

复合材料夹芯结构褶皱增强理论和有限元方法

张森林 吴振 任晓辉

Enhanced theory and finite element method for wrinkling analysis of composite sandwich structure

ZHANG Senlin, WU Zhen, REN Xiaohui

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20221110.002>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

复合材料褶皱夹芯结构研究进展

Research progress for the composite sandwich structure with foldcore

复合材料学报. 2020, 37(12): 2966–2983 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200903.001>

泡沫填充的S型褶皱复合材料夹芯板低速冲击响应特性

Low-speed impact response of the composite sandwich panels with S-type foldcore filled by foam

复合材料学报. 2021, 38(8): 2605–2615 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20201203.001>

基于分层理论的螺栓连接夹芯复合材料加筋结构振动特性

Vibration characteristics of reinforced sandwich composite structure with bolt connection based on layer-wise theory

复合材料学报. 2019, 36(12): 2815–2821 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190111.001>

基于高阶剪切理论的复合材料格栅夹层板弯曲特性

Bending characteristic of composite grid sandwich plate based on high-order shear theory

复合材料学报. 2019, 36(12): 2745–2755 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190304.002>

一种基于Layerwise理论的压电复合材料层合圆柱壳机电耦合有限单元

A coupled finite element method for composite laminated cylindrical shells with piezoelectric layers using Layerwise theory

复合材料学报. 2020, 37(2): 366–375 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190529.002>

纤维缠绕复合材料夹芯圆柱体准静态压缩吸能机制

Energy absorption mechanism of filament wound composite sandwich cylinder under quasi-static compression loading

复合材料学报. 2017, 34(8): 1764–1771 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20161130.002>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20221110.002

复合材料夹芯结构褶皱增强理论和有限元方法



分享本文

张森林¹, 吴振^{*1}, 任晓辉²

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072; 2. 西安航空学院 机械工程学院, 西安 710065)

摘要: 复合材料软核夹芯结构承受面内载荷, 面板可能出现褶皱。一旦面板出现褶皱, 夹芯结构将失去承载能力。因此, 需要发展准确的理论模型预测软核夹芯结构褶皱行为。夹芯结构褶皱是典型三维 (3D) 问题, 鲜有高阶模型能准确预测此类问题。为此, 提出考虑局部变形和三维效应的增强型高阶模型。基于此理论, 推导了梁单元公式, 并分析了不同边界条件复合材料夹芯结构的起皱行为。通过与准三维弹性解和三维有限元解对比, 提出方法的准确性得到验证。为了提高夹芯结构抗起皱能力, 尝试使用复合材料面板代替金属面板。数值分析结果表明, 发展的增强型高阶模型可以准确分析复合材料夹芯结构褶皱行为, 并且使用复合材料面板可有效提升夹芯结构抗起皱能力。

关键词: 复合材料; 夹芯结构; 增强型高阶理论; 褶皱; 梁单元

中图分类号: TB333 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2023)08-4840-09

Enhanced theory and finite element method for wrinkling
analysis of composite sandwich structure

ZHANG Senlin¹, WU Zhen^{*1}, REN Xiaohui²

(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710065, China)

Abstract: Panels wrinkling behaviors may occur when composite soft-core sandwich structures subjected to coplanar compression loads. Once the panels wrinkling appears, the sandwich structures will lose its load-bearing capacity. Therefore, it is necessary to develop an accurate model to predict the wrinkling behaviors of soft-core sandwich structures. Sandwich structure wrinkling is a typical three-dimensional (3D) problem, and few high-order models can accurately predict such issues. Therefore, this paper proposed an enhanced higher-order model including the local deformation and the 3D effects. Based on the proposed theory, the beam element formulation was derived, and the wrinkling behaviors of sandwich structures with different boundary conditions were analyzed. By comparing with the quasi-3D elasticity solution and the 3D finite element results, accuracy of the proposed method has been verified. In order to improve the capability of sandwich structures resisting the wrinkling deformation, this work attempted to use composite face sheets instead of metal panel in the sandwich structure. Numerical results show that the developed enhanced high-order model can accurately predict the wrinkling behaviors of the composite sandwich structures, and the use of composite panels can effectively resist the wrinkling behaviors of sandwich structures.

Keywords: composite; sandwich structures; enhanced higher-order theory; wrinkling; beam element

收稿日期: 2022-09-22; 修回日期: 2022-10-19; 录用日期: 2022-11-02; 网络首发时间: 2022-11-11 16:43:09

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20221110.002>

基金项目: 国家自然科学基金 (12172295)

National Natural Science Foundation of China (12172295)

通信作者: 吴振, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为复合材料结构力学 E-mail: wuzhenhk@nwpu.edu.cn

引用格式: 张森林, 吴振, 任晓辉. 复合材料夹芯结构褶皱增强理论和有限元方法 [J]. 复合材料学报, 2023, 40(8): 4840-4848.

ZHANG Senlin, WU Zhen, REN Xiaohui. Enhanced theory and finite element method for wrinkling analysis of composite sandwich structure[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2023, 40(8): 4840-4848(in Chinese).

