

基于基因表达式编程的FRP约束混凝土极限轴向应变预测

邓楚兵 薛新华

Prediction of ultimate axial strain of FRP-confined concrete based on gene expression programming

DENG Chubing, XUE Xinhua

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20220125.002>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于Griffith破坏准则的FRP约束未损伤混凝土和损伤混凝土的抗压强度统一模型

Unified strength model based on Griffith failure criterion for FRP-confined undamaged and damaged concrete

复合材料学报. 2020, 37(9): 2358–2366 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20191223.002>

玄武岩纤维布增强树脂基复合材料约束高温损伤混凝土轴压力学性能

Axial compressive behavior of basalt fiber reinforced polymer-confined damaged concrete after exposed to elevated temperatures

复合材料学报. 2018, 35(8): 2002–2013 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170926.002>

纤维增强聚合物复合材料-钢复合圆管约束混凝土轴压性能预测模型

Models for predicting axial compression behavior of fiber reinforced polymer-steel composite circular tube confined concrete

复合材料学报. 2019, 36(10): 2478–2485 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20181218.001>

初始缺陷对FRP加固混凝土柱破坏形式的影响

Failure mechanism of FRP reinforced concrete column with initial defects

复合材料学报. 2017, 34(8): 1712–1720 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20161116.001>

侵蚀环境下FRP条带加固锈蚀钢筋混凝土圆柱轴心受压试验

Experimental study on axial compression of corroded reinforced concrete columns strengthened with FRP strips under erosion environment

复合材料学报. 2020, 37(8): 2015–2028 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200212.005>

基于广义回归神经网络的纤维增强聚合物复合材料约束损伤混凝土强度预测

Strength prediction of fiber reinforced polymer composite confined damaged concrete using general regression neural network

复合材料学报. 2021, 38(5): 1623–1628 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200804.001>

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20220125.002

基于基因表达式编程的 FRP 约束混凝土 极限轴向应变预测



分享本文

邓楚兵, 薛新华*

(四川大学 水利水电学院, 成都 610065)

摘要: 纤维增强树脂复合材料 (FRP) 以其质量轻、强度高、耐腐蚀和施工方便等优势被广泛应用于混凝土结构性能提升和受损构件加固中。FRP 约束混凝土的极限条件是选择 FRP 种类、选择 FRP 厚度及确定包裹层数等必须要考虑的因素, 现有极限应力模型的预测结果能够较好地反映真实情况, 而现有极限轴向应变模型的预测精度偏低, 故本文对极限轴向应变进行了研究。由于影响 FRP 约束混凝土极限轴向应变的因素较多, 许多研究人员提出的模型在输入参数的选择上存在较大差异, 故本文在通过基因表达式编程建立极限轴向应变模型的同时还探讨了不同输入形式对模型预测精度的影响。采用决定系数及平均绝对误差等 5 种统计指标对模型预测结果进行评价, 并将其与现有模型进行对比分析。研究结果表明: 原始数据和新数据组合的输入形式对应的模型具有最高的预测精度, 因此在模型输入参数的选择上不能仅考虑原始数据或者新数据; 与其他研究人员所提模型相比, 本文所提模型预测精度更高, 其决定系数为 0.893, 平均绝对误差等指标均在 0.35 以下。

关键词: 基因表达式编程; 纤维增强树脂复合材料; 混凝土柱; FRP 约束混凝土; 极限轴向应变

中图分类号: TU37

文献标志码: A

文章编号: 1000-3851(2023)01-0510-11

Prediction of ultimate axial strain of FRP-confined concrete based on gene expression programming

DENG Chubing, XUE Xinhua*

(College of Water Resource and Hydropower, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: Fiber reinforced polymer (FRP) is widely used in enhancing the performance of concrete structures and strengthening damaged components due to its advantages of light weight, high strength, corrosion resistance and convenient construction. The ultimate conditions of FRP-confined concrete are the important factors that must be considered in the selection of FRP types, FRP thickness and the number of covering layer. The prediction results of the existing ultimate stress model can better reflect the real situation, while the prediction accuracy of the existing ultimate axial strain model is low, so the ultimate axial strain was studied. Since there are many factors that affect the ultimate axial strain of FRP-confined concrete, the models proposed by many researchers have large differences in the choice of input parameters. Therefore, the influence of different input forms on the prediction accuracy of ultimate axial strain model was discussed while the ultimate axial strain model was established by gene expression programming. Five statistical indicators such as coefficient of determination and mean absolute error were used to evaluate the prediction results of model, which was compared with the existing prediction models. The research results show that the model corresponding to the input form of the combination of original data and new data has the highest prediction accuracy, so the selection of model input parameters should not only consider the original data or new data. Compared with the models proposed by other researchers, the prediction accuracy of the

收稿日期: 2021-11-22; 修回日期: 2022-01-13; 录用日期: 2022-01-15; 网络首发时间: 2022-01-27 10:12:43

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20220125.002>

通信作者: 薛新华, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为岩土工程 E-mail: xuexinhua@scu.edu.cn

引用格式: 邓楚兵, 薛新华. 基于基因表达式编程的 FRP 约束混凝土极限轴向应变预测 [J]. 复合材料学报, 2023, 40(1): 510-520.

DENG Chubing, XUE Xinhua. Prediction of ultimate axial strain of FRP-confined concrete based on gene expression programming[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2023, 40(1): 510-520(in Chinese).

model proposed in this article is the highest. The coefficient of determination is 0.893, and the mean absolute error and other indicators are all below 0.35.

Keywords: gene expression programming; fiber reinforced polymer; concrete cylinder; FRP-confined concrete; ultimate axial strain

纤维增强树脂复合材料 (Fiber reinforced polymer, FRP) 以其强度高、质量轻、耐腐蚀、耐疲劳及施工简便等优势被广泛应用于混凝土结构性能提升及受损构件加固中。大量试验结果表明, 通过包裹纤维增强复合材料可以给混凝土柱施加横向约束, 使其处于三向受压状态, 从而显著提高混凝土柱的极限应力和极限轴向应变能力^[1-4]。

在具体设计过程中, FRP 约束混凝土的极限应力和极限轴向应变的有效预测有利于选择合适的 FRP 种类及包裹层数等, 大量研究人员对此进行了研究。Lam 等^[5] 基于对试验数据的分析提出了一种新的面向设计的应力应变模型, 用于仅在或者主要在环向使用纤维布的 FRP 约束混凝土上。模型的优势在于表达式简单, 捕获了不同类型 FRP 约束混凝土的应力应变行为的所有主要特征, 适合在设计中直接使用。为了进一步提高 FRP 约束混凝土极限应力和极限轴向应变模型的预测精度, Ahmad 等^[6] 基于最新的测试结果以及使用 FRP 约束混凝土的精确分析导向应力应变模型的参数研究结果, 提出了更加准确的极限应力和极限轴向应变模型。该模型允许单独反映 FRP 应变能力和约束刚度的影响, 并明确说明约束刚度的影响, 而不是仅通过约束比反映。此外, Mozumder 等^[7]、Kamgar 等^[8]、Cevik 等^[9-10]、Gandomi 等^[11] 和 Mansouri 等^[12] 研究了遗传编程 (GP)、逐步回归 (SR) 和线性遗传编程 (遗传编程的变体, LGP)、自适应神经模糊推理系统 (ANFIS)、多元自适应回归样条 (MARS)、支持向量机回归技术 (SVR)、馈入式反向增压神经网络 (FFBPNN) 和 M5 模型树 (M5Tree) 等软计算方法在建立 FRP 约束混凝土极限条件模型中的可行性。研究结果表明, 基于软计算方法提出的模型优于现有大部分模型, 因此软计算方法在 FRP 约束混凝土极限条件预测中有很好的应用前景。

