通过向试样内部注入液压油来施加，试件以平行于 $\pm 66^\circ$ 的基体开裂失效；当周向应力/轴向应力为 2.5/1 时，失效形式依赖于应力的大小，当周向应力大于 127 MPa 时，以基体开裂和分层损伤失效，当周向应力小于 127 MPa

时，以分层损伤失效；在周向应力作用下，随着应力增大损伤形式从单纯的基体开裂发展为分层和针孔型破裂。Schmidt 等^[17]对铺层形式为 [0/45/90/-45] 的玻璃纤维增强复合材料层合管件进行了 8.4 J 和 14 J 能量的冲击，对冲击后的试件和无损伤试件进行了拉-扭疲劳试验，并采用热成像仪、高速拍照和空气耦合导波监测了疲劳过程中的损伤扩展过程，研究结果表明，相同应力比下，冲击能量严重降低了管件的疲劳强度；载荷循环次数相同时，不含损伤试件的剩余强度降低率高于含损伤试件；不含损伤试件的裂纹密度高于含损伤试件。

对管状试样的众多双轴疲劳试验研究进行调研发现剪切载荷对于其疲劳行为的影响较大。Quaresimin 等^[18]对大量的双轴疲劳试验结果进行分析时指出：(1) 剪切应力比(剪切应力幅值与轴向正应力幅值的比值)严重影响复合材料的疲劳寿命，剪切应力越大，疲劳寿命越短；(2) 在压缩应力与剪切应力的联合作用下，复合材料的疲劳寿命严重降低；(3) 双轴载荷相位角因材料的不同可能对复合材料的疲劳寿命产生不利或有利的影响。其中第一个研究结论与 Limonov 等^[19]对 [0]₁₀ 编织玻璃纤维/环氧树脂管在循环剪切和压缩载荷下的疲劳行为研究结果相符，如图 2 所示，结果表明随着剪切应力的增加，疲劳强度显著降低：当施加的剪切应力为强度值的 55% 时， 2×10^6 次循环的参考疲劳强度降低约 25%。对于较高的

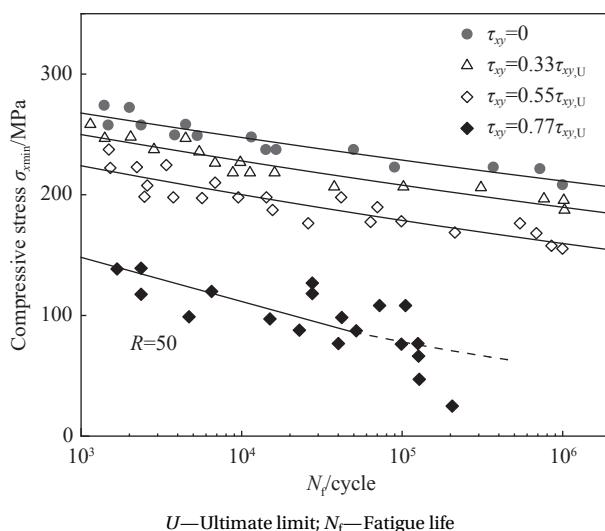


图 2 静态剪切对铺层角度为 [0]₁₀ 的玻璃纤维/环氧树脂管抗压疲劳强度的影响^[19]

Fig. 2 Effect of static shear on compressive fatigue strength of glass fiber/epoxy resin pipes with a ply angle of [0]₁₀^[19]

剪切应力水平，学者将最可能的失效原因归因于蠕变效应。

对于压缩载荷和剪切载荷共同作用导致对疲劳寿命的不利影响也有研究学者证实。Quaresimin 等^[20]对铺层形式为 [90]_n、[0_F/90_{U,3}] 和 [0_F/90_{U,3}/0_F] 的玻璃纤维复合材料管型试件进行了不同双轴应力比和循环应力比的拉-扭疲劳试验(图 3)，并采用红外摄像机监测 90° 层中裂纹的萌生与扩展。试验结果表明，当轴向载荷不变时，随着剪切载荷的增大，90° 层的裂纹萌生寿命急剧下降，裂纹扩展速率也随着剪切载荷的增大而增大。

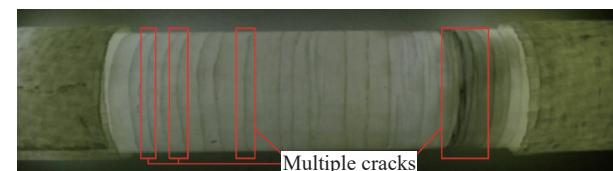


图 3 [0_F/90_{U,3}] 铺层的玻璃纤维复合材料管件的多重裂纹^[20]
Fig. 3 Multiple cracks in layered glass fiber composite pipe fitting with a ply angle of [0_F/90_{U,3}]^[20]

Anderson 等^[21]研究了 [±30/90]_S 芳纶纤维/环氧树脂 (Aramid fiber reinforced polymer, AFRP) 管在循环拉伸或压缩载荷与扭转载荷组合下的疲劳强度。他们发现在主要为轴向载荷结合小扭转分量的情况下，管件在拉伸情况下稍微提高了疲劳强度，而在压缩情况下则降低了疲劳强度。类似地，当主要施加的是扭转载荷时，少量轴向载荷在拉伸时有轻微的有利影响，在压缩时有不利影响。

Qi 等^[22]对缠绕玻璃纤维/环氧树脂管在循环拉伸扭转载荷的结果也间接表明了压缩和剪切组合的不利影响。在交变载荷 ($R=-1$)、 $\lambda_T = 0.5$ 条件下测试的管件的疲劳强度显著低于脉动载荷 ($R=0$) 下的疲劳强度 ([±35]、[±50] 和 [±70] 管件分别降低约 50%、25% 和 10%)。Fujii 等^[23]对编织玻璃纤维/聚酯管在脉动拉伸结合脉动或交变扭转载荷下的测试结果也证实了这一结论。在交变扭转载荷、 $\lambda_T = 0.33$ 的情况下，疲劳强度比脉动扭转载荷下的疲劳强度降低约 40%。这些示例清楚地表明了压缩和剪切组合的有害影响。

1.2.2 复合材料十字型试样双轴疲劳行为研究

尽管对于复合材料管型试件的研究较多，但事实上，对于厚度方向上应变的标称恒定性来说，十字型试样测试是优选的，形如图 4 所示，但执行起来较为复杂，并且试样很难设计和制造^[24-26]。此外，通过测试十字型样品，难以诱发全局剪切

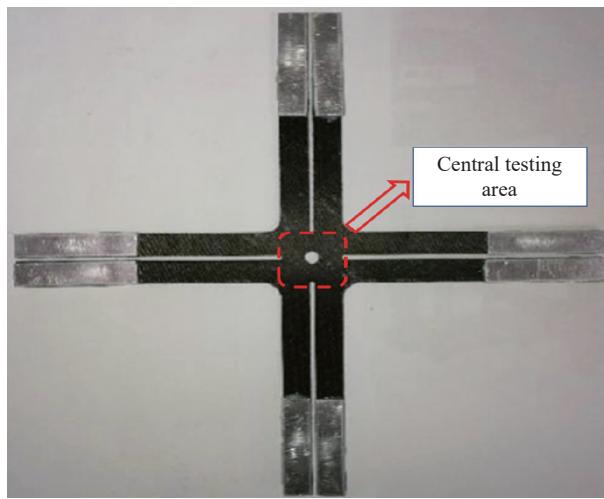


图 4 十字型实物试样

Fig. 4 Cross shaped physical sample

应力，因此只能对管型试样施加扭转载荷。这些原因解释了在十字型试样上进行的疲劳试验研究数量有限^[24, 27]，下文列举了为数不多的一些针对十字型试样的典型双轴载荷试验研究结果，其中包括一些静力学行为研究，将静力学行为与疲劳行为进行对比并改进双轴疲劳试验方案具有重要意义。

Lamkanfi 等^[28]对采用双圆弧连接两加载臂的玻璃纤维增强十字型复合材料试件进行了静拉伸试验和三维有限元分析，对双轴加载应变分布及破坏区域进行了预测，并发现在加载臂连接倒角区域、中心测试区与加载臂的连接区域存在明显的应变集中现象，试验结果发现，初始裂纹产生于中心测试区与加载臂的连接区域，中心测试区破坏并不明显。

Moreno 等^[29]同样对短切碳纤维增强复合材料十字型试件进行了双轴载荷作用下的试验研究和有限元仿真分析，拟合了其在拉-拉疲劳载荷下的强度包络线，也发现裂纹较易萌生于加载臂连接处的外倒角区域即中心测试区与加载臂的连接区域。

蔡登安等^[30]对不同厚度比和不同加载臂宽度的纤维增强复合材料十字型试件在不同载荷条件下的应力分布进行了有限元分析，设计出一种优化的十字型试件并成功完成不同双轴拉伸载荷比下的试验研究，通过对分析不同载荷比对材料拉伸模量及拉伸强度的影响，发现双轴拉伸模量会随载荷比的增大而增大，而材料的拉伸强度存在一定的降低。

徐传奇^[31]对铺层形式为 $[45/0/-45/90]_{2s}$ 的开孔十字架型及长方型复合材料层合板件为试验研究对象，开展双轴拉伸静强度及疲劳试验，试验结果表明：在比例加载下，同一应力水平下，双轴拉—拉疲劳寿命要远小于单轴拉—拉（双轴加载比为 0）疲劳寿命；在非比例加载下，相同加载比下相位角对双轴拉—拉疲劳寿命的影响较小，一般地，在同一应力水平下， 0° 非比例加载下的疲劳寿命小于 45° 非比例加载下的疲劳寿命，而 45° 非比例加载下的疲劳寿命小于 90° 非比例加载下的疲劳寿命。

可以看出，对于十字型试样其连接区域会出现应力集中现象且无法彻底避免，因此双轴疲劳载荷下试样的初始破坏常会发生在连接区域等因几何突变造成应力集中的位置，无法确保试验断裂发生在中心测试区。

1.2.3 复合材料板件试样双轴疲劳行为研究

平板双轴弯曲或拉弯组合是一些人为用来在平面试样中产生双轴应力的方法，尽管在这种试样和载荷条件下进行的工作非常有限，但它仍然是一种潜在的试验方式，可以在试验环境中使平板试样处于全局多轴应力状态。

Irwin 等^[32]研究了玻璃纤维增强聚酯复合材料层压板在双轴弯曲静态和疲劳载荷下的行为，以评估其是否适合用作铺路材料。试验是在圆形板试样上进行的，该试样承受着带有全方位夹紧支撑的中心横向载荷，加载示意图如图 5 所示。在给定的疲劳载荷下，其发现疲劳过程中试样的挠度会增加，且挠度增加速率会因树脂种类改变而变化。由此可知，在双轴弯曲疲劳载荷中，影响树脂性能的因素可能会影响层压板的双轴弯曲疲劳性能。Tsangarakis 等^[33]在 $[0/90]_4$ 铺层的碳化硅连续纤维增强铝基复合材料上进行了双轴弯曲试验，他们采用了与上述类似的试样，即一块板材一侧周向固定，另一侧的中心有横向静态或循环载荷。研究发现纤维断裂和基体裂纹的组合是静态载荷下的失效模式，而在循环载荷下，发现纤

