

基于单元级损伤指标的纤维增强复合材料层合板损伤识别方法

石庆贺 杨颖 孙伟 王昊 胡可军

Damage identification method for fiber-reinforced composite laminates based on element-level damage indicators

SHI Qinghe, YANG Ying, SUN Wei, WANG Hao, HU Kejun

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20230710.002>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

复合材料加筋壁板损伤识别的概率成像方法

Probability-based diagnostic imaging for damage identification of stiffened composite panel

复合材料学报. 2018, 35(2): 311–319 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170505.001>

强噪声下碳纤维增强树脂复合材料结构Lamb波层析损伤成像方法

Lamb wave tomography damage imaging of carbon fiber reinforced polymer composite structures in strong noise environment

复合材料学报. 2020, 37(4): 886–895 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190628.004>

基于频率识别纤维增强树脂复合材料加筋板的分层损伤

Frequency-based delamination detection in stiffened fiber reinforced polymer composite plates

复合材料学报. 2019, 36(11): 2614–2627 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190305.004>

基于经验模态分解和相关系数对玻璃纤维增强聚合物复合材料板的损伤识别及扫查成像

Damage identification and scanning imaging of glass fiber reinforced polymer composite plates based on empirical mode decomposition and correlation coefficient

复合材料学报. 2020, 37(8): 1921–1931 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20191031.003>

基于二维连续小波变换与数据融合技术的逆有限元法-伪激励法结构损伤识别方法

Structure damage identification method of inverse finite element method-pseudo-excitation method based on 2D continuous wavelet transform and data fusion technology

复合材料学报. 2021, 38(10): 3564–3572 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210115.001>

飞机用复合材料斜胶接修补结构的冲击损伤

Impact damage of composite scarf bonded repair structure for aircraft

复合材料学报. 2018, 35(10): 2698–2705 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20171220.001>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

基于单元级损伤指标的纤维增强复合材料层合板损伤识别方法



分享本文

石庆贺^{*}¹, 杨颖¹, 孙伟², 王昊¹, 胡可军¹

(1. 江苏理工学院 材料工程学院, 常州 213001; 2. 中国航空研究院, 北京 100000)

摘要: 本文针对复合材料层合板结构提出了一种能够综合反映其承载能力缺失的单元级损伤指标——层合单元损伤指标, 该指标既可以反映层合板面内外方向刚度的损伤情况, 又具有参数数量较少、较易识别的优点。为保证所提损伤指标的合理性, 本文利用数学和力学算子对单元级损伤指标与材料级损伤指标进行了等效, 并比较了不同损伤指标在表征损伤程度之间的差异性。并提出了基于单元级损伤参数的复合材料结构损伤识别流程, 即首先利用单元应变能差值指标对损伤单元进行筛选, 然后利用优化方法对候选单元的损伤程度进行辨识。本文所提方法通过数值算例和一个试验进行了验证, 分析了单元级损伤参数各个元素之间的相关性, 并验证了基于单元级损伤参数的复合材料层合板结构损伤识别流程。本文的研究成果补充了现有复合材料结构健康监测理论。

关键词: 复合材料; 损伤识别; 单元级损伤参数; 层合板结构; 优化; 损伤定位

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2024)03-1539-15

Damage identification method for fiber-reinforced composite laminates based on element-level damage indicators

SHI Qinghe^{*}¹, YANG Ying¹, SUN Wei², WANG Hao¹, HU Kejun¹

(1. School of Materials Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China;

2. China Academy of Aeronautical Research, Beijing 100000, China)

Abstract: An element-level damage index, damage index of laminated element, was proposed for composite laminate structures that can comprehensively reflect the degradation of load-bearing capacity, which can reflect the damage of stiffness in both internal and external directions and has the advantages of fewer parameters and easier identification. In order to ensure the rationality of the proposed damage index, mathematical and mechanical operators was used to equate the element-level damage index with the material-level damage index, and the differences between different damage indexes in characterizing the degree of damage were compared. The damage identification process of composite structures based on element-level damage parameters was also proposed, i.e., the damage elements were firstly screened by using modal strain energy change ratio, and then the damage degree of the candidate elements was identified by using optimization methods. The proposed method was validated by numerical examples and an experiment work, and the correlation between the elements of the element-level damage parameters was analyzed and the damage identification process of the composite laminate structure based on the element-level damage parameters was validated. The results of this paper complement the existing theory of health monitoring of composite structures.

收稿日期: 2023-05-08; 修回日期: 2023-06-17; 录用日期: 2023-06-30; 网络首发时间: 2023-07-11 08:56:00

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20230710.002>

基金项目: 国家自然科学基金 (12102156; 52205157); 国家重点研发计划 (2020YFB1506703); 江苏省 (校) 研究生实践创新计划项目 (XSJCX23_61) National Natural Science Foundation of China (12102156; 52205157); National Key Research and Development Program (2020YFB1506703); Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province (XSJCX23_61)

通信作者: 石庆贺, 博士, 讲师, 硕士生导师, 研究方向为结构健康监测、损伤识别、复合材料结构优化设计 E-mail: shiqinghe34@126.com

引用格式: 石庆贺, 杨颖, 孙伟, 等. 基于单元级损伤指标的纤维增强复合材料层合板损伤识别方法 [J]. 复合材料学报, 2024, 41(3): 1539-1553.

SHI Qinghe, YANG Ying, SUN Wei, et al. Damage identification method for fiber-reinforced composite laminates based on element-level damage indicators[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2024, 41(3): 1539-1553(in Chinese).

Keywords: composite material; damage identification; element-level damage parameters; laminate structure; optimization; damage location

纤维增强复合材料广泛应用于航空航天、汽车、风力发电机等工程领域^[1]。这些工程结构在使用过程中由于环境工况等因素导致结构产生材料开裂、结构失稳、断裂等破坏形式,从而对结构产生不可估量的损失^[2-3]。结构健康监测技术可以实时在线监测结构系统的结构响应,并通过将其与基准结构的响应进行比较和分析,推测出结构的安全状态,因此成为复合材料结构维护运营的重要手段和必然趋势^[4]。结构健康监测的重要技术之一是损伤识别,即定义恰当的结构损伤指标,并在结构服役过程中监测损伤指标的变化情况,通过损伤指标的变化趋势来评估结构的健康状况。结构刚度损伤是表征结构承载能力缺失最常用的一类损伤指标。传统损伤指标是应用最广泛的一类刚度损伤描述方法,它采用一个标量来表示单元整体的损伤情况。目前已有基于静力位移^[5]、模态^[6]、加速度^[7]等结构响应的传统损伤指标识别方法。然而复合材料层合板结构由于其各向异性和复杂加工工序等原因,导致其具有纤维断裂、基体开裂、剪切失效、分层等多种失效模式^[8],传统损伤指标已经无法精细化反映其复杂的失效形式。基于此,Wang等^[9]提出了适用于层合板结构的材料级损伤指标(各向异性折减指标ARF)。该指标针对层合板的每层采用一个包含3个损伤参数的向量来描述该层各个方向的承载能力缺失,具有较明确的物理意义。但是,层合板结构层数较多,若对每层建立损伤指标则会产生大量的待求解参数,势必会引起巨大的计算量和欠定方程的求解问题。另外,根据复合材料经典层合板理论,其本构关系可由拉压、弯曲、剪切、耦合等刚度矩阵组成。因此,本文将利用各个方向刚度的折减系数来构建损伤刚度矩阵,把各个方向刚度的折减系数称为单元级损伤参数。这种损伤的构建方式将会减少损伤参数的个数,并能包含更多的损伤信息。需要注意的是,材料级损伤指标能够表征层合板每个单层的各向承载能力损失,因此可作为描述结构真实的损伤指标依据。

两类损伤指标的等效是一个刚度等效问题,在刚度等效方面,学者们基于小变形下的叠加理论开展了一系列研究:邱家波等^[10]基于线性叠加理论和层合板理论对复合材料帽型加筋层合板典型板元的面内刚度和弯曲刚度进行了等效计算;

朱秀杰等^[11]基于一阶剪切变形梁理论和经典层合板理论对复合材料层合箱梁等效刚度进行了计算;刘航等^[12]利用经典弹性力学和材料力学理论推导了上正交各向异性半球形凸起凹凸板的等效刚度;黄炳生等^[13]基于等效刚度法对蜂窝梁钢框架结构,提出了矩形孔蜂窝梁钢框架内力和位移计算方法。这些方法为结构刚度提供了较好的思路,但以上方法进行刚度等效的对象是完整结构,通过经典力学理论可对结构宏观刚度进行严谨的推导和等效,是正问题研究的范畴。然而,对于复杂失效模式下的复合材料损伤结构来讲,两类损伤指标的等效问题不具备唯一的确定解,属于典型的反问题范畴,选择或构建合理的数学力学量,使两类指标在复杂失效模式下具有一致的物理力学意义,是保证所提单元级损伤指标合理性的前提。因此,本文将从数学和力学两个方面对损伤指标进行等效,比较各种算子的等效效果。

损伤识别的重要内容是对损伤程度进行辨识,若直接对结构中每个单元的损伤程度进行辨识会造成巨大的计算量,同时会增加反问题求解的不适定性。而通过损伤定位指标来识别损伤候选单元,然后通过定量识别方法来量化损伤程度的分步损伤识别方法则较好地解决了这个问题^[14-15]。这类方法通过损伤定位来缩小候选损伤单元集合的规模,从而提高了识别结构损伤程度的效率。损伤定位可根据结构特征或响应构造损伤定位指标来识别损伤单元,郭惠勇等^[16]在解决结构的多损伤识别问题时,提出了一种基于应变能等效指标的损伤识别方法。损伤程度的识别则是通过模型修正方法如灵敏度分析法^[17-18]、机器学习法^[19-20]或优化方法^[21-22]对结构损伤参数进行量化。灵敏度分析法^[23]经常用于损伤定量识别,并且已经广泛应用于各向同性材料结构的损伤检测,刘康^[24]从特征值和特征向量的灵敏度公式出发,推导出模态柔度对任意设计参数的灵敏度公式。该方法在损伤参数与响应呈线性关系的问题中得到了很好的应用。然而,复合材料结构的损伤参数与结构响应呈现较强的非线性关系,因此摄动法很难应用。人工神经网络方法、深度学习等方法机器学习方法^[25]是参数识别的新兴领域,它们通过样本数据建立结构响应与损伤参数之间的非线性映射关系,并利用该映射关系进行损伤识别。然而,

