

变厚度树脂基复合材料构件固化变形数值模拟与影响因素分析

甘建业 胡伟叶 张艺澄 褚奇奕 郝小忠

Numerical simulation and influence factors analysis of cure-induced distortions in resin matrix composites with variable thickness

GAN Jianye, HU Weiye, ZHANG Yicheng, CHU Qiyi, HAO Xiaozhong

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20220922.001>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

热固性树脂基复合材料固化变形和残余应力数值模拟研究综述

A review of numerical simulation of cure-induced distortions and residual stresses in thermoset composites

复合材料学报. 2017, 34(3): 471–485 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170105.001>

基于黏弹性本构模型的热固性树脂基复合材料固化变形数值仿真模型

Numerical simulation for curing deformation of resin matrix thermosetting composite using viscoelastic constitutive model

复合材料学报. 2017, 34(10): 2254–2262 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170106.002>

热固性树脂基复合材料固化变形解析预测研究进展

A review of analytical prediction of cure-induced distortions in thermoset composites

复合材料学报. 2018, 35(6): 1361–1376 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180327.001>

织物增强复合材料梁结构热校形工艺

Hot sizing process for fabric-reinforced composite beams

复合材料学报. 2017, 34(4): 744–748 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20161024.005>

非热压罐工艺模具对复合材料加筋壁板固化变形影响的有限元分析

FEM analysis of the mold influence on curing deformation of stiffened composite panel in the out-of-autoclave process

复合材料学报. 2018, 35(2): 347–355 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170412.005>

圆锥头弹体冲击复合材料层合板数值模拟

Numerical simulation of behavior for impact on composite laminated plates by conical projectiles

复合材料学报. 2018, 35(6): 1503–1509 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170824.002>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

变厚度树脂基复合材料构件固化变形数值模拟与影响因素分析



分享本文

甘建业¹, 胡伟叶², 张艺澄¹, 褚奇奕², 郝小忠^{*1}

(1. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016; 2. 南京晨光集团有限责任公司, 南京 210006)

摘要: 通过层间丢层形成的变厚度树脂基复合材料构件具有减材减重、可刚性裁剪等优点, 常应用于机翼结构等重要位置。但层间丢层会导致构件内部的不连续性, 并使构件在固化后产生不均匀残余应力, 脱模后发生复杂固化变形。针对变厚度复合材料构件的固化变形预测问题, 现有研究多采用等效材料性能参数的建模方法, 尚未考虑其树脂口袋等结构特点。本文基于分层建模方法, 在丢层位置引入树脂口袋结构, 建立了变厚度构件固化变形数值仿真模型。通过与传统等效建模方法、传统分层建模方法及实验的结果比较, 本文模型最大翘曲变形模拟值的误差与实验值误差仅为 1.01×10^{-2} mm, 且变形趋势一致, 验证了模型的有效性和准确性。并分析了不同丢层方式、过渡区斜率、厚薄比对变厚度构件固化变形的影响规律, 其中离散丢层的构件变形最小, 重叠丢层的构件变形最大, 且增加过渡区斜率和降低厚薄比可以有效降低其翘曲变形。

关键词: 复合材料; 变厚度; 固化变形; 残余应力; 数值模拟

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2023)07-4195-15

Numerical simulation and influence factors analysis of cure-induced distortions in resin matrix composites with variable thickness

GAN Jianye¹, HU Weiye², ZHANG Yicheng¹, CHU Qiyi², HAO Xiaozhong^{*1}

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Nanjing Chengguang Group CO., LTD., Nanjing 210006, China)

Abstract: The carbon fiber reinforced polymer (CFRP) composite parts with variable thickness possessed the advantages of material saving, weight reduction, and elastic tailoring properties, and were often used in important application such as wing structures. However, dropping-off plies between layers caused a discontinuity inside the part. Therefore, uneven residual stress could be generated after the curing, and the complex cure-induced distortion (CID) appeared after demolding. For the prediction of the CID of CFRP parts with variable thickness, the existing research mainly adopted the modeling method of equivalent material parameters, without considering the structural characteristics of the resin pocket. In this paper, based on the laminated modeling method, the resin pocket structure was introduced at the dropping-off plies position, and the numerical simulation model of the CID was established. Compared with the results of the traditional equivalent modeling method, the traditional laminated modeling method and experiment, it is proved that the proposed model has the preferable accuracy, the error of the simulated CID is only 1.01×10^{-2} mm compared with the experimental result, and the deformation trend is consistent. The influence of different ply drop-off patterns, taper section slopes, and thickness-to-thin ratios on the CID was analyzed. The part with a dispersed ply drop-off pattern presents the smallest CID, and the part with the overlapped ply drop-off pattern has the largest CID. Increasing the taper section slope and reducing the thickness ratio

收稿日期: 2022-07-21; 修回日期: 2022-09-07; 录用日期: 2022-09-10; 网络首发时间: 2022-09-26 09:16:22

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20220922.001>

基金项目: 国家自然科学基金重大项目 (52090052)

Major Program of National Natural Science Foundation of China (52090052)

通信作者: 郝小忠, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为先进复合材料构件新原理固化技术与装备 E-mail: xhao@nuaa.edu.cn

引用格式: 甘建业, 胡伟叶, 张艺澄, 等. 变厚度树脂基复合材料构件固化变形数值模拟与影响因素分析 [J]. 复合材料学报, 2023, 40(7): 4195-4209.

GAN Jianye, HU Weiye, ZHANG Yicheng, et al. Numerical simulation and influence factors analysis of cure-induced distortions in resin matrix composites with variable thickness[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2023, 40(7): 4195-4209(in Chinese).

can effectively reduce the warpage.

Keywords: composite; variable thickness; cure-induced deformation; residual stress; numerical simulation

变厚度构件作为一种基本的复合材料结构形式^[1-2]具有减材减重、可刚性裁剪等众多优点,常应用于机翼结构、直升机旋翼等根部厚尖部薄的重要位置^[3-4]。变厚度构件的制备通常是在特定的位置采用铺层中断^[5-6],即层间丢层来形成变厚度结构。但层间丢层会导致构件内部的不连续性:铺层中断、层和层之间架桥、固化过程中树脂流动产生树脂口袋,使弹性模量、热膨胀系数、化学收缩系数等性能不连续,从而在构件固化成型过程中带来树脂口袋与铺层材料间热膨胀不匹配、化学收缩不匹配等问题,产生不均匀的残余应力。除此之外,传统的复合材料构件结构多采用对称正交铺层方式,使得固化过程中的残余应力对称分布,减小固化变形。而变厚度构件的丢层结构却使得铺层形式难以对称,更加剧了残余应力的不均匀,脱模后发生复杂的固化变形^[7-9]。固化变形问题严重影响构件的外形精度,强行装配变形构件将导致装配应力过大,甚至结构失效,引发安全事故^[10]。

为了减小固化变形,传统方法是在经验和工艺试验的基础上对固化工艺曲线和模具设计进行反复的试错调整和补偿性设计^[11-12]。但这大大增加了时间和制造成本,且对于几何复杂或者新材料构件,常规经验难以应用,实验迭代效率低下。因此有必要对变厚度复合材料构件的固化变形进行准确的预测。数值仿真方法^[6,8,13-14]是目前应用最为广泛的固化变形预测方法,具有计算效率高、成本低、操作步骤简单等优点。

目前复合材料构件固化变形的数值模拟预测研究大多针对等厚度构件^[15-21]。近些年也开始出现针对变厚度构件的固化变形数值模拟研究。孙立帅等^[22]基于细观力学原理,采用等效建模方法代替繁琐的铺层设置,结合固化硬化瞬时线弹性模型建立了变厚度U型零件的固化变形预测模型,并分析得到弯边结构参数和变厚区参数对零件固化变形的影响规律及各因素的影响程度; Trofimov等^[23]采用多尺度的三维热-化学-力数值模型,利用实验数据与黑盒优化算法来拟合黏弹性本构方程的参数、热膨胀和化学收缩的有效系数,从而定量地预测树脂转移成形工艺下一种非典型铺层的变厚度构件的固化变形; Takagaki等^[24]采用数值仿真方法和原位应变监测方法对弯曲截面变厚

度构件残余应力和固化变形进行分析,发现变厚度构件平板区内部应变均匀,固化变形源于过渡区的力学耦合;李树健等^[25]在考虑了固化过程中树脂流动和材料性能时变特性条件下,建立了变厚度构件的热-流-固多场强耦合模型,得到了变厚度结构不同区域的温度场、固化度场和流场梯度分布规律,为进一步固化变形的数值仿真预测打下了基础。但上述研究尚未考虑变厚度构件制备过程中铺层中断、层和层之间架桥、固化过程中树脂流动产生的树脂口袋结构特点及其导致的弹性模量、热膨胀系数、化学收缩系数等性能不连续对固化变形的影响。

因此,本文基于分层建模方法,在变厚度构件丢层位置引入树脂口袋结构,再结合路径依赖(Path-dependent, PD)本构模型^[16,21],建立了变厚度构件固化变形数值仿真模型。通过与传统等效建模方法建立的模型及实验结果比较,证明了所建模型的有效性和准确性。在此基础上,分析了不同丢层方式、过渡区斜率、厚薄比对变厚度构件固化变形的影响规律。

1 变厚度复合材料构件数值仿真方法

1.1 变厚度复合材料构件特点

工程上应用最广泛的变厚度结构是横向变厚度结构,其采用内部丢层方式,厚度变化沿主加载方向^[4],一般由厚板区、过渡区和薄板区组成,如图1所示,也是本文的主要研究对象。变厚度构件通过在过渡区不同位置铺层中断来形成锥形变厚度结构,这使层与层之间架桥,固化过程中树脂流动产生树脂口袋。由于树脂口袋与铺层材料性能参数不同,导致构件内部的不连续性,在构件固化成型过程中带来树脂口袋与铺层材料间热膨胀不匹配、化学收缩不匹配等问题,进而产生不均匀的残余应力,同时复合材料构件多采用对称铺层方式,而铺层中断使过渡区铺层形式难以对称,更加剧了残余应力的不均匀,脱模后发生复杂的固化变形。