由于具有轻质高强和易于制造的优点, 夹芯结构广泛应用于航空航天和航海等领域^[1-2]。面板和芯材的力学性能和几何尺寸差异较大, 夹芯板失效行为与其他复合材料结构的失效行为不同^[3-5]。对于承受复杂载荷的夹芯结构, 褶皱失效行为可能比其他失效模式更早发生。因此, 需要研究夹芯结构的屈曲和褶皱失效行为。

基于 Benson-Mayers^[6] 理论, Hadi 等^[7] 分析各向异性夹芯板的对称和反对称褶皱行为。Dafedar 等^[8] 提出了一种准三维理论, 并分析了夹芯板的屈曲和褶皱行为, 他们指出整体性等效单层理论不能准确分析软核夹芯结构的整体屈曲和褶皱行为。Lopatin 等^[9] 研究了由复合材料面板和正交各向异性芯材组成的夹芯板的褶皱行为。Ji 等^[10] 分析了正交各向异性梁在各种边界条件下的整体和局部失稳问题, 并研究了单轴压缩载荷下夹芯梁的一般屈曲变形模式。Hu 等^[11] 提出了一种用于分析夹芯梁中整体和局部失稳现象的一维有限元方法。Yu 等^[12] 提出了一种二维有限元模型并研究夹芯板的整体和局部失稳现象, 其中夹芯板面板使用经典板理论, 而芯材则采用了高阶理论。Douveille 等^[13] 针对夹芯梁在各种载荷下的局部和整体屈曲提出了一种精确的解析解。D'Ottavio 等^[14-15] 用改进的准三维模型研究了单轴压缩加载的正交各向异性夹芯板的屈曲和褶皱问题。Vescovini 等^[16] 研究了具有各向异性面板的夹芯板整体屈曲和起皱行为, 并提出了一种夹芯板屈曲的准三维预测方法。Huang 等^[17] 建立了夹芯板局部不稳定性的傅里叶简化模型, 并研究了夹芯板在单轴和等双轴压缩载荷下的对称和反对称褶皱问题。Chen 等^[18] 基于改进的高阶夹芯板理论研究面内压缩载荷作用下夹芯板的整体屈曲和褶皱问题。朱秀杰等^[19] 基于三阶剪切理论研究了复合材料格栅波纹夹芯结构屈曲行为。Dafedar 等^[20] 分别基于准三维理论 (HYF11) 和整体性高阶板理论 (HYF21) 研究了夹芯板屈曲问题。Kant 等^[21] 基于整体三阶理论 (HOST) 研究了此类问题。此外, Allen^[22] 使用三维理论研究了夹芯板屈曲问题。

研究表明夹芯结构起皱是典型三维问题, 表现为上下面板屈曲, 而夹芯层处于压缩状态, 目前鲜有高阶模型能准确预测此类问题。对于此问题, 本文针对夹芯梁在承受面内压缩载荷时容易发生屈曲和起皱的行为, 构建了考虑局部形变和

横法向应变的增强型高阶模型, 该模型满足面内位移和横向剪切应力层间连续条件及自由表面条件。基于构建的理论模型, 构造两节点梁单元公式并分析夹芯结构屈曲和褶皱问题。通过算例验证了所构建模型的准确性。数值分析结果表明, 发展的模型计算夹芯结构的屈曲和褶皱行为有较高的精度。此外, 与三维有限元方法相比, 本文构造的模型具有较高计算效率。

1 增强型高阶理论

复合材料夹芯结构面板起皱问题是典型的三维问题, 因此需要构建考虑三维效应的理论模型。此外, 表面层和夹芯层之间位移和应力协调性对夹芯结构屈曲和褶皱变形有重要影响, 因此需要构建考虑局部形变和横法向应变的增强型高阶理论。基于此, 增强型高阶理论初始位移场可写为

$$\begin{aligned} u_k(x, z) &= u_G(x, z) + u_L^k(x, z) \\ w(x, z) &= w_G(x, z) \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) 中整体位移项可写为

$$\begin{aligned} u_G(x, z) &= \sum_{i=0}^5 z^i u_i(x) \\ w_G(x, z) &= \sum_{i=0}^5 z^i w_i(x) \end{aligned} \quad (2)$$

其中: u_0 和 w_0 分别为 x 和 z 方向中面位移; u_i 和 $w_i (i=1 \sim 5)$ 分别为沿厚度方向泰勒展开高阶项。

综合考虑计算效率和精度, 局部位移将使用二阶位移函数, 则第 k 层局部位移项可以写为

$$u_L^k(x, z) = \zeta_k u_k^1(x) + \zeta_k^2 u_k^2(x) \quad (3)$$

其中: u_k^1 和 u_k^2 为第 k 层局部位移项; ζ_k 为沿第 k 层厚度方向局部坐标, 其可写为

$$\zeta_k = \alpha_k z - \beta_k \quad (4)$$

其中, 参数 α_k 和 β_k 可写为

$$\begin{aligned} \alpha_k &= 2 / (z_{k+1} - z_k) \\ \beta_k &= (z_{k+1} + z_k) / (z_{k+1} - z_k) \end{aligned} \quad (5)$$

其中, z_{k+1} 和 z_k 分别为第 k 层上下表面厚度方向坐标。

为了消去依赖于层数的局部位移项, 将使用面内位移和横向剪切应力层间连续条件, 面内位移连续条件可写为

$$u_L^k(x, z) = u_L^{k-1}(x, z) \quad (6)$$

基于式 (6), 可得:

$$u_k^2 = u_k^1 + u_{k-1}^1 + u_{k-1}^2 \quad (7)$$

随后，将使用横向剪切应力层间连续条件，其可写为

$$\tau_{xz}^k(x,z)=\tau_{xz}^{k-1}(x,z) \tag{8}$$

对于稳定问题，复合材料夹芯结构上下表面不承受任何载荷，因此构造的理论模型需要满足自由表面条件。通过使用面内位移和横向剪切应力层间连续条件及自由表面条件，增强型高阶理论最终位移场可以写为

$$\begin{aligned} u^k(x,z) &= \sum_{i=0}^5 \Phi_i(z) u_i(x) + \sum_{j=6}^{11} \Phi_j(z) w_{j-6,x}(x) \\ w(x,z) &= \sum_{i=0}^5 z^i w_i(x) \end{aligned} \tag{9}$$

