

弧边内凹蜂窝负泊松比结构的力学性能

尤泽华 肖俊华 王美芬

Mechanical properties of arc concave honeycomb structure with negative Poisson's ratio

YOU Zehua, XIAO Junhua, WANG Meifen

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210729.003>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

负泊松比三明治结构填充泡沫混凝土的面内压缩性能

In-plane compression properties of negative Poisson's ratio sandwich structure filled with foam concrete

复合材料学报. 2020, 37(8): 2005–2014 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20191207.001>

任意负泊松比超材料结构设计的功能基元拓扑优化法

Functional element topology optimal method of metamaterial design with arbitrary negative Poisson's ratio

复合材料学报. 2018, 35(4): 1014–1023 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170619.002>

复合材料负泊松比格栅结构设计及力学性能评价

Structural design and mechanical characterization of an auxetic advanced grid structure composite

复合材料学报. 2021, 38(4): 1107–1114 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200623.002>

基于能量法的变截面层合管整体稳定承载力计算方法

A method for calculating bearing capacity of laminated tube with variable cross section based on energy method

复合材料学报. 2017, 34(10): 2211–2219 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170122.002>

星型-箭头蜂窝结构的面内动态压溃行为

In-plane dynamic crushing of star-arrowhead honeycomb structure

复合材料学报. 2019, 36(8): 1893–1900 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180908.001>

新型并联梯度蜂窝结构的面内力学性能

In-plane crushing behaviors of honeycombs with a novel parallel graded design

复合材料学报. 2020, 37(1): 155–163 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190417.003>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20210729.003

弧边内凹蜂窝负泊松比结构的力学性能

尤泽华^{1,2}, 肖俊华^{*1,2}, 王美芬^{1,2}



分享本文

(1. 燕山大学 工程力学系, 秦皇岛 066004; 2. 燕山大学 河北省重型装备与大型结构力学可靠性重点实验室, 秦皇岛 066004)

摘 要: 提出一种可变弧边内凹多胞蜂窝负泊松比结构。利用能量法得到了二维结构的等效泊松比和等效弹性模量的解析公式, 讨论了弧角对等效泊松比和等效弹性模量的影响, 解析解与有限元结果吻合较好, 说明了该方法的有效性。利用 ABAQUS 研究了三维结构的冲击动力学特性, 分析了蜂窝结构受冲击时的变形失效模式, 讨论了冲击速度、结构应变和曲边弧角对动应力-应变曲线、能量吸收率和平台应力的影响规律。所得结果为该类机械超材料的冲击变形失效和吸能效果研究提供了力学依据。

关键词: 负泊松比; 曲边内凹蜂窝结构; 能量法; 三维变形失效; 能量吸收率; 平台应力

中图分类号: O341 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2022)07-3570-11

Mechanical properties of arc concave honeycomb structure with negative Poisson's ratio

YOU Zehua^{1,2}, XIAO Junhua^{*1,2}, WANG Meifen^{1,2}

(1. Department of Engineering Mechanics, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. Hebei Key Laboratory of Mechanical Reliability for Heavy Equipments and Large Structures, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: In this paper, a variable arc concave honeycomb structure with negative Poisson's ratio was proposed. The analytical formulas of the equivalent Poisson's ratio and the equivalent elastic modulus of the two-dimensional structures were given by energy method. The influences of the arc angle on the equivalent Poisson's ratio and the equivalent elastic modulus were discussed. The present analytical solution is in agreement with the finite element results, which shows validity of the present method. The three-dimensional structures' characteristics of the dynamic were studied by ABAQUS, and the deformation failure mode of the whole honeycomb structures under impact was analyzed. The influences of the impact velocity, structural strain and arc angle on the dynamic stress-strain curve, the energy absorption rate and the platform stress were discussed. The results provide a mechanical basis for the analysis of impact deformation failure and energy absorption effect of such mechanical metamaterials.

Keywords: negative Poisson's ratio; curved edge concave honeycomb structure; energy method; three-dimensional deformation failure; energy absorption rate; platform stress

超材料是一种具有人工设计结构并呈现出天然材料所不具备的超常物理性质的材料^[1]。具有负泊松比效应的超材料通常表现出轻质、高阻尼、吸声、隔热等物理特性^[2]。负泊松比材料轴向受压时横向发生压缩, 而轴向受拉时横向发生膨胀, 以其高剪切性能和高吸能性能被广泛应用于医疗、车辆和航空航天等领域^[3-4], 如车辆安全座椅^[5]、安全头盔^[6]、发动机叶片^[7]和子弹壳设计^[8]等。