除此之外,变厚度复合材料构件具有3个重要的结构设计参数,分别是丢层方式、过渡区斜率及厚板区与薄板区之间的厚薄比。这3个结构参数直接决定了变厚度构件的整体结构,对固化变形影响巨大^[4-5,26-27]。

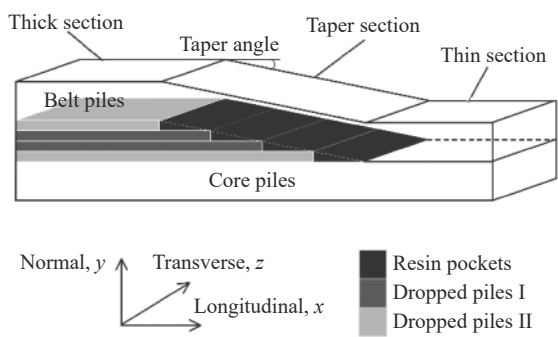


图 1 典型变厚度构件丢层结构示意图

Fig. 1 Schematic of typical tapered part with dropped plies

其中丢层方式指设计者根据强度准则和失效机制总结出的中断铺层和树脂口袋的布局^[28]。根据在同一位置的丢层层数 (Number of piles dropped, nD) 和丢层的排列顺序可以得到图 2 所示的 6 种常见丢层方式，分别为阶梯丢层 (Staircased)(nD=1)、重叠丢层 (Overlapped)(nD=1)、阶梯丢层 (Staircased)(nD=2)、重叠丢层 (Overlapped)(nD=2)、离散丢层 I (Dispersed I)(nD=1) 及离散丢层 II (Dispersed II)(nD=1)。过渡区斜率指过渡区厚度差与过渡区长度的比值。厚薄比指厚板区与薄板区厚度的比值。

1.2 固化变形理论

复合材料固化变形数值模拟的关键在于反映复合材料在固化过程中的物理和化学变化。可概括为 3 个模型：热-化学反应模型、流动-压实模型和应力-应变模型^[21]。一般不考虑流动-压实模型，采用顺序耦合方法耦合热-化学反应模型和应力-应变模型来预测复合材料的固化变形。

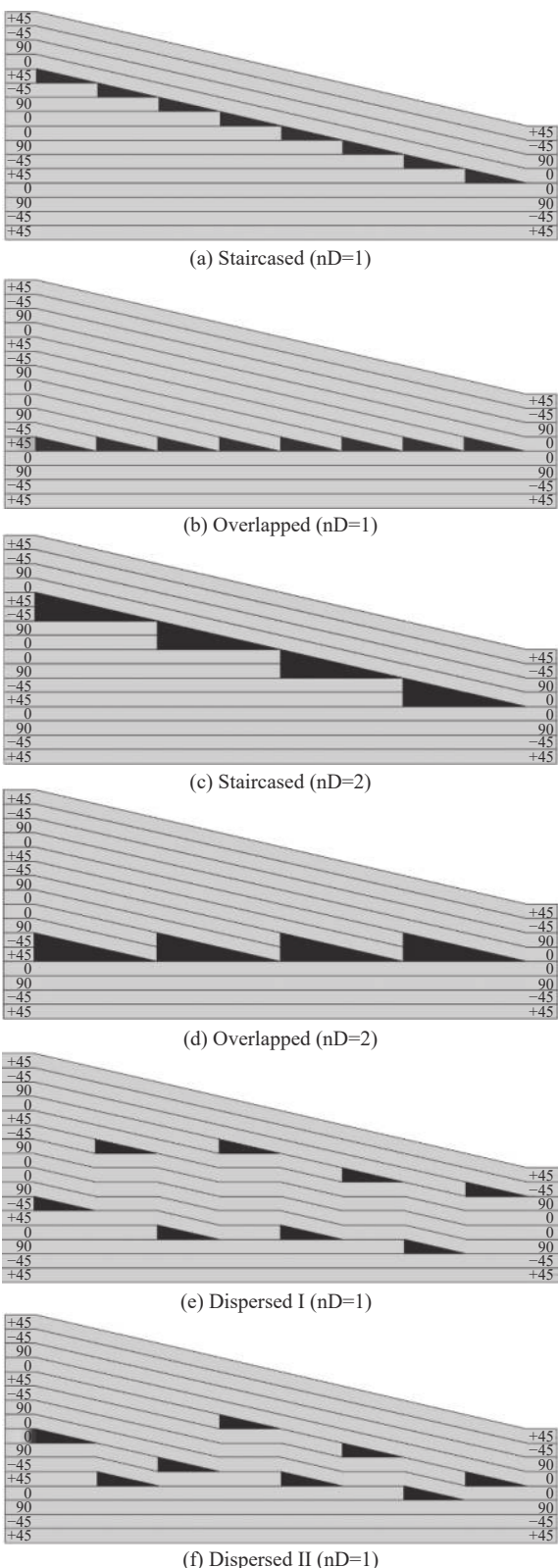
1.2.1 热-化学反应模型

复合材料固化成型过程中的温度场问题本质上是具有非线性内热源的热传导问题。由此根据傅里叶热传导定律和能量守恒原理建立热-化学反应模型^[29-30]：

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q} \quad (1)$$

式中： ρ 和 C 分别为复合材料的密度和比热容； T 为 t 时刻复合材料的温度； k 为复合材料的热导率，对应的下标 x 、 y 、 z 为材料坐标系方向； $\dot{Q}$ 为树脂固化反应的产热速率，其表达式为

$$\dot{Q} = \rho_r (1 - V_f) H_R \frac{d\alpha}{dt} \quad (2)$$



nD—Number of piles dropped

图 2 丢层方式示意图

Fig. 2 Schematic of ply drop-off patterns

式中： ρ_r 为树脂密度； V_f 为纤维体积分数； H_R 为树脂固化反应总放热量； α 和 $d\alpha/dt$ 分别为树脂的

固化度和固化率。3900-2 环氧树脂的具体参数数值如表 1 所示。

表 1 T800 HB 碳纤维/3900-2 环氧树脂复合材料的热学性能^[16]
Table 1 Thermal properties of T800 HB carbon fiber/
3900-2 epoxy composite^[16]

Constant	Value
$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	1 600
$\rho_r/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	1 380
$C/(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	925
$k_x/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	7.61
$k_y=k_z/(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	0.90
$V_f/\text{vol}\%$	62.5
$H_R/(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	246

Notes: ρ —Composite density; ρ_r —Resin density; C —Specific heat capacity; k_x , k_y and k_z —Longitudinal, normal and transverse thermal conductivity coefficient, respectively; H_R —Total amount of heat; V_f —Average fiber volume fraction.

1.2.2 固化动力学方程

固化动力学方程是用来描述复合材料在固化过程中树脂固化反应与固化度、时间、温度之间的函数关系^[31]。按照构造机制可以分为机理模型与唯象模型。宏观尺度上的唯象模型形式简单，易于实验确定，因而得到广泛应用。3900-2 环氧树脂的唯象固化动力学方程为^[32]

$$\frac{d\alpha}{dt} = A \exp\left(-\frac{\Delta E}{RT}\right) \alpha^m (1-\alpha)^n \tag{3}$$

式中： A 和 ΔE 分别为自催化反应模型的频率因子和活化能； R 为普适气体常数； m 和 n 为反应级数。具体参数数值如表 2 所示。

表 2 3900-2 树脂的固化动力学参数^[16]
Table 2 Cure kinetics constants of 3900-2 resin^[16]

Constant	Value
A/s^{-1}	1.933×10^5
$\Delta E/(\text{J}\cdot\text{mol}^{-1})$	7.25×10^4
m	0.1781
n	1.2323
$R/(\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	8.314

Notes: A —Frequency factor of autocatalytic model; ΔE —Activation energy of autocatalytic model; m , n —Reaction constant; R —Perfect gas constant.

1.2.3 应力-应变模型

复合材料固化过程中不同阶段具有不同的力学性能，并同温度和固化度紧密相关。一般以凝胶点和玻璃化转变点为界线，将复合材料固化过程分成 3 个阶段：黏流态、橡胶态和玻璃态阶段。

本构方程描述了材料的应力-应变关系。选择合适的本构模型是成功预测复合材料固化变形的关键。PD 模型是一种常用的简化黏弹性本构模型，其假定固化过程中各相材料力学性能不变，在固化温度到达玻璃化转变点 $T_g(\alpha)$ 时材料力学性能发生阶梯变化^[33-34]。如树脂模量 E_r 与玻璃化转变点的关系式为^[21]

$$E_r = \begin{cases} E_r^0 & T \geq T_g(\alpha) \\ E_r^\infty & T < T_g(\alpha) \end{cases} \tag{4}$$

式中： E_r^0 为树脂未固化时的模量，通常非常小； E_r^∞ 为树脂完全固化时的模量（常温）。

PD 模型的本构方程可以表示为^[33]

$$\sigma_i = \begin{cases} C_{ij}^r \varepsilon_j^{\text{eff}} & T \geq T_g(\alpha) \\ C_{ij}^g \varepsilon_j^{\text{eff}} - (C_{ij}^g - C_{ij}^r) \varepsilon_j^{\text{eff}} | t = t_{\text{vit}} & T < T_g(\alpha) \end{cases} \tag{5}$$

式中： C_{ij}^r 和 C_{ij}^g 分别为橡胶态和玻璃态的刚度矩阵； σ_i 为应力张量； t_{vit} 为玻璃化点时间。

其应力增量方程为

$$\Delta\sigma_i(t+\Delta t) = \begin{cases} C_{ij}^r \Delta\varepsilon_j^{\text{eff}} - S_i(t) & T \geq T_g(\alpha) \\ C_{ij}^g \Delta\varepsilon_j^{\text{eff}} & T < T_g(\alpha) \end{cases} \tag{6}$$