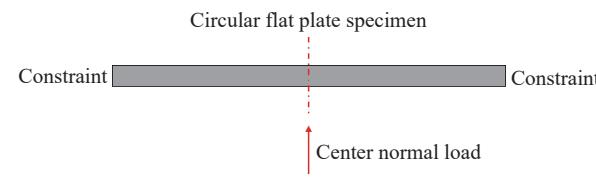


图 5 复合材料圆板双轴弯曲试验加载示意图

Fig. 5 Schematic diagram of loading for biaxial bending test of composite circular plates

维断裂是主要的失效形式且破坏时表面主应变的极限值会随着循环数增加而降低，这与板的承载能力的降低相对应。

国内学者^[34]借鉴金属拉弯复合疲劳试验方法搭建了一种可对哑铃型平板试样施加拉弯复合疲劳载荷的试验系统，通过万能试验机通过尼龙带对试样施加拉伸疲劳载荷，利用激振器配合功率放大器施加弯曲疲劳载荷，成功对板件试样进行拉弯双轴疲劳试验，但并未对其疲劳失效行为进行研究。

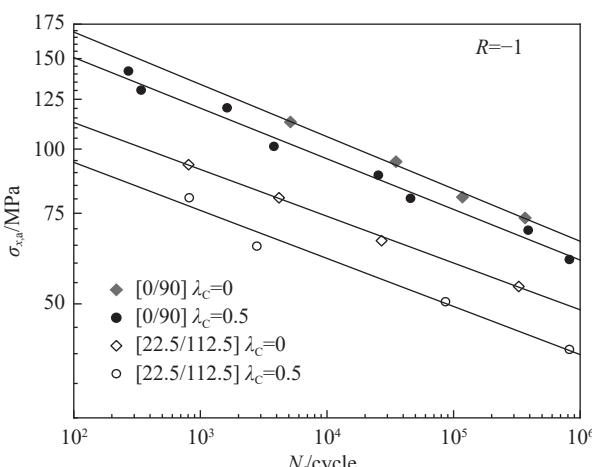
2 多轴疲劳行为影响因素和损伤演化分析

2.1 多轴疲劳行为影响因素

已经发表的研究表明复合材料多轴疲劳行复杂性较大，几个设计参数可以对 FRP 的多轴疲劳强度产生重大影响，这也从前一章的参数定义中可以看出，多轴疲劳的研究需要关注多个参数的影响。根据现有数据，讨论了堆叠顺序和偏轴角度、多轴度、载荷加载方式和其他因素对多轴疲劳行为的影响^[35-36]。下面将分别讨论这些因素对多轴疲劳行为的影响。

2.1.1 堆叠顺序和偏轴角度的影响

在分析堆叠顺序和偏轴角度的影响时，对于交叉层压板和角层压板，这两个参数具有相同的含义，仅取决于的坐标系。图 6 显示了 Smith 等^[27]在拉伸循环载荷下测试编织玻璃纤维/聚酯十字型试样的结果。用几何应力表示的数据表明，偏轴角对单轴载荷下的行为有明显的影响且与多轴度

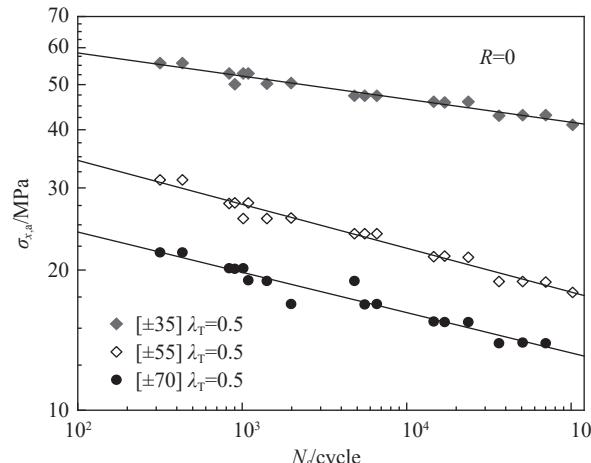


λ_c—Biaxial normal stress ratio calculated by equation (3); σ_{x,a}—Stress amplitude in the x direction; R—Stress ratio

图 6 拉伸载荷下偏轴角对玻璃纤维/聚酯十字型试样疲劳强度的影响^[27]

Fig. 6 Effect of off-axis angle on fatigue strength of glass fiber/polyester cross shaped specimens under ten-sile load^[27]

无关，[22.5/112.5] 试样的疲劳强度低于铺层试样 [0/90] 的疲劳强度。同样的情况可以在图 7 中观察到^[22]，对于拉伸/扭转载荷下测试的 3 种铺层顺序的缠绕玻璃纤维/环氧树脂管，铺层角度分别为 [±35]、[±55] 和 [±70]，即偏轴角度逐渐增加，其中 [±35] 疲劳强度最大，而 [±70] 层板的疲劳强度最小，可知偏轴角的增加导致疲劳强度的降低。此处考虑的偏轴角度对复合材料疲劳行为的影响主要是针对单轴载荷产生多轴应力的场景，研究结果较多，本节不再一一列举，研究结论可归纳为偏轴角度增加会导致疲劳强度的降低。



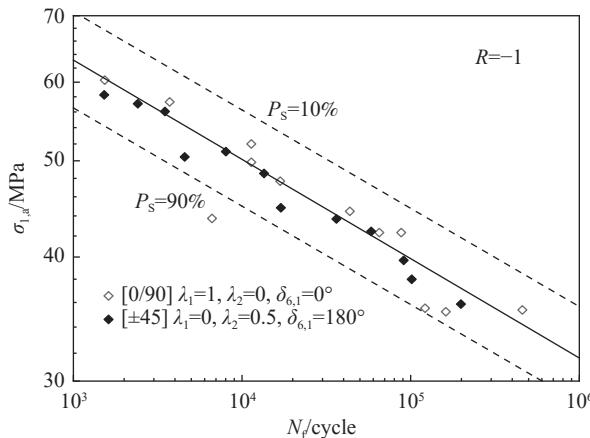
λ_t—Biaxial shear stress ratio calculated by Eq. (3)
图 7 脉动拉伸载荷下偏轴角对玻璃纤维/环氧管疲劳强度的影响^[22]
Fig. 7 Effect of off-axis angle on fatigue strength of glass/epoxy pipes under pulsating tensile load^[22]

2.1.2 多轴度的影响

由于几何应力并不能完全代表作用在局部水平上的多轴度，而是可以通过材料坐标系中的应力来更有效地量化。实际上，前述偏轴角的变化甚至可以被视为由双轴比 λ₁ 和 λ₂ 表示的局部多轴度的变化。

事实证明，材料应力分量的双轴比也有助于解释图 8 中 [0/90] 和 [±45] 玻璃纤维/聚酯管在同相弯曲和扭转循环载荷下测试的结果^[37]，其中两种测试的 λ₁ 和 λ₂ 的不同值对应于相同的局部应力状态。尽管铺层不同，但当局部多轴应力状态相同时，材料对循环载荷的响应不会改变，因此疲劳强度保持不变。这说明疲劳失效的损伤机制发生在局部，并由局部应力场驱动。

上述证明了双轴比 λ₁ 和 λ₂ 是描述多轴应力状态下局部应力场对复合材料疲劳强度影响的有效参数，故值得研究其变化的影响。说明双轴比 λ₁



λ_1, λ_2 —Multi-axial degree of the local stress field calculated by equation (4); $\delta_{6,1}$ —Phase difference between $\sigma_6(t)$ and $\sigma_1(t)$; P_s —Failure probability

图8 弯曲和扭转疲劳载荷下不同铺层的玻璃纤维/聚酯管的试验结果^[38]

Fig. 8 Test results of glass fiber/polyester pipes with different layers under bending and torsional fatigue loads^[38]

影响的最简单方法是使用从十字型试样中得出的数据，其中该参数可以通过改变载荷方式来发生变化。使用 Smith 等^[27]对编织玻璃纤维/聚酯十字型试样进行双轴疲劳试验的数据作为参考，如图9所示。对于 [0/90] 铺层的 3 种测试， λ_1 的影响非常有限。另一方面，当 λ_2 比率从 0 上升到 1 时，由于存在与法向应力幅值相同的剪切应力分量，可以观察到 $[\pm 45]_n$ 铺层的疲劳强度显著降低。

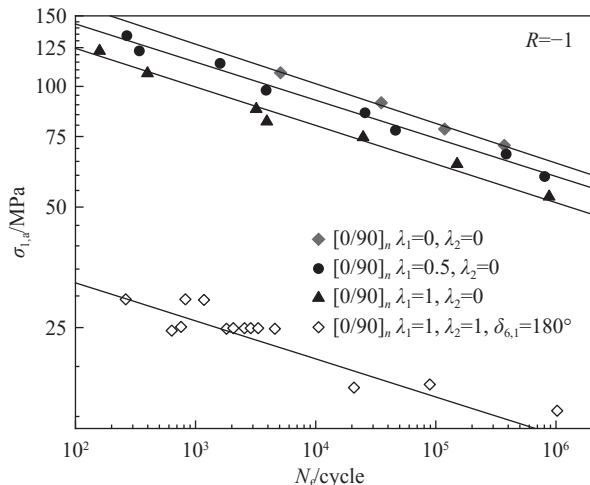


图9 双轴比 λ_1 和 λ_2 对双轴拉伸载荷下的玻璃纤维/聚酯十字型试样疲劳强度的影响^[27]

Fig. 9 Biaxial ratio λ_1 and λ_2 and its effect on the fatigue strength of glass fiber/polyester cross shaped specimens under biaxial tensile load^[27]

图10 显示了脉动拉扭双轴载荷下的疲劳数据，可以说明双轴比 λ_2 的不利影响。图10中所示的同相拉伸和扭转载荷^[38-40]下测试的玻璃纤维/聚酯

$[0/90]_n$ 管的结果可得出结论：双轴比 λ_2 的增加总是与疲劳强度的降低相关。根据研究结果可知， λ_2 对疲劳强度的影响显著高于 λ_1 。然而，从设计角度来看，压缩载荷和剪切载荷的组合可能更有趣。由于难以在不引起屈曲的情况下对薄壁管施加压力，因此目前很少有关于这种特定条件的论文发表，大多是在不考虑屈曲的情况下施加拉伸/剪切或压缩/剪切的双轴载荷，如 Perevozchikov 等^[41]在这一方面做了许多研究工作。他们研究了单向玻璃纤维/环氧树脂管状试样在剪切应力和横向拉伸或压缩应力的联合作用下的疲劳行为，并发现了在拉伸和压缩横向应力的情况下循环剪切应力分量的负面影响，还表明， λ_{12} 的增加会导致疲劳强度的降低。

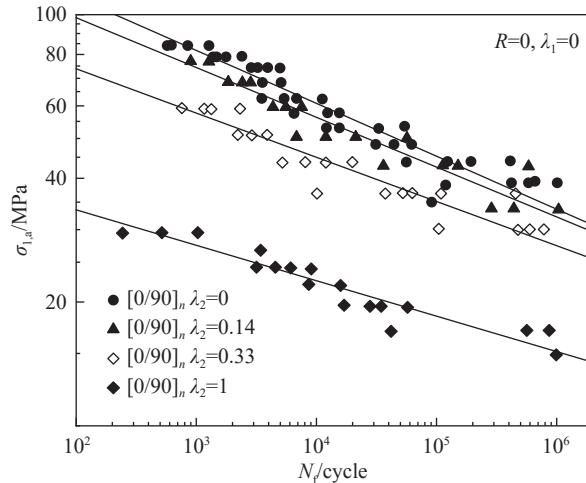


图10 双轴比 λ_2 对玻璃纤维/聚酯 $[0/90]_n$ 管在拉伸和扭转双轴载荷下的疲劳强度的影响^[38-40]