现有极限应力模型的预测精度较高, 其预测结果可以较好的反映真实情况, 而现有极限轴向应变模型的预测精度偏低, 故本文收集了 169 组不同类型 FRP 约束普通混凝土圆柱体的轴压破坏试验数据^[2, 5, 13-16] 对极限轴向应变进行研究, 利用基因表达式编程 (Gene expression programming,

GEP) 强大的函数发现能力, 以期可以得到极限轴向应变与输入参数之间的函数表达式。由于试验所得原始数据可以相互组合形成新数据 (刚度比等), 且现有模型在输入参数的选择上存在较大差异, 不同的输入参数组合形式对模型预测精度会有一定的影响^[17]。为研究不同的输入形式对模型预测精度的影响及得到最优的输入形式, 本文提出了 5 种不同的输入形式 (大致分为 3 种, 原始数据、新数据及原始数据与新数据组合而成)。最终发现, 包含原始数据与新数据的输入形式 (组合 3) 对应模型具有最高的预测精度, 其决定系数高达 0.893。为验证新开发模型的应用价值, 将其与其他研究人员提出的预测模型进行比较, 发现基于基因表达式编程开发的极限轴向应变模型的预测精度远高于其他模型, 具有很好的应用前景。

1 基因表达式编程

1999 年, Ferreira 博士将遗传算法中使用不同形状和大小的分叉结构的思想与遗传编程中简单线性染色体的思想结合, 发明了基因表达式编程, 因此可以说基因表达式编程是遗传算法和遗传编程的必然发展^[18-21]。基因表达式编程具有逻辑回归、函数发现和时间序列预测等方面的应用, 其中最重要的一个应用便是函数发现, 本文正是通过此功能建立 FRP 约束混凝土的极限轴向应变模型。

在生物学中, 控制生物性状的基本遗传单位是位于染色体上的基因, 一条染色体上可以有成千上万个控制不同性状的基因。显然, 基因表达式编程中的基因要比细胞中的基因简单得多, 由头部和尾部两个结构域组成: 头部由既代表终点又代表函数的符号组成, 而尾部仅由代表终点的符号组成。对于任何一个问题, 都可以先确定头部长度的 h , 然后根据下式确定尾部长度 t :

$$t = (n - 1)h + 1 \tag{1}$$

其中, n 代表最大操作数, 也称所需变量数最多的函数的参数个数^[22]。

在基因表达式编程中有两种语言: 表达式树语言和基因语言。从表现形式上来看, 表达式树语言更加直观。不过, 只要掌握两种语言的排列

规则，便可以将一种语言的结构或序列从另一种语言中准确推断出来，具有很好的表达效果^[19]。图 1 是以本文提出的 GEP 模型的第二个子表达式树为例简单说明两种语言互相转换的一个简单示例。在此模型中，无约束混凝土的极限轴向应变、刚度比和应变比作为输入参数 (分别对应 d_0 、 d_1 和 d_2)，FRP 约束混凝土的极限轴向应变为输出参数 (对应 d_3)， c_2 是常数，其他符号均是函数运算符号。

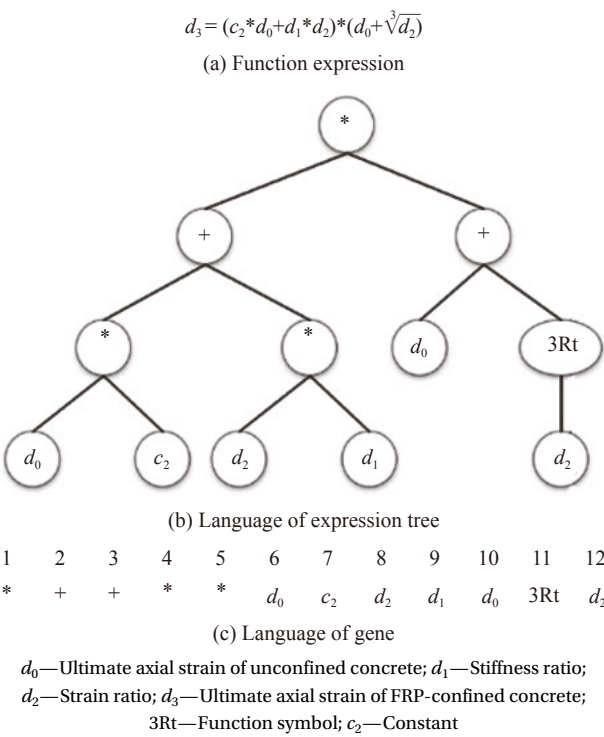


图 1 基因表达式编程 (GEP) 语言示意图

Fig. 1 Diagram of gene expression programming (GEP) language

2 FRP 约束混凝土极限轴向应变模型

FRP 约束混凝土的极限轴向应变受 FRP 种类、FRP 弹性模量 and 无约束混凝土峰值强度等参数影响，不同研究人员提出的模型在 FRP 种类、包裹层数、混凝土试样及模型输入参数选择上不尽相同，为准确评估基于基因表达式编程提出的模型的预测效果，本文选择了文献中最常见的几个预测模型，如表 1 所示。表中： f'_{cc} 为 FRP 约束混凝土峰值强度 (MPa)； ϵ_{cu} 为 FRP 约束混凝土极限轴向应变； f'_{co} 为无约束混凝土峰值强度 (MPa)； ϵ_{co} 为无约束混凝土峰值应变； D 、 H 、 E_c 分别为混凝土柱的直径 (mm)、高度 (mm)、弹性模量 (GPa)； T 、 E_{FRP} 、 $\epsilon_{h,rupt}$ 分别为 FRP 的总厚度 (mm)、弹性模量 (GPa)、断裂应变； f_l 为围压应力 (混凝土柱

表 1 FRP 约束混凝土的极限轴向应变模型

Table 1 Ultimate axial strain models of FRP-confined concrete

Model and year	Ultimate axial strain
Ahmad et al ^[23] (2020)	$\epsilon_{cu} = (1.85 + 7.46\rho_k^{1.171}\rho_k^{0.71})\epsilon_{co}$
Yu et al ^[24] (2011)	$\epsilon_{cu} = 0.0033 + 0.6\left(\frac{E_l}{f'_{co}}\right)^{0.8}(\epsilon_{h,rupt})^{1.45}$
Benzaid et al ^[25] (2010)	$\epsilon_{cu} = 2\epsilon_{co} + 7.6\frac{f_l}{f'_{co}}\epsilon_{co}$
Teng et al ^[26] (2009)	$\epsilon_{cu} = 1.75\epsilon_{co} + 6.5\epsilon_{co}\rho_k^{1.45}\rho_k^{0.8}$
Al-Tersawy et al ^[27] (2007)	$\epsilon_{cu} = 2\epsilon_{co} + 8.16\left(\frac{f_l}{f'_{co}}\right)^{0.34}\epsilon_{co}$
Ilki et al ^[28] (2004)	$\epsilon_{cu} = \epsilon_{co} + 20\left(\frac{f_l}{f'_{co}}\right)^{0.5}\epsilon_{co}$
Xiao et al ^[29] (2000)	$\epsilon_{cu} = \frac{\epsilon_{h,rupt} - 0.0005}{7\left(\frac{E_l}{f'_{co}}\right)^{-0.8}}$
Samaan et al ^[30] (1998)	$\epsilon_{cu} = \frac{f'_{cc} - 0.872f'_{co} - 0.371f_l - 6.258}{245.61f'_{co}^{0.2} + 1.3456\frac{E_{FRP}T}{D}}$
Mander et al ^[31] (1988)	$\epsilon_{cu} = \left(1 + 5\left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1\right)\right)\epsilon_{co}$