负泊松比材料的胞元结构设计对于负泊松比

机械超材料的力学性能至关重要, 许多学者进行了大量深入的研究。Evans 等^[9]在制备多孔四氟乙烯聚合物时发现其具有负泊松比特性, 实验测得负泊松比可达-12。Lakes^[10]最早人工制备负泊松比低聚合物泡沫材料, 并通过结构分析说明了负泊松比材料的形成原理。Chan 等^[11]通过研究多孔负泊松比材料的内部微观结构, 认为材料呈负泊松比的原因是泡沫材料经过类似 Lakes^[12]热处理的方法后, 泡沫的一般六边形胞元结构转变成

收稿日期: 2021-05-25; 修回日期: 2021-07-10; 录用日期: 2021-07-14; 网络首发时间: 2021-07-29 16:59:55

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210729.003>

基金项目: 河北省高等学校科学技术研究重点项目 (ZD2021104); 河北省高等学校科学研究计划 (QN2016123)

通信作者: 肖俊华, 博士, 教授, 硕士生导师, 研究方向为复合材料力学等 E-mail: xiaojunhua@ysu.edu.cn

引用格式: 尤泽华, 肖俊华, 王美芬. 弧边内凹蜂窝负泊松比结构的力学性能 [J]. 复合材料学报, 2022, 39(7): 3570-3580.

YOU Zehua, XIAO Junhua, WANG Meifen. Mechanical properties of arc concave honeycomb structure with negative Poisson's ratio[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2022, 39(7): 3570-3580(in Chinese).

具有内凹角度的胞元结构,使材料受力后肋角位移方向发生变化,从而产生负泊松比效应。由此可知通过设计胞元结构可以控制材料的宏观力学性能,使得材料具有与普通天然材料相反的特性。Gibson 等^[13]设计出内凹六边形胞元结构的周期负泊松比蜂窝材料,之后衍生出多边形内凹结构、手性结构和折纸结构等,其中多边形内凹结构主要有三角形内凹结构、星形内凹结构和多边形内凹结构^[3]。Qiao 等^[14]提出一种棱边形状为正弦曲线的多胞结构,基于单胞法计算了这种结构的等效性能。卢子兴等^[15]提出一种由部分内凹以及部分规则六边形组成的具有负泊松比效应的二维多胞材料力学模型。张伟等^[16]提出一种负泊松比汽车前纵梁吸能盒结构,讨论了失效模式和吸能效果。蒋伟等^[17]提出一种环形胞元结构,随后沈建邦等^[18]在该结构的基础上提出可变弧角负泊松比蜂窝结构。王彦斌等^[19]提出一种可变曲率内凹曲边负泊松比结构,研究了结构的力学性能与结构参数之间的关系。卢子兴等^[20]基于旋转三角形模型,研究了不同旋转角时负泊松比蜂窝材料的面内动态压溃行为。任毅如等^[21]基于椰子树和竹子的启发,设计出一种仿生负泊松比梯度同心蜂窝结构,分析了冲击时的压溃行为、变形方式和吸能性能。赵昌方等^[22]利用碳纤维复合材料制作内凹六边形蜂窝结构,研究其在横向和纵向拉压情况下变形和破坏模式。刘宇等^[23]研究了内凹六边形胞元结构、双箭头结构和弧边负泊松比结构填充设备的吸能效果。魏路路等^[24]结合负泊松比内凹六边形结构和负泊松比手性结构,设计出一种内凹-反手性结构,利用 ANSYS/LS-DYNA 研究了不同冲击情况时结构的抗冲击性能。姚永永等^[25]建立内凹负泊松比蜂窝结构在双轴冲击下的有限元模型,讨论了结构的应力-应变曲线和吸能效果。

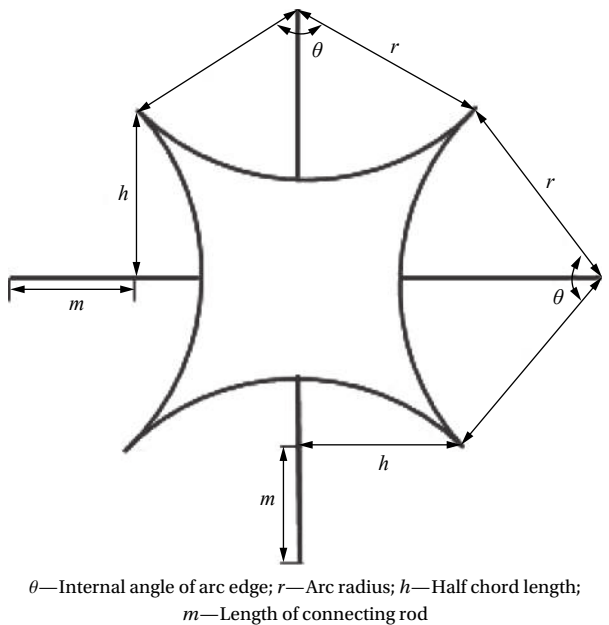
对于三维负泊松比材料,王博等^[26]分析了轴向冲击时 Kagome 蜂窝材料的力学性能,认为 Kagome 蜂窝材料的能量吸收效果优于其他多胞结构。牛斌等^[27]研究了正交各向异性 Kagome 多胞结构的等效力学性能,讨论了各向异性率对等效性能的影响。Zhang 等^[28]通过建立三维负泊松比多胞结构的轴向冲击模型,分析了胞元几何参数和冲击速度对能量吸收效果的作用。邓小林^[29]提出一种分层梯变负泊松比蜂窝结构,数值模拟了该结构内凹胞元材料层合板的面内冲击动力学行为。高强等^[30]研究了内凹六边形负泊松比蜂窝