Fig. 10 Effect of biaxial ratio λ_2 on the fatigue strength of glass/polyester $[0/90]_n$ tubes under combined tension and torsion loading^[38-40]

2.1.3 试验载荷加载方式的影响

当计划研究新材料的多轴疲劳行为的试验时，要定义的参数是加载路径、加载波形和加载条件的非比例程度，其中非比例程度通过施加的载荷之间的相位变化来进行量化。如参考文献^[40, 42-43]研究发现载荷路径和载荷波形对多轴疲劳强度的影响微不足道，但文献中关于负载部件之间相位滞后影响的结果有限且相互矛盾。

一些研究结果表明，施加载荷的非比例性对疲劳强度的影响可以忽略不计。例如，Wafa 等^[37]试验得到的 $[0/90]$ 玻璃纤维/聚酯管在弯曲和扭转载荷下的结果如图11所示，相位差 $\delta_{6,1}$ 为 90° 时不会影响复合材料管件的疲劳响应。从这些结果中

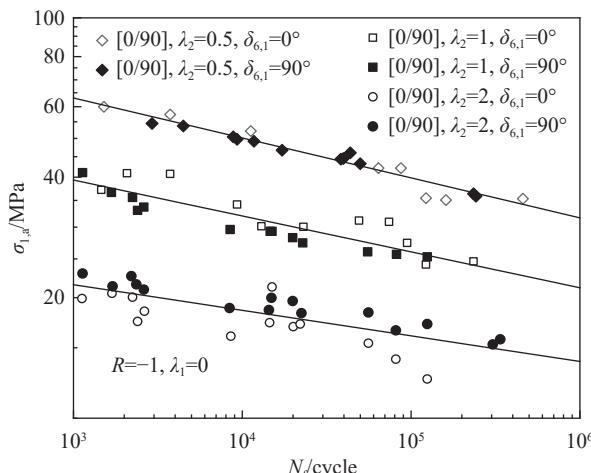


图 11 相位滞后对 [0/90] 玻璃纤维/聚酯管在弯曲和扭转双轴载荷下的疲劳强度的影响^[37]

Fig. 11 Effect of phase lag on the fatigue strength of [0/90] glass/polyester tube under bending and torsional biaxial loading^[37]

还可以观察到双轴比 λ_2 的显著影响。从 Smith 和 Pascoe 对十字型试样的疲劳数据分析中可以发现相位差影响有限或可忽略^[27]。这一点也可从翁晶萌^[11]对铺层形式为 [45/70/0/-70/-45] 的层合复合材料管件进行不同应力路径下的拉扭多轴疲劳试验中发现, 其研究了双轴应力比和相位角对多轴疲劳寿命的影响, 结果表明: 对于比例加载, 在相同的扭转载荷下, 轴向载荷增加会导致多轴疲劳寿命快速降低; 对于非比例加载, 复合材料疲劳寿命受相位角的影响较小。

相反的结论来自 Anderson 等^[44]的工作, 其研究了 [±30/90]_S 芳纶纤维/环氧树脂管在拉伸或压缩和扭转循环载荷的疲劳强度。在组合的拉伸和剪切载荷下, 相位差 $\delta_{xy,x}$ 等于 180° 会导致疲劳强度降低约 25%, 在组合循环压缩和剪切的情况下, 疲劳强度降低率达到约 50%。Skinner 等^[45]也报道了 [0/45/0/45]_S 玻璃纤维/环氧树脂十字型试样负

载相位差的负面影响。

根据本节讨论的结果, 无法对载荷非比例性的影响给出任何结论性判断。事实上, 这可能取决于材料系统和铺层顺序, 也可能取决于载荷条件。

2.1.4 其他因素的影响

缺口和应力集中在结构零件设计中具有重要意义, 但很少研究其对多轴疲劳强度的影响^[39, 46-48]。很难从现有的少量数据中得出一般设计指标; 然而, 从为数不多的复合材料缺口试样疲劳研究中, 可以得出一些结论。

Fujii 等^[39]报道了 [0/90]_n 编织玻璃纤维/聚酯管在脉动拉伸扭转载荷下疲劳行为的综合研究结果。通过比较纯拉伸、纯扭转和 3 种双轴比 λ_2 下的普通和缺口试样的疲劳曲线, 他们计算了疲劳缺口系数 β (无缺口疲劳强度值与缺口疲劳强度值之比), 当剪切应力分量增加时, 该系数会降低。这一趋势与短纤维复合材料相似, 但同时与短纤维/连续纤维混合的复合材料试样的一般行为相反, 其中当双轴比 λ_2 增加时, 疲劳强度降低。然而基于有限的可用数据量, 无法证明试验证据的合理性, 需要进一步的研究来阐明导致这种特殊行为的机制。而 Jones 等^[49]报道的 [0/±45]_{2S}、[0/±45/90]_S 和 [0/±45]_S 碳纤维/环氧树脂十字型层压板的结果不如刚才讨论的结果清楚, 其研究发现在某些情况下, 增加双轴比 λ_1 会降低疲劳寿命, 而在其他情况下, 寿命会增加。因此, 关于缺口对复合材料双轴疲劳行为的影响研究尚未针对影响机制进行深入分析, 导致不同研究结果之间存在差异。

根据上述讨论, 总结 FRP 的多轴疲劳试验研究如表 1 所示。

2.2 多轴疲劳损伤演化分析

多轴疲劳载荷下复合材料损伤模式呈现出多样化及复杂化的特点, 前文论述的复合材料多轴

表 1 纤维增强聚合物 (FRP) 多轴疲劳试验研究

Table 1 Research on multiaxial fatigue testing of fiber reinforced polymer (FRP)

Specimen shape	Test materials	Load type	Factors affecting fatigue failure
Tubular specimen	Plain weave GFRP ^[14, 19, 23]	Tension/compression-torsion	Off-axis angle ^[27] , biaxial ratio ^[27, 38-40] , notch ^[39]
	3D knitting GFRP ^[15]	Tension/compression-torsion	Biaxial ratio ^[15]
	Laminate GFRP ^[16-17, 20, 22]	Tension-torsion	Off-axis angle ^[22] , biaxial ratio ^[37] , test loading method ^[37]
	Laminate AFRP ^[21]	Tension/compression-torsion	Biaxial ratio ^[21] , test loading method ^[44]
	Laminate CFRP ^[11]	Tension-torsion	Biaxial ratio ^[11] , Test loading method ^[11]
Cross shaped specimen	Laminate GFRP ^[28]	Tension-tension	Stress concentration ^[28] , test loading method ^[45]
	Laminate CFRP ^[29-31]	Tension-tension	Biaxial ratio ^[30] , test loading method ^[31] , notch ^[49]
Flat specimen	Laminate GFRP ^[32]	Bending-bending	Biaxial ratio ^[32]
	Laminate CFRP ^[34]	Tension-bending	Biaxial ratio ^[34]

Notes: GFRP—Glass fiber reinforced polymer; AFRP—Aramid fiber reinforced polymer; CFRP—Carbon fiber reinforced polymer.

疲劳行为实际上也是由于疲劳过程中损伤萌生和扩展造成的，包括试样结构完整性的破坏以及材料力学性能的变化，因此有必要对多轴疲劳载荷下的损伤模式、损伤的相互作用以及其对疲劳性能的影响进行讨论。

2.2.1 多轴疲劳损伤演化

细观损伤层面的分析旨在确定几个基本机制：(1) 纤维断裂；(2) 纤维桥接和基体开裂；(3) 纤维/基体界面失效；(4) 纤维微屈曲等。有学者研究多轴疲劳加载时复合材料圆筒的损伤演化过程与单轴加载时损伤演化的3个常见阶段类似^[50]，第一阶段：基体开裂，刚度迅速下降；第二阶段：局部分层的发展和刚度的准线性下降；第三阶段：局部分层的巩固，导致刚度的快速降低。在整个寿命周期的第二阶段，都会出现局部分层，这些局部分层随后导致临界损伤和最终失效，早期形成的分层会导致试样过早失效。此外有研究发现在多轴疲劳载荷作用下，层内基体失效和层间分层发生得很早，在疲劳寿命的10%时即可观察到^[51]。局部或完全分层是多轴疲劳载荷下复合材料层压板中常见的失效模式。它的萌生通常是由平行于偏轴铺层中的基体裂纹引发的，这导致了

铺层界面处的高层间应力^[52]。基体裂纹的发展伴随着裂纹尖端的分层。当基体裂纹密度达到临界值时，由于层间界面处的高层间应力，这会导致分层的萌生和扩展^[53]。

上述关于多轴疲劳载荷下复合材料损伤演化过程可大致分为3个阶段的结论同样可以在其他学者的研究中发现^[54-55]，其研究了3种载荷水平下试样铺层角度为[0/45/-45/90]_S的十字型试样在双轴拉伸疲劳试验中的破坏形式，均发现疲劳寿命周期可分为3个阶段，如图12所示。中级载荷水平下，在疲劳寿命的前20%(第一阶段)，产生基体微裂纹，随着基体微裂纹达到饱和而形成横向层裂纹，促使分层；第二阶段中，当疲劳寿命约为20%至40%，-45°层中形成的横向裂纹导致裂纹尖端附近的界面脱胶，且外层横向裂纹之间的相互作用导致分层，如图12(b)和12(c)所示，其中蓝色箭头表示横向层裂纹，而金色箭头表示分层，随着疲劳循环数的增加，这些损伤机制随着额外横向裂纹的形成而发展，并导致进一步的分层发生。第三阶段即在60%的疲劳寿命后，层间的分层区域增长，局部失效区域促使材料性能快速退化，分层成为主要的损伤机制。