该方法需要大量的样本数据,训练效率较低。优化方法通过最小化参考模型与损伤模型之间的动态特性或响应误差直接识别损伤^[26]。具有操作简单、物理意义明确的优点,因此得到了大量学者的青睐。

综上所述,本文将基于层合理论提出一种损伤参数较少,又能描述层合结构拉压、弯曲、剪切等承载能力缺失的单元级损伤指标——层合单元损伤指标,并依据数学和力学理论提出材料级和单元级损伤指标的等效方法。在此基础上,提出一种基于该单元级损伤指标的复合材料分步损伤识别方法。基于所提出的损伤建模方法,可以清晰地识别复合材料结构的损伤类型和损伤程度。

1 损伤指标构建

损伤指标的定义必须能合理表征结构承载能力的缺失。结构损伤由无数个微观缺陷综合作用产生,采用某个损伤指标向量来综合表示这些微观损伤,必然与真实损伤状态存在着差别,因此建立的损伤指标必然是一个“等效”指标。在本文中,结构损伤由刚度折减来进行表示,下面介绍传统的结构损伤指标、材料级结构损伤指标和本文提出的单元级结构损伤指标。

1.1 传统结构损伤指标

结构的刚度矩阵可以表示为

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{K}_i \quad (1)$$

其中, α_i 为第 i 个单元的相对刚度系数,且 $0 \leq \alpha_i \leq 1$; 当 $\alpha_i = 1$ 时,代表第 i 个单元无损伤;当 $\alpha_i = 0$ 时,代表第 i 个单元完全损伤。

1.2 材料级结构损伤指标

材料级损伤指标能够表征层合板每个单层的各向承载能力损失,因此可以作为描述结构真实的损伤指标依据。基于材料级损伤参数的刚度矩阵可以表示为

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \mathbf{K}_{ij} (d_{11}^{ij}, d_{22}^{ij}, d_{12}^{ij}) \quad (2)$$

其中: m 指 m 个单元; n 指层合板一共有 n 层; d_{11}^{ij} 、 d_{22}^{ij} 、 d_{12}^{ij} 是第 i 个单元第 j 层的纤维方向、基体方向和剪切方向的损伤参数,该值为 0 时指该单元该层没有损伤,该值为 1 代表该单元该层完全损伤。

1.3 单元级结构损伤指标——层合单元损伤指标

损伤条件下的层合板的刚度矩阵可写为如下形式:

$$\Psi_{\theta}^i = \begin{bmatrix} ([\theta_A^i] - \theta_A^i) \mathbf{A}_u^i & ([\theta_B^i] - \theta_B^i) \mathbf{B}_u^i \\ ([\theta_B^i] - \theta_B^i) \mathbf{B}_u^i & ([\theta_D^i] - \theta_D^i) \mathbf{D}_u^i \\ & & ([\theta_S^i] - \theta_S^i) \mathbf{S}_u^i \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: \mathbf{A}_u^i 、 \mathbf{B}_u^i 、 \mathbf{D}_u^i 、 \mathbf{S}_u^i 分别代表未损伤状态下层合板的拉压、耦合、弯曲、剪切刚度矩阵,其中“u”表示未损伤状态; θ_A^i 、 θ_B^i 、 θ_D^i 、 θ_S^i 为单元级损伤参数——层合单元损伤指标,下标 A、B、D、S 分别代表层合板的拉压、耦合、弯曲、剪切损伤,该值为 0 代表无损伤,该值为 1 则代表完全损伤; $[\theta_A^i]$ 、 $[\theta_B^i]$ 、 $[\theta_D^i]$ 、 $[\theta_S^i]$ 为未损伤时的系数。该损伤指标既可以表示结构单元各种承载能力的缺失,又能有效减少待求解参数的规模。此时,结构的刚度矩阵可以表示为

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^m \mathbf{K}_i (\theta_A^i, \theta_B^i, \theta_D^i, \theta_S^i) \quad (4)$$

若采用壳单元对层合板单元进行构建,利用三类损伤指标时每个单元所需的损伤变量个数及特点如图 1 所示,通过比较可以看出,利用拟建的单元级损伤指标具有识别参数较少、包含损伤信息较多的优势。

2 材料级与单元级损伤指标的等效

正如前文所述,损伤指标的建立是“等效”思想的运用,材料级损伤参数是基于经典的损伤力学理论建立的,可以作为描述结构真实的损伤指标依据。因此,有必要建立单元级损伤指标与材料级损伤指标的映射关系,来研究不同损伤阶段下单元级损伤参数描述损伤程度的合理性。

本部分从数学和力学两方面建立材料级损伤参数和单元级损伤参数的等效标的数学物理量。建立两类指标的等效优化模型如下所示:

$$\{\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p\} = \arg \min \left\| f(\Psi_d(d_{ij}^p)) - f(\Psi_{\theta}(\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p)) \right\|_2 \quad (5)$$

其中: d_{ij}^p 、 $\{\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p\}$ 分别代表第 p 种失效模式下的材料级损伤变量和待优化损伤变量; $\Psi_d(d_{ij}^p)$ 和 $\Psi_{\theta}(\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p)$ 分别代表两种损伤指标下的刚度矩阵; $f(\cdot)$ 代表等效标的数学物理量。

2.1 数学算子指标

利用典型的矩阵算子表示完整刚度矩阵缺失

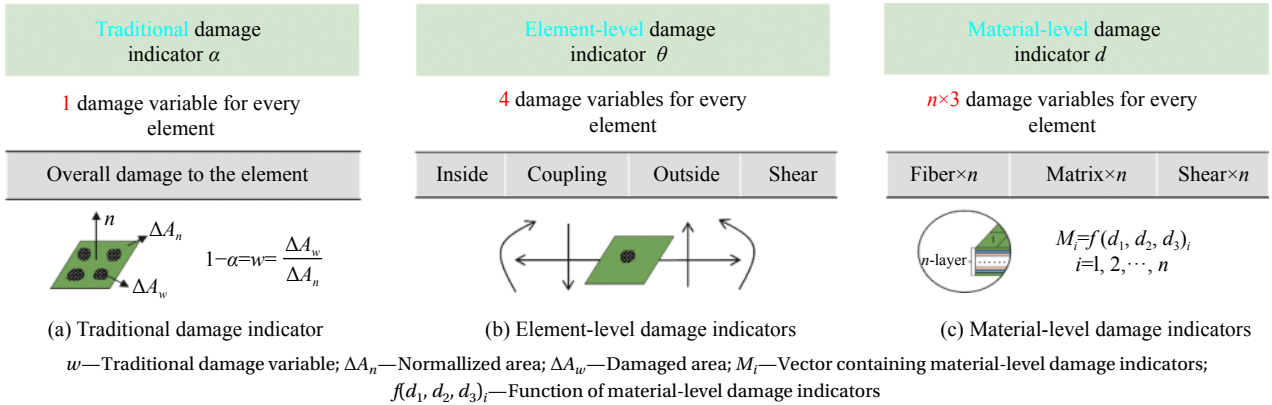


图1 3类损伤指标所需损伤变量个数及特点

Fig. 1 Number of damage variables required for the three types of damage indicators and their characteristics

部分的数学特征，上述优化模型可以写为

$$\{\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p\} = \arg \min$$
$$\left\| g_q(\Delta \Psi_d) - g_q(\Delta \Psi_\theta(\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p)) \right\|_2$$

(6)

其中： $g_q(\cdot)$ 为矩阵范数、行列式、矩阵的迹等矩阵算子； q 代表某种算子。特别注意的是，利用矩阵逼近问题的主分量分析方法对典型失效模式下的等效单元级损伤系数进行求解，假设 $\Delta \Psi_d = \Psi_u - \Psi_d(d_{ij}^p)$ 为采用材料级损伤参数进行表征的刚度缺失矩阵，对其进行奇异值分解 $\Delta \Psi_d = U_d \Sigma_d V_d^T$ ， U_d 为左奇异向量， V_d 为右奇异向量，确定其主奇异值 Σ_d ，这些奇异值可以反映基于材料级损伤参数表达的缺失刚度矩阵的主要特征。同理可以得到利用单元级损伤参数表达的主奇异值 Σ_θ ，则指标等效问题可用以下优化模型来代替：

$$\{\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p\} = \arg \min \left\| \Sigma_d - \Sigma_\theta \right\|_2$$

(7)

以上数学算子计算简便，可为结构失效分析中面内和面外刚度的失效提供计算当量，从不同的角度来描述结构损伤的程度。以上等效手段可为两类指标的当量分析提供标的，方便两类指标在数学角度进行比较。需要注意的是，这些等价指标应与物理环境的传感器测试响应类型能够匹配，这样才能提供结构损伤识别所需要的传感器信息。不同的数学算子表示的含义并不一致，奇异值体现不同失效模式的差别，矩阵算子中2范数表示矩阵的最大奇异值，可以理解为最主要的失效模式，其中行列式反映了矩阵的奇异性，矩阵的迹表示矩阵各个奇异值的和，即反映了各个奇异值打包处理后的均衡特性。

2.2 基于力学信息等效

基于力学信息的等效是最直接的等效方法，由于损伤识别的过程就是利用传感器测得的损伤

前后结构的力学响应信息对损伤的存在、位置和程度进行辨识，本质上是一个优化过程，其中优化目标的建立过程是参考模型和实际模型的传感器测试量之间的残差最小。选择合适的力学响应指标对于结构损伤识别则显得尤为重要。选择的力学响应包括结构静力位移、固有频率，模态振型等力学量。拟构建如下优化模型：

$$\{\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p\} = \arg \min \|h(d) - h(\theta)\|_2$$