材料的三点弯曲力学性能,探讨了胞元参数对提高负泊松比结构弯曲力学性能的影响。周震等^[31]基于二维星形和三角形负泊松比单元设计出两种三维负泊松比胞元,研究了整体结构的静力学和动力学性能。

本文构造一种二维弧形曲边内凹蜂窝结构,利用能量法得到结构的等效弹性模量和等效泊松比与胞元材料参数和几何参数之间的解析表达,所得解析解与有限元模拟结果吻合较好。进一步利用数值方法研究了三维弧形曲边内凹蜂窝结构的变形失效模式和动力学特征。目前国内外研究中关于三维负泊松比结构的研究非常有限,且已有的研究中胞元大多由直边构成。本文所提出的新型二维可变弧边负泊松比胞元以及在此基础上构建的三维胞元结构,其结构动力学分析结果丰富了三维负泊松比结构的胞元类型和研究成果,可为三维负泊松比结构的分析与设计提供动力学参考。

1 弧边内凹蜂窝负泊松比结构二维胞元

图 1 为可变弧角弧形内凹负泊松比蜂窝材料胞元,结构中心对称,由 4 条弧线首尾连接组成胞体,胞元之间由连接杆连接,共有 6 个几何参数 θ 、 m 、 t 、 d 、 r 和 h ,其中 θ 为弧边内角, r 为弧线半径, m 为连接杆长度, h 为弧线半弦长,杆件横截面为矩形, t 为面内宽度, d 为面外厚度。



θ —Internal angle of arc edge; r —Arc radius; h —Half chord length; m —Length of connecting rod

图 1 可变弧角弧形内凹负泊松比蜂窝材料胞元
Fig. 1 Variable arc angle arc concave negative Poisson's ratio cellular material

2 弧边内凹蜂窝负泊松比二维结构静力分析

在单胞竖直 Y 轴方向连接处施加纵向对称载荷 (图 2(a))，胞元产生挤压、剪切和弯曲变形，由压缩和剪切产生的应变能相对于由弯曲产生的应变能比较小，故在应用能量法求解结构位移时忽略由压缩和剪切产生的位移，只考虑由弯曲变形产生的位移。胞元两端位移相等，胞元结构的变形主要来源于胞元内部结构。

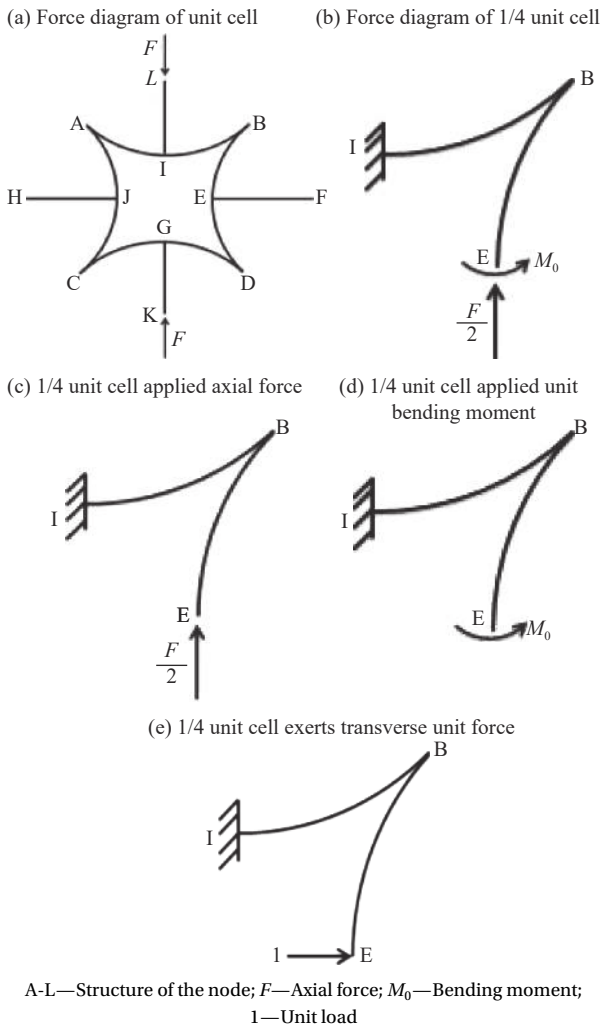


图 2 弧边内凹蜂窝负泊松比二维结构静力分析图
Fig. 2 Static analysis diagram of concave honeycomb 2D structure with negative Poisson's ratio