其中， Φ_i 是弹性常数和厚度坐标的函数。

2 夹芯结构稳定问题有限元公式

基于构建的理论模型，将采用两节点梁单元分析夹芯结构屈曲和褶皱问题。使用两节点梁单元形函数^[23]和节点位移参数，高阶理论位移参数可以写为

$$B_i = \begin{bmatrix} N_{i,x} & \Phi_6 F_{i,xx} & \cdots & \Phi_{11} F_{i,xx} & \Phi_1 N_{i,x} & \cdots & \Phi_5 N_{i,x} & \Phi_6 F_{xi,xx} & \cdots & \Phi_{11} F_{xi,xx} \\ 0 & 0 & \cdots & 5z^4 F_i & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (1+\Phi_{6,z}) F_{i,x} & \cdots & (z^5+\Phi_{11,z}) F_{i,x} & \Phi_{1,z} N_i & \cdots & \Phi_{5,z} N_i & (1+\Phi_{6,z}) F_{xi,x} & \cdots & (z^5+\Phi_{11,z}) F_{xi,x} \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\delta_i^e = [u_{0i} \ w_{0i} \ \cdots \ w_{5i} \ u_{1i} \ \cdots \ u_{5i} \ w_{0,xi} \ \cdots \ w_{5,xi}]^T \tag{11}$$

对于承受面内压应力 S_0 的复合材料夹芯梁，一个单元内虚位移原理可写为

$$\int_e \sigma^T \delta \varepsilon + S_0 (u_{,x})^T \delta u_{,x} \, dV = 0 \tag{12}$$

其中，

$$\begin{aligned} \sigma &= \{ \sigma_x \ \sigma_z \ \tau_{xz} \}^T \\ \varepsilon &= \{ \varepsilon_x \ \varepsilon_z \ \gamma_{xz} \}^T \\ u &= \{ u \ w \}^T \end{aligned} \tag{13}$$

对式 (16) 进行变分，可得到如下式所示的特征方程：

$$\sum (K^e + \lambda K_s^e) U = 0 \tag{14}$$

其中， λ 为基于特征方程求得特征值。 K^e 和 K_s^e 分别为单元刚度矩阵和几何刚度矩阵，如下式所示：

$$K^e = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{-h/2}^{h/2} B^T Q B \, dz \, dx \tag{15}$$

Q 为弹性常数组成的刚度矩阵，其可写为

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{i=1}^2 N_i u_{0i}, u_j = \sum_{i=1}^2 N_i u_{ji} \\ w_0 &= \sum_{i=1}^2 (F_i w_{0i} + F_{xi} w_{0,xi}) \\ w_j &= \sum_{i=1}^2 (F_i w_{ji} + F_{xi} w_{j,xi}) \end{aligned} \tag{16}$$

其中， $j=1\sim 5$ ；

$$\begin{aligned} N_1 &= (1-\varsigma)/2 \\ N_2 &= (1+\varsigma)/2 \\ F_1 &= (2+\varsigma)(1-\varsigma)^2/4 \\ F_2 &= (2-\varsigma)(1+\varsigma)^2/4 \\ F_{x1} &= 0.25L_e(1-\varsigma)^2(1+\varsigma) \\ F_{x2} &= -0.25L_e(1-\varsigma)(1+\varsigma)^2 \end{aligned} \tag{17}$$

其中， $\varsigma = (x-x_c)/\ell_e$ ， $\ell_e = 0.5(x_{i+1}-x_i)$ ， $x_c = x_i + \ell_e$ ； x_i 和 x_{i+1} 分别为第 i 个单元节点坐标。

基于以上推导，复合材料夹芯梁应变可写为 $\varepsilon = B \delta^e = [B_1 \ B_2] \delta^e$ (12)

式 (12) 中应变矩阵和节点位移可分别写为

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{13} & 0 \\ Q_{31} & Q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix}^k \tag{18}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{13} & 0 \\ Q_{31} & Q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} \end{bmatrix}^k \tag{19}$$

其中，

$$\begin{aligned} Q_{11}^k &= C_{11} \cos^4 \theta + C_{22} \sin^4 \theta + 2(C_{12} + 2C_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ Q_{13}^k &= Q_{31}^k = C_{13} \cos^2 \theta + C_{23} \sin^2 \theta \\ Q_{33}^k &= C_{33} \\ Q_{44}^k &= C_{44} \cos^2 \theta + C_{55} \sin^2 \theta \end{aligned} \tag{20}$$

其中， θ 为铺层角， C_{ij} 可表示如下：

$$\begin{aligned} A &= 1 - \nu_{12} \nu_{21} - \nu_{23} \nu_{32} - \nu_{31} \nu_{13} - 2\nu_{12} \nu_{23} \nu_{31} \\ C_{11} &= \frac{E_1(1-\nu_{23}\nu_{32})}{A}, \ C_{12} = \frac{E_1(\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23})}{A} \\ C_{22} &= \frac{E_2(1-\nu_{13}\nu_{31})}{A}, \ C_{13} = \frac{E_1(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32})}{A} \\ C_{23} &= \frac{E_2(\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31})}{A}, \ C_{44} = G_{13}, \ C_{55} = G_{23}, \ C_{66} = G_{12} \end{aligned}$$

E_i 为第 i 方向弹性模量， G_{ij} 为 ij 面剪切模量， ν_{ij} 为 ij 面泊松比。

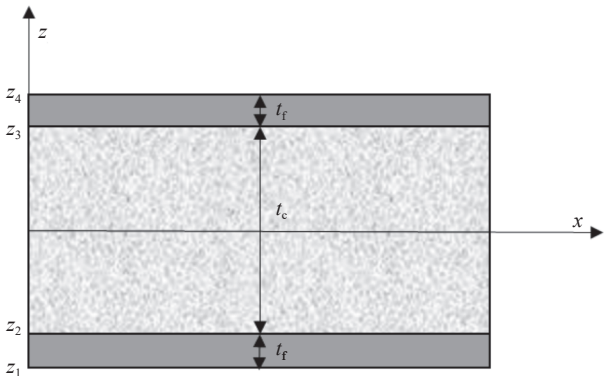
$$K_s^e = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{-h/2}^{h/2} S_0 G^T G \, dz \, dx \tag{21}$$