(8)

其中， $h(\cdot)$ 为力学响应量，可以为静力位移、模态信息等。特别注意的是，根据刚度矩阵表示的物理意义进行等效，刚度是承载能力的表达方式，可表示为积蓄弹性势能的能力，则指标等效问题可用以下优化模型来代替：

$$\{\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p\} = \arg \min$$
$$\left\| \Phi(\Psi_d(d_{ij}^p)) - \Phi(\Psi_\theta(\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p)) \right\|_2$$

(9)

其中， $\Phi(d_{ij}^p)$ 和 $\Phi(\theta_A^p, \theta_B^p, \theta_D^p, \theta_S^p)$ 表示含有材料级或单元级损伤参数 d_{ij}^p 的应变能。

为了描述单元级损伤指标之间的相关性，利用回归分析方法针对不同的损伤模式对各单元级损伤参数进行相关性分析，然后对回归系数进行检验，为后续结构损伤识别提供先验信息。

3 基于单元级损伤指标的损伤识别方法

单元级损伤指标的识别方法采用优化的方法来进行辨识，采用的优化列式为

$$\text{find } \theta_A^k, \theta_D^k \quad k=1, 2, \cdots, m$$
$$\min \quad \text{obj} = w_1 \sum_{i=1}^n \frac{\|\phi_i^f - \phi_i^d\|}{\|\phi_i^d\|} + w_2 \frac{\|f_r - f_d\|}{\|f_d\|}$$
$$\text{s.t.} \quad 0 \leq \theta_A^k, \theta_D^k \leq 1$$

式中： m 为识别出的损伤单元的个数； n 为采用

的模态阶次；**obj**是优化目标； ϕ_r^i 和 ϕ_d^i 代表参考模型和实际损伤模型第*i*阶模态振型； f_r 和 f_d 代表参考模型和实际损伤模型的频率向量； w_1 、 w_2 为模态振型和频率残差的加权系数。

以上优化列式可采用梯度算法进行快速求解，其中优化目标函数对优化变量的梯度求解为复合函数求导，模态振型和模态特征值对优化变量的导数分别用 S_ϕ^i 和 S_λ^i 来表示，*i*为第*i*阶模态，根据结构振动理论可得 S_λ^i 和 S_ϕ^i 表达式：

$$S_{jk}^i = (\phi_k^i)^T K_j \phi_k^i,$$
$$k = 1, 2, \cdots, n; i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, m$$

(10)

$$S_{\phi jk}^i = \frac{\partial \phi_k^i}{\partial \alpha_j} = \sum_{l=1}^n -\frac{(\phi_l^i)^T K_j \phi_k^i}{(\lambda_l - \lambda_k)} \phi_l^i,$$
$$k = 1, 2, \cdots, n; l = 1, 2, \cdots, n;$$
$$i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, m$$

(11)

其中： ϕ_k^i 为第*i*阶模态第*k*个自由度的模态振型； K_j 为第*j*个损伤参数对应的刚度矩阵。

为了降低损伤辨识过程中的待辨识参数个数，加快损伤识别的速度，在进行定量识别之前先进行损伤定位，利用损伤前后的模态应变能指标对损伤位置进行筛选^[9]。

结构损伤的位置可以通过损伤前后模态应变能的变化率来确定。每个单元的模态应变能(Modal strain energy, E^{MS})可以按照下式计算：

$$E_{ij}^{MS} = (\phi_i^i)^T K_j \phi_i^i$$

(12)

其中： E_{ij}^{MS} 表示第*i*阶模态第*j*个单元的单元应变能； ϕ_i^i 代表第*i*阶模态振型。

通过计算结构损伤前后的模态应变能，计算出损伤定位指标，即模态应变能变化率(Modal strain energy change ratio, R_j^{MSEC}):

$$R_j^{MSEC} = \sum_{i=1}^n \frac{R_{ij}^{MSEC}}{\max\{R_{ij}^{MSEC}\}}, j = 1, 2, \cdots, m$$

(13)

其中：

$$R_{ij}^{MSEC} = \frac{u f_i^2}{d f_i^2} \frac{|E_{ij}^{MSd} - E_{ij}^{MSu}|}{E_{ij}^{MSu}}, j = 1, 2, \cdots, m$$

(14)

其中： $u f_i$ 代表未损伤结构的第*i*阶模态频率； $d f_i$ 代表损伤结构的第*i*阶模态频率；公式中的权重系数 $u f_i^2/d f_i^2$ 会减小模态频率变化小的模态的影响。具有较大指标的单元被视为损伤单元。

每个单元具有不同的模态应变能变化率数值，该值越大，说明该单元发生损伤的可能性更大。为了筛选损伤单元，本文引入标准化模态应变能变化率指标 N_j^{MSECR} ，定义如下：

$$N_j^{MSECR} = \frac{R_j^{MSEC} - \mu(R^{MSEC})}{\sigma(R^{MSEC})}, j = 1, 2, \cdots, m$$

(15)

式中： R^{MSEC} 为各个单元模态应变能变化率指标组成的向量； $\mu(\cdot)$ 和 $\sigma(\cdot)$ 分别代表向量的均值和标准差。依据定义可知，该值越大，说明该单元受到损伤的概率越大。但是认定为损伤单元的临界阈值并没有一个客观的标准，本文取值当 N_j^{MSECR} 大于1时认为该单元为损伤单元。

4 数值算例

4.1 数值算例 1：等效指标建立

本部分针对某一种铺层方式 $[-45^\circ/90^\circ/45^\circ/0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ]$ 来开展研究，设置典型工况对该铺层下的失效路径进行模拟，得到每一个失效步下的材料级损伤参数，对每个失效步的单元级损伤参数进行求解，从而了解单元级损伤参数的退化过程。材料属性如表 1 所示。载荷工况如表 2 所示，载荷工况分为面内工况和拉弯组合工况。

根据表 2 中设置的载荷工况对复合材料进行加载，加载过程中通过失效准则对每个单层的失效情况进行判定，利用渐进失效准则对失效的单元进行退化。退化时复合材料的刚度矩阵会发生变化，本文采用的失效准则为 Hashin 准则^[27]，包含纤维拉伸、纤维压缩、基体拉伸、基体压缩 4 种失效模式。

表 1 复合材料层合板材料属性

Table 1 Material parameters of composite laminate

E_1 /GPa	E_2 /GPa	G_{12} /GPa	ν_{12}	X_t /GPa	X_c /GPa	Y_t /GPa	Y_c /GPa	S_{12} /GPa
140	10	5	0.3	1 500	1 200	50	250	70

Notes: E_1 and E_2 —Longitudinal and transverse elastic moduli; G_{12} —In-plane shear modulus; ν_{12} —Poisson's ratio; X_t and X_c —Longitudinal tensile and compressive strengths; Y_t and Y_c —Transverse tensile and compressive strengths; S_{12} —In-plane shear strength.

表 2 仿真工况
Table 2 Simulation conditions

Number	Description of working conditions and load vectors	$[N_x; N_y; N_{xy}]$	$[M_x; M_y; M_{xy}]$
1	Tensile	$[100; 100; 0]$	$[0; 0; 0]$
2	Tensile and bending	$[100; 100; 0]$	$[100; 100; 0]$

Notes: $[N_x; N_y; N_{xy}]$ —Combined internal force per element width of laminate; $[M_x; M_y; M_{xy}]$ —Combined internal moment per element width of laminate.

依据渐进失效准则对复合材料层合板的失效顺序进行求解，即采用终层失效法则来判定层合板的失效。两种载荷的失效路径如表 3 所示，表中的数字对应的是层合板的具体哪一层失效，箭头代表本失效步指向下一个失效步。可以看出，面内载荷工况下失效过程分 4 个失效步，少于拉弯组合工况，这是由于面内载荷工况的载荷由各个铺层共同承担，相同角度的铺层承受的载荷一

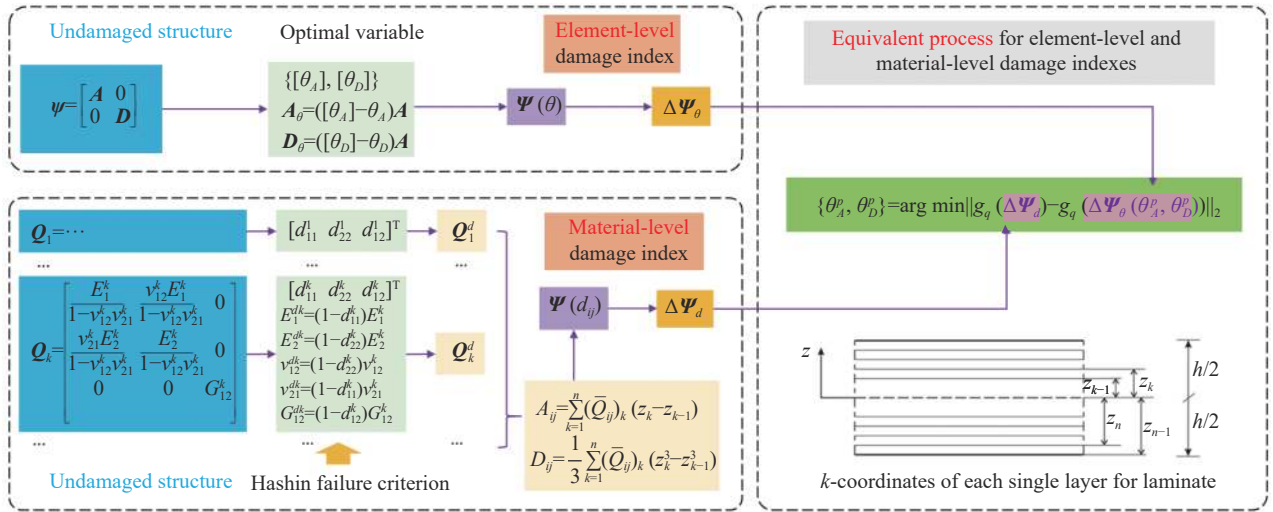
致，即相同的角度铺层会同时失效。面内外载荷综合作用工况的失效过程有 9 个失效步，较复杂，其原因一方面是由于弯曲工况导致应变呈现梯度分布，各个铺层承担载荷不同；另一方面是由于复合材料单向带拉压承载能力不同，抗压能力强于抗拉能力。两方面原因综合作用导致失效路径更复杂。