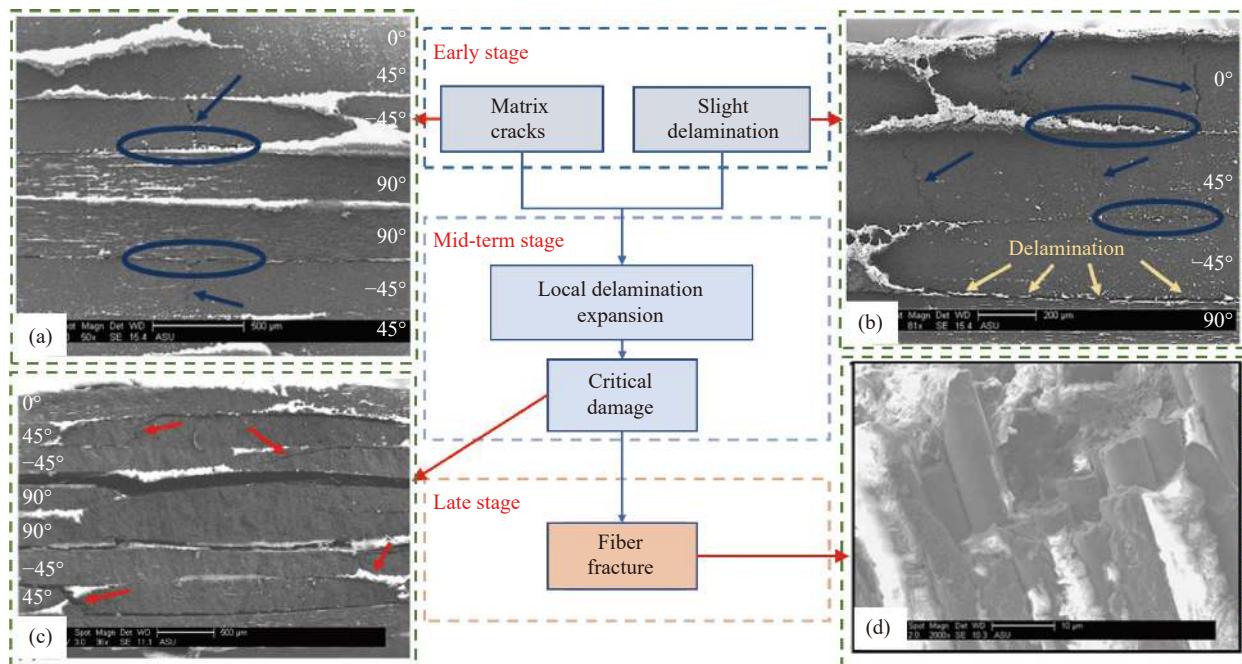


图12 多轴疲劳载荷下复合材料损伤演化

Fig. 12 Damage evolution of composite materials under multiaxial fatigue loading

由上述可知多轴疲劳载荷下基体中会出现微裂纹，微裂纹的积累则会导致宏观裂纹萌生和扩展^[56]。虽然多轴疲劳载荷下FRP的整体损伤演化

过程与单轴疲劳载荷相似，但裂纹萌生机制和扩展机制更为复杂。就裂纹萌生机制而言，多轴载荷会导致多轴载荷会导致在不同方向上产生复杂

的应力状态，使得裂纹的萌生受到多种应力分量的影响，且萌生的裂纹可能在多个方向上非一致地出现，这与载荷方向和强度有关。对于裂纹扩展，其路径可能会受到多轴载荷引起的复杂应力场的影响，相比于单轴载荷，裂纹可能更为弯曲或扭曲，而裂纹扩展速率也会与载荷方向相关，不同方向上的载荷会导致不同的疲劳寿命。由于多轴载荷下材料对不同载荷方向的敏感性会增加，不同方向上的载荷之间也存在相互作用，故裂纹萌生和扩展不仅受到各个载荷方向的影响，还受到它们之间相互关系的制约，但目前的研究还未对这种影响有着定量的认识^[57]。

2.2.2 多轴疲劳损伤对疲劳性能的影响

FRP 在多轴疲劳载荷过程中会表现出显著的刚度和强度退化，这与载荷类型（如平均应力、振幅、多轴比）和材料成分有关，但退化的主要原因是：基体塑性的影响，纤维、基体、纤维/基体界面和层间分层中不同规模的离散损伤和损伤扩展^[58]。多轴疲劳载荷下基体最先出现微裂纹，这种裂纹的累积导致会 FRP 的弹性性能退化和宏观裂纹萌生和扩展，并导致最终失效，由于其会造成应力集中现象，导致分层和纤维开始失效^[59]。以铺层形式的复合材料为例，多轴疲劳载荷下刚度退化会呈现出三阶段退化的规律，这与前文所述的损伤演化过程有着相似之处，第一阶段，约 20% 的寿命内刚度显著下降，但下降幅度较小，其次是第二阶段，刚度略有恒定下降，最高可达约 80% 的寿命。第一阶段的损伤主要由纤维基体界面失效和基体塑性形成，这一阶段基体裂纹萌生和扩展，随着第二阶段的开始，这些损伤现象达到饱和，产生连续的纤维失效和分层扩展，最终失效是由累积损伤引起的，并立即加速刚度退化，整个寿命周期内刚度退化通常伴随着剩余强度的退化和阻尼的增加。

关于多轴疲劳损伤对材料性能的影响仅限于定性研究，尽管 FRP 的应用范围逐渐扩大，但对多轴疲劳载荷下损伤导致的材料性能退化的准确描述是一个多尺度多层次的研究问题，目前尚未得到较好解决，一些学者正尝试建立起细观损伤与多轴疲劳寿命之间的关系，这在第三章节中将会有所提及。

3 多轴疲劳寿命预测方法

FRP 在局部多轴条件下应力状态相对简单，

其寿命模型研究可以通过传统的分析方法，如 S-N 曲线、剩余强度/刚度法^[60-61]，而全局多轴条件下应力状态存在多种组合，要建立寿命预测模型无法直接采用传统的疲劳分析方法^[62]。目前，有部分学者采用唯象模型、多项式准则和非经典模型进行复合材料在全局多轴条件下的疲劳性能分析。

3.1 唯象模型

3.1.1 S-N 曲线模型

Fawaz 等^[63] 将复合材料在某一偏轴加载时的 S-N 曲线作为基准，如式(5)所示，通过综合考虑双轴应力比 a_1 、 a_2 、偏轴拉伸角 θ 和循环应力比 R 等参数的影响，建立了预测多轴疲劳载荷下复合材料的寿命预测模型，如式(6)所示。

$$S = m_r \log(N) + b_r \quad (5)$$

$$\begin{aligned} S &= m \log(N) + b \\ &= f(a_1, a_2, \theta) g(R) m_r \log(N) + f(a_1, a_2, \theta) b_r \end{aligned} \quad (6)$$

式中， m_r 和 b_r 为参考曲线的拟合参数，第一双轴应力比、第二双轴应力以及 f 和 g 为：

$$a_1 = \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xx}} \quad (7)$$

$$a_2 = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} \quad (8)$$

$$f(a_1, a_2, \theta) = \frac{\sigma_x(a_1, a_2, \theta)}{X_r} \quad (9)$$

$$g(R) = \frac{\sigma_{\max}(1-r)}{\sigma_r^{\max} - \sigma_r^{\min}} \quad (10)$$

其中， f 和 g 为无量纲参数。可以看出，经验法应用简单，可以对复合材料的疲劳寿命进行粗略的估计，但该模型的预测精度依赖于基准 S-N 曲线的选取，对所采用的校准曲线高度敏感。图 13 中清楚地说明了这种敏感性，图 13(a) 绘制了 Averbuch 和 Hahn^[64] 通过测试玻璃纤维/环氧树脂复合材料在 $\theta=20^\circ$ 偏轴载荷下获得的偏轴疲劳数据，其余疲劳曲线显示了使用上述 Fawaz 和 Ellyin 方法选取偏轴角度 θ 分别等于 0° 、 10° 、 45° 、 60° 和 90° 下试样的参考曲线进行校准时预测寿命的准确性，可以看出该模型的预测精度随着用于校准的疲劳曲线的变化而变化。图 13(b) 显示，当涉及同相拉伸-扭转载荷时，双轴比 $\lambda_T = 0.33$ 时^[39-40] 的疲劳强度预测值随着校准曲线的 λ_T 值从零增加到无穷大（即从纯拉伸到纯扭转）而发生变化。

由于上述寿命预测方法对所采用的校准曲线具有如此高的灵敏度，因此很难评估其整体精度。尽管 Fawaz-Ellyin 标准容易应用，需要一个参考

方向上的疲劳数据以及静态强度数据，但其精度不高，并且全局多轴性与局部多轴性存在差异。当使用该标准来预测试样的疲劳寿命时，预测效果大多较差。因此，利用该方法对复合材料的疲劳寿命进行预测时，表现出不同的预测精度。

3.1.2 剩余刚度模型

有学者采用剩余刚度形式的唯象模型来进行寿命预测。Kawakami 等^[65]以连续介质损伤力学为基础，将复合材料单轴疲劳的剩余刚度模型中的损伤变量 D 扩展到多轴疲劳中，并假设 D_i (式(11)) 与循环数之间的关系满足方程式(式(12))。

$$D_i = 1 - \frac{E_i(N)}{E_i(0)} \quad (11)$$

$$\frac{dD_i}{dN} = C_i \left(\frac{\sigma_{i,\max}^2}{D_i} \right)^{m_i} \quad (12)$$

式中： $i=1, 2, 3$ 表示法向， $i=4, 5, 6$ 表示切向； D_i

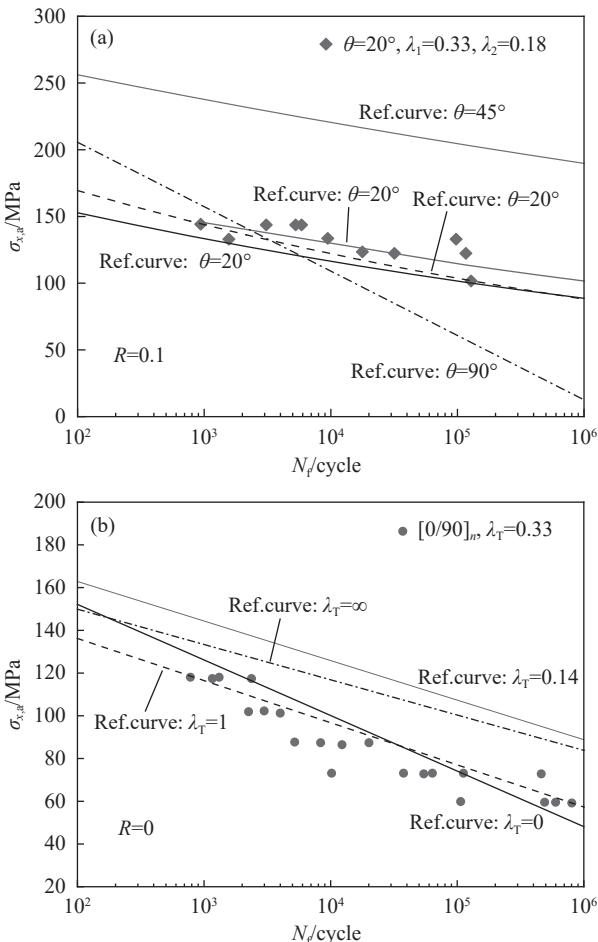


图 13 Fawaz 和 Ellyin 标准对采用的校准曲线的敏感性
(数据来源 (a)^[64] 和 (b)^[39-40])

Fig. 13 Sensitivity of Fawaz and Ellyin standards to the calibration curve used (Data sources (a)^[64] and (b)^[39-40])

为对应于 σ_i 的损伤变量； $E_i(N)$ 为对应于 σ_i 的循环次数为 N 时的剩余刚度； $E_i(0)$ 为对应于 σ_i 的初始刚度； C_i 和 m_i 为材料常数。多轴疲劳载荷下，各个方向失效时的临界损伤变量 D_{ic} 不一致，为统一各个方向上材料的损伤程度，对损伤变量 D_i 进行正则化处理，如下式所示：

$$D'_i = \frac{D_i}{D_{ic}} \quad (13)$$

可以看出，该模型的基础为材料的剩余刚度模型，数据较易获取，但该模型没有考虑加载路径对损伤参量的影响，不适用于非比例加载。

3.1.3 多项式准则

(1) 修正的 Tsai-Hill 准则

考虑处于双轴准静态载荷下的试样(图 1)，根据 Labossiere 和 Neale^[66]提出的理论，只要具有坐标 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)$ 的向量 ρ 的尖端保持在相应的破坏面内(图 14(a))，其形状和尺寸取决于所考虑材料的静态属性，就不应发生静态破坏。即使确定该阈值条件的最准确方法是通过随机测试，但也可以通过使用合适的静态破坏标准之一来估计该