Notes: f'_{cc} —Peak strength of FRP-confined concrete; ϵ_{cu} —Ultimate axial strain of FRP-confined concrete; f'_{co} —Peak strength of unconfined concrete; ϵ_{co} —Peak strain of unconfined concrete; D —Diameter of the concrete core; T —Total thickness of the FRP jacket; E_{FRP} —Elastic modulus of the FRP jacket; $\epsilon_{h,rupt}$ —Hoop rupture strain of the FRP jacket; f_l —Confining stress; ρ_k —Stiffness ratio; ρ_k —Strain ratio; E_l —Restraint stiffness; See Table 2 for variable units.

与 FRP 包裹层之间的相互作用力 (MPa)； ρ_k 、 ρ_ϵ 分别为刚度比、应变比；相关计算公式如下^[31]：

$$f_l = \frac{2E_{FRP}T\epsilon_{h,rupt}}{D}$$
 (2)

$$\rho_k = \frac{2E_{FRP}T}{(f'_{co}/\epsilon_{co})D}$$
 (3)

$$\rho_\epsilon = \frac{\epsilon_{h,rupt}}{\epsilon_{co}}$$
 (4)

3 数据分析

收集了 169 组 FRP 约束普通混凝土圆柱体的轴向压缩试验数据，按照 2 : 1 的比例将数据随机分为训练数据 (113 组) 和测试数据 (56 组) 两部分^[2, 5, 13-16]。由于数据库里的数据来自多篇文献，因此 FRP 种类、FRP 总厚度、混凝土柱的高度和直径等参数不尽相同。对所有数据进行统计分析，结果如表 2 所示。

表 2 FRP 约束普通混凝土圆柱体试验数据的统计参数
Table 2 Statistical parameters of test data of FRP-confined normal concrete cylinder

Parameter	Min	Max	Median	Average	Standard deviation
D/mm	100	200	152	146.080	17.816
H/mm	200	788	305	314.106	94.341
$f'_{\text{co}}/\text{MPa}$	26.2	55.2	42	40.577	7.100
$\varepsilon_{\text{co}}/\%$	0.16	0.42	0.239	0.249	0.047
E_{c}/GPa	24.21	35.14	29.77	29.692	2.731
T/mm	0.11	5.21	0.495	0.794	0.882
$E_{\text{FRP}}/\text{GPa}$	13.6	629.6	105	154.604	113.36
$\varepsilon_{\text{h, rup}}/\%$	0.19	3.09	1.08	1.208	0.504
ρ_{k}	2.555	38.114	9.324	10.683	7.153
ρ_{ε}	0.010	0.369	0.049	6.430	5.659
f_{i}/MPa	0.905	13.435	4.333	4.922	2.154
$\varepsilon_{\text{cu}}/\%$	0.4	5.55	1.61	1.830	1.005

Notes: H —Height of the concrete core; E_{c} —Elastic modulus of the concrete core.

此外，还进行了皮尔逊相关性分析以初步了解极限轴向应变与各个参数之间的相关性，分析结果如表 3 所示。根据皮尔逊相关性分析结果，FRP 约束混凝土极限轴向应变与无约束混凝土峰值应变、FRP 总厚度、FRP 弹性模量、FRP 断裂应变、刚度比、应变比及围压应力等参数之间的相关性在 0.01 级别上显著。由此，可将这些相关性显著的参数作为模型的输入参数，即

$\varepsilon_{\text{cu}} = f(\varepsilon_{\text{co}}, T, \varepsilon_{\text{h, rup}}, f_{\text{i}}, \rho_{\varepsilon}, \rho_{\text{k}})$ (5)

4 FRP 约束混凝土极限轴向应变模型的建立与评价

4.1 软件参数设置

采用 Gepsoft 公司开发的 GeneXproTools 5.0 软件建立极限轴向应变模型，5 个主要步骤如下所示：

(1) 选择合适的适应度函数。基因表达式编程与遗传算法、遗传编程一样，都是根据个体的适应度值对其进行选择。本文选择根据下式来计算适应度值：

$$f_i = \frac{1\ 000}{1 + \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (Y_{i,j} - X_i)^2}}$$
 (6)

式中： f_i 表示适应度值，在 0~1 000 范围内变化(理想情况下适应度值为 1 000)； m 表示染色体总数； $Y_{i,j}$ 表示预测值； X_i 表示监测值；

(2) 选择合适的终点集 T 和函数集 F 。显然，终点集 T 是由所研究问题的所有自变量组成，从

表 3 FRP 约束普通混凝土圆柱体试验数据的皮尔逊相关性分析结果
Table 3 Results of Pearson correlation analysis of test data of FRP-confined normal concrete cylinder

	ρ_{k}	ρ_{ε}	f_{i}	ε_{cu}
D	-0.223**	-0.064	-0.017	-0.121
H	-0.041	-0.131	-0.108	-0.127
f'_{co}	-0.211**	0.039	0.136	-0.029
ε_{co}	-0.163*	-0.181*	-0.180*	0.236**
E_{c}	-0.198**	0.089	0.151	-0.003
T	0.161*	0.356**	0.553**	0.297**
E_{FRP}	0.509**	-0.544**	-0.031	-0.165*
$\varepsilon_{\text{h, rup}}$	-0.395**	0.926**	0.086	0.377**
ρ_{k}	1	-0.334**	0.669**	0.379**
ρ_{ε}	-0.334*	1	0.165*	0.301**
f_{i}	0.669**	0.165*	1	0.653**
ε_{cu}	0.379**	0.301*	0.653**	1

Notes: **—Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed); *—Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

d_0 开始编号，例如 $T=\{d_0, d_1, d_2\}$ 表示函数表达式中有 3 个自变量。函数集 F 由函数表达式可能涉及到的所有函数符号组成，因此函数集 F 在模型的建立过程中都是一致的，即： $F=\{+, -, *, /, \exp(\text{以 } e \text{ 为底的指数函数}), \ln(\text{以 } e \text{ 为底的对数函数}), \text{Inv}(\text{取倒数}), \text{X2}(\text{取平方}), 3\text{Rt}(\text{取立方根})\}$ 。

(3) 采用试错策略确定基因头部长度的(基因尾部长度的根据式 (1) 确定)和基因数目等参数的最优值。适应度值随头部长度的、基因数目的变化示意图如图 2 所示，将与最大适应度值相对应的值确定为该参数的最优值。显然，头部长度和基因数目的最优值分别为 12 和 3。