式中， S_i 是历史状态变量，用于跟踪应力加载过程，并且最初被设为 0，更新方程为

$$S_i(t+\Delta t) = \begin{cases} 0 & T \geq T_g(\alpha) \\ S_i(t) + (C_{ij}^g - C_{ij}^r) \Delta\varepsilon_j^{\text{eff}} & T < T_g(\alpha) \end{cases} \tag{7}$$

通常凝胶点前复合材料流动性较强，不能承受显著的应力，因此凝胶之前的复合材料的应力-应变在预测复合材料结构固化变形时可以忽略。但也有研究^[16, 33] 认为在凝胶点之前，由于零件-模具相互作用等因素，纤维中依然存在残余应力。为了进一步贴近真实状态，本文基于 PD 模型材料性能阶段变化的思想计算了黏流态的应力-应变过程，新的 PD 模型应力增量方程为^[16]

$$\Delta\sigma_i(t+\Delta t) = \begin{cases} C_{ij}^v \Delta\varepsilon_j^{\text{eff}} & \alpha < \alpha_{\text{gel}} \text{ and } T \geq T_g(\alpha) \\ C_{ij}^r \Delta\varepsilon_j^{\text{eff}} - S_i(t) & \alpha \geq \alpha_{\text{gel}} \text{ and } T \geq T_g(\alpha) \\ C_{ij}^g \Delta\varepsilon_j^{\text{eff}} & T < T_g(\alpha) \end{cases} \tag{8}$$

式中， C_{ij}^v 为黏流态刚度矩阵。

复合材料固化过程各阶段有效应变的表达式为

$$\varepsilon_j^{\text{eff}} = \varepsilon_j^{\text{tot}} - \beta_j \Delta T - \gamma_j \Delta \alpha \tag{9}$$

式中： ε^{eff} 和 ε^{tot} 分别为有效应变和总应变； j 为材

料坐标系的 j 方向; β 为热膨胀系数 (Coefficient of thermal expansion, CTE); γ 为化学收缩系数。

PD 模型认为热膨胀系数 β 取决于温度和固化度, 其计算公式为^[34]

$$\beta = \begin{cases} \beta_v & \alpha < \alpha_{\text{gel}} \text{ and } T \geq T_g(\alpha) \\ \beta_r & \alpha \geq \alpha_{\text{gel}} \text{ and } T \geq T_g(\alpha) \\ \beta_g & T < T_g(\alpha) \end{cases} \quad (10)$$

式中: β_v 、 β_r 、 β_g 分别为黏流态、橡胶态和玻璃态的热膨胀系数; α_{gel} 为凝胶点的固化度; T_g 为玻璃化转变温度。

化学收缩系数 γ 与材料状态有关, 其计算公式为^[34]

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_v & \alpha < \alpha_{\text{gel}} \text{ and } T \geq T_g(\alpha) \\ \gamma_r & \alpha \geq \alpha_{\text{gel}} \text{ and } T \geq T_g(\alpha) \\ \gamma_g & T < T_g(\alpha) \end{cases} \quad (11)$$

式中, γ_v 、 γ_r 、 γ_g 分别为黏流态、橡胶态和玻璃态的化学收缩系数。

对于本文采用的 T800 HB/3900-2 复合材料, α_{gel} 近似取 0.518, T_g 与 α 之间的关系可以近似表示为^[16]

$$T_g = 168.3\alpha^3 + 11.2\alpha + 2.67 \quad (12)$$

1.3 变厚度构件固化变形数值仿真模型的建立

复合材料构件有限元建模方法主要包括两种: 一种是传统的分层建模方法, 即按照复合材料构件铺层顺序分层指定材料方向和赋予性能参数, 最终建立整体有限元模型; 另一种是等效建模方法, 即利用细观力学原理预测不同铺层顺序下的复合材料构件等效工程弹性常数、热膨胀及固化收缩应变系数, 直接将等效性能参数赋予整体, 最后建立等效有限元模型。

本文基于有限元软件 ABAQUS, 根据有限元建模方法, 先建立了变厚度构件有限元模型, 再结合 1.2 节的理论方程, 通过编写用户子程序 (User subroutine) 实现热-化学模型和应力-应变模型的计算, 然后顺序耦合热-化学模型和应力-应变模型, 最终建立变厚度构件固化变形数值仿真模型。

具体使用到的子程序包括 USDFLD、HETVAL、UMAT、UEXPAN 及 UVARM 用户子程序。其中 USDFLD、UVARM、HETVAL 应用在热-化学模型, 其余子程序应用在应力-应变模型。计算过程中, 在 USDFLD 子程序中定义初始固化度和固化速率等场变量; 在 HETVAL 子程序定义材料内部树脂固化反应产生的热量, 并根据树脂固化动力学方

程计算固化度和固化速率; 在 UEXPAN 子程序定义热膨胀系数与化学收缩系数, 计算非机械应变, 并因为 UEXPAN 需要固化度变量, 所以需要重新计算固化动力学方程更新固化度和固化速率; 在 UMAT 子程序中根据 PD 本构关系更新雅可比矩阵, 计算应力应变; 最后通过 UVARM 子程序输出变量结果。

2 仿真和实验验证

2.1 数值仿真模型验证

2.1.1 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件数值仿真模型

在丢层位置引入树脂口袋, 采用分层建模方法建立 T800 HB/3900-2 复合材料变厚度构件的固化变形数值仿真模型。

分层建模方法的几何及材料参数: 建立的 T800 HB/3900-2 复合材料变厚度构件数值仿真模型尺寸如图 3 所示。厚度从 1.6 mm 变化到 0.8 mm, 过渡区斜率为 1/50。T800 HB/3900-2 复合材料预浸料单层平均厚度为 0.1 mm, 厚板区铺层顺序为 [45/-45/90/0]_{2S}, 薄板区顺序为 [45/-45/90/0]_{1S}, 过渡区采用阶梯丢层 (nD=1) 的丢层方式。T800 HB/3900-2 单向复合材料材料参数如表 3 所示。

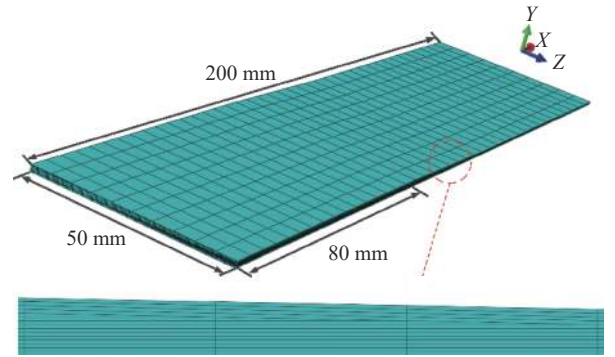


图 3 模型有限元网格示意图

Fig. 3 Schematic of finite element mesh in the model

树脂口袋: 采用 3900-2 环氧树脂材料, 其材料参数如表 4 所示。其中一般认为泊松比 ν_r 是阶段性的定值^[16,33], 如下式所示:

$$\nu_r = \begin{cases} 0.5 & T \geq T_g(\alpha) \\ \nu_r^0 & T < T_g(\alpha) \end{cases} \quad (13)$$

式中, ν_r^0 为常温下固化完全 3900-2 树脂的泊松比, 采用通用环氧树脂的固化泊松比^[35]。

树脂剪切模量 G_r 由各向同性材料方程得到, 如下式所示:

表 3 T800 HB/3900-2 单向复合材料的材料参数^[16]

Table 3 Material parameters of T800 HB/3900-2 unidirectional composites^[16]

Parameter	Viscous	Rubbery	Glassy
E_1/MPa	169 000	169 000	169 000
$E_2=E_3/\text{MPa}$	0.272	272.133	8 620
$G_{12}=G_{13}/\text{MPa}$	0.068	68.033	5 000
G_{23}/MPa	0.068	68.033	1 220
$\nu_{12}=\nu_{13}$	0.5	0.5	0.355
ν_{23}	0.995	0.995	0.41
$\beta_1/(10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1})$	—	—	0
$\beta_2=\beta_3/(10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1})$	—	—	29.5
$\gamma_1/\%$	0	0	—
$\gamma_2=\gamma_3/\%$	-0.19	-0.18	—

Notes: E_1, E_2, E_3 —Elastic modulus of composite; G_{12}, G_{13}, G_{23} —Shear modulus of composite; $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ —Poisson's ratio of composite; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ —Coefficient of thermal expansion (CTE) of composite; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ —Chemical shrinkage coefficient of composite.