依据数学算子或力学信息等效的方法可对等效的单元级损伤指标进行优化求解，包括奇异值、范数、行列式、矩阵的迹、位移指标和应变能指标等。等效单元级损伤指标的求解流程如图 2 所示，材料级损伤参数是利用 Hashin 失效准则进行刚度折减得到的，用各个单层折减后的刚度矩阵组成的刚度矩阵为 $\Psi(d_{ij})$ ，是一个基准，而单元级损伤参数是优化模型的优化设计变量，通过

表 3 层合板两种载荷的失效路径
Table 3 Failure paths of two loads of laminates

No.	Failure paths
1	1MT, 3MT, 5MT, 7MT→2MT, 6MT→4MT→1FT, 2FT, 3FT, 4FT, 5FT, 6FT, 7FT
2	6MT, 7MT→1FC, 7FT→5MT→1MC→3MT→2MC→4MT, 5FT, 6FT→3FC→1MT, 4FT

Notes: MT and MC—Tensile and compression of matrix; FT and FC—Tensile and compression of fiber.



Ψ —Stiffness matrix of symmetric laminates; A —Tensile stiffness matrix; D —Bending stiffness matrix; Q_1 —Stiffness matrix of the 1st layer of the damaged structure; Q_k^d —Stiffness matrix of the k th layer of the damaged structure; $E_1^{dk}, E_2^{dk}, \nu_{12}^{dk}, \nu_{21}^{dk}, G_{12}^{dk}$ —Longitudinal, transverse elastic moduli, Poisson's ratio in both in-face directions, and shear modulus of the k th layer of the damaged structure; $E_1^k, E_2^k, \nu_{12}^k, \nu_{21}^k, G_{12}^k$ —Longitudinal, transverse elastic moduli, Poisson's ratio in both in-face directions, and shear modulus of the k th layer of the undamaged structure; $d_{11}^k, d_{22}^k, d_{12}^k$ —Material-level damage parameters in fiber direction, matrix direction and shear direction for the k th layer; $\Psi(\theta)$ —Stiffness matrix expressed by element-level damage parameters; $\Delta\Psi_\theta$ —Residual stiffness matrix expressed by element-level damage parameters; $\Psi(d_{ij})$ —Stiffness matrix expressed by material-level damage parameters; $\Delta\Psi_d$ —Residual stiffness matrix expressed by material-level damage parameters; θ_A^p, θ_D^p —In-plane and out-of-plane element-level damage indicators under the p th failure mode; g_q —The q th kind of operator; $\|\cdot\|_2$ —The 2-norm of matrix; h —Thickness of laminates; z_k —Midplane coordinates of the k th layer

图 2 材料级和单元级损伤指标等效过程示意图

Fig. 2 Schematic diagram of equivalent process for material-level and element-level damage indicators

优化模型求解得到。由于本例中考虑的铺层方式为对称铺层，耦合刚度矩阵为零，在本例中不做考虑；同时，由于本例采用的是经典层合板理论建模，故面外剪切刚度并未体现。也就是说，本例中仅考虑面内拉压刚度和面外弯曲刚度矩阵的折减情况。图 3、图 4 分别给出了两种工况下以各种数学算子为优化指标的失效指标随失效历程的变化曲线，其中横轴为各个工况下的失效步，纵轴为面内失效指标或面外失效指标。从图中可以看出随着失效步的增加，面内和面外失效因子均出现了递增趋势，这是符合失效规律的。同时，可以看出各种曲线递增趋势基本保持一致，即各个曲线鲜有交叉，也能从侧面反映出不同算子表现刚度折减程度的一致性。除了面外载荷工况，

各个曲线最终上升到 1，即完全破坏。6 条曲线中的范数、奇异值和迹这 3 条曲线的数值近似相等，行列式和其他两条力学等效指标曲线数值偏大。这是由于前 3 类指标在数学上对损伤的定义较接近，均是 将 损伤 结 构 刚 度 矩 阵 的 奇 异 值 向 包 含 单 元 级 损 伤 参 数 的 刚 度 矩 阵 进 行 “ 逼 近 ”。

考虑到材料参数本身的分散性，将材料的弹性参数、强度参数、铺层角度、载荷大小设置为不确定性参数，不确定性水平为 5%。为了研究失效过程中面内损伤参数和面外损伤参数的相关性，将各种弹性参数和强度参数对应的面内损伤参数和面外损伤参数以散点图的形式画在同一个坐标平面内，如图 5 所示。由于本例着重考虑失效模式的影响，因此采用的是奇异值指标。从图中可

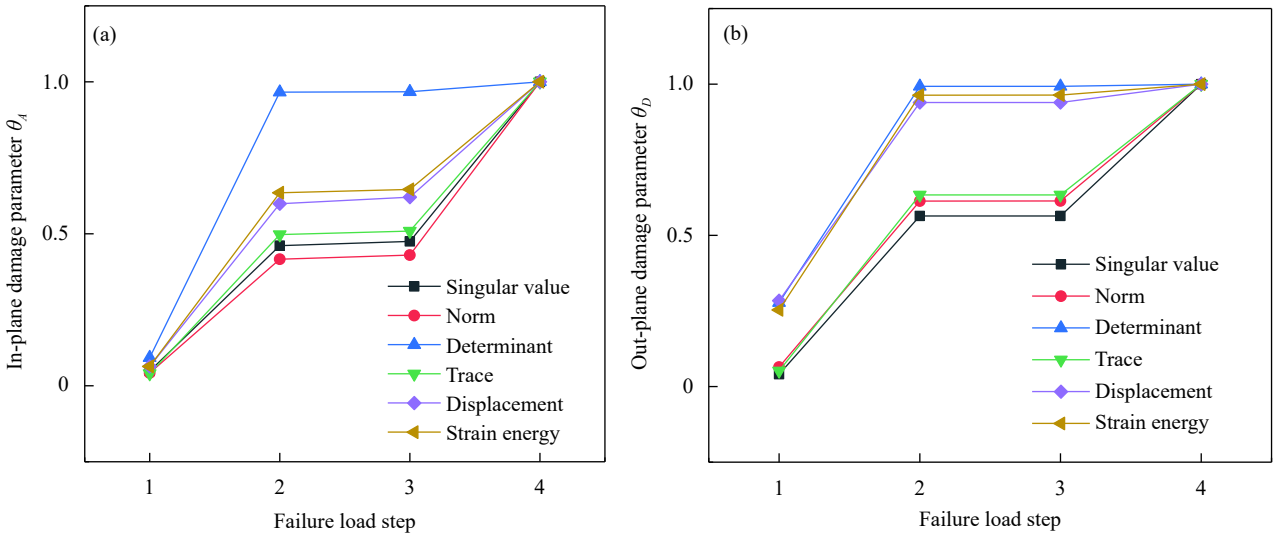


图 3 层合板面内载荷系数退化曲线

Fig. 3 In-plane loading coefficient degradation curves of laminates

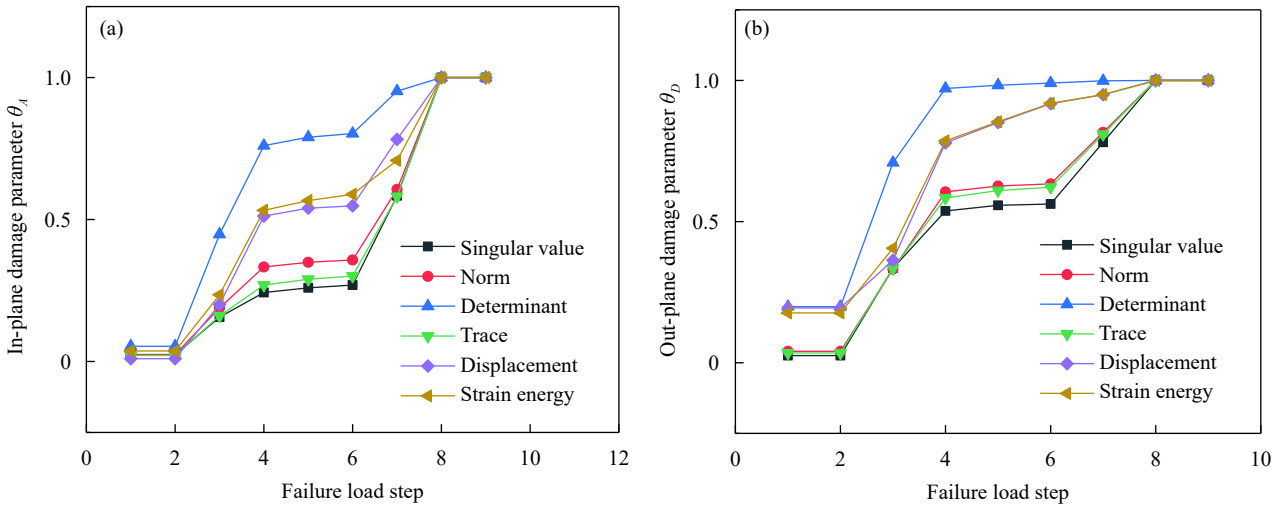


图 4 层合板拉弯组合工况系数退化曲线

Fig. 4 Combined tension-bending condition coefficient degradation curves of laminates