图 2(a) 胞元为中心对称超静定结构，取 1/4 结构 (图 2(b))，在端点 E 作用轴力 F 和弯矩 M₀。根据力法端点 E 处的转角和位移的变形协调方程为：
$$\delta_{11} M_{r1} + \Delta_{1F} = 0 \tag{1}$$
式中：M_{r1} 为在 E 处施加的弯矩；δ₁₁ 为当 E 处施加单位弯矩时截面产生的转角；Δ_{1F} 为 E 处施加 F/2 载荷时的转角。

当 E 处仅施加 F/2 纵向载荷时 (图 2(c))，IB 和 BE 两杆的弯矩为 M_{IB}、M_{BE}，当 E 处仅施加单位弯矩时 (图 2(d))，IB、BE 两杆的弯矩为 $\overline{M}_{IB}$ 、 $\overline{M}_{BE}$ ，利用力法和图乘法可以得到式 (1) 中 Δ_{1F} 和 δ₁₁：

$$\Delta_{1F} = \int_0^{\frac{\theta}{2}} \frac{M_{IB} \overline{M}_{IB}}{EI} \cdot r \cdot d\varphi + \int_0^{\frac{\theta}{2}} \frac{M_{BE} \overline{M}_{BE}}{EI} \cdot r \cdot d\beta = \frac{Fr^2}{2EI} \left[\sin \frac{\theta}{4} \left(\theta \cos \frac{\theta}{4} - (2 + \theta) \sin \frac{\theta}{4} \right) + \sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \right] \tag{2}$$

$$\delta_{11} = \int_0^{\frac{\theta}{2}} \frac{\overline{M}_{IB} \overline{M}_{IB}}{EI} \cdot r \cdot d\varphi + \int_0^{\frac{\theta}{2}} \frac{\overline{M}_{BE} \overline{M}_{BE}}{EI} \cdot r \cdot d\beta = \frac{r\theta}{EI} \tag{3}$$

式中：E 为材料弹性模量；I 为材料横截面对中性轴的惯性矩。将式 (2) 和式 (3) 代入式 (1) 可得图 2(a) 中端点 E 处的弯矩 M_{r1}：

$$M_{r1} = M_0 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = -\frac{Fr}{2\theta} \left[\sin \frac{\theta}{4} \left(\theta \cos \frac{\theta}{4} - (2 + \theta) \sin \frac{\theta}{4} \right) + \sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \right] \tag{4}$$

令

$$\alpha = -\frac{1}{\theta} \left[\sin \frac{\theta}{4} \left(\theta \cos \frac{\theta}{4} - (2 + \theta) \sin \frac{\theta}{4} \right) + \sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \right] \tag{5}$$

式 (4) 简化为

$$M_{r1} = \frac{Fr\alpha}{2} \tag{6}$$

综合考虑结构端点 E 处弯矩 M₀ 和轴力 F，可得 IB 杆和 BE 杆的弯矩为

$$M_{IB} = \frac{Fr}{2} \left[\alpha + \left(\sin \frac{\theta}{2} - \sin \beta - 1 + \cos \frac{\theta}{2} \right) \right] \tag{7}$$

$$M_{BE} = \frac{Fr}{2} (\alpha - 1 + \cos \varphi) \tag{8}$$

应用卡式定理可得结构在施加纵向对称载荷 F 时端点 I 和 G 的位移：

$$\Delta_Y = \frac{4}{EI} \left[\int_0^{\frac{\theta}{2}} \frac{M_{BE} \partial M_{BE}}{\partial \frac{F}{2}} \cdot r d\varphi + \int_0^{\frac{\theta}{2}} \frac{M_{IB} \partial M_{IB}}{\partial \frac{F}{2}} \cdot r d\beta \right] = \frac{2Fr^3}{EI} \left[\frac{1}{4} \left((3 + 2(-2 + \alpha)\theta) + 8(-1 + \alpha) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \theta \right) + \frac{1}{4} (12 + 5\theta + 2\alpha(-4 + (-2 + \alpha)\theta) + 4(-4 - \theta + \alpha(2 + \theta)) \cos \frac{\theta}{2} + 4 \cos \theta + 4(-2 + (-1 + \alpha)\theta) \sin \frac{\theta}{2} + (3 + 2\theta) \sin \theta) \right] \tag{9}$$