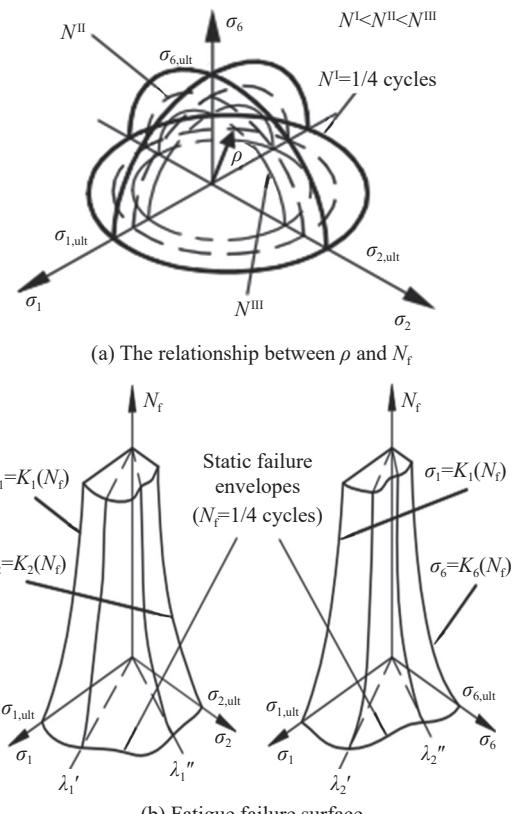


图 14 疲劳破坏面 (a) 和 (b) 的表示

Fig. 14 Representation of fatigue failure surfaces (a) and (b)

阈值条件。如果将这种思想运用到疲劳载荷上，可假设正弦载荷下静态失效发生在失效循环次数 $N_f = 1/4$ 是合乎逻辑的。可以进一步假设，矢量 ρ 的大小随着 N_f 的增加而减小，如图 14(a) 所示。该问题也可以从一个不同的、简化的角度来解决，方法是将 $\sigma_2(t)$ 和 $\sigma_6(t)$ 造成的破坏性影响分开。这样的作法可以获得两个破坏表面，如图 14(b) 所示：第一个表面是指以 $\lambda_1 \neq 0$ 和 $\lambda_2 = 0$ 为特征的载荷条件，而另一个表面是 $\lambda_1 = 0$ 和 $\lambda_2 \neq 0$ 为特征。然后，可以在知道 ρ 和 N_f 之间的关系的情况下估计多轴载荷下的疲劳寿命。尽管从工程角度看，这一设计思想利于工程应用，但由于必须同时考虑众多变量，借助数学公式来实现这一想法并不简单。尽管存在这些困难，但通过假设失效表面的形状不会随着 N_f 的增加而改变，可以大大简化问题。

基于上述思想，假设多项式疲劳标准通常与静态对应标准具有相同的形式，静态失效标准由下式给出：

$$\left(\frac{\sigma_{1,\text{ult}}}{K_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{2,\text{ult}}}{K_2}\right)^2 + \frac{\sigma_{1,\text{ult}}}{K_3} + \frac{\sigma_{2,\text{ult}}}{K_4} + \frac{\sigma_{1,\text{ult}}\sigma_{2,\text{ult}}}{K_5^2} + \left(\frac{\sigma_{6,\text{ult}}}{K_6}\right)^2 = 1 \quad (14)$$

其中： $\sigma_{1,\text{ult}}$ 、 $\sigma_{2,\text{ult}}$ 分别为多轴极限应力； K_i ($i=1, 2, \dots, 6$) 是通过试验确定的材料常数。通过改变材料参数的定义方式，可以获得不同版本的多项式静态失效准则，从而产生不同形状的失效表面。

为了将上式扩展到多轴循环载荷，常数 K_i 必须由失效循环次数的适当函数代替，即：

$$K_i = K_i(N_f) \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (15)$$

因此式 (14) 改写成：

$$\left[\frac{\sigma_{1,a}}{K_1(N_f)}\right]^2 + \left[\frac{\sigma_{2,a}}{K_2(N_f)}\right]^2 + \frac{\sigma_{1,a}}{K_3(N_f)} + \frac{\sigma_{2,a}}{K_4(N_f)} + \frac{\sigma_{1,a}\sigma_{2,a}}{K_5^2(N_f)} + \left[\frac{\sigma_{6,a}}{K_6(N_f)}\right]^2 = 1 \quad (16)$$

上式表明，该寿命预测模型的校准需要每个 $K_i(N_f)$ 函数都有一条试验 S-N 曲线，故需要进行广泛的测试。需要强调的是，必须使用在作用于待评估部件的应力场的相同载荷比 R 下产生的试验结果来校准材料函数 $K_i(N_f)$ 。换言之，与 Fawaz 和 Ellyin 的准则相反，基于多项式函数的疲劳寿命预测方法的使用不包含任何适合明确说明应力

比 R 变化的因素，也就是 $K_i(N_f)$ 必须是由相同应力比 R 下的试验结果得到的。

运用修正的 Tsai-Hill 准则预测得到的疲劳寿命与试验寿命相比如图 15(a) 所示^[16, 37-38, 67-68]，Tsai-Hill 标准得出了相当准确的估计，只有考虑到测试 A^[38] 和 B^[37] 的预测结果是略微不保守的，尤其是在高循环数时这一点更加明显。将多项式准则应用于层压板偏轴疲劳试验产生的局部多轴应力疲劳数据。即应用于测试 G、K、L 和 M (图 15(b))^[22, 69-71]，可知应用于局部多轴应力疲劳时，Tsai-Hill 准则通常会导致可靠且有时非常保守的估计。

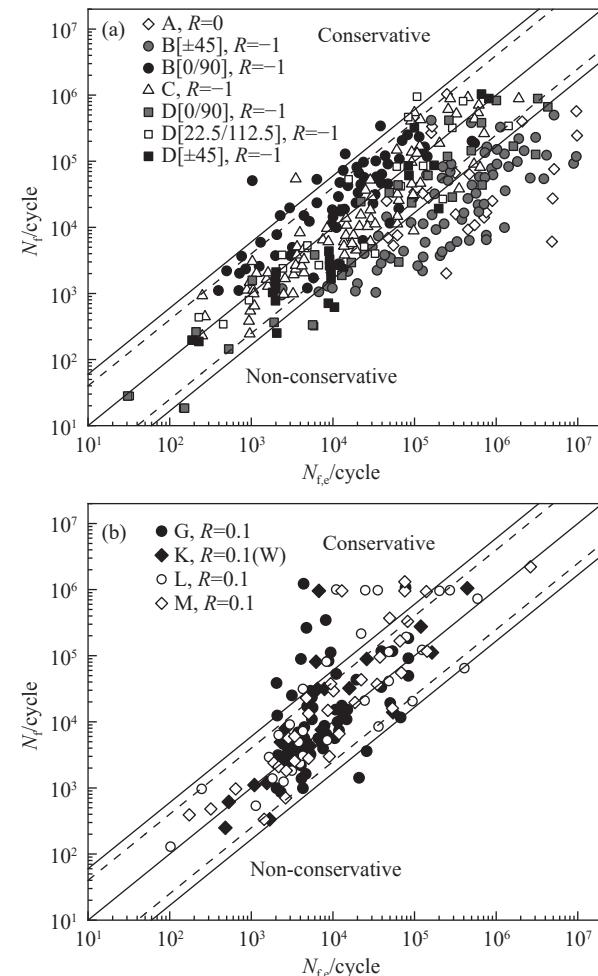


图 15 Tsai-Hill 准则在全局 (a) 和局部 (b) 多轴性的情况下预测疲劳寿命的准确性

Fig. 15 Accuracy of Tsai-Hill criterion in predicting fatigue life under global (a) and local (b) multiaxial conditions

(2) Smith and Pascoe's 准则

通过广泛研究玻璃纤维/聚酯十字型试样在复合拉伸/拉伸载荷下的开裂行为^[72]，Smith 和 Pascoe

设计了一种标准，通过模拟观察到的失效机制来估计疲劳强度^[73]。他们认为，在完全反向的多轴循环载荷作用下，疲劳过程区内发生了以下3种机制：直线裂纹和纤维断裂、沿纤维平面的剪切变形以及直线裂纹/基体剪切变形组合破坏形式。

为了估计这些机制造成的损害，Smith 和 Pascoe 分别对不同损害机制的影响进行了建模，并将其解耦。他们观察到，当剪切应力分量 $\sigma_6(t)$ 始终等于零时，只有第一种损伤机制是有效的，并使用以下基于应变能的准则：

$$\begin{aligned} U_{F,a} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma_{1,a}^2}{E_1} - \left(\frac{v_{12}}{E_1} + \frac{v_{21}}{E_2} \right) \sigma_{1,a} \sigma_{2,a} + \frac{\sigma_{2,a}^2}{E_1} \right\} = \\ K_{SE}(N_f) &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{SE,a}^2(N_f)}{E_1} = U_{F,A} \left(\frac{N_A}{N_f} \right)^{1/k} \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $U_{F,a}$ 是应变能密度的幅值，其值应随着失效循环次数 N_f 的增加而减小。为便于工程应用，等式(17)也可以重写为：

$$U_{F,a} = K_{SE}(N_f) = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{SE,a}^2(N_f)}{E_1} \quad (18)$$

当由于沿纤维平面的剪切变形而发生疲劳失效时，即在纯剪切载荷下，疲劳损伤通过以下关系假定与 $\sigma_6(t)$ 相关：

$$\sigma_{6,a} = K_6(N_f) = \sigma_{6,A} \left(\frac{N_A}{N_f} \right)^{1/k_6} \quad (19)$$

最后，如果两种损伤机制同时激活，则提出以下相互作用模型：

$$\frac{1}{\sigma_{1,a}^2(N_f)} = \frac{1}{\sigma_{SE,a}^2(N_f)} + \frac{1}{\sigma_{6,a}^2(N_f)} \quad (20)$$

上述定义表明，在存在组合的直线裂纹/基体剪切变形的情况下，在 N_f 次循环时产生疲劳失效的 $\sigma_{1,a}$ 是应力 $\sigma_{SE,a}$ 的函数，如果只有第一机制以及剪切应力是有效的，则该应力将导致循环次数为 N_f 时发生破坏，如果仅第二机制作用于疲劳破坏区，则这将导致材料在 N_f 循环后失效。

对于模型的应用，可将公式(20)重新表述如下：

$$\sigma_{1,a}^2 \left\{ \frac{\frac{1}{E_1} - 2\lambda_1 v_{12}/E_1 + \lambda_1^2/E_2}{2K_{SE}(N_f)} + \left[\frac{\lambda_2}{K_6(N_f)} \right]^2 \right\} = 1 \quad (21)$$