以看出，系数 A 和系数 D 之间存在较强的相关性，随着系数 A 的增加，系数 D 也呈现增长趋势。分析图中散点的相关性，得到相关性系数，该铺层形式下的相关性系数为 0.98 。需要说明的是对于不同的铺层形式，相关性系数一般是不同的。接近于 1 的相关性系数说明面内和面外系数损伤情况相关性极强，这是非常容易理解的，由于每个失效步都会导致某些铺层的刚度锐减，这些失效的铺层会同时对面内刚度和面外刚度造成损伤，因此造成两类损伤指标呈现一致性的趋势。不同的是面内刚度均匀地受到每层铺层刚度的影响，而面外刚度受到离中性层较远的铺层影响较大，因此两者并非完全一致。从图中还可以看出面内载荷的散点分布在局部的几个区域，而面内外载荷工况的散点位置较分散。这是由于面内载荷工况的载荷对于相同角度的铺层受力是相同的，失效也是同步的，失效载荷步较少；而面内加面外载荷工况下层合板抗拉压性能不同，失效模式更加复杂，失效载荷步较多，这一点从表 3 也可以看出。该散点图有 3 方面用途：(1) 为设置损伤工况提供数据基础，即设置的面内面外损伤程度应具有一定的相关性；(2) 通过观察识别出的结果是否属于损伤空间来判断损伤识别结果的合理性；(3) 对损伤情况进行汇总分析，为复合材料层合板的优化设计提供指导。本算例主要用于前两种用途，为设置合理的损伤工况提供参考，并检查识别结果是否符合实际。同时需要说明的是，该损伤参数散点图建立在静力加载条件下，具有一定的局限性。如果能提供实际服役工况下的载荷条件，则分析结果则更加符合实际。

4.2 数值算例 2：基于单元级损伤指标的损伤识别

本节数值算例是为了验证所提结构损伤识别方法流程的有效性，研究对象为一个四边固支板，铺层和材料属性与数值算例 1 一致。该固支板由 25 个单元组成，如图 6 所示。损伤识别过程为首先进行损伤定位，再进行损伤定量识别。其中损伤定位方法如第 3 节所示，即采用应变能差值指标识别损伤候选单元，然后利用序列二次规划算法对损伤单元的损伤程度进行识别。

识别过程中，为了研究测试数据的噪声对识别结果的影响，讨论了有无噪声的两种情况。模态频率和振型的噪声按下式添加：

$$\begin{aligned} f_i^{\text{noise}} &= \left(1 + \xi^f \left(2\text{rand}^f[0, 1] - 1\right)\right) f_i^{\text{true}} \\ \phi_{ij}^{\text{noise}} &= \left(1 + \xi^\phi \left(2\text{rand}^\phi[0, 1] - 1\right)\right) \phi_{ij}^{\text{true}} \end{aligned} \tag{16}$$

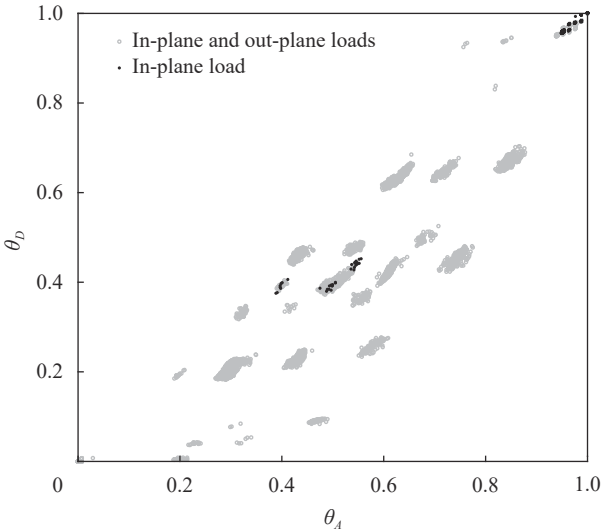


图 5 层合板的面内面外损伤系数
Fig. 5 In-plane and out-plane damage factors of laminates

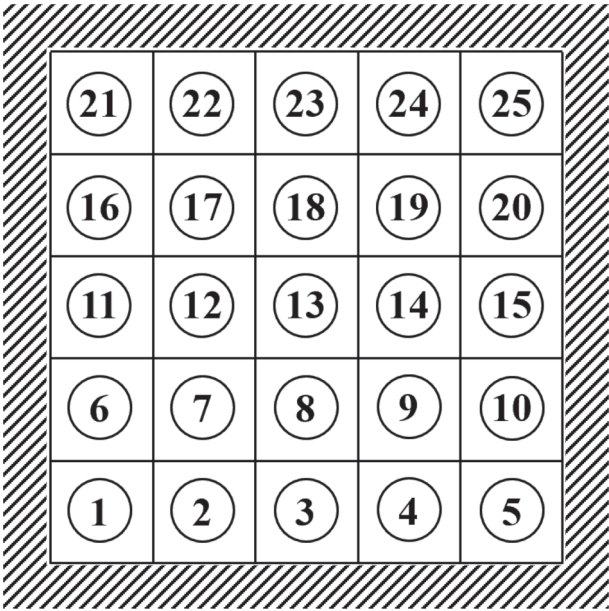


图 6 四边固支板示意图
Fig. 6 Diagram of four sides of the fixed support plate

其中： f_i^{noise} 代表被噪声水平为 ξ^f 的噪声污染的第 i 阶模态频率； ϕ_{ij}^{noise} 代表被噪声水平为 ξ^ϕ 的噪声污染的第 i 阶模态振型。在本例中考虑频率和振型分别受到 0.05% 和 1% 随机噪声的污染。

设置的损伤工况为单损伤工况和多损伤工况，如表 4 所示。

4.2.1 损伤定位

采用应变能差值指标对结构的损伤位置进行辨识，采用前 5 阶模态信息作为损伤定位指标的输入条件，图 7 和图 8 为两种损伤工况下的损伤

表 4 损伤工况设置
Table 4 Damage condition settings

Damage condition	Damage element	Extent of damage	
		θ_A	θ_D
1	2	0.3	0.25
2	2	0.3	0.25
	5	0.2	0.25

定位指标。可以看出无噪声条件下损伤位置较容易识别，噪声条件下损伤定位指标出现了一定的误差，单损伤工况下将 2 号单元和 24 号单元识别为损伤单元；多损伤工况下将 2、5、23 号单元识别为损伤单元。因此，后续在对损伤工况 1 进行

损伤定量识别时，将对 2、24 号两个单元的损伤程度进行识别，在对损伤工况 2 进行损伤定量识别时，将对 2、5、23 号 3 个单元的损伤程度进行识别。

4.2.2 损伤定量

首先对损伤工况 1 的损伤程度进行识别，以最小化参考模型和实际模型的模态信息残差作为优化目标，以参考模型的损伤指标作为优化变量建立优化模型。分别给出无噪声和含噪声两种工况下的损伤识别结果，如表 5 和表 6 所示。