研究胞元结构在纵向载荷作用时的横向位移。

在端点 E 施加轴力 F 和弯矩 M_0 ，曲杆 BE、IB 的弯矩分别为 M_1 、 M_2 ；端点 E 仅施加横向单位载荷时，曲杆 BE、IB 的弯矩为 $\overline{M}_1$ 、 $\overline{M}_2$ ，则

$$\overline{M}_1 = -r \sin \varphi \tag{10}$$

$$\overline{M}_2 = r \left(\cos \beta - \cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right) \tag{11}$$

利用卡式定理可得端点 E 处的横向位移：

$$\begin{aligned} \Delta_X = & \frac{4}{EI} \left[\int_0^{\frac{\theta}{2}} M_1 \overline{M}_1 \cdot r d\beta + \int_0^{\frac{\theta}{2}} M_2 \overline{M}_2 \cdot r d\varphi \right] = \\ & \frac{2Fr^3}{EI} \left[\left(1 - 2\alpha - \cos \frac{\theta}{2} \right) \left(\sin \frac{\theta}{4} \right)^2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{4} \left(-1 - 2\theta + 2(2 + \theta - \alpha\theta) \cos \frac{\theta}{2} - 3\cos \theta + 2(2\alpha + \theta - \alpha\theta) \sin \frac{\theta}{2} - 2\theta \sin \theta \right) \right] \end{aligned} \tag{12}$$

利用下述公式可得结构的应变和应力：

$$\varepsilon_Y = \frac{\Delta_Y}{2 \left(r \sin \frac{\theta}{2} + m \right)} \tag{13}$$

$$\sigma_Y = \frac{F}{2d \left(r \sin \frac{\theta}{2} + m \right)} \tag{14}$$

$$\varepsilon_X = \frac{\Delta_X}{2 \left(r \sin \frac{\theta}{2} + m \right)} \tag{15}$$

式中： ε_Y 为结构 Y 方向上的应变； σ_Y 为结构 Y 方向上的应力； ε_X 为结构 X 方向上的应变。

由以上各式可得胞元结构的面内纵向等效弹性模量和等效泊松比：

$$E = \frac{\sigma_Y}{\varepsilon_Y} = \frac{F}{d \Delta_Y} \tag{16}$$

$$\nu_{XY} = -\frac{\varepsilon_X}{\varepsilon_Y} = \frac{\Delta_X}{\Delta_Y} \tag{17}$$

3 弧边内凹蜂窝负泊松比二维结构等效泊松比和等效弹性模量

图 3 为 5×5 胞元阵列计算模型，材料为铝合金，力学参数见表 1。模型中杆件宽度 $t=1$ mm，厚度 $d=10$ mm，连接杆长度 $m=5$ mm，弧线弦长为 $2h=60$ mm，弧角取值范围为 $30^\circ\sim90^\circ$ 。模型沿 X 轴方向的中心对称轴固定 Y 方向位移，沿 Y 轴方向的中心对称轴固定 X 方向位移，整个结构仅发生面内位移。

由图 4 可以看到等效泊松比的有限元结果与

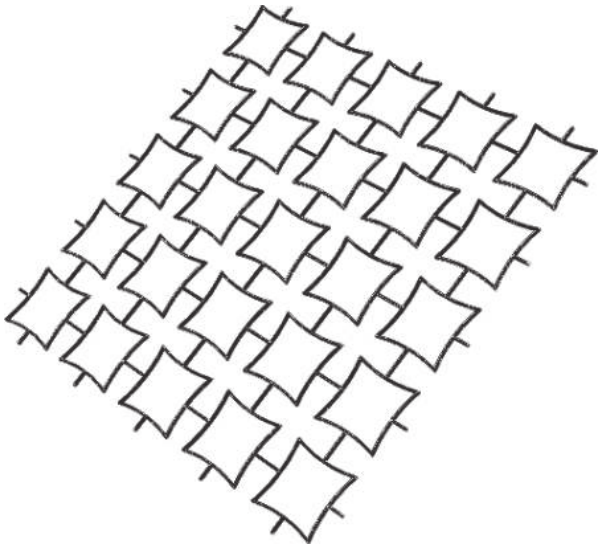


图 3 弧边内凹蜂窝负泊松比二维结构模型结构图

Fig. 3 Model structure diagram of arc concave honeycomb 2D structure with negative Poisson's ratio

表 1 铝合金材料属性^[17]

Table 1 Aluminum alloy material properties^[17]

Young's modulus E/GPa	Density $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	Poisson's ratio ν
71	2 770	0.33