其中第一项给出了纤维破坏和直线裂纹对整体疲劳损伤的贡献，而第二项量化了剪切变形导致的损伤。

图 16 中显示了 Smith 和 Pascoe 准则在应用于

数据集 A、B、C、D 和 K 时的准确性，这些数据集是从文献中搜集得到。从图 16 中可以很容易地看出，Smith 和 Pascoe 方法的使用导致了相当准确的估计，但与 Tsai-Hill 标准类似，在高周疲劳状态下低估了系列 A 和 B 的疲劳寿命。尽管不能直接考虑载荷比 R 的变化，但 Smith 和 Pascoe 设计的疲劳评估方法的实际应用被认为是非常简单的，与其他方法相比，其优点是只需要两条疲劳曲线就可以有效地校准。总之，Smith 和 Pascoe 方法不能用于估计局部多轴情况下单向层压板的疲劳强度，上述方法仅适用于沿主轴 1 和 2 方向测量的强度具有对称性的材料，其中 1 和 2 方向是以全局坐标系为参考。换言之，Smith 和 Pascoe 的标准不能应用于单向复合材料，因为在单轴疲劳载荷下，试样中导致疲劳失效的应变能密度的幅度在固定循环次数下不同于 90°偏轴试样。

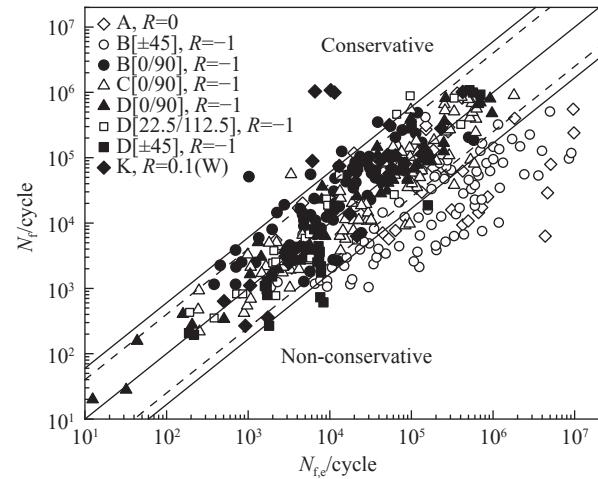


图 16 Smith 和 Pascoe 准则在预测多轴疲劳寿命中的准确性

Fig. 16 Accuracy of Smith and Pascoe criteria in predicting multiaxial fatigue life

3.1.4 能量法

基于能量的方法也正逐渐应用到多轴疲劳寿命预测模型当中，该方法多是提出一种能量参量，并建立起与循环数之间的关系从而进行多轴疲劳寿命的预测。如 Petermann 等^[74]针对单向板偏轴疲劳试验即局部多轴应力状态下建立如下式所示的能量形式：

$$W^* = \lambda \left(\sigma_{22}^{\max} \varepsilon_{22}^{\max} + \tau_{22}^{\max} \gamma_{22}^{\max} \right) \quad (22)$$

式中： $\lambda = (1 - r_c^2)/2$ ； r_c 为最先形成裂纹的平面上最大最小应力之比， c 表示临界值。对于全局多轴应力的情况，戚东涛等^[75] 定义纤维与树脂基体

之间的界面为临界平面，针对纤维缠绕复合材料管状试样在拉扭多轴疲劳载荷作用下的疲劳损伤，提出了一种新的具有能量意义的多轴疲劳损伤参量：

$$\Delta W^* = \sigma_{22}^{\max} \Delta \varepsilon_{22}^{\max} + \tau_{12}^{\max} \Delta \gamma_{12}^{\max} / 2 \quad (23)$$

式中： σ_{22}^{\max} 、 τ_{12}^{\max} 为临界面上最大正应力与最大剪应力； $\Delta \varepsilon_{22}^{\max}$ 和 $\Delta \gamma_{12}^{\max}$ 分别为临界面上正应变范围和剪应变范围。徐传奇^[31]和翁晶萌^[11]也根据上述能量参量提出了类似的基于能量的多轴疲劳寿命模型。由上述可知基于能量的寿命模型未知参数较少，故获得模型参数所需的试验数量较少，但该方法并未考虑多轴疲劳的损伤机制和损伤演化过程。

3.1.5 基于细观损伤的寿命模型

有学者将与失效形式相关的最大法向应力或最大剪切应力所在平面定义为临界平面，区分纤维失效和基体失效，根据临界平面上的法向应力和剪切应力建立损伤参量，并量化损伤参量与疲劳寿命之间的关系，这类方法的区别在于所选取的应力组合方式不同，对应的损伤形式也有所差异^[76-77]。临界平面法目前只是应用于铺层形式较为简单的复合材料，而在金属材料方面应用更加广泛。

由于渐进损伤分析方法能够区分 FRP 不同的损伤形式，且对载荷的敏感性相对较小，故该方法也逐渐被用于多轴疲劳寿命预测。Weng 等^[4]研究提出了一个用于预测复合材料铺层管多轴疲劳寿命的宏观-细观模型，其建立了对应于复合材料铺层管的宏观尺度和中尺度三维代表性体积单元 (RVE)，采用渐进损伤分析方法预测复合材料层压板的双轴强度，根据最终的失效形式(纤维失效或基体失效)选择与之对应的疲劳加载路径中的试验数据，建立损伤参量与寿命之间的参考曲线，利用参考曲线可以预测复合材料铺层管在任何双轴加载路径下的疲劳寿命。Hajikazemi^[78]基于多尺度物理模型，利用渐进损伤分析方法开发了一个分析框架来研究层合板裂纹的萌生、扩展及其对层压板疲劳强度的影响，但该方法未考虑其他损伤模式，特别是层合板裂纹尖端可能出现的分层。

3.2 数据驱动模型

近年来，随着计算机技术和人工智能 (Artificial intelligence, AI) 理论的发展，使用基因

编程算法 (Genetic programming, GP)、人工神经网络算法 (Artificial neural network, ANN) 和模糊神经网络等理论来建立的复合材料疲劳寿命模型被陆续提出。早期 Vassilopoulos 等^[79-80]做过大量且经典的研究工作，其把 GP 作为一种随机非线性回归分析工具，通过单一的数据输入对应单一的数据输出对算法进行训练，以拟合材料的疲劳寿命。由于 GP 算法与材料力学特性无关，只要有足够的数据进行训练，模型就可以用于预测任何材料的疲劳寿命。由于算法具有随机性，输出的结果可以不断扩充算法训练的数据库。此外该学者也对 ANN 模型^[81]使用误差反向传播算法进行训练，从试验结果的数据集中随机选取 50% 的数据用于构造训练集，剩下 50% 用于模型预测结果的验证。模型的目的旨在建立循环数 N 与输入参数 (R 和 σ_a 等) 的函数关系。与传统的等寿命曲线构建方法相比，在相同的载荷形式下使用 ANN 算法可以节省大约 50% 的试验数据。后续 Vassilopoulos 等^[82]在 ANN 模型的基础上发展了自适应神经模糊推理系统 (Adaptive neuro fuzzy inference system, ANFIS) 疲劳寿命预测模型。与线性回归、威尔布尔统计等传统复合材料疲劳寿命建模方法相比，ANFIS 模型使用 50%-60% 的试验数据就足以确定出可靠的 S-N 曲线，然而该模型不能在数据库之外做出任何预测。

数据驱动的深度学习方法在过去十年中得到了越来越多的应用，并为 FRP 的疲劳寿命预测提供了一个平台。Eleftheroglou 等^[83]在模型 NHHSMM (Non-Homogenous Hidden Semi Markov Model) 的基础上提出了一种新的数据驱动模型 ANHHSMM (Adaptive Non-Homogenous Hidden Semi Markov Model) 来预测 FRP 的剩余使用寿命，训练数据集由从承受疲劳载荷的试样中收集的声发射数据组成，而测试数据集由承受疲劳和原位冲击载荷的试样中收集到的声发射数据组成，发现与 NHHSMM 相比，ANHHSMM 在所有情况下的预测效果均更好。Kumar 等^[84]使用了 ANN 来证明应力水平对 GFRP 复合材料疲劳强度和失效模式的影响，其中 ANN 通过 MATLAB 中的 Levenberg-Marquardt 算法进行训练，将试验数据与 ANN 输出结果进行对比，验证了 ANN 用于建模和预测 GFRP 复合材料疲劳行为的可行性，且试验中观察到了纤维间基体开裂、界面脱粘和界

面分裂3种失效模式，使用一种共轭梯度反向传播算法的人工神经网络可对这些失效模式进行非常准确的识别。也有学者^[85]将数字孪生与数据驱动相结合，提出了一种基于人工智能的复合材料结构数字孪生方法，使用自动编码器作为代理模型创建了3种类型的深度神经网络，证明了直接从温度、压力和载荷位移的传感数据预测三维位移和应力场的可行性，这为后续开发能够预测复合材料疲劳寿命的数字孪生方法开辟了途径。

数据驱动模型在寿命预测方面有着较大优势，但了解数据驱动模型是否确实做出准确预测或只是随机猜测、测量置信区间具有重要意义^[86]。Fernández等^[87]提出了一种新的基于子集模拟近似贝叶斯计算的无梯度训练算法，其中似然函数和权重由非参数公式定义，从而使不确定性得到更客观表征，其提供了由置信区间表示的对不确定性的客观量化。

上述这些深度学习的算法只应用于局部多轴应力状态的疲劳寿命预测，对于全局多轴疲劳应力状态下的寿命预测尚在研究阶段，原因在于考虑的载荷因素较多且载荷之间存在多种组合形式。

3.3 小结

本节介绍了多轴疲劳寿命预测的唯象模型和数据驱动模型，其中 Fawaz 和 Ellyin 提出的唯象模型可用于多轴加载，由于其易于应用，可作为一种潜在的设计工具，多项式准则可能是最常用的方法，但将其应用于多轴疲劳寿命预测时需要获得试样在单轴疲劳载荷下的寿命变化情况，这将导致试验工作量增大而难以获得全面的单轴疲劳试验数据，能量法和基于细观损伤的寿命模型能够表征部分损伤形式，且多是采用有限元与渐进损伤分析相结合的方法，计算量较大；对于数据驱动模型，其中人工智能模型，该预测方法被证明是高效的且成本较低，但其提供的数据输出是随机的，不能用于下一步的疲劳分析。需要注意的是，本章讨论的寿命预测方法没有明确考虑损伤起始和演变，此外，这些方法均未考虑多轴载荷的非比例程度。

4 结论与展望

本文概述了连续纤维增强聚合物基体复合材料(FRP)不同形式试样的多轴疲劳试验方案和多轴疲劳行为，并讨论了不同参数对疲劳行为的影响以及现有的多轴寿命预测方法，有助于为工程

应用中的复合材料部件的设计提供一些理论支持。讨论结果显示了复合材料双轴疲劳问题的复杂性，一方面是由于开展多轴疲劳试验要面临多轴载荷之间的干涉问题，另一方面在于众多因素会影响复合材料疲劳行为，从而限制多轴寿命预测方法的发展。同时，本文所讨论的寿命预测标准的适用性仍然存在缺陷，均未考虑控制最终失效的疲劳损伤机制和损伤之间的相互作用。