从上述表格中所显示的结果可以看出在无噪声条件下，损伤单元的损伤程度可以准确地辨识

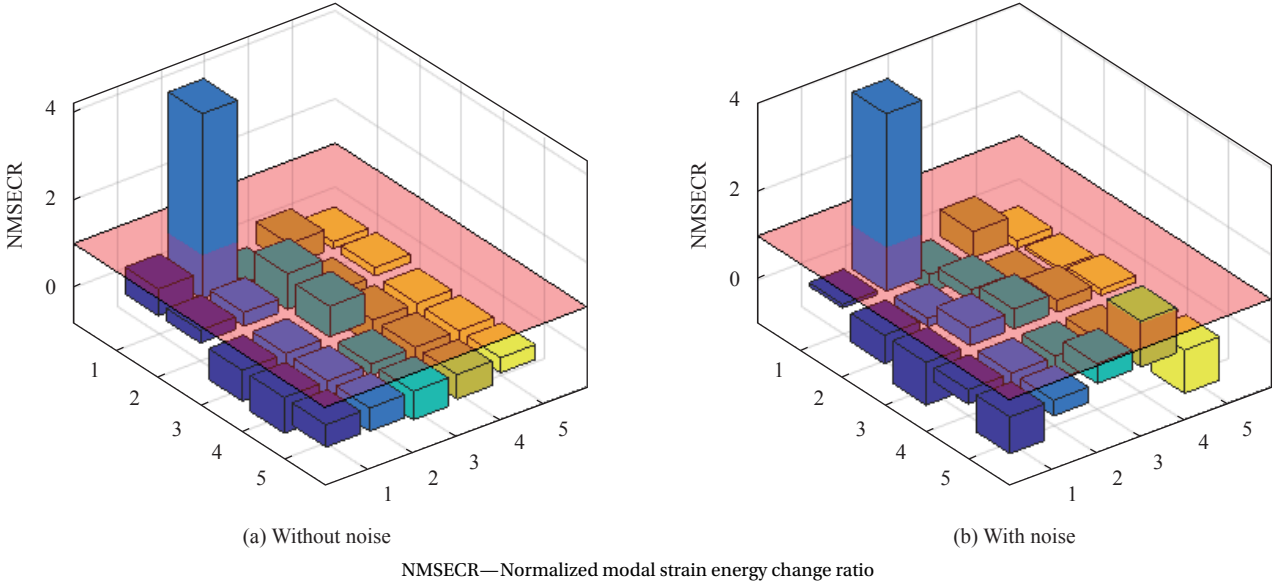


图 7 损伤工况 1 损伤定位指标

Fig. 7 Damage condition 1 damage positioning index

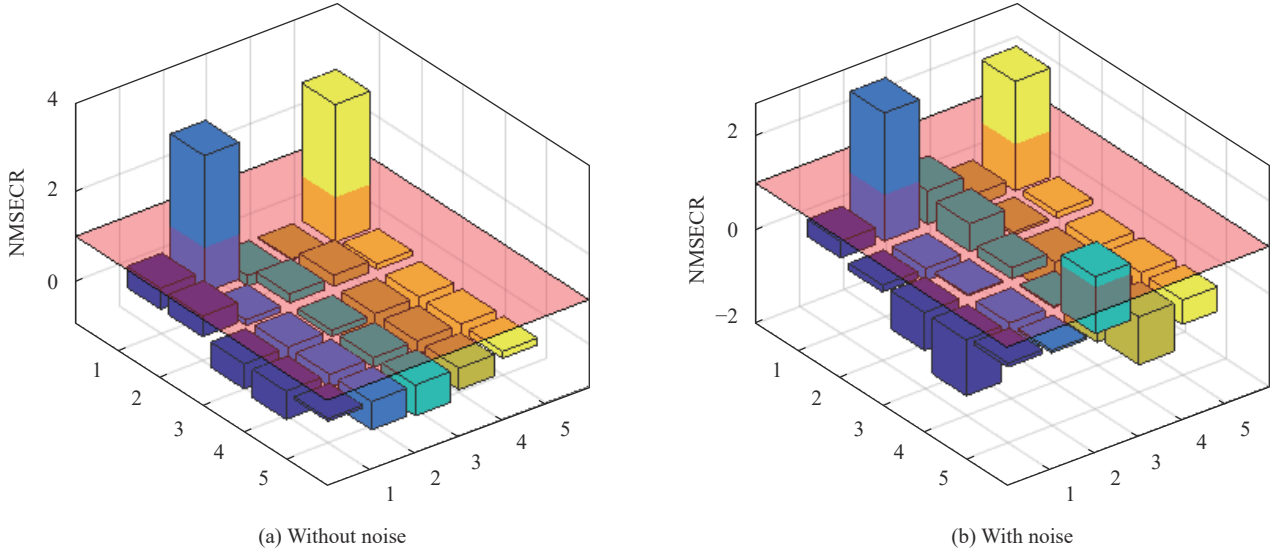


图 8 损伤工况 2 损伤定位指标

Fig. 8 Damage condition 2 damage positioning index

表 5 无噪声工况识别结果
Table 5 Identification results without noise condition

Damage conditions	Damaged element	θ_A		θ_D	
		Identified value	Error	Identified value	Error
Single damage	2	0.3	0	0.25	0
	24	0	—	0	—
Multi-damage	2	0.3	0	0.25	0
	5	0.2	0	0.25	0
	23	0	—	0	—

表 6 含噪声工况识别结果
Table 6 Identification results with noise conditions

Damage conditions	Damaged element	θ_A		θ_D	
		Identified value	Error	Identified value	Error
Single damage	2	0.2993	0.20%	0.2513	-0.52%
	24	0	—	0	—
Multi-damage	2	0.3002	0.07%	0.2491	-0.36%
	5	0.1902	-4.90%	0.2401	-3.96%
	23	0.0001	—	0	—

出来，即使在有 1% 噪声的存在下，仍然可以识别出损伤程度，误差在 5% 之内。

为了更加客观地了解噪声对损伤程度识别精度的影响，将讨论多损伤工况在不同噪声水平下 (2%~20%) 的损伤定量识别结果，由于噪声取值是随机的，本文取每一种噪声水平的 100 个随机样本，对每种噪声样本下的损伤识别结果进行统计量化分析，各个识别参数的均值和标准差随着噪声水平增加的曲线如图 9、图 10 所示，其中“MV”表示平均值，“std”表示标准差，数字表示单元编号，“A”和“D”表示单元级损伤参数的损伤

类型，A 为面内损伤，D 为面外损伤。可以看到损伤单元和未损伤单元的损伤定量结果均值随噪声水平的增加而逐渐变得不稳定，5 号单元的损伤参数受噪声影响较大。标准差整体会上会随着噪声水平的增加而增加，但是不同单元的识别结果标准差不尽相同。未损伤单元 (23 号单元) 的标准差一直保持较小的识别误差，两个损伤单元标准差呈现较大区别，其原因主要有以下几个方面：(1) 不同单元的刚度系数对噪声的敏感程度不同，因此造成差异化的影响趋势；(2) 未损伤单元的刚度系数识别边界的上界为 1，则识别结果的最优

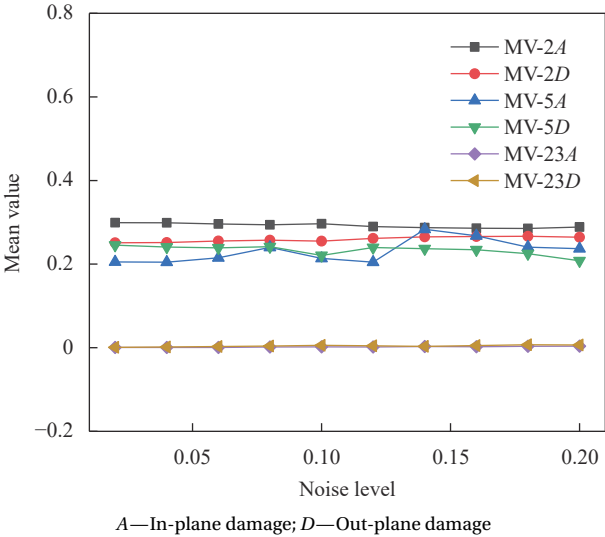


图 9 识别参数平均值 (MV) 随噪声水平变化曲线

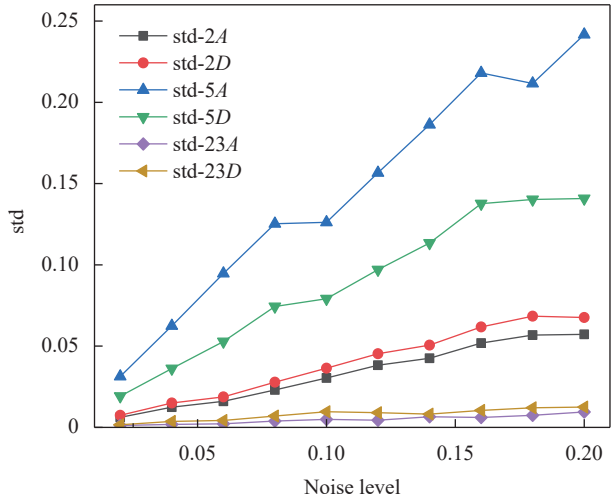


图 10 识别参数标准差 (std) 随噪声水平变化曲线

Fig. 9 Curves of mean value (MV) of identification parameters with noise level

Fig. 10 Curve of standard deviation (std) of identification parameters with noise level

值会受到限制；(3) 5 号单元位于四边固支板的角落，只有一个节点的自由度信息可供监测，受到噪声干扰较大，2 号单元则有两个节点相连，受到噪声干扰会有一定的削弱。

5 试验验证

通过一个实验验证所提方法的有效性，实验对象是一个复合材料悬臂梁，复合材料梁由 T300/FRD-YG-03 制成。悬臂梁的几何尺寸和单元编号如图 11(a) 和图 11(b) 所示。

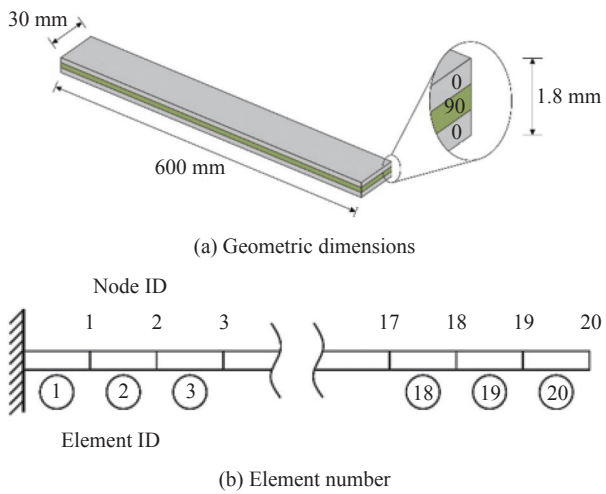


图 11 悬臂梁模型信息

Fig. 11 Cantilever beam model information

模态试验装置如图 12 所示。DAE 是数据采集设备的简称。为了进行模型修正和损伤识别，对损伤梁和未损伤梁的频率和振型均进行测量。

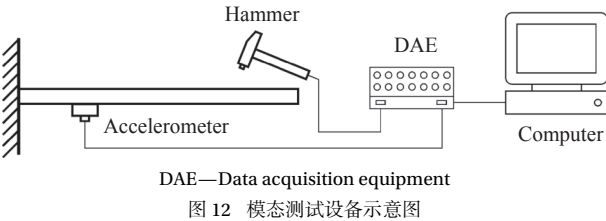


图 12 模态测试设备示意图

Fig. 12 Schematic diagram of the modal test equipment

首先对悬臂梁有限元模型进行修正，为损伤识别提供可靠的参考有限元模型。对原始梁进行模态试验。试验装置如图 13 所示。应该注意的是，加速度计引起结构系统的附加质量，质量是 15 g。由于试验条件有限，只测量了弯曲模态。通过修正材料的弹性参数和密度来进行模型修正。模态频率和材料特性参数的修正结果如表 7 和表 8 所示。仿真和试验模态频率的相对误差小于 3.2%，仿真模型满足精度要求。误差来源主要为测试精

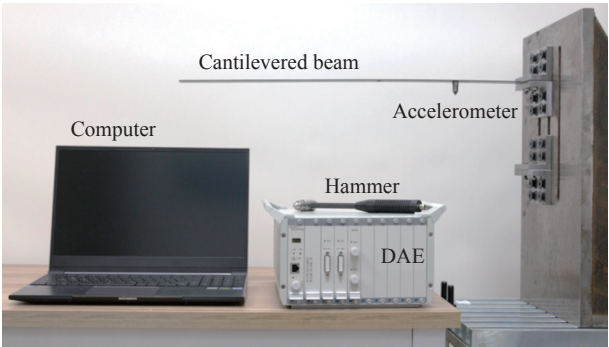


图 13 梁模态测试试验设备

Fig. 13 Modal test equipment for beam

表 7 悬臂梁修正后的固有频率

Table 7 Corrected modal frequency of cantilevered beam			
Modal order	Simulation values/Hz	Test values/Hz	Relative error/%
1	6.47	6.34	2.21
2	38.72	38.54	0.49
3	96.01	96.57	-0.53
4	188.76	190.91	-1.13
5	336.17	339.77	-1.06

表 8 悬臂梁修正后的弹性参数

Table 8 Elastic parameters of cantilever beam after model updating				
E_{11} /GPa	E_{22} /GPa	G_{12} /GPa	ν_{12}	ρ /($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)
119.57	8.79	5.70	0.30	1 794.67

Note: ρ —Density.