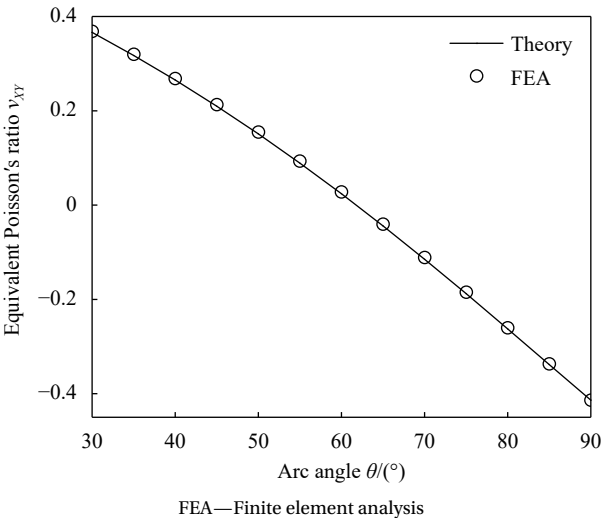


图 4 弧边内凹蜂窝负泊松比二维结构等效泊松比与弧角的关系

Fig. 4 Relationship between equivalent Poisson's ratio and arc angle of arc concave honeycomb 2D structure with negative Poisson's ratio

本文解析解吻合较好，随着弧角的增加，结构的等效泊松比逐渐变小，等效泊松比大致在 $-0.4\sim0.4$ 之间。弧角约小于 60° 时，泊松比为正值，弧角大于 60° 时泊松比为负值。

图 5 表明等效弹性模量随弧角的增大而增大，在弧角到达 70° 时增长趋势有减缓；解析解稍大于

有限元结果，这是由于理论分析中忽略了剪切与压缩变形的影响，从而使结构的刚度偏大。

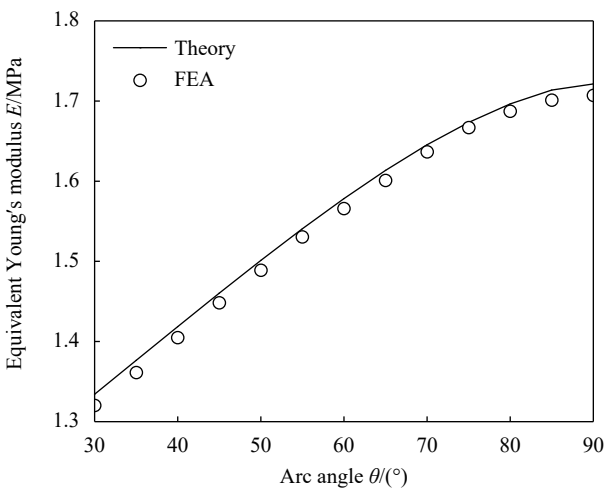


图5 弧边内凹蜂窝负泊松比二维结构等效弹性模量与弧角的关系
Fig. 5 Relationship between equivalent elastic modulus and arc angle of arc concave honeycomb 2D structure with negative Poisson's ratio

4 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构动力学分析

4.1 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构模型

利用数值方法对二维负泊松比蜂窝胞元进行设计，将三个二维胞元以两两垂直相交的方式得到三维负泊松比多胞结构，如图6所示。该结构的胞元属于中心对称结构。

三维胞元结构中弧边弦长为60 mm，连接杆长15 mm，单胞整体高为90 mm，此胞元中杆件为半径0.5 mm的圆截面；整体模型为5×5×5分布三维胞元。利用ABAQUS对结构进行冲击模拟，材料定义为理想弹塑性材料，力学参数见表2。整体结构上下放置平板，底板固定，顶板约束水平方向位移和所有方向转角，在垂直方向设置冲击速度，顶板、底板与结构之间为无摩擦光滑接触，绑定方式为surface to surface，单元类型为beam单元，分析方式为动力显式分析。

4.2 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构冲击载荷时变形失效模式

三维模型分别施加7 m/s、21 m/s、35 m/s和70 m/s的冲击载荷，胞元弧角取为90°。图7给出了各冲击速度时结构的变形失效模式，其中应变值取0.4。