表 4 3900-2 树脂的材料参数

Table 4 Material parameters of 3900-2 resin

Parameter	Value
E_r/MPa	0.0471 (Viscous) ^[16]
	47.1 (Rubbery) ^[16]
	4 710 (Glassy) ^[16]
G_r/MPa	0.0157 (Viscous)
	15.7 (Rubbery)
	1 744.4 (Glassy)
ν_r	0.5 (Viscous & Rubbery) ^[16,33]
	0.35 (Glassy) ^[35]
$\beta_{re}/(10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1})$	80 ^[36]
$\gamma_{re}/\%$	-0.99 ^[36]

Notes: E_r —Elastic modulus of the resin; β_{re} —CTE of the resin; γ_{re} —Chemical shrinkage coefficient of the resin.

$$G_r = \frac{E_r}{2(1 + \nu_r)}$$

(14)

3900-2 环氧树脂的热膨胀系数和化学收缩系数根据自洽细观力学理论确定^[36]。

单元设置及边界条件：在 ABAQUS 中建立变厚度构件有限元模型。热-化学模型中连续铺层区域单元类型选择为 DC3D8，树脂口袋由于其锥形几何结构单元类型选择为 DC3D6。应力-应变模型中连续铺层区域单元类型选择为 C3D8，树脂口袋单元类型选择为 C3D6。网格总数量为 4 840，模型如图 3 所示 (图中 X 方向为铺层 0° 方向，Y 方向为厚度方向)。构件在固化阶段，即脱模前对底面节点施加 Y 方向位移约束，对厚板区端面施加 X

方向对称约束，并对厚板区端面与底面交线远端点施加 Z 方向位移约束，脱模后释放底面约束，约束条件如图 4 所示^[28]。

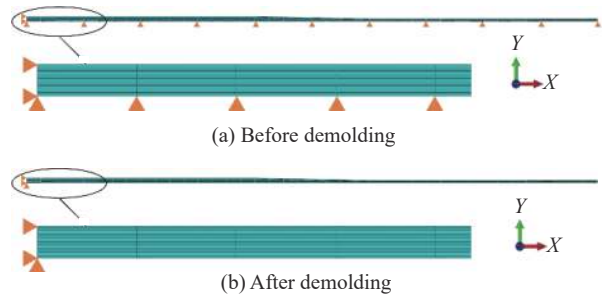


图 4 模型边界条件示意图

Fig. 4 Schematic of model boundary conditions

温度工艺设置：固化工艺参数如下：初始温度为 20℃，以 2℃/min 的升温速率升温至 180℃ 并保温 2 h，然后以 2℃/min 的降温速率降至 20℃。

传统分层建模方法的几何和材料参数：为了对比未在丢层位置引入树脂口袋的传统变厚度构件结构，同样采用分层建模方法建立 T800 HB/3900-2 复合材料传统变厚度构件的固化变形数值仿真模型。

两者的几何、单元设置及边界条件、温度工艺设置均一致，但传统变厚度构件固化变形数值仿真模型没有树脂口袋结构，而是延长铺层，与覆盖层相接，采用对应的铺层材料参数。

传统等效建模方法的几何和材料参数：为了对比文献 [22] 中的等效性能变厚度构件固化变形数值仿真模型，采用相同的等效建模方法建立 T800 HB/3900-2 复合材料等效性能变厚度构件固化变形数值仿真模型，具体流程如下：

首先，建立 T800 HB/3900-2 复合材料构件的代表性体积单元 (RVE) 模型，层数和厚度根据对称铺层的最小的对称单元确定，长度和宽度方向上的尺寸可选任意值，如图 5 所示。T800 HB/3900-2 单向复合材料材料参数如表 3 所示，单层平均厚度为 0.1 mm，构件铺层顺序为 [45/-45/90/0]_{1S}。L 为 RVE 的长，W 为 RVE 的宽，H 为 RVE 的高。在此基础上，预测整体构件等效工程弹性常数、热膨胀及化学收缩系数。

层合板刚度矩阵 [C] 的分量可以通过在 RVE 模型上施加单位应变和特定的边界条件，如表 5 所示，再根据构件 RVE 模型的平均结果计算获得，计算公式为^[21-22]

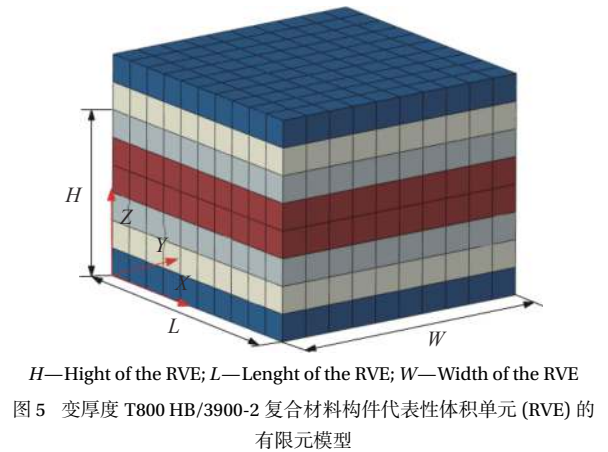


图 5 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件代表性体积单元 (RVE) 的有限元模型

Fig. 5 Finite element model of representative volume element (RVE) of tapered T800 HB/3900-2 composite part

表 5 边界条件 (BC)^[21]

Table 5 Boundary conditions (BC)^[21]

Plane	BC1	BC2	BC3	BC4	BC5
X=0	S	S	S	R _X /R _Y	S
X=L	D _X	S	S	R _X /D _Y	T _X
Y=0	S	S	S	F	S
Y=W	S	D _Y	S	F	T _Y
Z=0	S	S	S	S	S
Z=H	S	S	D _Z	S	T _Z

Notes: D denotes to apply a uniform displacement to the plane; S denotes to apply a symmetrical constraint to the plane; R denotes to limit the displacement of the plane; F denotes that no constraints are imposed; T denotes that the plane is coupled to the other parallel plane, ensuring that all nodes in these two planes move in the same direction.

$$\overline{\sigma_i} = C_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_a(X, Y, Z) dV$$

(15)

式中： $\overline{\sigma_i}$ 为 i 方向的平均应力； C_{ij} 为刚度矩阵分量； V 为 RVE 模型的体积； σ_a 为关于位置的应力函数。

预测除 G_{12} 以外的工程弹性常数时，将表 5 所示的边界条件 BC1、BC2、BC3 分别施加在 RVE 模型上，得到 C_{i1} 、 C_{i2} 、 C_{i3} ($i=1, 2, 3$)。当预测 G_{12} 时，施加边界条件 BC4，得到 C_{44} 。最后根据文献[21]中的计算方法，代入刚度矩阵 $[C]$ 的分量求解获得构件的工程弹性常数。符号 D 表示在该平面上施加单位应变；符号 S 表示在该面上施加对束；符号 F 表示该平面无约束；对应的符号下标 X、Y、Z 表示约束或位移的方向。

预测热膨胀和固化收缩应变系数时，将边界条件 BC5 施加其上。符号 T 表示该平面与平行的另一面耦合，保证这两个平面中的所有节点运动

一致。

在温度 ΔT 或固化收缩应变的载荷条件下，以构件 RVE 模型在 i 方向上的长度 L 相对变化量 ΔL 计算得到热膨胀系数或固化收缩应变，公式如下^[21-22]：

$$\beta_i = \frac{\Delta L}{L \Delta T}$$

(16)

得到的 $[45/-45/90/0]_{ns}$ 铺层的 T800 HB/3900-2 复合材料的预测结果如表 6 所示。

表 6 $[45/-45/90/0]_{ns}$ 铺层 T800 HB/3900-2 复合材料等效性能

Table 6 Equivalent material properties of T800 HB/3900-2 composites with $[45/-45/90/0]_{ns}$ layup

Parameter	Viscous	Rubbery	Glassy
$E_1=E_2/\text{MPa}$	44 896	45 906	60 408
E_3/MPa	18.44	12 557	10 116
G_{12}/MPa	2 730.4	4 887.5	18 347.8
$G_{13}=G_{23}/\text{MPa}$	0.068	68.033	2 157.1
ν_{12}	5.92×10^{-5}	0.029	0.195
$\nu_{13}=\nu_{23}$	0.995	0.968	0.362
$\beta_1=\beta_2/(10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	—	—	0.773
$\beta_3/(10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	—	—	11.765
$\gamma_1=\gamma_2/\%$	-0.00013	-0.133	—
$\gamma_3/\%$	-0.37	-0.36	—

再次利用 ABAQUS 有限元软件建立相同几何、单元设置及边界条件、温度工艺设置的变厚度构件固化变形有限元模型，但是根据表 6 所示的变厚度构件等效性能结果整体赋予材料属性。

2.1.2 数值仿真结果

图 6 为本文所建立的变厚度构件在固化过程

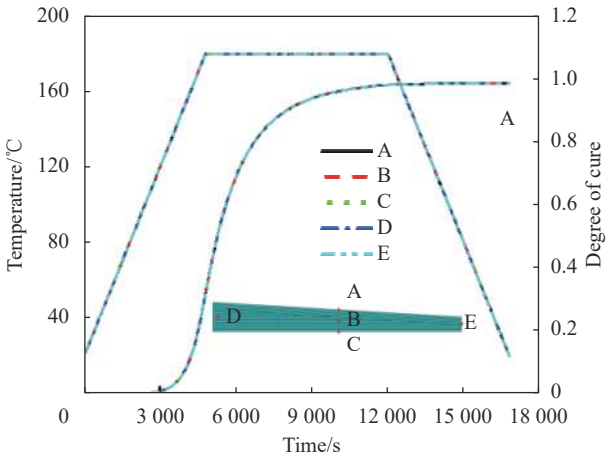


图 6 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件厚度方向 and 不同区域温度和固化度的发展

Fig. 6 Development of temperature and curing degree in thickness direction and different regions of tapered T800 HB/3900-2 composite part

中厚度方向和不同区域温度和固化度曲线。其中点 A、点 B、点 C 分别代表构件过渡区 ($X=100\text{ mm}$) 厚度方向上的上、中、下 3 个点, 点 D、点 E 分别代表构件厚板区和薄板区中心点。结果表明不论是厚度方向, 还是不同区域上, 温度和固化度曲线几乎相同, 且最大温差仅为 0.021°C , 没有出现明显的温度和固化度梯度。其主要原因是本文选用的变厚度构件较薄, 传热较均匀。故后续数值模拟计算过程中默认构件整体温度均匀, 采用预定义温度场赋温度场, 不再进行热传导-固化分析。

图 7 给出了本文方法建立的变厚度构件数值模型在过渡区 ($X=100\text{ mm}$) 厚度方向上的残余应力 σ_x 分布结果。结果表明在凝胶点前, 构件内部并未产生较大的残余应力, 应力分布较均匀。这可能是由于此时复合材料模量较低, 应力无法传递。在固化完成后, 残余应力在厚度方向上呈现明显非对称分布, 并在树脂口袋处出现应力集中现象, 这与文献 [37] 提及的加载条件下变厚度构件在层间丢层处出现应力集中现象类似, 都是其内部的性能不连续性导致的, 间接验证了所建模型在变厚度构件残余应力预测上的有效性。