其中 G 的表达式如下所示：

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} N_{i,x} & \Phi_6 F_{i,xx} & \cdots & \Phi_{11} F_{i,xx} & \Phi_1 N_{i,x} & \cdots & \Phi_5 N_{i,x} & \Phi_6 F_{xi,xx} & \cdots & \Phi_{11} F_{xi,xx} \\ 0 & \Phi_6 F_{ix} & \cdots & \Phi_{11} F_{ix} & 0 & \cdots & 0 & \Phi_6 F_{xi,x} & \cdots & \Phi_{11} F_{xi,x} \end{bmatrix} \quad (22)$$

3 算例

本节分别研究了由铝面板和软芯材料组成的三层夹芯梁及由单层 0° 铺设复合材料面板和软芯材料组成的三层夹芯梁的屈曲和起皱行为，夹芯梁的几何形状如图 1 所示。为了评估所提出模型的性能，将本模型的计算结果和准三维弹性解^[20,22]与 ABAQUS 的三维有限元解进行比较。为了说明夹芯梁的屈曲和褶皱行为之间的区别，给出了使用本模型和三维有限元计算的屈曲和起皱行为对应的位移模态。基于验证模型的准确性，进一步分析了材料参数面板弹性模量、夹芯层和面板厚度比 (t_c/t_f)、夹芯梁长厚比 (a/h) 等几何参数对夹芯梁褶皱临界载荷和屈曲临界载荷的影响。



t_c —Thickness of the core layer; t_f —Thickness of the panel layer

图 1 三层夹芯梁截面

Fig. 1 Three-layer sandwich beam section

在验证了所提出模型的性能后，把所提出的模型扩展至研究面板为单层 0° 铺设复合材料的三层夹芯梁屈曲和起皱行为。此外，还研究了不同边界条件对三层复合材料夹芯梁起皱行为的影响，并探讨了提升夹芯结构抵抗起皱行为能力的方法。

3.1 三层金属面板夹芯梁屈曲和褶皱行为分析

上下面板为铝材料，材料常数：弹性模量 $E_f=70\text{ GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.3$ ；夹芯材料常数：弹性模量和剪切模量分别为 $E_1=E_2=G_{12}=1\times10^{-5}\text{ MPa}$ ， $E_3=109\text{ MPa}$ ， $G_{13}=26.6\text{ MPa}$ ， $G_{23}=15.5\text{ MPa}$ ，泊松比为 $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=1\times10^{-5}$ 。无量纲屈曲和褶皱载荷为 $\bar{\lambda}=10^3 a^2 \lambda/E_f$ 。其中： a 为夹芯梁的长度； λ 为夹芯梁屈曲和褶皱载荷； E_f 为面板材料的弹性模量。

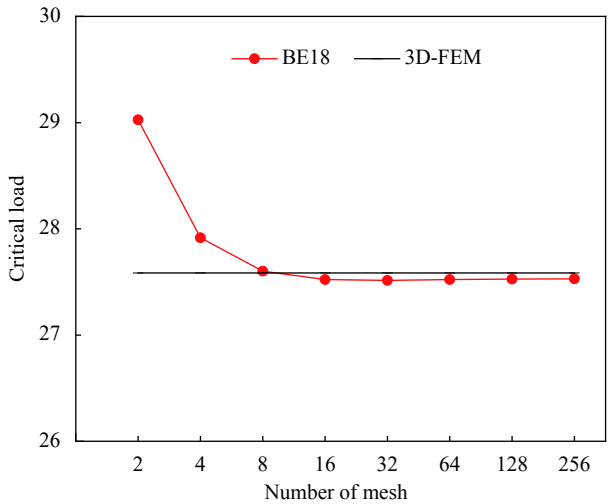
为了验证所构建高阶单元的收敛性，基于本模型不同单元网格数量计算的结果，与三维有限

元解进行对比。使用 ABAQUS 中的 270 000 个 C3 D8 R 单元计算得到三维有限元解。三维有限元模型的几何尺寸、载荷和边界条件如下：宽度 $b=1$ ；厚度 $h=1$ ；长度由长厚比 (a/h) 控制。三维有限元分析过程中，使用 Buckle 分析步中子空间迭代法 (Subspace) 进行计算。表 1 给出了三维有限元边界条件。数值分析结果表明，当高阶单元网格数量为 16 时，本模型的计算结果就已经收敛于三维有限元解，分析结果如图 2 所示。为了保证结果的可靠性，在计算三层铝面板夹芯梁屈曲载荷时，采用 64 个高阶单元。数值分析发现，在计算三层铝面板夹芯梁褶皱载荷时，如果高阶单元数量较少，将难以准确计算夹芯梁起皱的位移模态，因此选用 480 个高阶单元用于三层铝面板夹芯梁起皱行为分析。

表 1 3D 有限元边界条件

Table 1 Boundary condition for 3D finite element			
$x=0$	$x=a$	$y=0$	$y=1$
$U2=U3=UR3=0$		$U2=0$	$U2=0$

Notes: a —Length of the sandwich beam; $U2$, $U3$, $UR3$ —Translational and rotational degrees of freedom in ABAQUS, respectively.