(4) 选择连接函数。在基因表达式编程中，有多种连接函数可供选择：加法 (+)、减法 (-)、乘法 (*)、除法 (/)、最小值、最大值、CL2D{0,1}、CL2A{-1,1}、CL3A{-1,0,1}、CL3B{-1,0,1}、CL3C{-1,0,1} 和 Amin2{0,1}。根据 Ferreira^[18] 的研究，选择准确性更高的加法 (+) 作为连接函数。

(5) 选择遗传算子集并确定其取值。在基因表达式编程中，遗传算子集非常重要，由于需要通过它引入遗传变化。根据 Ferreira^[18] 的研究，遗传算子集的选择及其取值如表 4 所示。

4.2 最优输入形式选择

由于试验所得原始数据可以相互组合形成新数据(围压应力、刚度比和应变比)，而现有模型在输入参数的选择上存在差异，有完全选择原始数据或新数据作为输入参数的，也有将原始数据

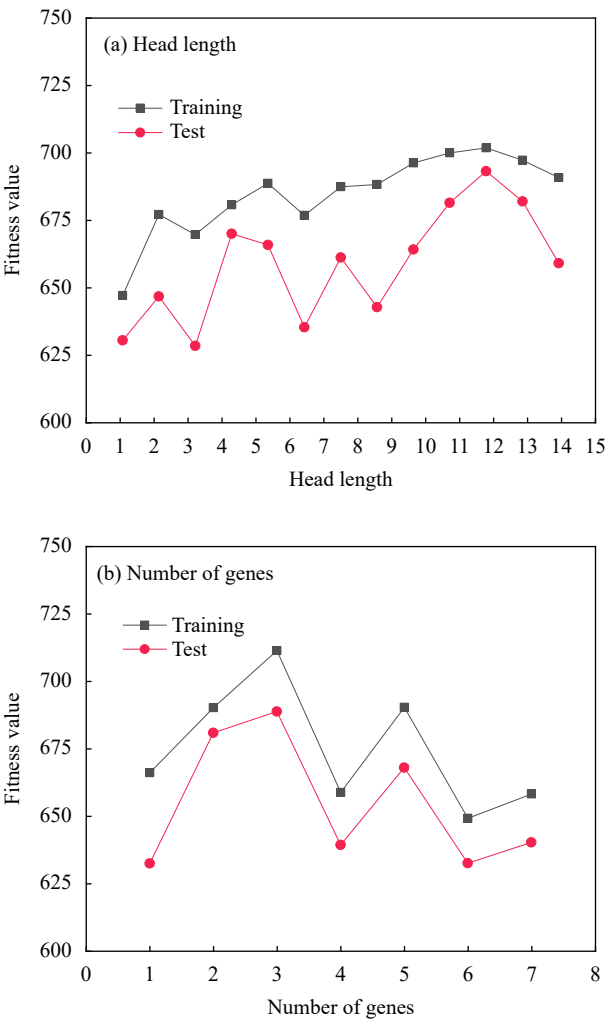


图2 FRP约束混凝土极限轴向应变模型最优参数确定

Fig. 2 Determination of optimal parameters of ultimate axial strain model of FRP-confined concrete

表4 FRP约束混凝土极限轴向应变模型的参数设置
Table 4 Parameters setting of ultimate axial strain model of FRP-confined concrete

Parameter types	Setting	Parameter types	Setting
Population size	50	Gene transposition rate	0.3
Head length	12	Gene recombination rate	0.3
Gene number	3	One-point recombination rate	0.4
Chromosome length	45	Two-point recombination rate	0.4
Connection function	Addition (+)	Insertion sequence transposition rate	0.3
Mutation rate	0.044	Root insertion sequence transposition rate	0.3

和新数据都作为输入参数的。所以本文在模型输入参数的选择上考虑了5种不同的输入形式，以研究不同的输入形式对模型预测精度的影响并得到最优的输入形式，相关输入形式如表5所示(分

别对应模型A~E)。其中，模型A的输入参数全是原始数据，模型B的输入参数全是由原始数据相互组合形成的新数据，模型C和D的输入参数是分别参考Teng等^[26]、Ilki等^[28]的研究成果选择的，模型E的输入参数是根据数据库的皮尔逊相关性分析结果选择的。

表5 FRP约束混凝土极限轴向应变模型的输入形式
Table 5 Input informs of ultimate axial strain model of FRP-confined concrete

No.	Model	Ultimate axial strain ε_{cu}
1	A	$\varepsilon_{cu} = f(D, H, f'_{co}, \varepsilon_{co}, E_c, T, E_{FRP}, \varepsilon_{h, rup})$
2	B	$\varepsilon_{cu} = f(f_l, \rho_E, \rho_k)$
3	C	$\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{co}, \rho_E, \rho_k)$
4	D	$\varepsilon_{cu} = f(f'_{co}, \varepsilon_{co}, f_l)$
5	E	$\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{co}, T, E_{FRP}, \varepsilon_{h, rup}, f_l, \rho_E, \rho_k)$

将5种输入形式分别输入GeneXproTools 5.0软件，待适应度值基本没有变化时停止运行软件并得到相应的预测模型。5种输入形式对应的极限轴向应变模型的预测值与试验值的比较如表6和图3所示。参考Yasmin等^[32]的研究，选择决定系数(R^2)、平均绝对误差(M_{AE})、相对平方根误差(R_{RSE})、均方根误差(R_{MSE})及平均绝对百分比误差(M_{APE})等5个指标作为模型的评价依据，相关计算公式如下：

$$R^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (7)$$

$$R_{MSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}{n}} \quad (8)$$

$$M_{AE} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - Y_i|}{n} \quad (9)$$

$$M_{APE} = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{X_i - Y_i}{X_i} \right|}{n} \quad (10)$$

$$R_{RSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}} \quad (11)$$

表 6 不同输入形式下的 FRP 约束混凝土极限轴向应变模型的预测结果

Table 6 Prediction results of ultimate axial strain models of FRP-confined concrete under different input forms

Model	R^2	M_{AE}	R_{RSE}	R_{MSE}	M_{APE}
A	0.487	0.414	0.721	0.682	0.257
B	0.561	0.533	0.841	0.796	0.299
C	0.893	0.228	0.334	0.316	0.160
D	0.705	0.362	0.543	0.514	0.260
E	0.740	0.543	0.762	0.721	0.353

Notes: R^2 —Determination coefficient; M_{AE} —Mean absolute error; R_{RSE} —Relative square root error; R_{MSE} —Root mean square error; M_{APE} —Mean absolute percentage error.