度受限、边界条件不准、有限元模型误差等。

5.1 悬臂梁损伤定位识别

对原结构进行模态试验后，在第 9 单元上施加沿宽度方向的贯通裂纹来模拟复合材料结构的损伤，裂纹的长度是梁的宽度的 0.6 倍，如图 14 所示。选用第一和第二阶模态信息用于识别损伤的位置，从表 7 可以看出这两阶模态具有相对高的精度。图 15 为未损伤和损伤模型的第一和第二阶模态信息。可以看出损伤后悬臂梁的振型已经

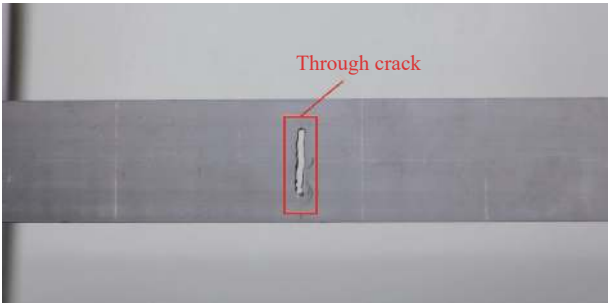


图 14 预制的贯穿裂纹损伤

Fig. 14 Prefabricated penetration crack damage

发生变化，特别是第二阶振型。损伤后梁的模式频率发生了降低。自由度的选择如图 16 所示，其中损伤单元也在图中标识。计算损伤局部化指标，

得到的计算结果柱状图如图 17 所示。该图表明损伤单元比未损单元具有更大的定位指标，也就是说损伤单元可以被辨识。

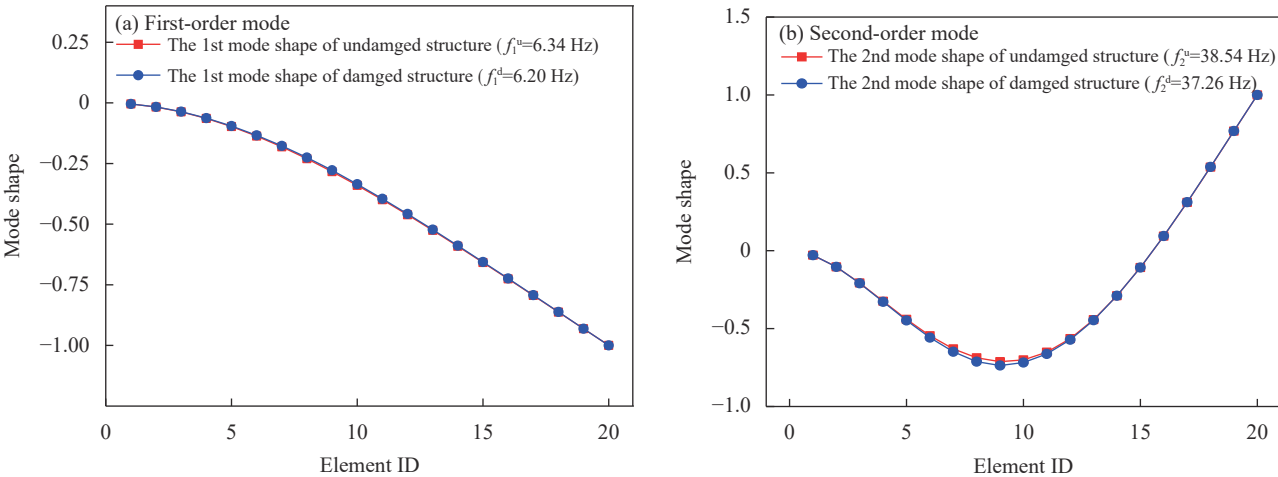


图 15 未损伤和损伤悬臂梁的模式信息

Fig. 15 Modal information of undamaged and damaged cantilever beams

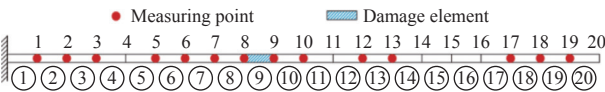


图 16 悬臂梁的测点位置

Fig. 16 Location of measurement points of cantilever beam

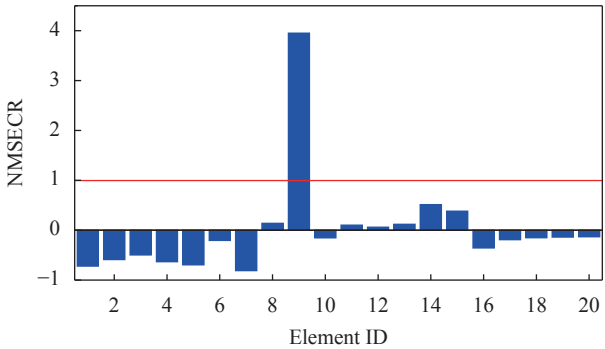


图 17 悬臂梁的损伤定位指标

Fig. 17 Damage localization index of cantilever beam

5.2 悬臂梁损伤定量识别

本节将对悬臂梁进行损伤定量识别。首先确定贯穿裂纹的单元级损伤指标的基准值，然后利用优化模型进行损伤量化，通过与基准值的比较来讨论损伤识别的精度。

5.2.1 预制贯穿裂纹的损伤基准值

基准值的确定采用实际结构响应的力学类刚度指标，即指定载荷作用下的位移指标。利用均匀化方法计算未损伤和损伤状态下的等效弹性模

量 (Equivalent elastic modulus, EEM)。在等效弹性模量求解中，损伤单元重新划分为 50×50 个单元。图 18 为未损伤状态和损伤状态的重构单元，其中图 18(b) 中实线上的每个节点被分成两个节点以模拟损伤模型中的贯穿裂纹。

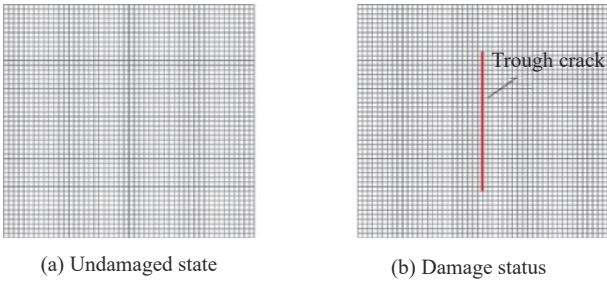


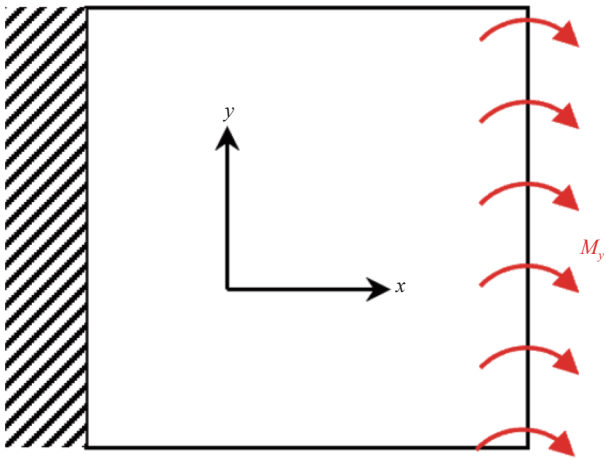
图 18 重构单元

Fig. 18 Rebuilt elements

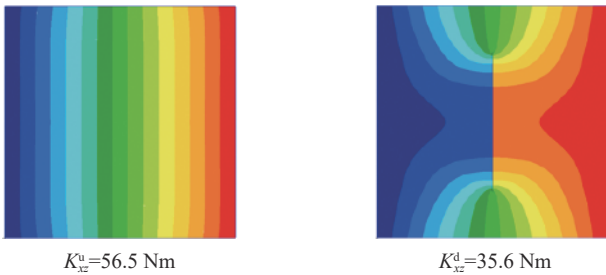
由于试验条件限制，只能测试悬臂梁面外方向的模态，这些模态只受到弯曲刚度的影响，因此本文只对面外的刚度折减情况进行辨识，设置面外弯曲工况来对裂纹处的刚度参数进行等效，如图 19 所示。

通过有限元分析计算出的单元刚度系数分别为 $\tilde{\theta}_A$ 和 $\tilde{\theta}_D$ 。在计算过程中，对单元施加相应的载荷，EEM 可通过重构单元的刚度，即载荷位移比来进行量化。载荷是加载边界上的平均载荷，位移是载荷边界的平均位移。

分别计算完整单元和带裂纹损伤单元的面内和面外的刚度，计算结果如图 20 所示，其中 K_{xz} 表示绕 y 方向的转动刚度，上标“d”表示损伤状态，上标“u”表示未损伤状态。



M_y —Moment of force coupling around the y axis
图 19 计算等效刚度的工况
Fig. 19 Working conditions for calculating equivalent stiffness



K_{xz}^u —Rotational stiffness around the y direction in the undamaged state;
 K_{xz}^d —Rotational stiffness around the y direction in the damaged state
图 20 等效刚度计算结果和位移云图
Fig. 20 Equivalent stiffness calculation results and displacement nephogram