BE18—Enhanced higher-order model; 3D-FEM—Three-dimensional finite element method

图 2 构建的高阶单元收敛率

Fig. 2 Convergence rate of constructed higher-order elements

表 2 将增强型高阶模型 (BE18) 计算得到的最小屈曲载荷与三维有限元解、准三维模型

表 2 三层铝面板夹芯梁屈曲载荷
Table 2 Buckling load of three-layer sandwich beam with aluminum panels

t_c/t_f	a/h	3D-FEM (270 000 elements)	BE18 (64 elements)	HYF11 ^[20]	HYF21 ^[20]	HOST ^[21]	Allen ^[22]
5	2	6.6111	6.7131(1.54)	6.2220(5.89)	37.551(468.00)	37.238(463.26)	6.3544(3.88)
	5	14.7065	14.838(0.89)	14.320(2.63)	159.0500(981.49)	159.3200(983.33)	14.385(2.19)
	10	41.6580	41.8190(0.39)	41.0840(1.38)	329.6300(691.28)	321.2600(671.18)	41.1150(1.30)
25	2	1.5342	1.5600(1.68)	1.5299(0.28)	2.3207(51.26)	2.3112(50.64)	1.5923(3.79)
	5	9.0749	9.1046(0.33)	9.0314(0.48)	13.1300(44.68)	13.1130(44.50)	9.0971(0.24)
	10	31.6490	31.6550(0.02)	31.0960(1.75)	42.4330(34.07)	42.4360(34.08)	31.1590(1.55)
50	2	1.4432	1.4640(1.44)	1.4419(0.09)	1.8335(27.04)	1.8301(26.81)	1.5074(4.45)
	5	8.5657	8.6504(0.99)	8.5553(0.12)	10.3110(20.38)	10.3010(20.26)	8.6191(0.62)
	10	27.5850	27.5220(0.23)	26.7620 (2.98)	30.7460(11.46)	30.7690(11.54)	26.8490(2.67)

Notes: t_c/t_f —Core and panel thickness ratio; a/h —Span thickness ratio of sandwich beam; BE18—Present model; HYF11—Quasi-3D model; HYF21 and HOST—Higher-order models; Allen represents the model proposed by Allen.

HYF11^[20]、高阶模型 HYF21^[20] 和 HOST^[21] 计算得出的最小屈曲载荷对比。表 2 括号中数字为各种模型计算结果相对于三维有限元结果的百分比误差。当前模型的计算结果相对于三维有限元解的最大百分比误差小于 1.7%。高阶模型 HYF21^[20] 和 HOST^[21] 计算面内刚度远高于三维有限元解，因此基于这两个模型得到的结果相对于三维有限元解的最大误差超过 900%。此外，用 Allen^[22] 给出的模型计算得到的结果与三维有限元解很接近，最大误差小于 4.4%。

当芯材厚度与面板厚度之比 (t_c/t_f)≥50 时，夹芯结构的起皱行为将先于屈曲行为发生。图 3 显示了三层铝面板夹芯梁 ($t_c/t_f=50, a/h=2$) 的屈曲

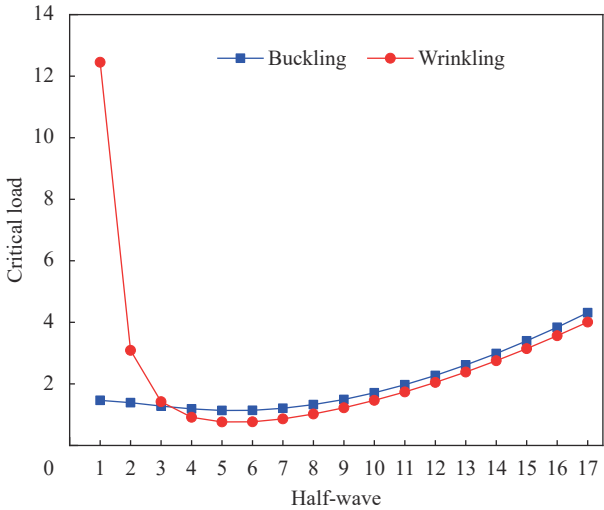


图 3 三层铝面板夹芯梁屈曲和褶皱载荷 (芯材与面板厚度之比 $t_c/t_f=50$, 夹芯梁长厚比 $a/h=2$)
Fig. 3 Buckling and wrinkling loads for three-layer sandwich beam with aluminum face sheets (Ratio of core thickness to panel thickness is $t_c/t_f=50$, ratio of length to thickness is $a/h=2$)

和起皱载荷随半波数增加的变化。最小起皱载荷小于最小屈曲载荷，表明三层夹芯梁的起皱行为早于屈曲行为发生。因此，研究夹芯结构的起皱行为非常重要。为了研究屈曲行为和褶皱行为之间的差异，使用本模型和三维有限元计算得到的三层铝面板夹芯梁屈曲和起皱行为对应的位移模态分别绘制于图 4 和图 5。对于屈曲行为，中平面的变形与上下表面的变形一致。对于起皱行为，由于中平面仅受压缩变形，但是上表面、下表面受到弯曲变形，因此中平面的变形与上下表面的变形完全不同。使用本模型和三维有限元计算得到的屈曲和起皱行为对应的位移模态具有很好的一致性。

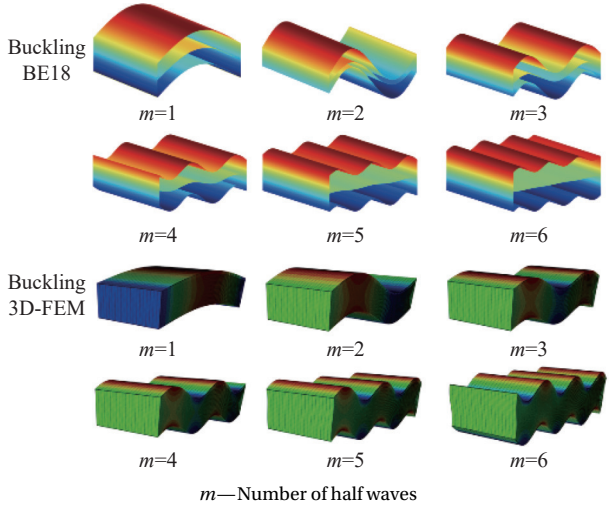


图 4 使用当前模型和 3D 有限元模型 (3D-FEM) 计算得到的三层铝面板夹芯梁屈曲行为的位移模态
Fig. 4 Displacement modes for buckling behaviors of a three-layer aluminum panel sandwich beam calculated by using the current model and 3D finite element method (3D-FEM)