式中： X_i 是试验值； $\bar{X}$ 是试验值的平均值； Y_i 是预测值； $\bar{Y}$ 是预测值的平均值， n 是数据总数(本文中 n 取 169)。

从表 6 和图 3 可以看出，模型 C 的决定系数高达 0.893，远高于其他 4 个模型，且其平均绝对误差等指标均处于最低水平，故模型最优输入形式为无约束混凝土极限轴向应变、刚度比和应变比的组合(将模型 C 重新命名为 GEP 模型)。这表

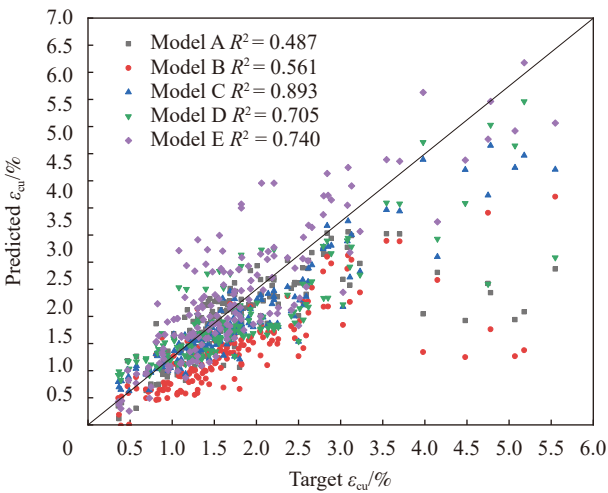


图 3 不同输入形式下的 FRP 约束混凝土极限轴向应变模型的预测结果与试验结果对比

Fig. 3 Comparison between experimental and prediction results of ultimate axial strain models of FRP-confined concrete under different input forms

明，在模型输入参数的选择上不能完全依赖于原始数据或新数据，应该考虑原始数据和新数据相互组合的输入形式。GEP 模型的表达式树如图 4 所示(模型包括 3 个子表达式树，符号为 Sub-ET)，对应的函数表达式如下：

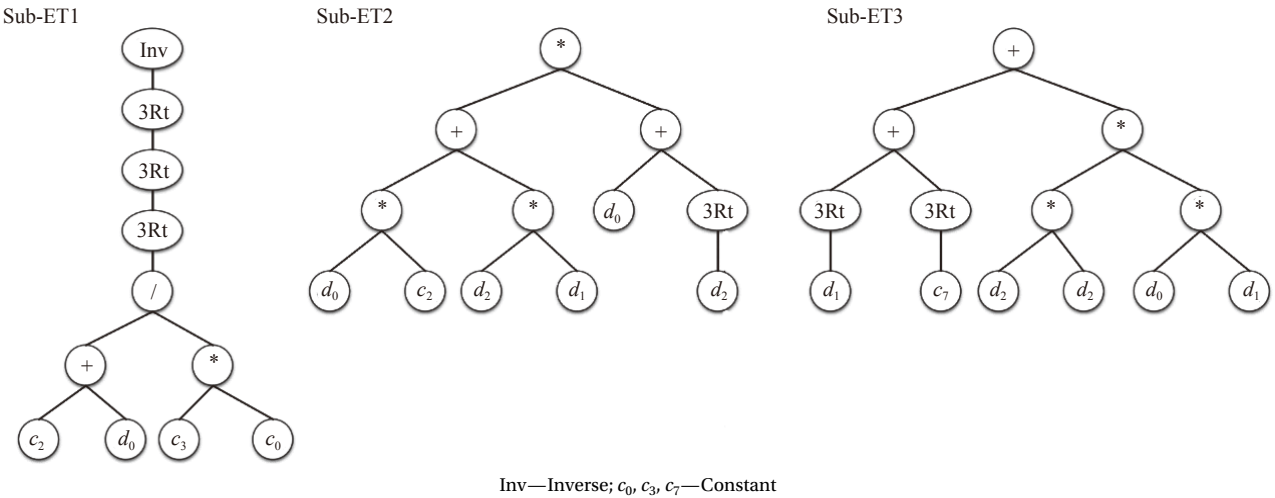


图 4 模型 C (GEP 模型) 的表达式树 (Sub-ET)

Fig. 4 Expression trees (Sub-ET) of model C (GEP model)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cu} = & (1.254\varepsilon_{co} + \rho_{\varepsilon}\rho_k)(\varepsilon_{co} + \sqrt[3]{\rho_{\varepsilon}}) + \varepsilon_{co}\rho_{\varepsilon}^2\rho_k + \\ & \sqrt[27]{\frac{21.225}{\varepsilon_{co} - 0.373}} + \sqrt[3]{\rho_k} + 1.109 \end{aligned} \tag{12}$$

图 4 中的 d_0 、 d_1 、 d_2 分别代表无约束混凝土峰值应变 ε_{co} 、刚度比 ρ_k 、应变比 ρ_{ε} ， c 值均为常

数，第一个子表达式树中的 c_2 、 c_3 、 c_0 分别为 -0.373 、 -7.347 、 -2.889 ，第二个子表达式树中的 c_2 为 1.254 ，第三个子表达式树中的 c_7 为 1.363 ，其他符号均为运算符号。

4.3 GEP 模型的敏感性分析

为了检验 GEP 模型能否正确反映极限轴向应

变与各参数之间的关系，对模型进行敏感性分析并将分析结果与现有文献中的模型 (Teng 等^[26] 基于对试验结果的解释而提出的模型与 GEP 模型在输入参数的选择上一致，因此进行对比) 和实际情况进行比较。在讨论某一参数对极限轴向应变的影响时，其他参数均取其平均值。限于篇幅，仅对 FRP 弹性模量、FRP 断裂应变、刚度比和应变比等 4 个参数与极限轴向应变的关系进行分析，分析结果如图 5 所示。可以看出，在 GEP 模型中，随 FRP 弹性模量、FRP 断裂应变、刚度比和应变比的增加，FRP 约束混凝土的极限轴向应变均增加，这与 Teng 等^[26] 提出的模型在变化趋势上一致。根据 Chen 等^[14]、Cui 等^[16] 和 Aire 等^[33] 的研究成果，敏感性分析结果与实际情况存在一定差异但总体趋势一致。根据式 (3) 和式 (4)，刚度比、

应变比分别与 FRP 弹性模量、FRP 断裂应变成正比，因此图 5(a)~5(d) 的变化曲线相似。

4.4 GEP 模型的参数重要性分析

在对 GEP 模型进行敏感性分析的基础上，本文还对 GEP 模型中参数的重要性进行了讨论，并与 Teng 等^[26] 提出的模型进行比较，结果如表 7 所示。可以得出结论，GEP 模型中各参数重要性排序为： $\rho_k > \rho_\varepsilon > \varepsilon_{co}$ ，与 Teng 等^[26] 提出的模型中参数重要性一致。

4.5 与现有极限轴向应变模型的对比分析

为了进一步评价基于基因表达式编程提出的极限轴向应变模型 (GEP 模型) 的预测效果，将其与现有模型进行对比，结果如表 8 和图 6 所示。从对比结果中可以看出，GEP 模型无论是在决定系数还是平均绝对误差等指标上均优于 Teng 等^[26]、