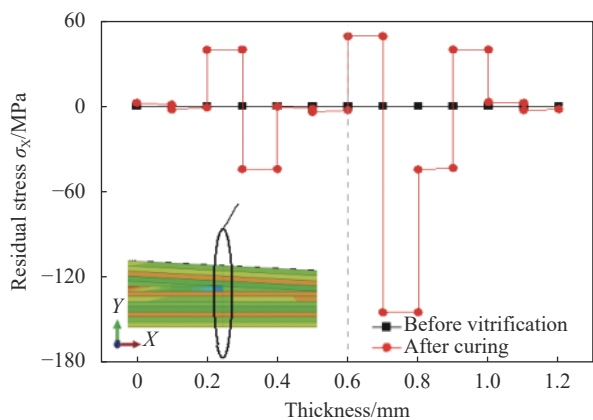


图 7 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件过渡区 ($X=100\text{ mm}$) 厚度方向上的残余应力 σ_x 分布

Fig. 7 Residual stress σ_x distribution of tapered T800 HB/3900-2 composite part in the thickness direction of taper section ($X=100\text{ mm}$)

为了对比评价本文方法、传统分层建模方法和文献 [22] 中的传统等效建模方法所建模型的有效性, 给出了 3 个模型在过渡区 ($X=100\text{ mm}$) 厚度方向上的残余应力 σ_x 分布结果对比图, 如图 8 所示。可以看出, 在本文几何模型结构和约束条件下, 传统分层建模方法所建模型的残余应力结果

相较于本文方法所建模型未出现应力集中现象, 这无法反映树脂口袋结构导致的性能突变现象。传统等效建模方法所建模型残余应力结果相较于本文方法所建模型更未出现明显的残余应力, 几乎没有变化, 不能反映树脂口袋等结构对残余应力的影响。

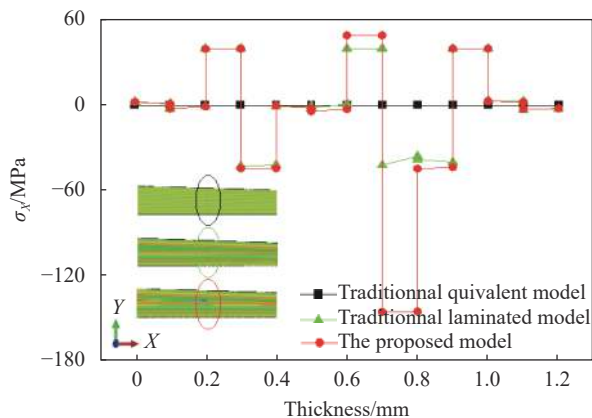


图 8 传统等效建模方法、传统分层建模方法和本文方法所建变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件模型在过渡区 ($X=100\text{ mm}$) 厚度方向上的残余应力 σ_x 分布

Fig. 8 Residual stress σ_x distribution of tapered T800 HB/3900-2 composite part of traditional equivalent model, traditional laminated model and the proposed model on the thickness of taper section ($X=100\text{ mm}$)

图 9 给出了 3 个模型的固化变形对比结果。可以发现, 本文方法所建模型在薄板区最外侧的端点处翘曲变形量最大, 并朝下翘曲, 绝对变形量为 0.121 mm 。除此之外, 模型还在过渡区朝上翘曲, 呈现复杂的固化变形结果。传统分层建模方法所建模型变形量最大点同样出现在薄板区最外侧的端点处, 并朝下翘曲, 绝对变形量为 0.175 mm 。传统等效建模方法所建的模型在薄板区最外侧的最大翘曲绝对变形量为 $1.5 \times 10^{-13}\text{ mm}$ 。其中传统等效建模方法所建的模型整体除了收缩变形几乎没有变形, 明显不符合客观结果。由此, 可以认为传统等效建模方法不适用于变厚度平板构件模型的固化变形预测, 且本文方法和传统分层建模方法所建模型研究结果表明固化完成后, 铺层顺序、热收缩等因素导致的变厚度构件过渡区非对称分布的残余应力是变厚度构件脱模后发生翘曲变形的直接原因。

为进一步验证本文方法所建立的变厚度复合材料构件固化变形数值仿真模型的准确性, 设计固化变形实验进行测试。

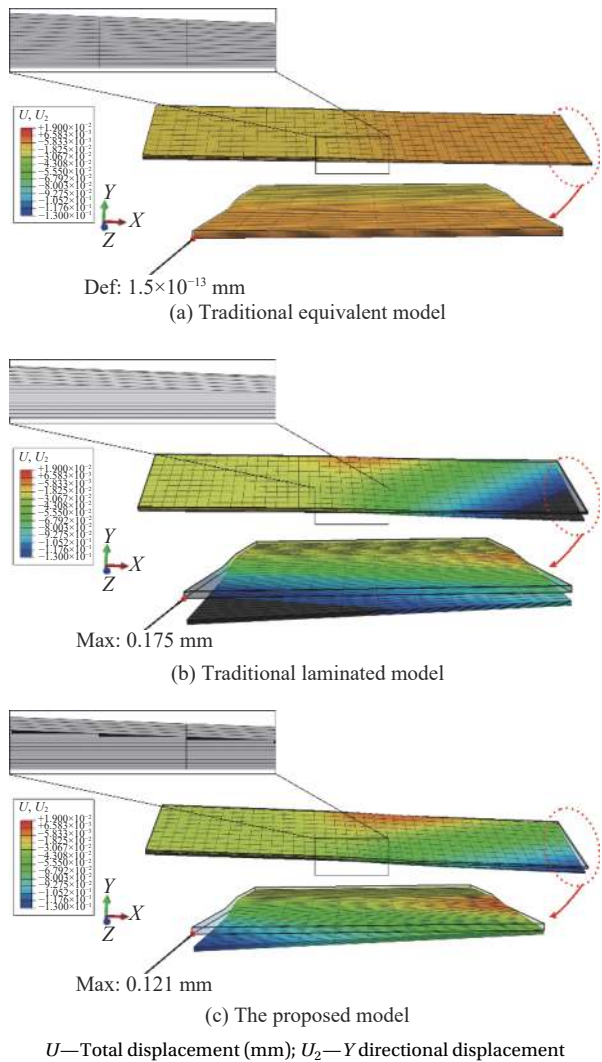


图9 传统分层建模、传统等效建模和本文方法所建变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件模型的位移云图

Fig. 9 Displacement contours of the models of tapered T800 HB/3900-2 composite part built by traditional equivalent model, traditional laminated model and the proposed model

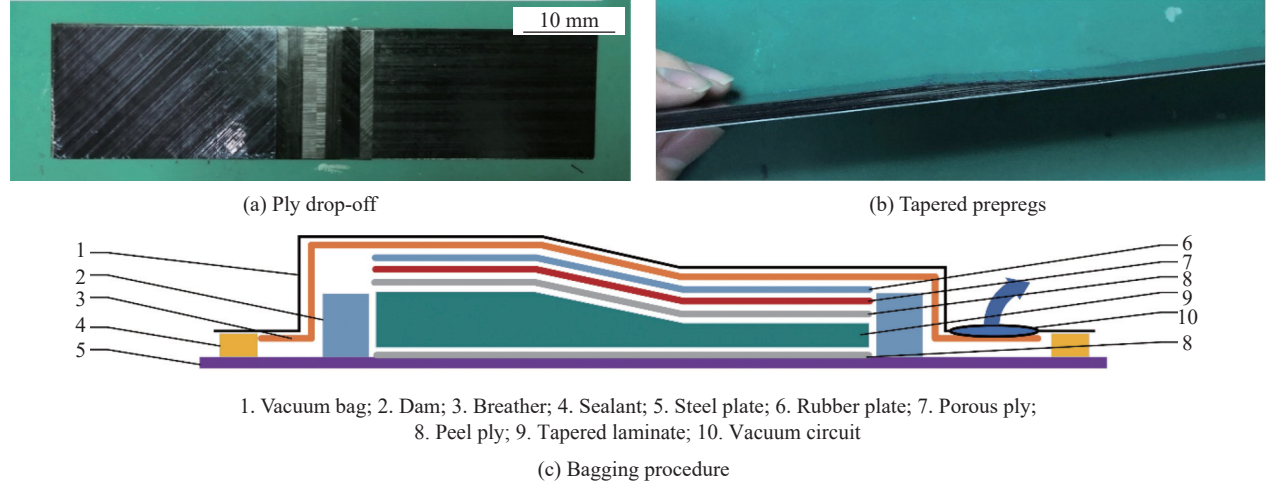


图10 预浸料铺层和装袋流程^[24]

Fig. 10 Lay-up and bagging procedure for tapered prepreg^[24]

2.2 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件固化变形实验验证

2.2.1 原材料

UIN10000/T800 碳纤维环氧树脂预浸料，其材料参数与 T800 HB/3900-2 复合材料较接近，山东威海光威复材公司。

2.2.2 实验方法

按照 1.3 节有限元模型的尺寸和丢层方式制作预制件，如图 10(a) 和图 10(b) 所示。在模具上喷涂 5 层脱膜剂，降低模具作用对构件固化变形的影响，再在模具上依次放置脱模布、变厚度预制件、脱模布、有孔隔离膜、橡胶均压板、透气毡，最后抽真空完成装袋，如图 10(c) 所示。采用热压罐(中航泰达复合材料有限公司)工艺固化成型。

采用法国 KREON 公司的 Zephyr II 型线激光探头对固化后变厚度构件底面翘曲变形进行扫描测量，如图 11 所示。从激光扫描软件 Polygonia 中将底面的点云数据导出，并通过 MATLAB 软件读取点云数据并绘制点云图，得到变厚度构件底面的变形云图。