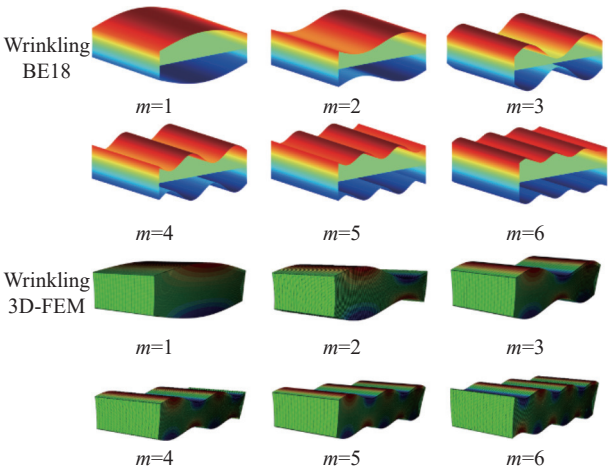


图5 使用当前模型和3D-FEM计算得到的三层铝面板夹芯梁褶皱行为的位移模式

Fig. 5 Displacement modes for wrinkling behaviors of a three-layer aluminum panel sandwich beam calculated by using the current model and 3D-FEM

表3 将增强型高阶模型 (BE18) 计算得到的最

小褶皱载荷与三维有限元解及其他高阶模型的结果进行了比较。对于三层铝面板夹芯梁 ($t_c/t_f=50$), 本模型计算结果相对于三维有限元解的最大误差小于 5%。用三维有限元方法计算得到的最小褶皱载荷可以在半波数 (m) 为 13 时给出, 而本模型和准三维模型 HYF11 得到的最小起皱载荷在半波数为 14 时给出。在这种情况下, 所提出的模型对屈曲和起皱行为的计算能力得到了验证。此外, 对于三层夹芯梁 ($t_c/t_f=50$), 其最小起皱载荷明显低于最小屈曲载荷, 这表明夹芯梁起皱行为可能比屈曲行为发生得更早。

通过改变表面层弹性模量 E_f , 图 6 给出了屈曲和褶皱载荷 ($\hat{\lambda} = 10^6 \lambda/E_f$) 随夹芯层和表面层厚度比 (t_c/t_f) 变化的分布图。结果表明, 通过提高表面层弹性模量可有效提高屈曲和褶皱载荷。随着夹芯层和表面层厚度比 (t_c/t_f) 增加, 表面层弹性模量 (E_f) 低的夹芯梁更易起皱。

表 3 三层铝面板夹芯梁褶皱载荷

Table 3 Wrinkling loads of three-layer sandwich beam with aluminum panels

t_c/t_f	a/h	3D-FEM(270000 elements)	BE18(480 elements)	HYF11 ^[20]	HYF21 ^[20]	Allen ^[22]
50	2	0.7311 (5)	0.7632 (5)	0.7073 (6)	0.8074	1.3020 (9)
	5	4.5097 (13)	4.7147 (14)	4.3583 (14)	5.0048	8.1376 (23)
	10	18.0910 (27)	18.8830 (27)	17.4330 (28)	20.0190	-
100	2	0.2610 (9)	0.2845 (9)	0.2517 (9)	0.3121	0.6638(9)
	5	1.6318 (22)	1.7768 (22)	1.5736 (23)	1.9480	4.1486 (22)
	10	6.5273 (44)	7.1612 (43)	6.2921 (45)	7.7921	16.594 (45)

Note: Numbers in brackets represent half-wave numbers.

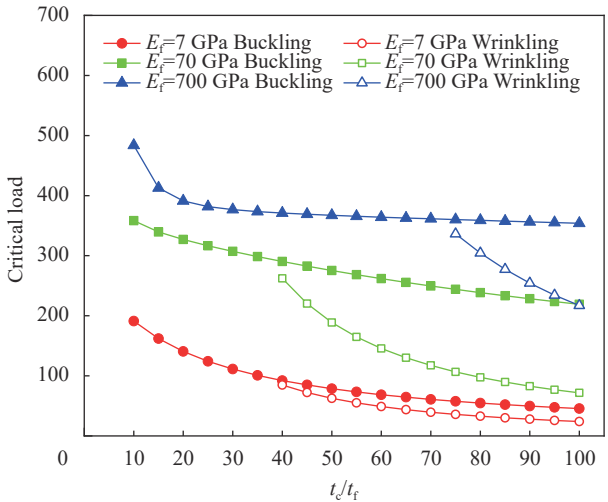


图 6 材料参数和几何参数对三层铝面板夹芯梁屈曲和褶皱载荷影响

Fig. 6 Influence of material properties and geometric parameters on buckling and wrinkling loads of three-layer sandwich beam with aluminum face sheets

图 7 给出了夹芯层和表面层厚度比 (t_c/t_f) 及长厚比 (a/h) 对夹芯梁屈曲和褶皱载荷影响。结果表明, 随着长厚比 (a/h) 的增加, 褶皱载荷缓慢增加, 而屈曲载荷降低。而且, 相比于屈曲载荷, 夹芯层和表面层厚度比 (t_c/t_f) 对褶皱载荷有更大影响。

3.2 三层复合材料夹芯梁屈曲和褶皱行为分析

上下面板为单层 0° 铺设复合材料, 材料常数为 $E_1=181$ GPa, $E_2=E_3=10.3$ GPa, $G_{12}=G_{13}=7.17$ GPa, $G_{23}=2.87$ GPa, $\nu_{12}=\nu_{13}=0.25$, $\nu_{23}=0.33$; 夹芯材料常数为 $E_1=E_2=G_{12}=1\times10^{-5}$ MPa, $E_3=109$ MPa, $G_{13}=26.6$ MPa, $G_{23}=15.5$ MPa, $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=1\times10^{-5}$ 。无量纲屈曲和起皱载荷为 $\hat{\lambda} = 10^3 a^2 \lambda/E_2^f$ 。