对FRP多轴疲劳研究现状总结发现，该研究领域仍存在以下问题：(1)对于多轴高低周复合疲劳的研究较少，而复合材料风扇叶片服役载荷正为低周拉伸载荷叠加高周弯曲载荷，已有研究中设置的多轴载荷的频率相近，无法施加高低周复合疲劳载荷；(2)多轴疲劳载荷下裂纹萌生和扩展不仅受到各个载荷方向的影响，还受到它们之间相互关系的制约，但目前的研究还未对这种影响有着定量的认识，且未能对多轴疲劳载荷下损伤导致的材料性能退化有着清晰准确的描述；(3)难以通过本文所述寿命预测方法来描述疲劳载荷下损伤演变导致的性能退化，也很难区分损伤开始和最终失效。已有文献^[88-89]介绍了关于多轴载荷下疲劳损伤的几项工作，但其中大多数通过微观参数描述了损伤演变，只有少数说明了微观层面的损伤机制，损伤变量和疲劳寿命之间的定量相关性也存在缺失。

针对上述问题，可从以下方面进行探索：(1)借鉴复合材料高周疲劳试验方法^[90]，增加多轴载荷中某一载荷的频率，从而实现高低周复合疲劳加载方案；(2)建立能够表征与应力分量之间相互作用相关的基本机制，由于应力大小和实际加载的多轴比等因素会影响损伤演化过程以及损伤之间的相互作用，建立这一机制有助于了解和表征损伤机制，从而对多轴疲劳损伤演化导致的性能退化进行描述，而描述一般循环载荷条件下损伤演化的能力被视为制定广泛适用的寿命预测标准的关键；(3)在准确描述和理解多轴载荷下的损伤机制的基础上，将其定量纳入模型公式，开发出具有普遍有效性和广泛适用性的寿命预测标准。

参考文献：

- [1] 沈观林, 胡更开, 刘彬. 复合材料力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 56-62.
- SHEN Guanlin, HU Gengkai, LIU Bin. Mechanics of composite materials [M]. Beijing: Tsinghua University Press,

- 2006: 56-62(in Chinese).
- [2] 吴良义. 先进复合材料的应用扩展: 航空、航天和民用航空先进复合材料应用技术和市场预测 [J]. *化工新型材料*, 2012, 40(1): 4-9.
WU Liangyi. Application expansion of advanced composite materials: Application technology and market forecast of advanced composite materials in aviation, aerospace, and civil aviation[J]. *New Chemical Materials*, 2012, 40(1): 4-9(in Chinese).
- [3] 蔡菊生. 先进复合材料在航空航天领域的应用 [J]. 合成材料老化与应用, 2018, 47(6): 94-97.
CAI Jusheng. The application of advanced composite materials in the aerospace field[J]. Aging and Application of Synthetic Materials, 2018, 47(6): 94-97(in Chinese).
- [4] WENG J, MENG T, WEN W, et al. Multiaxial fatigue life prediction of composite laminates[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(12): 227-237.
- [5] EL KADI H, ELLYIN F. Effect of stress ratio on the fatigue of unidirectional glass fibre/epoxy composite laminae[J]. *Composites*, 1994, 25(10): 917-924.
- [6] KAWAI M, YAJIMA S, HACHINOHE A, et al. Off-axis fatigue behavior of unidirectional carbon fiber-reinforced composites at room and high temperatures[J]. *Journal of Composite Materials*, 2001, 35(7): 545-576.
- [7] KAWAI M, TANIGUCHI T. Off-axis fatigue behavior of plain weave carbon/epoxy fabric laminates at room and high temperatures and its mechanical modeling[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2006, 37(2): 243-256.
- [8] QUARESIMIN M, CARRARO P A, MIKKELSEN L P, et al. Damage evolution under cyclic multiaxial stress state: A comparative analysis between glass/epoxy laminates and tubes[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2014, 61: 282-290.
- [9] 杜文军, 王卫国, 何敏, 等. 某压气机轮盘低循环疲劳寿命研究 [J]. *燃气涡轮试验与研究*, 2009, 22(3): 23-27.
DU Wenjun, WANG Weiguo, HE Min, et al. Research on low cycle fatigue life of a compressor disk[J]. *Gas Turbine Testing and Research*, 2009, 22(3): 23-27(in Chinese).
- [10] 王相平, 周柏卓, 杨晓光. 多轴疲劳理论在航空发动机零部件寿命预测中的应用 [J]. 沈阳航空工业学院学报, 2004, 21(4): 1-4.
WANG Xiangping, ZHOU Baizhuo, YANG Xiaoguang. The application of multiaxial fatigue theory in life prediction of aircraft engine components[J]. *Journal of Shenyang Institute of Aeronautics and Technology*, 2004, 21(4): 1-4(in Chinese).
- [11] 翁晶萌. 复合材料多轴疲劳行为与寿命预测模型及方法研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
WENG Jingmeng. Research on multiaxial fatigue behavior and life prediction models and methods for composite materials[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019(in Chinese).
- [12] FOUND M S. Review of the multiaxial fatigue testing of fiber reinforced plastics[M]//Multi-axial fatigue. West Conshohocken, PA: ASTM International, 1985: 381-395.
- [13] CHEN A S, MATTHEWS F L. A review of multiaxial/biaxial loading tests for composite materials[J]. *Composites*, 1993, 24(5): 395-406.
- [14] FUJI T, AMIJIMA S, LIN F, et al. Study on strength and nonlinear stress-strain response of plain woven glass fiber laminates under biaxial loading[J]. *Journal of Composite Materials*, 1992, 26(17): 2493-2510.
- [15] GUDE M, HUFENBACH W, KOCH I. Damage evolution of novel 3D textile-reinforced composites under fatigue loading conditions[J]. *Composites Science and Technology*, 2010, 70(1): 186-192.
- [16] ELLYIN F, MARTENS M. Biaxial fatigue behaviour of a multidirectional filament-wound glass-fiber/epoxy pipe[J]. *Composites Science and Technology*, 2001, 61(4): 491-502.
- [17] SCHMIDT F, RHEINFURTH M, PROTZ R, et al. Monitoring of multiaxial fatigue damage evolution in impacted composite tubes using non-destructive evaluation[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2012, 43(3): 537-546.
- [18] QUARESIMIN M, SUSMEL L, TALREJA R. Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings[J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(1): 2-16.
- [19] LIMONOV V A, RAZIN A F, MIKELSONS M Y. Strength and fatigue limit of fabric base composites under combined static shear and cyclic compressive stresses[J]. *Mechanics of Composite Materials*, 1992, 28(3): 229-236.
- [20] QUARESIMIN M, CARRARO P A. Damage initiation and evolution in glass/epoxy tubes subjected to combined tension-torsion fatigue loading[J]. *International Journal of Fatigue*, 2014, 63: 25-35.
- [21] ANDERSON Y A, LIMONOV V A, TAMUZH V P, et al. Fatigue of laminated composites with various reinforcement systems. 2. Planar stress state and calculation model[J]. *Mechanics of Composite Materials*, 1990, 25(4): 442-449.
- [22] QI D, CHENG G. Fatigue behavior of filament-wound glass fiber reinforced epoxy composite tubes under tension/torsion biaxial loading[J]. *Polymer Composites*, 2007, 28(1): 116-123.
- [23] FUJII T, LIN F, MORITA Y. Fatigue behavior of plain woven glass-fabric laminates under tension/torsion combined loading: Effect of shear stress and cyclic condition on fatigue failure[J]. *Transactions of the Japan Society of*

- Mechanical Engineers Series A, 1994, 60(571): 650-657.
- [24] LECOMPTE D, SMITS A, SOL H, et al. Mixed numerical-experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(5): 1643-1656.
- [25] SMITS A, VAN HEMELRIJCK D, PHILIPPIDIS T P, et al. Design of a cruciform specimen for biaxial testing of fibre reinforced composite laminates[J]. *Composites Science and Technology*, 2006, 66(7-8): 964-975.
- [26] LAMKANFI E, VAN PAEPEGEM W, DEGRIECK J, et al. Optimization of a cruciform composite specimen under bi-axial loading by means of evolutionary algorithms[C]// Proceedings of ICCM17. Edinburgh: ICCM, 2009.
- [27] SMITH E W, PASCOE J K. Biaxial fatigue of glass-fiber reinforced composite. Part 1: fatigue and fracture behavior[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2008, 39(3): 505-512.
- [28] LAMKANFI E, VAN PAEPEGEM W, DEGRIECK J, et al. Strain distribution in cruciform specimens subjected to bi-axial loading conditions. Part 2: Influence of geometrical discontinuities[J]. *Polymer Testing*, 2010, 29(1): 132-138.
- [29] MORENO M C S, VICENTE J L M, CELA J J L. Failure strain and stress fields of a chopped glass-reinforced polyester under biaxial loading[J]. *Composite Structures*, 2013, 103: 27-33.
- [30] 蔡登安, 周光明, 曹然, 等. 双轴载荷下复合材料十字型试样几何形状对中心测试区系数的影响 [J]. 复合材料学报, 2015, 32(4): 1138-1144.
CAI Deng'an, ZHOU Guangming, CAO Ran, et al. The influence of the geometric shape of composite cross shaped specimens on the coefficient of the central test zone under biaxial loading[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2015, 32(4): 1138-1144(in Chinese).
- [31] 徐传奇. 复合材料双轴强度与疲劳寿命研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.
XU Chuanqi. Research on biaxial strength and fatigue life of composite materials[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020(in Chinese).
- [32] IRWIN L H, DUNLAP W A, COMPTON P V. Uniaxial, biaxial, and fatigue properties of polyester fiber glass[C]//Composite Materials: Testing and Design (Third Conference). West Conshohocken, PA: ASTM International, 1974.
- [33] TSANGARAKIS N, PEPI M S. Biaxial flexing of a fiber reinforced aluminum composite[J]. *Journal of Composite Materials*, 1990, 24(7): 770-785.
- [34] 温班宁, 李少林, 石多奇, 等. 复合材料高低周复合疲劳试验技术 [J/OL]. 航空动力学报, 2023: 1-7[2023-09-19]. <https://doi.org/10.13224/j.cnki.jasp.20230096>.
- WEN Banning, LI Shaolin, SHI Duoqi, et al. High low cycle composite fatigue testing technology for composite materials[J/OL]. *Journal of Aerodynamics*, 2023: 1-7[2023-09-19]. <https://doi.org/10.13224/j.cnki.jasp.20230096>(in Chinese).
- [35] KWON H J, JAR P Y B, XIA Z. Characterization of Bi-axial fatigue resistance of polymer plates[J]. *Journal of Materials Science*, 2005, 40(4): 965-972.
- [36] QIAO Y, DELEO A A, SALVIATO M. A study on the multi-axial fatigue failure behavior of notched composite laminates[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2019, 127: 105640.
- [37] WAFA M A, HAMDY A, EL-MIDANY A. Combined bending torsional fatigue of woven rowing GRP[J]. *Composites*, 1997, 10(4): 215-222.
- [38] AMIJIMA S, FUJII T, HAMAGUCHI M. Static and fatigue tests of a woven glass fabric composite under biaxial tension-torsion loading[J]. *Composites*, 1991, 22(4): 281-289.
- [39] FUJII T, SHIINA T, OKUBO K. Fatigue notch sensitivity of glass woven fabric composite having a circular hole under tension torsion biaxial loading[J]. *Composite Material*, 1994, 28(3): 234-251.
- [40] KAWAKAMI H, FUJII T J, MORITA Y. Fatigue degradation and life prediction of glass fabric polymer composite under tension/torsion biaxial loadings[J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1996, 15(2): 183-195.
- [41] Perevozchikov V G, Limonov V A, Protasov V D. Static and fatigue strength of unidirectional composites under the combined effect of shear stress and transverse tension-compression stresses[J]. *Mechanics of Composite Materials*, 1989, 24(5): 638-644.
- [42] TAMIAKI M, FUJII T, KAWAKAMI H. Effect of loading path on fatigue degradation and stress-strain response of glass fabric composites under tension/torsion biaxial cyclic loading: CONF-980213-; TRN: IM9932%%123[R]. New York, NY: American Society of Mechanical Engineers, 1998.
- [43] INOUE A, FUJII T, KAWAKAMI H. Effect of loading path on mechanical response of a glass fabric composite at low cyclic fatigue under tension torsion biaxial loading[J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2000, 19(2): 111-123.
- [44] ANDERSON Y A, LIMONOV V A, TAMUZH V P. Effect of phase asynchronism on the fatigue resistance of laminated fiber composites in a plane stress state[J]. *Mechanics of Composite Materials*, 1992, 27(5): 521-529.
- [45] SKINNER T, DATTA S, CHATTOPADHYAY A, et al. Fatigue damage behavior in carbon fiber polymer composites under biaxial loading[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 174: 106942.
- [46] FRANCIS P H, WALRATH D E, SIMS D F, et al. Biaxial fa-