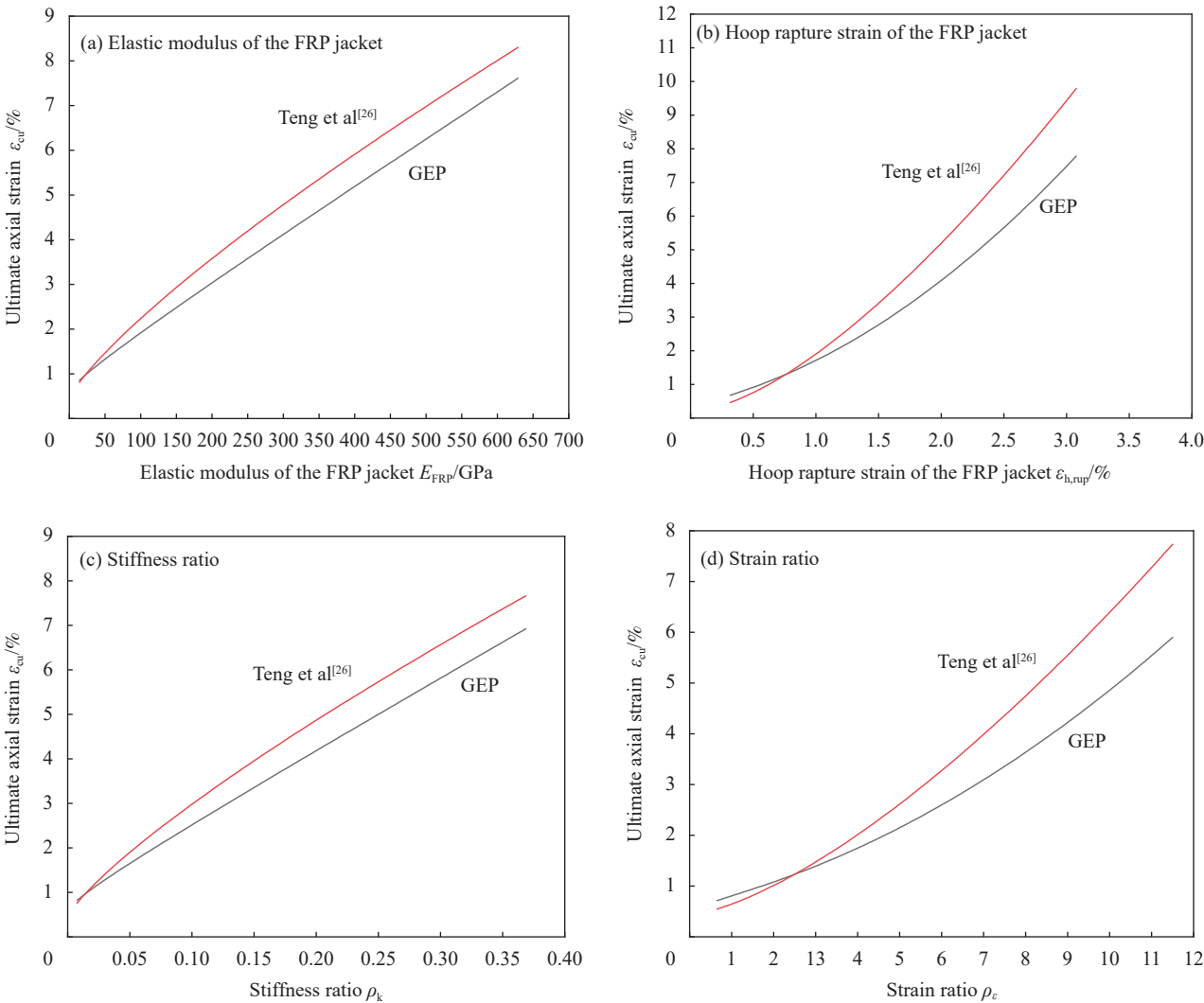


图 5 FRP 约束混凝土 GEP 模型的参数敏感性分析结果

Fig. 5 Parameter sensitivity analysis results of GEP model for FRP-confined concrete

表 7 FRP 约束混凝土 GEP 模型的参数重要性分析结果

Table 7 Parameter importance analysis results of GEP model for FRP-confined concrete

Model	Parameter	R^2	Conclusion
GEP	Without ε_{co}	0.496	$\rho_k > \rho_\varepsilon > \varepsilon_{co}$
	Without ρ_k	0.112	
	Without ρ_ε	0.397	
Teng et al [26]	Without ε_{co}	0.522	$\rho_k > \rho_\varepsilon > \varepsilon_{co}$
	Without ρ_k	0.118	
	Without ρ_ε	0.245	

Ahmad 等^[23]提出的模型。GEP 模型的决定系数高达 0.893，而其他模型均不超过 0.8，其平均绝对误差等指标均低于其他模型。通过与其他模型的对比分析，发现 GEP 模型的预测精度更高，具有很好的应用前景。

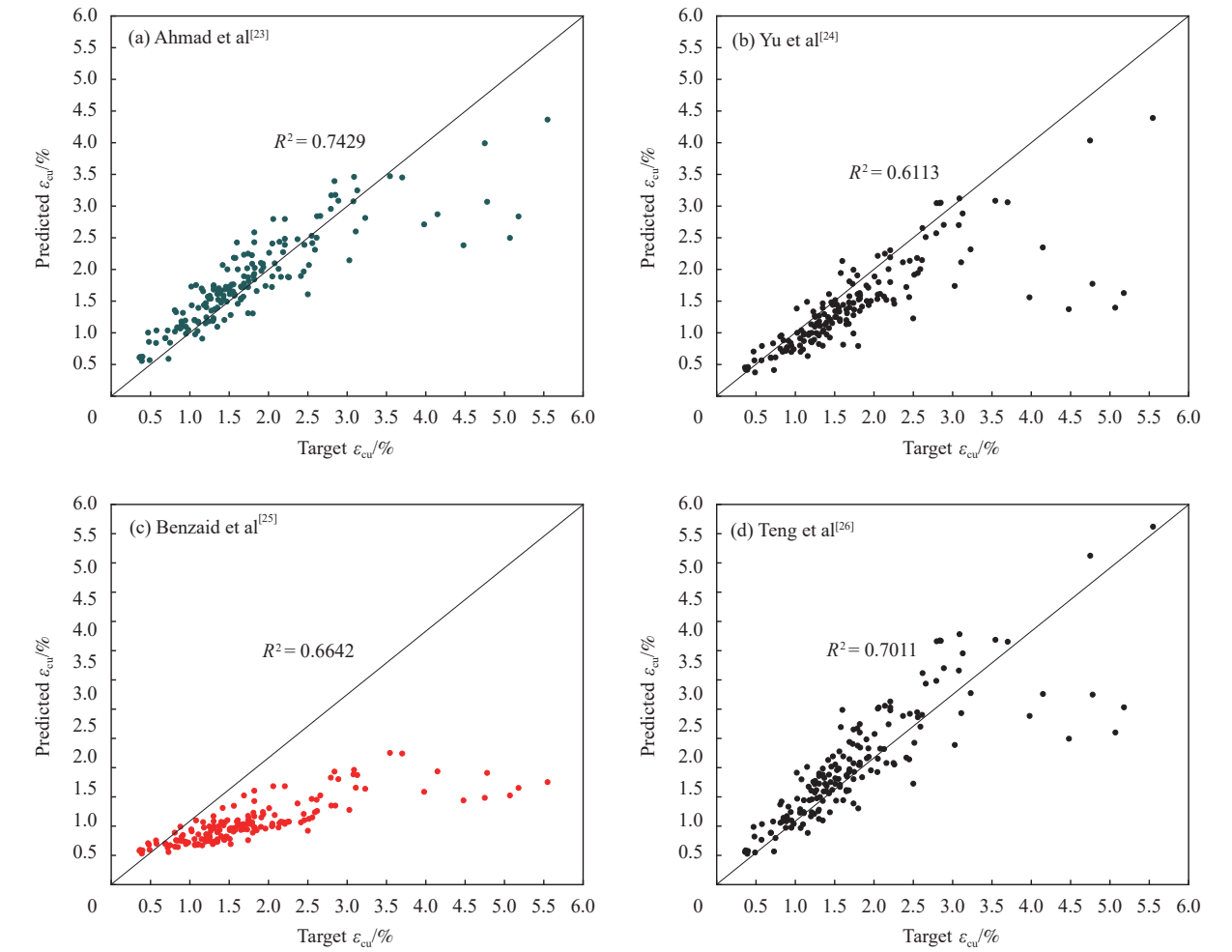
将 GEP 模型与其他研究人员所提模型进行比较后发现，本文所收集数据的极限轴向应变值主要分布在 0%~3% 范围内，应变值大于 3% 的数据