2.2.3 实验结果

图 12 给出了本文方法所建立的变厚度构件数值仿真模型底面的变形结果与实验测量结果的对比图。

图 12(a)~12(d) 从不同角度表明仿真结果与实验结果呈现相同的变形趋势，即构件上 X 坐标值越大，Z 坐标值越小，Y 方向的翘曲变形量越大。图 12(e) 在变形最为明显的薄板区边缘处 (Z=100 mm)，分别取 X 轴坐标值为 150 mm、160 mm、170 mm、180 mm、190 mm 的端点，对比仿真变

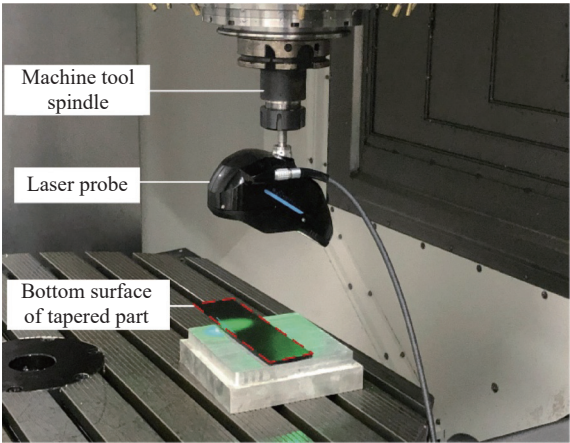


图 11 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件变形测量
Fig. 11 Deformation measurement of tapered T800 HB/3900-2 composite part

形值和实验扫描平均值(变形方向为负方向), 可以发现 $X=190\text{ mm}$ 端点处变形最大, 仿真变形值为 $-103.82\text{ }\mu\text{m}$, 而实验扫描平均值为 $-113.9\text{ }\mu\text{m}$, 误差为 $10.08\text{ }\mu\text{m}$ 。

综上所述, 本文在丢层位置引入树脂口袋结构, 采用分层建模方法建立了变厚度复合材料构件的固化变形模型。其中, 最大翘曲变形模拟值与实验值误差仅为 $1.01\times 10^{-2}\text{ mm}$, 变形趋势一致, 验证了模型的有效性和准确性。

3 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件固化变形规律分析

在本文方法所建立的变厚度复合材料构件固化变形数值模型基础上, 以变厚度复合材料构件结构为研究对象, 分析不同丢层方式、过渡区斜率和厚薄比的结构特点对固化变形的影响。

3.1 丢层方式对变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件固化变形的影响

根据 1.1 节提出的常见变厚度构件丢层方式, 开展了 6 组不同丢层方式的变厚度构件固化变形数值模拟, 6 个构件编号和丢层方式如表 7 所示。构件 A~F 面内尺寸均为 $400\text{ mm}\times 100\text{ mm}$, 厚度从 1.6 mm 变化到 0.8 mm , 过渡区斜率为 $1/50$, 其余模型参数与本文验证模型相同。

图 13 和图 14 分别给出了构件 A~F 固化后残余应力分布与固化变形数值模拟结果。不同丢层方式对于变厚度构件的固化残余应力及固化变形影响较大。采用阶梯丢层的变厚度构件 A、C 在薄板区最外侧的端点处翘曲值最大, 且向下翘曲, 同时树脂口袋及下方铺层处应力集中; 采用重叠

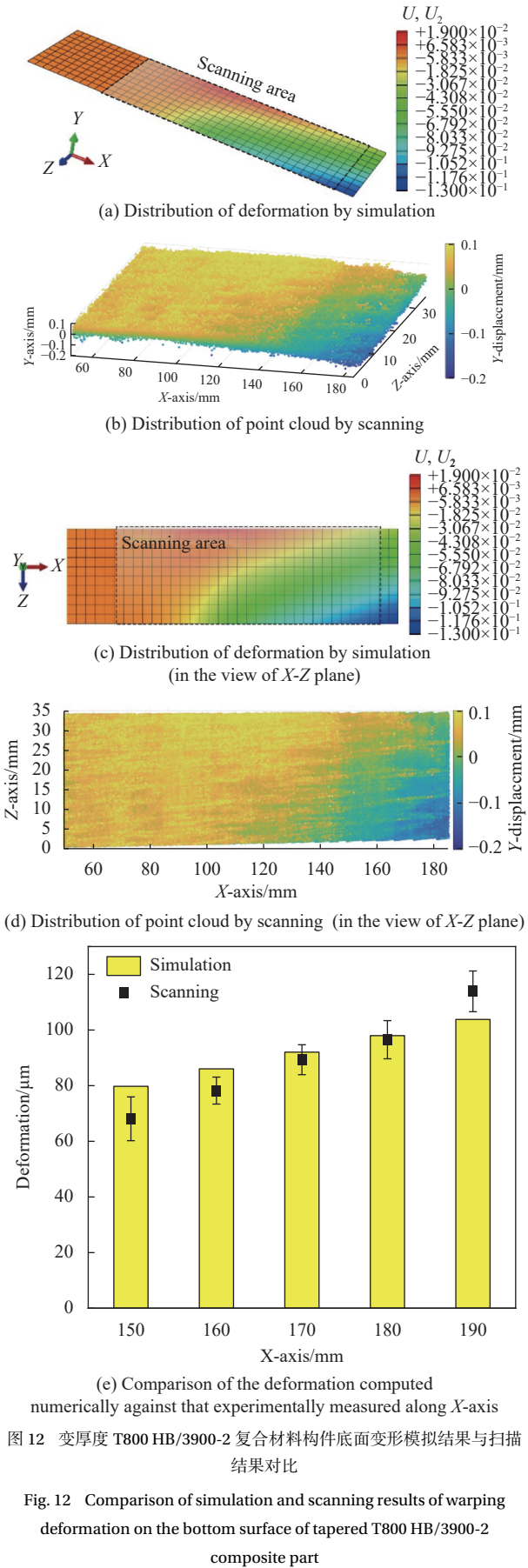


图 12 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件底面变形模拟结果与扫描结果对比
Fig. 12 Comparison of simulation and scanning results of warping deformation on the bottom surface of tapered T800 HB/3900-2 composite part

表 7 变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件编号和丢层方式

Table 7 IDs and ply drop-off patterns of tapered T800 HB/3900-2 composite part	
Part ID	Ply drop-off pattern
A	Staircased (nD=1)
B	Overlapped (nD=1)
C	Staircased (nD=2)
D	Overlapped (nD=2)
E	Dispersed I (nD=1)
F	Dispersed II (nD=1)

丢层的变厚度构件 B、D 同样在薄板区最外侧的端点处翘曲值最大，却是向上翘曲，树脂口袋及上方铺层应力集中，趋势与阶梯丢层的构件相反；当 nD 增加时，应力集中的铺层数也会相应增加，但是翘曲变形会略微降低；采用离散丢层的构件 E、F 的残余应力分布和翘曲变形趋势各异。

图 15 给出了构件 A~F 的最大变形值。各构件最大变形量分别为-0.219 mm、0.286 mm、-0.209 mm、

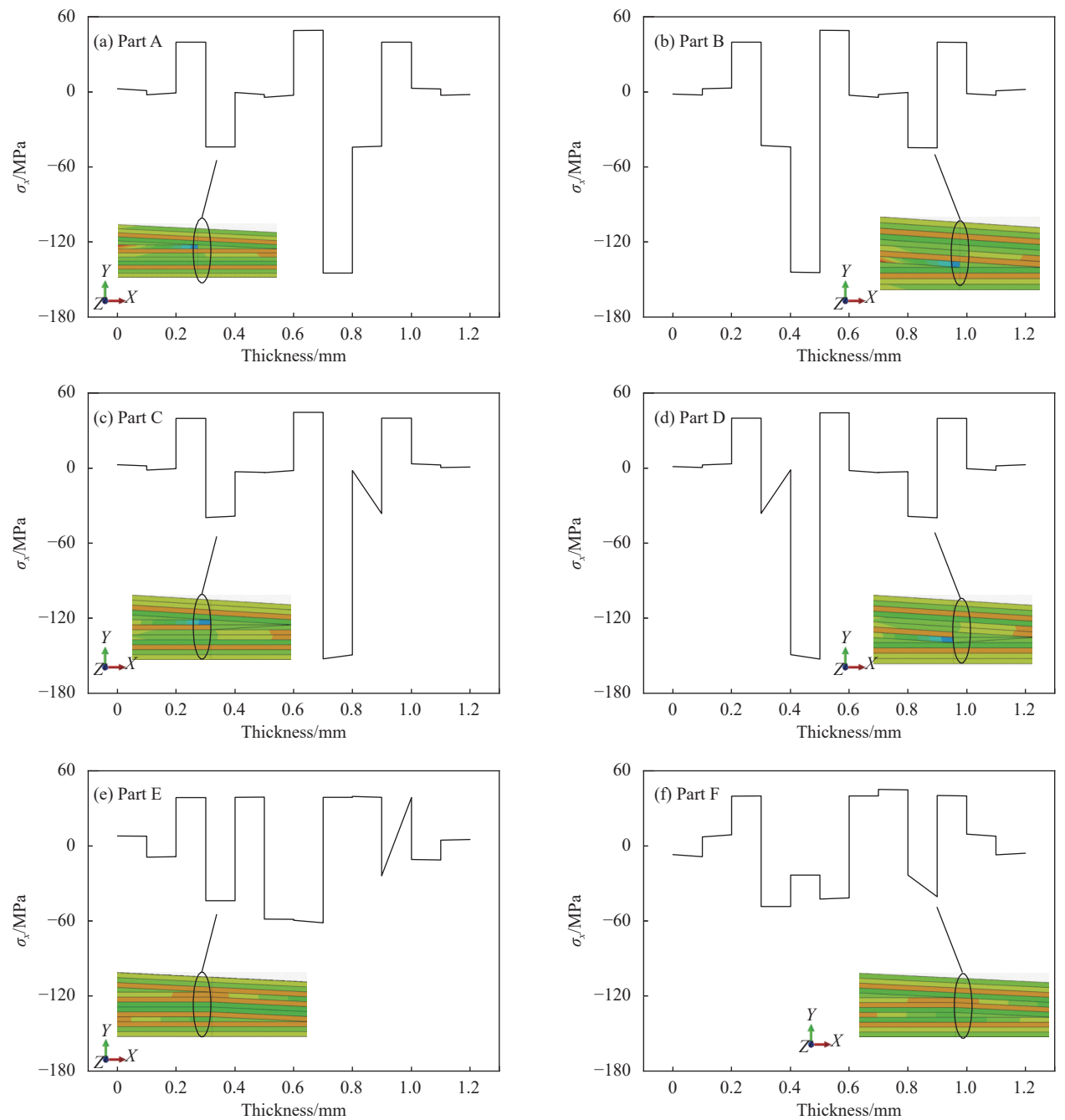


图 13 构件 A、B、C、D、E、F 固化后过渡区 (X=200 mm) 厚度方向上 σ_x 分布

Fig. 13 σ_x distribution in the thickness direction of taper section (X=200 mm) after curing of part A, B, C, D, E and F