- tigue loading of notched composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 1977, 11(4): 488-501.
- [47] TAKEMURA K, FUJII T. Fracture mechanics evaluation of progressive fatigue damage in a circular-hole-notched GRP composite under combined tension/torsion loading[J]. *Composites Science and Technology*, 1994, 52: 527-534.
- [48] TAKEMURA K F T. Fatigue strength and damage progression in a circular-holoneched GRP composite under combined tension/torsion loading[J]. *Composites Science and Technology*, 1994, 52: 519-526.
- [49] JONES D L, POULOSE P K, LIEBOWITZ H. Effect of biaxial loads on the static and fatigue properties of composite materials. In: *Multiaxial fatigue*[J]. *Composites Science and Technology*, 1985, 59(13): 2025-2035.
- [50] SCHMIDT F, RHEINFURTH M, HORST P, et al. Multiaxial fatigue behaviour of GFRP with evenly distributed or accumulated voids monitored by various NDT methodologies[J]. *International Journal of Fatigue*, 2012, 43: 207-216.
- [51] LUA J, XIAO J, CUI X, et al. Multiaxial fatigue damage assessment of repaired composite cruciform specimens using stress ratio dependent fatigue damage accumulation model[C]//AIAA SCITECH 2022 Forum. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2022: 0531.
- [52] KAMALOO A, JABBARI M, TOOSKI M Y, et al. Optimization of thickness and delamination growth in composite laminates under multi-axial fatigue loading using NSGA-II[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 174: 106936.
- [53] NAIRN J A, HU S. The initiation and growth of delaminations induced by matrix microcracks in laminated composites[J]. *International Journal of Fracture*, 1992, 57(1): 1-24.
- [54] SKINNER T D, DATTA S, CHATTOPADHYAY A, et al. Biaxial fatigue damage in quasi isotropic laminates[C]//AIAA Scitech 2020 Forum. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2020: 0475.
- [55] CHOI J, LEE H, LEE H, et al. A methodology to predict the fatigue life under multi-axial loading of carbon fiber-reinforced polymer composites considering anisotropic mechanical behavior[J]. *Materials*, 2023, 16(5): 1952.
- [56] QUARESIMIN M, CARRARO P A. Damage accumulation under multiaxial fatigue loading[M]//Modeling Damage, Fatigue and Failure of Composite Materials. Cambridge: Woodhead Publishing, 2016: 61-83.
- [57] GUO R, LI C, NIU Y, et al. The fatigue performances of carbon fiber reinforced polymer composites—A review[J]. *Journal of Materials Research and Technology*, 2022, 21: 4773-4789.
- [58] KOCH I G M. Multiaxial fatigue of a unidirectional ply: an experimental top-down approach[M]. Cambridge: Woodhead Publishing, 2017: 168-179.
- [59] CARRARO P A Q M. Modeling the crack initiation in unidirectional laminates under multiaxial fatigue loading[M]. Cambridge: Woodhead Publishing, 2018: 213-221.
- [60] WENG J, WEN W, ZHANG H. Multiaxial fatigue life prediction of composite materials[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2017, 30(3): 1012-1020.
- [61] LAUNAY A, MAITOURNAM M H, MARCO Y, et al. Multiaxial fatigue models for short glass fibre reinforced polyamide. Part II: Fatigue life estimation[J]. *International Journal of Fatigue*, 2013, 47: 390-406.
- [62] TALREJA R. Multi-scale modeling in damage mechanics of composite materials[J]. *Journal of Materials Science*, 2006, 41(20): 6800-6812.
- [63] FAWAZ Z, ELLYIN F. Fatigue failure model for fibre-reinforced materials under general loading conditions[J]. *Journal of Composite Materials*, 1994, 28(15): 1432-1451.
- [64] AWERBUCH J, HAHN H T. Off-axis fatigue of graphite/epoxy composites. In: *Fatigue of fibrous composite materials*[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 1981, 35(7-8): 955-963.
- [65] KAWAKAMI H, FUJII T J, MORITA Y. Fatigue degradation and life prediction of glass fabric polymer composite under tension/torsion biaxial loadings[J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1996, 15(2): 183-195.
- [66] LABOSSIÈRE P, NEALE K W. A general strength theory for orthotropic fiber-reinforced composite laminae[J]. *Polymer Composites*, 1988, 9(5): 306-317.
- [67] PERREUX D, JOSEPH E. The effect of frequency on the fatigue performance of filament-wound pipes under biaxial loading: Experimental results and damage model[J]. *Composites Science and Technology*, 1997, 57(3): 353-364.
- [68] FERRY L, PERREUX D, VARCHON D, et al. Fatigue behaviour of composite bars subjected to bending and torsion[J]. *Composites Science and Technology*, 1999, 59(4): 575-582.
- [69] ADDEN S, HORST P. Damage propagation in non-crimp fabrics under bi-axial static and fatigue loading[J]. *Composites Science and Technology*, 2006, 66(5): 626-633.
- [70] EL-ASSAL A M, KHASHABA U A. Fatigue analysis of unidirectional GFRP composites under combined bending and torsional loads[J]. *Composite Structures*, 2007, 79(4): 599-605.
- [71] GUDE M, HUFENBACH W, KOCH I, et al. Fatigue failure criteria and degradation rules for composites under multiaxial loadings[J]. *Mechanics of Composite Materials*, 2006, 42(5): 443-450.

- [72] SMITH E W, PASCOE J K. Biaxial fatigue of glass-fibre reinforced composite. Part 1: Fatigue and fracture behaviour[J]. *International Journal of Fatigue*, 1986, 34(1): 25-32.
- [73] SMITH E W, PASCOE J K. Biaxial fatigue of a glass-fibre reinforced composite. Part 2: Failure criteria for fatigue and fracture[J]. *International Journal of Fatigue*, 1989, 32(1): 17-28.
- [74] PETERMANN J, PLUMTREE A. A unified fatigue failure criterion for unidirectional laminates[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2001, 32(1): 107-118.
- [75] 戚东涛, 程光旭, 段权, 等. 基于临界平面法的复合材料多轴疲劳损伤参量研究 [J]. 西安交通大学学报, 2003, 37(11): 1182-1185.
- QI Dongtao, CHENG Guangxu, DUAN Quan, et al. Research on multiaxial fatigue damage parameters of composite materials based on critical plane method[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2003, 37(11): 1182-1185(in Chinese).
- [76] COLOMBO C, VERGANI L. Multi-axial fatigue life estimation of unidirectional GFRP composite[J]. *International Journal of Fatigue*, 2011, 33(8): 1032-1039.
- [77] GŁOWACKA K, ŁAGODA T. Application of multiaxial fatigue criterion in critical plane to determine lifetime of composite laminates[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2023, 292: 109644.
- [78] HAJIKAZEMI M. Physics-based methodology for predicting ply cracking and laminate failure in symmetric composite laminates under multiaxial loading condition[M]// Multi-scale continuum mechanics modelling of fibre-reinforced polymer composites. Cambridge: Woodhead Publishing, 2021: 509-553.
- [79] VASSILOPOULOS A, GEORGOPoulos E, KELLER T. Comparison of genetic programming with conventional methods for fatigue life modeling of FRP composite materials[J]. *International Journal of Fatigue*, 2008, 30(9): 1634-1645.
- [80] VASSILOPOULOS A P, KELLER T. Modeling of the fatigue life of adhesively-bonded FRP joints with genetic programming[C]//17th International Conference on Composite Materials. Edinburgh: ICCM, 2009: 27-31.
- [81] VASSILOPOULOS A, GEORGOPoulos E, DIONYSOPOULOS V. Artificial neural networks in spectrum fatigue life prediction of composite materials[J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(1): 20-29.
- [82] VASSILOPOULOS A P, BEDI R. Adaptive neuro-fuzzy inference system in modelling fatigue life of multidirectional composite laminates[J]. *Computational Materials Science*, 2008, 43(4): 1086-1093.
- [83] ELEFTHEROGLOU N, ZAROUCHAS D, BENEDICTUS R. An adaptive probabilistic data-driven methodology for prognosis of the fatigue life of composite structures[J]. *Composite Structures*, 2020, 245: 112386.
- [84] KUMAR C H, SWAMY R P. Fatigue life prediction of glass fiber reinforced epoxy composites using artificial neural networks[J]. *Composites Communications*, 2021, 26: 100812.
- [85] XU X, WANG G, YAN H, et al. Deep-learning-enhanced digital twinning of complex composite structures and real-time mechanical interaction[J]. *Composites Science and Technology*, 2023, 241: 110139.
- [86] MACHELLO C, BAZLI M, RAJABIPOUR A, et al. Using machine learning to predict the long-term performance of fibre-reinforced polymer structures: A state-of-the-art review[J]. *Construction and Building Materials*, 2023, 408: 133692.
- [87] FERNÁNDEZ J, CHIACHÍO M, CHIACHÍO J, et al. Uncertainty quantification in neural networks by approximate bayesian computation: Application to fatigue in composite materials[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2022, 107: 104511.
- [88] QUARESIMIN M, CARRARO P A. On the investigation of the biaxial fatigue behaviour of unidirectional composites[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2013, 54: 200-208.
- [89] CARRARO P A, QUARESIMIN M. A damage based model for crack initiation in unidirectional composites under multiaxial cyclic loading[J]. *Composites Science and Technology*, 2014, 99: 154-163.
- [90] 吴涛, 姚卫星, 黄杰. 纤维增强树脂基复合材料超高周疲劳研究进展 [J]. 材料导报, 2022, 36(6): 210-218.
- WU Tao, YAO Weixing, HUANG Jie. Research progress on ultra-high cycle fatigue of fiber-reinforced resin matrix composites[J]. *Materials Reports*, 2022, 36(6): 210-218(in Chinese).