表 8 各 FRP 约束混凝土极限轴向应变模型的预测结果

Table 8 Prediction results of ultimate axial strain models of FRP-confined concrete

Model	R^2	M_{AE}	R_{RSE}	R_{MSE}	M_{APE}
GEP	0.893	0.228	0.334	0.316	0.160
Ahmad et al ^[23]	0.743	0.327	0.524	0.496	0.206
Yu et al ^[24]	0.611	0.394	0.721	0.683	0.199
Benzaid et al ^[25]	0.664	0.814	1.129	1.068	0.410
Teng et al ^[26]	0.701	0.357	0.563	0.533	0.208
Al-Tersawy et al ^[27]	0.550	0.513	0.767	0.726	0.348
Ilki et al ^[28]	0.682	0.881	1.029	0.974	0.671
Xiao et al ^[29]	0.572	0.412	0.742	0.702	0.213
Samaan et al ^[30]	0.478	1.713	2.061	1.950	0.971
Mander et al ^[31]	0.681	0.379	0.544	0.613	0.204

点较为稀疏，并且各个模型在此范围内的预测结果均差于 0%~3% 范围内的预测结果。分析其他研究人员所提模型的数据基础后发现，极限轴向应变值主要分布在 0%~3% 范围内，大于 3% 的数据点偏少，因此所提模型对 0%~3% 范围外的样本预



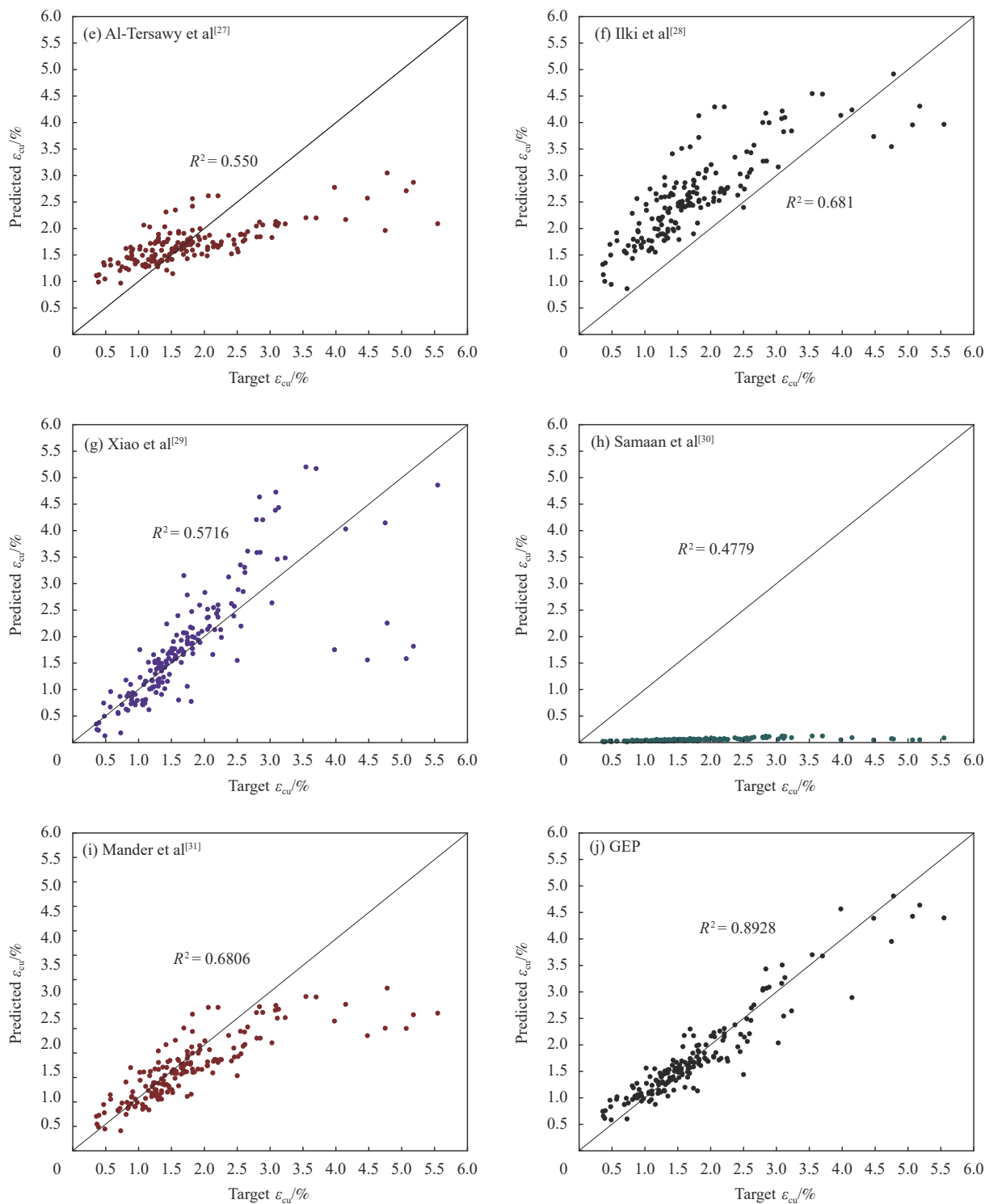


图6 各FRP约束混凝土极限轴向应变模型的预测结果与试验结果对比

Fig. 6 Comparison between experimental and prediction results of ultimate axial strain models of FRP-confined concrete

测效果稍差。同样，本文所收集数据也存在此类问题，大于3%的数据点占比仅为9.5%，使提出的模型在极限轴向应变较大的范围内(大于3%)预测结果稍差。这说明了在模型建立过程中试验数据来源及其质量对模型影响较大，因此后续将通

过试验获得较大极限轴向应变数据对模型进行改进，提高模型的普适性和准确性。

5 结论

由于现有的纤维增强树脂复合材料(FRP)约

束普通混凝土极限轴向应变模型预测精度偏低,且不同研究人员建立的模型在输入参数的选择上存在较大差异。因此,本文在大量试验数据的基础上通过基因表达式编程对FRP约束普通混凝土极限轴向应变及模型的最优输入形式进行了研究,得出以下结论:

(1) 根据现有模型的输入参数组合形式及试验数据库的皮尔逊相关性分析结果提出了5种不同的输入形式,以研究不同输入形式对模型预测精度的影响并找到最优的输入形式。发现不同输入形式对模型预测精度具有一定的影响及原始数据与新数据相互组合而成的输入形式(组合3)对应模型具有最高的预测精度,其决定系数为0.893,平均绝对误差和相对平方根误差等指标均低于0.35。表明在模型输入参数的选择上不仅要考虑原始数据,也要考虑原始数据相互组合形成的新数据,这将有利于模型预测精度的提高。