面内和面外刚度计算公式可以由下式进行计算：

$$K_{xz}^d = (1 - \tilde{\theta}_D^d) K_{xz}^u \tag{17}$$

计算出的 $\tilde{\theta}_D^d$ 为 0.37。该组数据即可作为后续定量损伤识别的参考值。

5.2.2 损伤量化识别结果分析

通过优化方法对损伤单元的面外损伤进行定量识别，识别得到的结果为 0.40，结果与基准值较接近。产生误差的原因为：(1) 预制损伤将不可避免地引起质量损失，导致模态信息的变化。然而，参考有限元模型忽略了这一点；(2) 悬臂梁的模态测试试验具有不确定性，会引起测量模态的偏差。总之，尽管试验结果存在误差，所提该方

法仍然得到了验证。换言之，试验工作可以在一定程度上证明所提出的方法。

6 结论与展望

针对复合材料层合板结构建立了一类新的损伤指标，与传统损伤指标相比该指标能够反映面内和面外的损伤程度，与材料级损伤参数相比，该指标具有参数数量少的优势。基于该单元级损伤参数提出了相应的损伤识别流程，并通过数值算例和试验验证了所提方法。主要结论包括：

(1) 以材料级损伤参数为基准，建立了单元级损伤指标与材料级损伤指标的映射关系，从力学和数学两个角度建立了等效指标；

(2) 提出了基于单元级损伤参数的复合材料层合板的损伤识别流程，即首先利用模态应变能指标进行损伤定位，筛选出损伤单元，其次利用优化方法对损伤单元的损伤程度进行识别；

(3) 比较了利用不同等效算子计算出的损伤指标，发现各种指标随载荷的增加也会单调增加，各损伤指标的增长趋势趋于一致，并分析了面内和面外损伤参数之间的相关性；

(4) 在进行损伤定位时，无噪声条件下可以清晰地分辨出损伤和未损伤单元，在噪声条件下有可能会误判，但是这种误判可以通过第二步损伤定量识别来进行消除；

(5) 分析了噪声水平对识别结果误差的影响，发现随着噪声水平的增加，不同位置的单元级损伤识别误差呈现不同的增长趋势。单元关联的测点信息越多，受到噪声的影响就越小，这是由于不同测点的噪声会有一定的抵消作用。

识别出损伤以后，本文未给出单元级指标到材料级指标如何反向映射。主要难点在于材料级损伤参数在铺层数量较多时，待识别参数数量较大，导致材料级损伤参数的求解病态性较强。如果要保证求解结果具有较高的精度，则需要更加丰富的结构响应信息及更有效的数据处理和分析手段。因此，考虑利用波动信号、结合正则化方法及机器学习类的手段来实现结构损伤参数的高精度识别将会是未来研究工作的重点方向。

参考文献：

[1] 陈雪峰, 杨志勃, 田绍华, 等. 复合材料结构损伤识别与健康监测展望[J]. 振动测试与诊断, 2018, 38(1): 1-10, 202.
CHEN Xuefeng, YANG Zhibo, TIAN Shaohua, et al. A re-

- view of the damage detection and health monitoring for composite structures[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2018, 38(1): 1-10, 202(in Chinese).
- [2] 陈健, 袁慎芳. 加筋复合材料结构分层损伤的贝叶斯诊断及预测[J]. *复合材料学报*, 2021, 38(11): 3726-3736.
CHEN Jian, YUAN Shenfang. Bayesian diagnosis and prognosis of delamination damage in the stiffened composite structure[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2021, 38(11): 3726-3736(in Chinese).
- [3] 徐浩, 沙刚刚, 李腾腾, 等. 基于二维连续小波变换与数据融合技术的逆有限元法-伪激励法结构损伤识别方法[J]. *复合材料学报*, 2021, 38(10): 3554-3562.
XU Hao, SHA Ganggang, LI Tengting, et al. Structure damage identification method of inverse finite element method-pseudo-excitation method based on 2D continuous wavelet transform and data fusion technology[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2021, 38(10): 3554-3562(in Chinese).
- [4] 颜津玮, 曹善成, 徐超. 基于低秩与稀疏分解的层合板损伤定位[J]. *振动测试与诊断*, 2022, 42(6): 1220-1225, 1250.
YAN Jinwei, CAO Shangcheng, XU Chao. Damage localization of composite laminated plates based on low-rank and sparse decomposition[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2022, 42(6): 1220-1225, 1250(in Chinese).
- [5] 黄斌, 郭文豪, 鲁溢, 等. 随机梁式结构静力损伤识别的一种改进方法[J]. *计算力学学报*, 2018, 35(4): 451-457.
HUANG Bin, GUO Wenhao, LU Yi, et al. An improved method of damage identification of random beam structures[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2018, 35(4): 451-457(in Chinese).
- [6] 闫天红, 王凤山, 姜民政, 等. 基于模态参数灵敏度分析的结构损伤识别研究[J]. *机械设计*, 2019, 36(12): 79-83
YAN Tianhong, WANG Fengshan, JIANG Minzheng, et al. Identification of structural damage based on the sensitivity analysis of modal parameters[J]. *Journal of Machine Design*, 2019, 36(12): 79-83(in Chinese).
- [7] SHI Q H, WANG X J, WANG L, et al. Set-membership identification technique for structural damage based on the dynamic responses with noises[J]. *Structural Control & Health Monitoring*, 2017, 24(2): e1868.
- [8] DU Y, ZHOU S, JING X, et al. Damage detection techniques for wind turbine blades: A review[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 141: 106445.
- [9] WANG X J, SHI Q H, WANG L, et al. Anisotropic reduction factor-based damage identification method for fiber-reinforced composite laminates[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2018, 25(11): e2253.
- [10] 邱家波, 李华东. 复合材料帽型加筋层合板典型板元的等效刚度计算[J]. *复合材料科学与工程*, 2020(7): 33-39.
QIU Jiabo, LI Huadong. Equivalent stiffness calculation of typical plante element of composite cap stiffened laminates[J]. *Journal of Composites Science and Engineering*, 2020(7): 33-39(in Chinese).
- [11] 朱秀杰, 熊超, 殷军辉, 等. 基于复合材料层合箱梁改进解析模型计算等效刚度[J]. *复合材料学报*, 2020, 37(6): 1483-1495.
ZHU Xiujie, XIONG Chao, YIN Junhui, et al. Equivalent stiffness calculation based on refined analytical model of composite laminated box beam[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2020, 37(6): 1483-1495(in Chinese).
- [12] 刘航, 杜国君, 冯岩. 构造上正交各向异性半球形凸起凹凸板等效刚度研究[J]. *应用数学和力学*, 2020, 41(1): 70-80.
LIU Hang, DU Guojun, FENG Yan. Study on equivalent stiffnesses of orthotropic hemi-spherical convex plates[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, 41(1): 70-80(in Chinese).
- [13] 黄炳生, 秦雨生, 黄泰杰. 基于等效刚度的矩形孔蜂窝梁钢框架结构内力计算方法[J]. *力学季刊*, 2023, 44(1): 218-226.
HUANG Bingsheng, QIN Yusheng, HUANG Taijie. Internal force calculation of steel frame structure containing castellated beams with rectangular holes based on equivalent stiffness method[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2023, 44(1): 218-226(in Chinese).
- [14] GHODRATI AMIRI G, ZARE HOSSEINZADEH A, JAFARI-AN ABYANEH M. A new two-stage method for damage identification in linear-shaped structures via grey system theory and optimization algorithm[J]. *Journal of Rehabilitation in Civil Engineering*, 2015, 3(2): 45-58.
- [15] VO-DUY T, HO-HUU V, DANG-TRUNG H, et al. A two-step approach for damage detection in laminated composite structures using modal strain energy method and an improved differential evolution algorithm[J]. *Composite Structures*, 2016, 147: 42-53.
- [16] 郭惠勇, 李正良. 基于应变能等效指标的结构损伤识别技术研究[J]. *固体力学学报*, 2013, 34(3): 286-291.
GUO Huiyong, LI Zhengliang. Structural damage identification method based on strain energy equivalence parameter[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2013, 34(3): 286-291(in Chinese).
- [17] XIA Y, HAO H, BROWNJOHN J M W, et al. Damage identification of structures with uncertain frequency and mode shape data[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2002, 31(5): 1053-1066.
- [18] FANG Y, LIU X, XING J, et al. Substructure damage identification based on sensitivity of power spectral density[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2023, 545: 117451.
- [19] JALALI S S, MAHZOON M, MOHAMMADI H. Identification of damage properties of glass/epoxy laminates using

machine learning models[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2023, 177: 104510.

[20] XU D, LIU P F, CHEN Z P, et al. Achieving robust damage mode identification of adhesive composite joints for wind turbine blade using acoustic emission and machine learning[J]. *Composite Structures*, 2020, 236: 111840.

[21] DINH-CONG D, NGUYEN-THOI T. A chaos game optimization-based model updating technique for structural damage identification under incomplete noisy measurements and temperature variations[J]. *Structures*, 2023, 48: 1271-1284.

[22] HUANG M, CHENG X, LEI Y. Structural damage identification based on substructure method and improved whale optimization algorithm[J]. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 2021, 11(2): 351-380.

[23] STUBBS N, BROOME T H, OSEGUEDA R. Nondestructive construction error detection in large space structures[J]. *AIAA Journal*, 1990, 28(1): 146-152.

[24] 刘康. 基于模型修正的结构损伤识别优化方法研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2018.

LIU Kang. The optimized method for structural damage identification based on model updating technique[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2018(in Chinese).

[25] YAM L, YAN Y, JIANG J. Vibration-based damage detection for composite structures using wavelet transform and neural network identification[J]. *Composite Structures*, 2003, 60(4): 403-412.

[26] BEGAMBRE O, LAIER J E. A hybrid particle swarm optimization-simplex algorithm (PSOS) for structural damage identification[J]. *Advances in Engineering Software*, 2009, 40(9): 883-891.

[27] HASHIN Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, 47(2): 329-334.