由图可见，材料在竖直方向受压时，在水平方向上产生了压缩变形，呈现出结构的负泊松比特性。材料在低速冲击时，变形区域首先出现在

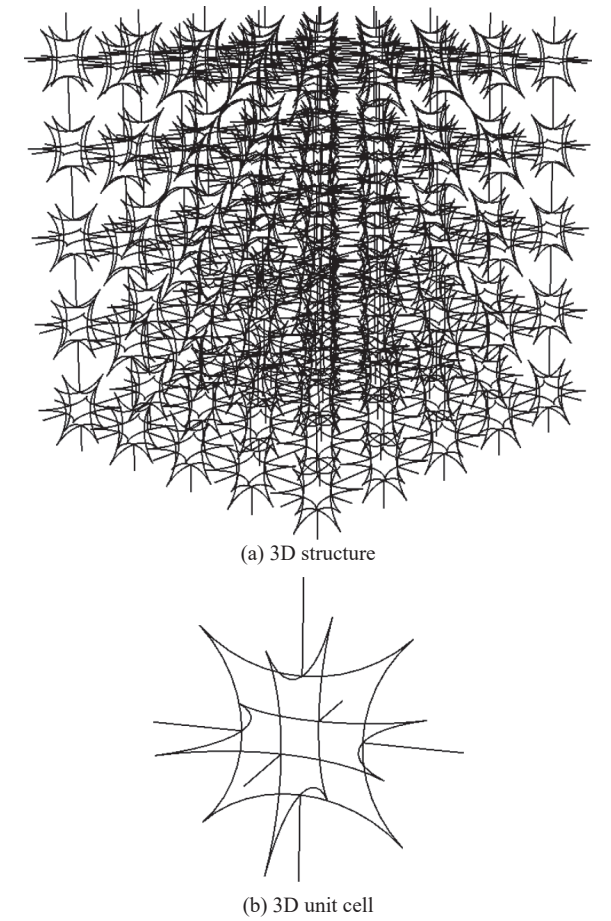


图6 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构模型
Fig. 6 Model diagram of arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio

表2 金属铝材料属性 ^[32]			
Table 2 Material properties of aluminum ^[32]			
Young's modulus <i>E</i> /GPa	Density ρ /(kg·m ⁻³)	Poisson's ratio ν	Yield stress σ /MPa
69	2 700	0.33	76

结构与顶部刚性板的接触部分，伴随压缩变形的增加，结构与底部刚性板的接触部分也发生压缩变形，各面的变形区域呈现出由四周向中心内凹。随着冲击速度的增加，顶板的惯性效应增强，结构的变形区域逐渐变薄；变形区域仍然开始出现于顶板与结构的接触处，但随着压缩变形的增大，结构底部的变形不再明显，仅发生结构顶部变形失效并向下延伸；高速冲击时的变形模式为由于惯性效应的增加发生的结构顶层快速失效变形。

图8为胞元弧角为30°时结构在21 m/s冲击下应变为0.4时的变形图，通过与图7(b)结果比较

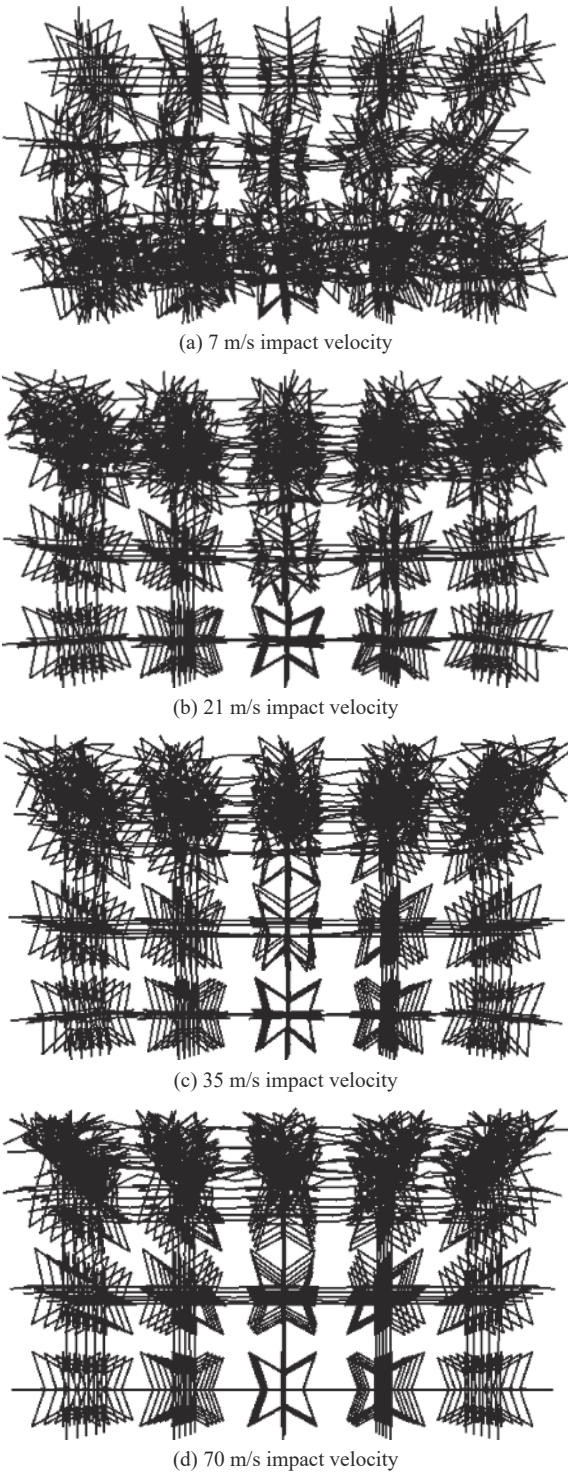


图 7 不同冲击速度时弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构的变形模式 (应变为 0.4)