(2) 将基因表达式编程(GEP)模型(组合3)与现有模型进行对比分析,发现现有模型的决定系数远低于GEP模型且平均绝对误差等指标均高于GEP模型。表明基于基因表达式编程提出的GEP模型预测精度更高、稳定性更好,在预测FRP约束混凝土极限轴向应变方面具有一定的应用价值,同时也为FRP约束混凝土极限条件的研究提供了新的思路。

参考文献:

- [1] GULER S. Axial behavior of FRP-wrapped circular ultra-high performance concrete specimens[J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2014, 50(6): 709-722.
- [2] WANG W, WU C, LIU Z, et al. Compressive behavior of ultra-high performance fiber reinforced concrete (UHPFRC) confined with FRP[J]. *Composite Structures*, 2018, 204: 419-437.
- [3] ZHOU Y, LIU X, XING F, et al. Axial compressive behavior of FRP-confined light weight aggregate concrete: An experimental study and stress-strain relation model[J]. *Construction and Building Materials*, 2016, 119: 1-15.
- [4] 李家齐, 李诗娴, 胡皓, 等. FRP约束玄武岩纤维再生混凝土圆柱力学性能试验研究[J]. *混凝土*, 2018(12): 57-61.
LI Jiaqi, LI Shixian, HU Hao, et al. Experimental study and finite element analysis on mechanical properties of FRP confined basalt fiber reinforced recycled concrete circular columns[J]. *Concrete*, 2018(12): 57-61(in Chinese).
- [5] LAM L, TENG J G. Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete[J]. *Construction and Building Materials*, 2003, 17(6-7): 471-489.
- [6] AHMAD S M, SHAH S P. Stress-strain curves of concrete confined by spiral reinforcement[J]. *Civil and Environmental Engineering*, 1982, 79(6): 484-490.
- [7] MOZUMDER R A, ROY B, LASKAR A I. Support vector regression approach to predict the strength of FRP confined concrete[J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2017, 42(3): 1129-1146.
- [8] KAMGAR R, NADERPOUR H, JANKOWSKI R. A proposed soft computing model for ultimate strength estimation of FRP-confined concrete cylinders[J]. *Applied Science-Basel*, 2020, 10(5): 1769.
- [9] CEVIK A, CABALAR A F. A genetic-programming-based formulation for the strength enhancement of fiber-reinforced-polymer-confined concrete cylinders[J]. *Journal of Applied Polymer Science*, 2008, 110(5): 3087-3095.
- [10] CEVIK A, GOGUS M T, GUZELBY I H, et al. Soft computing based formulation for strength enhancement of CFRP confined concrete cylinders[J]. *Advance in Engineering Software*, 2010, 41(4): 527-536.
- [11] GANDOMI A H, ALAVI A H, SAHAB M G. New formulation for compressive strength of CFRP confined concrete cylinders using linear genetic programming[J]. *Materials and Structures*, 2010, 43(7): 963-983.
- [12] MANSOURI I, OZBAKKALOGLU T, KISI O, et al. Predicting behavior of FRP-confined concrete using neuro fuzzy, neural network, multivariate adaptive regression splines and M5 model tree techniques[J]. *Materials and Structures*, 2016, 49(10): 4319-4334.
- [13] ZHAO J L, YU T, TENG J G. Stress-strain behavior of FRP-confined recycled aggregate concrete[J]. *Journal of Composites Construction*, 2014, 19(3): 4014-4054.
- [14] CHEN G M, HE Y H, JIANG T, et al. Behavior of CFRP-confined recycled aggregate concrete under axial compression[J]. *Construction and Building Materials*, 2016, 111: 85-97.
- [15] JIANG T, TENG J G. Analysis-oriented models for FRP confined concrete: A comparative assessment[J]. *Engineering Structures*, 2007, 29(11): 2968-2986.
- [16] CUI C, SHEIKH S A. Experimental study of normal-and high-strength concrete confined with fiber-reinforced polymers[J]. *Journal of Composites Construction*, 2010, 14(5): 553-561.
- [17] 马高, 刘康. 基于BP神经网络CFRP约束混凝土抗压强度预测[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2021, 48(9): 88-97.
MA Gao, LIU Kang. Prediction of compressive strength of CFRP-confined concrete columns based on BP neural network[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2021, 48(9): 88-97(in Chinese).

- [18] FERREIRA C. Gene expression programming: A new adaptive algorithm for solving problems[J]. [Complex Systems](#), 2001, 13(2): 87-129.
- [19] FERREIRA C. Gene expression programming[M]. Portugal: Angora do Heroismo, 2002.
- [20] MITCHELL M. An introduction to genetic algorithms[M]. London: MIT Press, 1996.
- [21] FERREIRA C. Mutation, transposition, and recombination: An analysis of the evolutionary dynamics[C]. 4th International Work Shop on Frontiers in Evolutionary Algorithm. North Carolin: Research Triangle Park, 2001: 614-617.
- [22] WANG Y C. A review of gene expression programming algorithms and their applications[J]. *Computer Applications and Software*, 2010, 27(6): 23-26.
- [23] AHMAD A, PLEVRIS V, KHAN Q U Z. Prediction of properties of FRP-confined concrete cylinders based on artificial neural networks[J]. [Crystals](#), 2020, 10(9): 811.
- [24] YU T, TENG J G. Design of concrete-filled FRP tubular columns: Provisions in the Chinese technical code for infrastructure application of FRP composites[J]. *Journal of Composites Construction*, 2011, 15(3): 451-461.
- [25] BENZAID R, MESBAH H, CHIKH N E. FRP-confined concrete cylinders: Axial compression experiments and strength model[J]. [Journal Reinforced Plastics and Composites](#), 2010, 29(16): 2469-2488.
- [26] TENG J G, JIANG T, LAM L, et al. Refinement of a design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete[J]. [Journal of Composites Construction](#), 2009, 13(4): 269-278.
- [27] AI-TERSAWY S H, HODHOD O A, HEFNAWY A A. Reliability and code calibration of RC short columns confined with CFRP wraps[C]. In Proc. 8th Int. Symp. on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures. Patras, Greece: University of Patras, 2007: 560-563.
- [28] ILKI A, KUMBASAR N, KOC V. Low strength concrete members externally confined with FRP sheets[J]. [Structural Engineering and Mechanics](#), 2004, 18(2): 167-194.
- [29] XIAO Y, WU H. Compressive behavior of concrete confined by carbon fiber composite jackets[J]. [Journal of Materials in Civil Engineering](#), 2000, 12(2): 139-146.
- [30] SAMAAAN M, MIRMIRAN A, SHAHAWY M. Model of concrete confined by fiber composites[J]. [Journal of Structural Engineering](#), 1998, 124(9): 1025-1031.
- [31] MANDER J B, PRIESTLEY M J N, PARK R. Theoretical stress-strain model for confined concrete[J]. [Journal of Structural Engineering](#), 1988, 114(8): 1804-1826.
- [32] YASMIN M, AHMED A, ROZEN H. Predictive model to the bond strength of FRP-to-concrete under direct pullout using gene expression programming[J]. [Journal of Civil Engineering and Management](#), 2019, 25(8): 773-784.
- [33] AIRE C, GETTU R, CASAS J R. Study of the compressive behavior of concrete confined by fiber reinforced composites[C]. Composites in Constructions, Proceedings of the International Conference. Lisse, Netherlands: A. A. Balkema, 2001: 239-243.