与铝面板夹芯梁数值分析过程相似, 为了保证结果的可靠性, 使用本模型计算三层复合材料面板夹芯梁屈曲载荷时, 采用 240 个高阶单元。

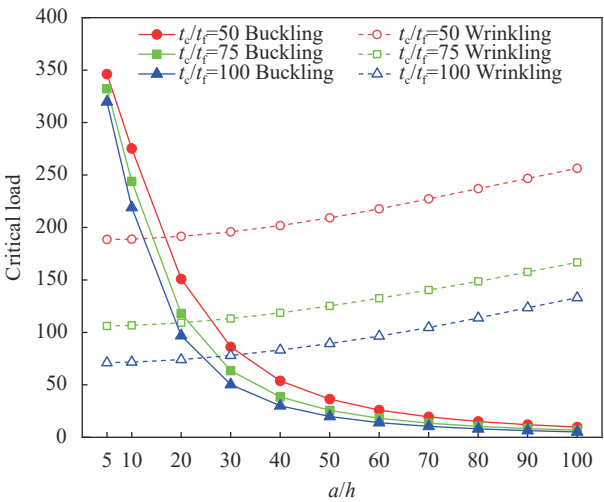


图7 几何参数对三层铝面板夹芯梁屈曲和褶皱载荷影响

Fig. 7 Influence of geometric parameters on buckling and wrinkling loads of three-layer sandwich beam with aluminum face sheets

计算三层复合材料面板夹芯梁褶皱载荷时，选用480个高阶单元用于三层复合材料面板夹芯梁起皱行为分析。

首先使用本模型和三维有限元法分析了三层复合材料夹芯梁的屈曲行为，所有计算结果如表4所示。当前模型计算得到的三层复合材料夹芯梁屈曲临界载荷和三维有限元解相近，最大误差不

超过1.4%。其中，使用ABAQUS中的270 000个C3D8R单元计算得到三维有限元解，但本模型仅采用240个高阶单元，这大大提升了计算效率。此外，与本模型的计算结果及三维有限元解相比，BHSDT模型^[24]和RHSDT模型^[25]在很大程度上高估了三层复合材料夹芯梁的屈曲载荷，与三维有限元解相比，最小误差超过16.7%。这验证了本模型计算结果的准确性，也说明了现有的高阶模型对夹芯结构的屈曲行为预测不准确。

在表5中，研究了不同边界条件下三层复合材料夹芯梁的褶皱行为，将增强型高阶模型计算得到的最小起皱载荷与三维有限元解进行了比较。对于三层复合材料夹芯梁($t_c/t_f \geq 50$)，本模型的计算结果相对于三维有限元解的最大误差小于7.1%。无论是固支边界条件(CC)还是简支边界条件(SS)，当芯材厚度与面板厚度之比 $t_c/t_f \geq 50$ 时，起皱最小临界载荷都小于屈曲最小临界载荷，这使夹芯梁的起皱行为将先于屈曲行为发生。此外，简支边界条件下夹芯梁的最小起皱载荷均小于固支边界条件下的最小起皱载荷，这说明在简支边界条件下，起皱行为将会先于固支边界条件下发生。使用纤维方向弹性模量大于金属面板弹性模量的

表4 三层复合材料夹芯梁屈曲载荷

Table 4 Buckling load of three-layer composite sandwich beam

t_c/t_f	a/h	3D-FEM(270 000 elements)	BE18(240 elements)	BHSDT ^[24]	RHSDT ^[25]
25	2	11.301	11.457	14.951	15.525
	5	64.288	64.441	85.873	89.282
	10	239.100	239.200	313.650	325.220
50	2	10.016	10.135	13.442	12.360
	5	61.853	61.978	80.805	73.963
	10	222.560	222.510	280.980	259.830

Notes: BHSDT—Higher order model proposed by Babu et al^[24]; RHSDT—Higher-order model proposed by Reddy^[25].

表5 三层复合材料夹芯梁褶皱载荷

Table 5 Wrinkling load of three-layer composite sandwich beam

t_c/t_f	a/h	SS		CC	
		3D-FEM (270000 elements)	BE18(480 elements)	3D-FEM (270000 elements)	BE18(480 elements)
50	2	7.5768 (4)	8.0174 (4)	8.0246 (4)	8.5964 (4)
	5	46.4130 (11)	49.2650 (11)	47.1010 (11)	50.0860 (11)
	10	185.7200 (22)	197.4900 (22)	186.4300 (21)	198.3100 (21)
100	2	2.7004 (7)	2.8531 (7)	2.7806 (7)	2.9505 (7)
	5	16.8350 (18)	17.8290 (18)	16.9290 (18)	17.9370 (18)
	10	7.3330 (36)	1.7410 (36)	7.4410 (36)	1.8490 (36)

Notes: SS—Simply supported boundary conditions; CC—Clamped supported boundary conditions; Numbers in brackets represent half-wave numbers.

复合材料作为面板的夹芯结构, 沿着纤维方向承受压缩载荷, 其最小起皱载荷明显高于采用金属面板夹芯结构的最小起皱载荷, 这说明使用复合材料面板的夹芯结构能有效增强抵抗褶皱行为的能力。

4 结论

面板褶皱是夹芯结构特有的失效模式, 其为三维问题, 现有高阶理论很难预测此现象。需要发展有效的理论模型分析其起皱机制, 为面板抗起皱设计提供理论支撑。因此, 本文通过构建有效的高阶模型, 采用两节点梁单元分析夹芯结构屈曲和褶皱问题。通过对两个典型算例的分析, 得出以下结论:

(1) 现有的高阶模型在预测夹层结构的起皱问题时, 其数值分析结果与三维有限元解偏差较大。本文提出的考虑局部形变和横法向应变的增强型高阶模型则可以合理地预测夹芯梁的屈曲和起皱行为;