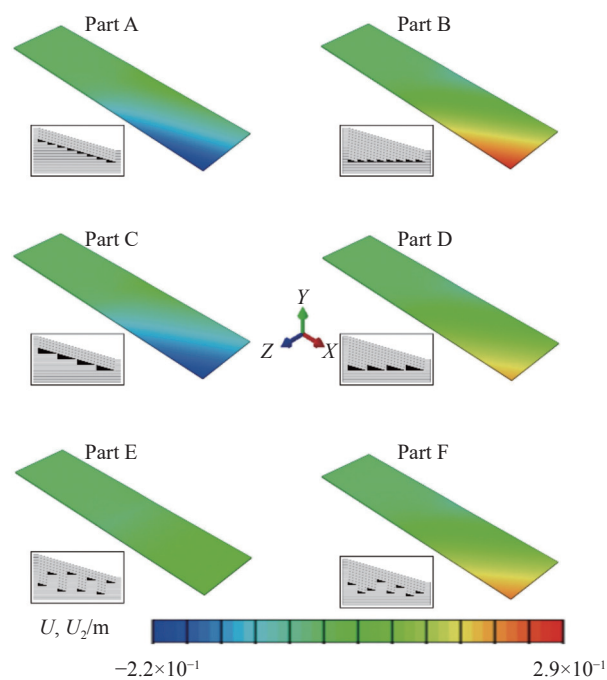


图 14 构件 A、B、C、D、E、F 变形云图

Fig. 14 Deformation cloud maps of part A, B, C, D, E and F

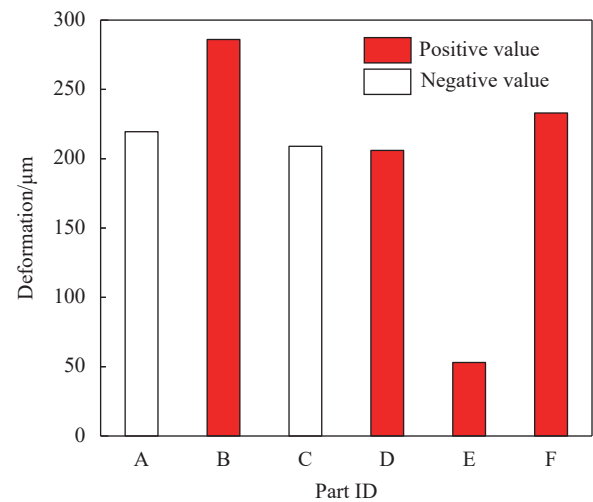


图 15 构件 A、B、C、D、E、F 最大变形量

Fig. 15 Maximum deformation of part A, B, C, D, E and F

0.206 mm、0.053 mm、0.233 mm。

上述结果表明：当变厚度构件结构参数相同时，采用离散丢层 I(nD=1) 的变厚度构件翘曲变形最小，采用重叠丢层 (nD=1) 的变厚度构件翘曲变形最大且向上，而向下的最大翘曲变形出现在阶梯丢层 (nD=1) 的变厚度构件上。

3.2 过渡区斜率对变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件固化变形的影响

根据 1.1 节的变厚度构件过渡区斜率特点，开

展了 5 组不同过渡区斜率构件的固化变形数值模拟。5 个构件的斜切角斜率分别为 1/10、1/20、1/30、1/40、1/50，构件其余结构参数参考构件 A。

由于丢层方式都是采用阶梯丢层 (nD=1)，构件残余应力分布和固化变形趋势基本一致。图 16 给出了不同斜率的变厚度构件最大变形量(方向为负)的对比图。结果表明，在保证构件其他结构参数不变的情况，增加过渡区斜率可以降低最大翘曲变形；当斜率为 1/10 时，最大翘曲变形甚至可以降低到-0.092 mm。但根据变厚度构件设计准则^[27]，变厚度构件过渡区的斜率不能过大，通常小于 1/10，这有助于增加构件的承载能力以及防止结构失效。

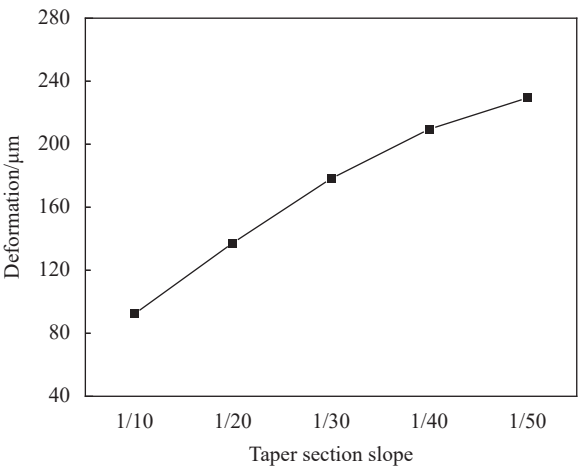


图 16 不同过渡区斜率变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件的最大变形量

Fig. 16 Maximum deformation of tapered T800 HB/3900-2 composite parts with different taper section slopes

3.3 厚薄比对变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件固化变形的影响

根据 1.1 节的变厚度构件厚薄比特点，开展了 3 组不同厚薄比构件的固化变形数值模拟。3 个构件的厚薄比分别为 2 : 1、3 : 1、4 : 1，其中构件薄板区厚度均为 0.8 mm，构件其余结构参数参考构件 A。由于丢层方式都是采用阶梯丢层 (nD=1)，构件残余应力分布和固化变形趋势基本一致，但随着厚薄比增加，丢层数量和树脂口袋增加，应力集中的铺层数也会增加。

图 17 给出了不同厚薄比构件最大变形量(方向为负)的对比图。表明对于阶梯丢层 (nD=1) 的变厚度构件，保证构件其他结构参数不变的情况下，增加厚薄比会导致固化变形显著增加；当厚

板区厚度达到 3.2 mm, 最大翘曲变形甚至达到 -0.663 mm。

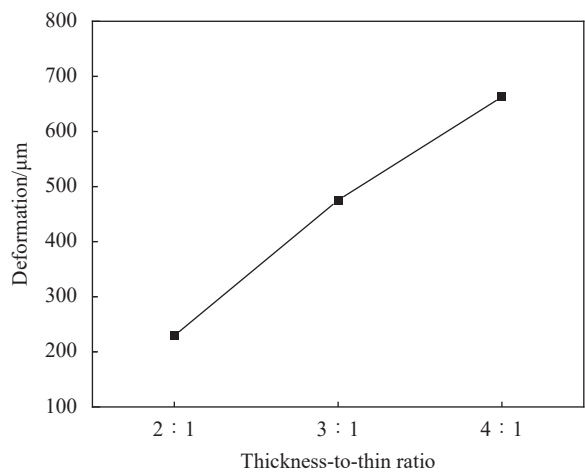


图 17 不同厚薄比变厚度 T800 HB/3900-2 复合材料构件的最大变形量
Fig. 17 Maximum deformation of tapered T800 HB/3900-2 composite parts with different thickness-to-thin ratios

4 结论

(1) 基于分层建模方法, 在变厚度构件丢层位置引入树脂口袋结构, 再结合路径依赖 (Path-dependent, PD) 本构模型, 建立了变厚度构件固化变形数值仿真模型。通过与传统等效建模方法、传统分层建模方法建立的模型及实验结果比较, 发现残余应力仿真结果与文献提及的现象类似, 且最大翘曲变形模拟值与实验值误差为 1.01×10^{-2} mm, 变形趋势一致, 验证了模型的有效性和准确性;

(2) 本文方法所建模型研究结果表明固化完成后, 铺层顺序、热收缩等因素导致的变厚度构件过渡区非对称分布的残余应力是变厚度构件脱模后发生翘曲变形的直接原因;

(3) 研究了不同丢层方式、过渡区斜率和厚薄比对变厚度构件固化变形的影响。研究发现, 丢层方式为离散丢层 I(丢层层数 $nD=1$) 的构件变形最小; 重叠丢层 ($nD=1$) 的构件变形最大; 对于丢层方式为阶梯丢层 ($nD=1$) 的构件, 增加过渡区斜率和降低厚薄比可以有效地降低翘曲变形。

参考文献:

[1] 顾轶卓, 张佐光, 李敏, 等. 复合材料变厚层板热压成型缺陷类型与成因实验研究 [J]. 复合材料学报, 2008, 25(2): 41-46.
GU Yizhuo, ZHANG Zuoguang, LI Min, et al. Experimental study on type and cause of defects in variable thickness

composite laminates during hot pressing process [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(2): 41-46(in Chinese).

[2] 马晓东, 孙志杰, 顾轶卓, 等. 变厚度复合材料热压罐工艺层板厚度控制的实验研究 [J]. 复合材料学报, 2009, 26(5): 14-19.
MA Xiaodong, SUN Zhijie, GU Yizhuo, et al. Experimental analysis on thickness control of variable thickness composite laminates during autoclave process [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2009, 26(5): 14-19(in Chinese).

[3] 邵小军, 岳珠峰, 刘永寿. 对称削层复合材料结构的有限元分析 [J]. 强度与环境, 2006, 33(1): 9-13.
SHAO Xiaojun, YUE Zhufeng, LIU Yongshou. FEM analysis of symmetrical composite structure with ply drop-off [J]. Structure & Environment Engineering, 2006, 33(1): 9-13(in Chinese).

[4] 周梦倩, 王华. 变厚度复合材料 C 梁数值模拟与实验 [J]. 机械设计与研究, 2019, 35(3): 80-82.
ZHOU Mengqian, WANG Hua. Numerical simulation and experiment study of variable thickness composite C beam [J]. Machine Design and Research, 2019, 35(3): 80-82(in Chinese).

[5] HE K, HOA S V, GANESAN R. The study of tapered laminated composite structures: A review [J]. Composites Science and Technology, 2000, 60(14): 2643-2657.

[6] MUKHERJEE A, VARUGHESE B. Design guidelines for ply drop-off in laminated composite structures [J]. Composites Part B: Engineering, 2001, 32(2): 153-164.

[7] 戴福洪, 张博明, 杜善义. 复合材料非对称正交薄层板的固化变形 [J]. 复合材料学报, 2006, 23(4): 164-168.
DAI Fuhong, ZHANG Bomng, DU Shanyi. Cured shape of cross-ply thin unsymmetrical composite laminates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(4): 164-168(in Chinese).

[8] 元振毅, 王永军, 王俊彪, 等. 基于模具-制件相互作用的复合材料制件固化变形数值模型 [J]. 复合材料学报, 2016, 33(4): 902-909.
YUAN Zhenyi, WANG Yongjun, WANG Junbiao, et al. Numerical model on curing deformation of composite part based on tool-part interaction [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2016, 33(4): 902-909(in Chinese).

[9] LUO L, ZHANG B, ZHANG G, et al. Rapid prediction of cured shape types of composite laminates using a FEM-ANN method [J]. Composite Structures, 2020, 238(2): 111980.

[10] 晏冬秀. 碳纤维复合材料 C 型梁制造变形预测与控制 [D]. 上海: 上海交通大学, 2016.
YAN Dongxiu. Prediction and control of the CFRP C-spar deformation during manufacturing [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2016 (in Chinese).

- [11] 丁安心, 王继辉, 倪爱清, 等. 热固性树脂基复合材料固化变形解析预测研究进展[J]. 复合材料学报, 2018, 35(6): 1361-1376.
DING Anxin, WANG Jihui, NI Aiqing, et al. A review of analytical prediction of cure induced distortions in thermoset composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(6): 1361-1376(in Chinese).
- [12] WUCHER B, LANI F, PARDOEN T, et al. Tooling geometry optimization for compensation of cure-induced distortions of a curved carbon/epoxy C-spar[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2014, 56: 27-35.
- [13] 丁安心, 李书欣, 倪爱清, 等. 热固性树脂基复合材料固化变形和残余应力数值模拟研究综述[J]. 复合材料学报, 2017, 34(3): 471-485.
DING Anxin, LI Shuxin, NI Aiqing, et al. A review of numerical simulation of cure-induced distortions and residual stresses in thermoset composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2017, 34(3): 471-485(in Chinese).
- [14] 闵荣, 元振毅, 王永军, 等. 基于黏弹性本构模型的热固性树脂基复合材料固化变形数值仿真模型[J]. 复合材料学报, 2017, 34(10): 2254-2262.
MIN Rong, YUAN Zhenyi, WANG Yongjun, et al. Numerical simulation for curing deformation of matrix thermosetting composite using viscoelastic constitutive model[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2017, 34(10): 2254-2262(in Chinese).
- [15] YUAN Z, WANG Y, PENG X, et al. An analytical model on through-thickness stresses and warpage of composite laminates due to tool-part interaction[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2016, 91: 408-413.
- [16] QIAO W, YAO W. Modelling of process-induced deformation for composite parts considering tool-part interaction[J]. *Materials*, 2020, 13(20): 4503.
- [17] 乔巍, 姚卫星, 黄杰. 考虑模具和黏弹性的复合材料固化变形数值模型[J]. 复合材料科学与工程, 2020(10): 67-74.
QIAO Wei, YAO Weixing, HUANG Jie. Numerical model of process-induced deformation in composite parts considering mould and material viscoelasticity[J]. *Composites Science and Engineering*, 2020(10): 67-74(in Chinese).
- [18] 王乾, 关志东, 蒋婷, 等. 纤维体积分量和富树脂对复合材料V型结构固化变形的影响[J]. 复合材料学报, 2018, 35(3): 580-590.
WANG Qian, GUAN Zhidong, JIANG Ting, et al. Influence of fiber volume content and resin-rich area on process distortions of V-shaped composite parts[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(3): 580-590(in Chinese).
- [19] WISNOM M R, POTTER K D, ERSOY N. Shear-lag analysis of the effect of thickness on spring-in of curved composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 2007, 41(11): 1311-1324.
- [20] ERSOY N, GARSTKA T, POTTER K, et al. Modelling of the spring-in phenomenon in curved parts made of a thermosetting composite[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2010, 41(3): 410-418.
- [21] 丁安心. 热固性树脂基复合材料固化变形数值模拟和理论研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2016.
DING Anxin. Numerical and theoretical study on process-induced distortions in thermoset composites[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2016(in Chinese).
- [22] 孙立帅, 刘闯, 李玉军, 等. 变厚度复合材料U型零件固化变形仿真预测与结构影响因素[J]. 复合材料学报, 2023, 40(1): 553-566.
SUN Lishuai, LIU Chuang, LI Yujun, et al. Prediction and analysis of cure-induced deformation of composite U-shaped parts with variable thickness[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2023, 40(1): 553-566(in Chinese).
- [23] TROFIMOV A, LE-PAVIC J, RAVEY C, et al. Multi-scale modeling of distortion in the non-flat 3D woven composite part manufactured using resin transfer molding[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2021, 140: 106145.
- [24] TAKAGAKI K, MINAKUCHI S, TAKEDA N. Process-induced strain and distortion in curved composites. Part II: Parametric study and application[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2017, 103: 219-229.
- [25] 李树健, 湛利华, 白海明, 等. 基于树脂流动的变截面复合材料结构固化过程热-流-固多场强耦合数值仿真[J]. 复合材料学报, 2018, 35(8): 2095-2102.
LI Shujian, ZHAN Lihua, BAI Haiming, et al. Numerical simulation of heat-flow-solid multi-field strong coupling in curing process of variable cross-section composite structures based on the resin flow[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(8): 2095-2102(in Chinese).
- [26] 王振世. 变厚度复合材料构件铺层递减设计[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.
WANG Zhenshi. Design for ply drop-off in composite laminates with variable thickness[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009(in Chinese).
- [27] OBATA S, TAKAHASHI K, INABA K. Laminate design for a tapered FRP structure with ply drop-off based on yielding of resin pockets[J]. *Composite Structures*, 2020, 253: 112787.
- [28] THAWRE M M, VERMA K K, JAGANNATHAN N, et al. Effect of ply-drop on fatigue life of a carbon fiber composite under a fighter aircraft spectrum load sequence[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2016, 86: 120-125.
- [29] BOGETTI T A, GILLESPIE J W. Two-dimensional cure

simulation of thick thermosetting composites[J]. [Journal of Composite Materials](#), 1991, 25(3): 239-273.

[30] LI X Y, WANG J H, LI S X, et al. Cure-induced temperature gradient in laminated composite plate: Numerical simulation and experimental measurement[J]. [Composite Structures](#), 2020, 253: 112822.

[31] YOUSEFI A, LAFLEUR P G, GAUVIN R. Kinetic studies of thermoset cure reactions: A review[J]. [Polymer Composites](#), 1997, 18(2): 157-168.

[32] JANKOVIC B. Kinetic and reactivity distribution behaviors during curing process of carbon/epoxy composite with thermoplastic interface coatings (T800/3900-2 prepreg) under the nonisothermal conditions[J]. [Polymer Composites](#), 2018, 39(1): 201-220.

[33] 乔巍, 姚卫星, 马铭泽. 复合材料残余应力和固化变形数值模拟及本构模型评价[J]. [材料导报](#), 2019, 33(24): 4193-4198.
QIAO Wei, YAO Weixing, MA Mingze. Numerical simulation and constitutive models evaluation of residual stresses and process-induced deformations of composite structures[J]. [Materials Reports](#), 2019, 33(24): 4193-4198(in Chinese).

[34] MAGNUS SVANBERG J, ANDERS HOLMBERG J. Prediction of shape distortions Part I. FE-implementation of a path dependent constitutive model[J]. [Composites Part A: Applied Science and Manufacturing](#), 2004, 35(6): 711-721.

[35] DESAEGER M, VERPOEST I. On the use of the micro-indentation test technique to measure the interfacial shear strength of fibre-reinforced polymer composites[J]. [Composites Science and Technology](#), 1993, 48(1-4): 215-226.

[36] ÇINAR K, ÖZTÜRK U E, ERSOY N, et al. Modelling manufacturing deformations in corner sections made of composite materials[J]. [Journal of Composite Materials](#), 2014, 48(7): 799-813.

[37] ZHANG B, KAWASHITA L F, JONES M I, et al. An experimental and numerical investigation into damage mechanisms in tapered laminates under tensile loading[J]. [Composites Part A: Applied Science and Manufacturing](#), 2020, 133: 105862.