(2) 本模型能准确预测夹芯梁屈曲和褶皱的位移模态和临界载荷。对于屈曲行为, 中平面的变形与上下表面的变形一致, 对于起皱行为, 中平面的变形与上下表面的变形完全不同。与现有高阶模型相比, 本模型预测屈曲和褶皱临界载荷的数值分析结果相对三维有限元解的误差更小;

(3) 夹芯梁起皱行为的发生与夹芯梁结构几何参数、载荷边界条件及面板材料参数相关。夹芯梁的起皱最小临界载荷随着夹芯梁长短比增加而提高, 随着夹芯层和面板的厚度比的增加而减小。在简支边界条件下, 夹芯梁起皱行为将会先于固支边界条件下发生。相较于使用金属面板, 使用纤维方向弹性模量大于金属面板弹性模量的复合材料面板, 能有效增强夹芯梁抵抗起皱的能力。

参考文献:

[1] 杜冰, 刘后常, 潘鑫, 等. 热塑性复合材料夹芯结构熔融连接研究进展[J]. *复合材料学报*, 2022, 39(7): 3044-3058.
DU Bing, LIU Houchang, PAN Xin, et al. Progress in fusion bonding of thermoplastic composite sandwich structures[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2022, 39(7): 3044-3058(in Chinese).
[2] 熊健, 李志彬, 刘惠彬, 等. 航空航天轻质复合材料壳体结构研究进展[J]. *复合材料学报*, 2021, 38(6): 1629-1650.
XIONG Jian, LI Zhibin, LIU Huibin, et al. Advances in aerospace lightweight composite shell structure[J]. *Acta*

Materiae Compositae Sinica, 2021, 38(6): 1629-1650(in Chinese).
[3] JI W, WAAS A M. Global and local buckling of a sandwich beam[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2007, 133(2): 230-237.
[4] VADAKKE V, CARLSSON L A. Experimental investigation of compression failure of sandwich specimens with face/core debond[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2004, 35: 583-590.
[5] KHALILI S M R, KHEIRIKHAH M M, FARD K M. Buckling analysis of composite sandwich plates with flexible core using improved high-order theory[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2015, 22(4): 233-247.
[6] BENSON A S, MAYERS J. General instability and face wrinkling of sandwich plates-Unified theory and applications[J]. *AIAA Journal*, 1967, 5(4): 729-739.
[7] HADI B K, MATTHEWS F L. Development of Benson-Mayers theory on the wrinkling of anisotropic sandwich panels[J]. *Composite Structures*, 2000, 49(4): 425-434.
[8] DAFEDAR J B, DESAI Y M, MUFTI A A. Stability of sandwich plates by mixed, higher-order analytical formulation[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(17): 4501-4517.
[9] LOPATIN A V, MOROZOV E V. Symmetrical facing wrinkling of composite sandwich panels[J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2008, 10(6): 475-497.
[10] JI W, WAAS A M. Wrinkling and edge buckling in orthotropic sandwich beams[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2008, 134(6): 455-461.
[11] HU H, BELOUETTAR S, POTIER-FERRY M, et al. A novel finite element for global and local buckling analysis of sandwich beams[J]. *Composite Structures*, 2009, 90(3): 270-278.
[12] YU K, HU H, TANG H, et al. A novel two-dimensional finite element to study the instability phenomena of sandwich plates[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2015, 283: 1117-1137.
[13] DOUVILLE M A, LE GROGNEC P. Exact analytical solutions for the local and global buckling of sandwich beam-columns under various loadings[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50: 2597-2609.
[14] D'OTTAVIO M, POLIT O. Linearized global and local buckling analysis of sandwich struts with a refined quasi-3D model[J]. *Acta Mechanica*, 2015, 226(1): 81-101.
[15] D'OTTAVIO M, POLIT O, JI W, et al. Benchmark solutions and assessment of variable kinematics models for global and local buckling of sandwich struts[J]. *Composite Structures*, 2016, 156: 125-134.
[16] VESCOVINI R, D'OTTAVIO M, DOZIO L, et al. Buckling

- and wrinkling of anisotropic sandwich plates[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2018, 130: 136-156.
- [17] HUANG Q, LIU Y, HU H, et al. A Fourier-related double scale analysis on the instability phenomena of sandwich plates[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2017, 318: 270-295.
- [18] CHEN X, NIE G, WU Z. Global buckling and wrinkling of variable angle tow composite sandwich plates by a modified extended high-order sandwich plate theory[J]. *Composite Structures*, 2022, 292: 115639.
- [19] 朱秀杰, 郑坚, 熊超, 等. 基于精确板理论的复合材料格栅/波纹夹芯结构屈曲特性[J]. *复合材料学报*, 2022, 39(1): 399-411.
- ZHU Xiujie, ZHENG Jian, XIONG Chao, et al. Buckling characteristics of composite grid/corrugated sandwich structure based on refined plate theory[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2022, 39(1): 399-411(in Chinese).
- [20] DAFEDAR J B, DESAI Y M. Stability of composite and sandwich struts by mixed formulation[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004, 130(7): 762-770.
- [21] KANT T, PATIL H S. Buckling loads of sandwich columns with a higher-order theory[J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1991, 10(1): 102-109.
- [22] ALLEN H G. Analysis and design of structural sandwich panels[M]. Oxford: Pergamon Press, 1969.
- [23] SZE K Y, CHEN R, CHEUNG Y K. Finite element model with continuous transverse shear stress for composite laminates in cylindrical bending[J]. *Finite Elements in Analysis & Design*, 1998, 31(2): 153-164.
- [24] BABU R T, VERMA S, SINGH B N, et al. Dynamic analysis of flat and folded laminated composite plates under hygro-thermal environment using a nonpolynomial shear deformation theory[J]. *Composite Structures*, 2021, 274: 114327.
- [25] REDDY J N. A simple higher-order theory for laminated composite plates[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1984, 51(12): 745-752.