Fig. 7 Deformation modes of arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio at different impact velocities (Strain=0.4)

可以得出，胞元弧角为 30°时结构横向有向外膨胀的趋势，结构在纵向的变形区域相对于胞元 90°结构下部分的变形比较微弱。

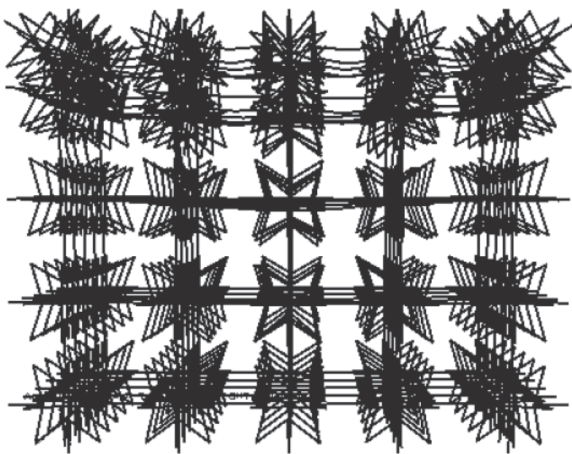


图 8 胞元弧角 30°应变为 0.4 时弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构变形图
Fig. 8 Deformation diagram of cell with 30° arc angle and 0.4 strain for arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio

图 9 为三维结构的胞元在不同应变时的变形模式，其中弧角取 90°，冲击速度 21 m/s。可见，胞元在冲击初期整体向几何中心收缩，随后垂直于冲击方向上的平面保持原来平面几何形状，而冲击方向上的几何结构成为类牙型结构；随着应变的增大，胞元整体沿对角线发生扭转现象，沿冲击方向上的连接杆发生屈曲；随后三维胞元沿着体对角线发生扭转，在冲击的后期，整体结构

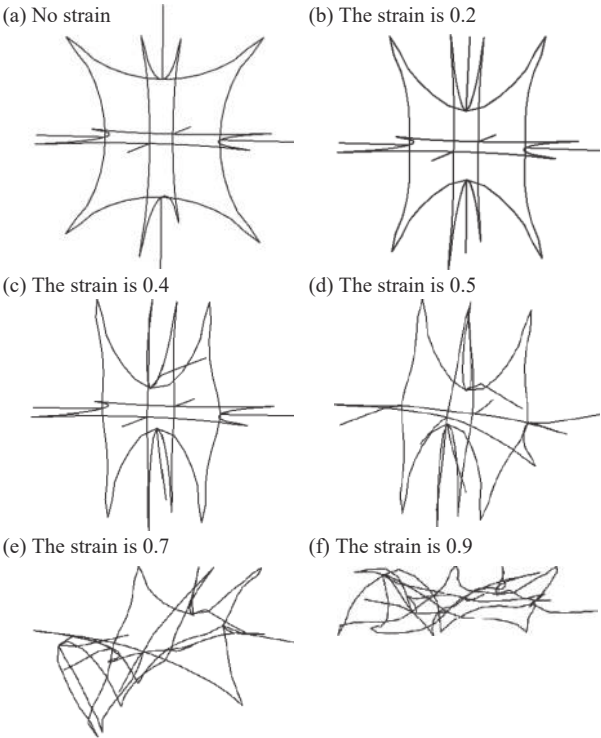


图 9 弧边内凹蜂窝负泊松比三维胞元变形模式
Fig. 9 Three-dimensional cell deformation model of arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio

进入实密化，胞元整体开始折叠压实。

4.3 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构冲击载荷时应力-应变关系

图 10 给出了三维结构在不同冲击速度时结构顶端的应力-应变曲线。图中显示冲击过程中弹性应变阶段比较短暂，这是因为结构在受到冲击瞬时，平台应力迅速增大，使弹性应变区在很短时间内很快结束；弹性应变区结束后，结构进入应力平台区，其明显标志是结构的应力开始趋于稳定波动状态，且相对于弹性区的峰值应力较小；同时在平台区阶段，结构受到冲击压缩局部进入比较密实状态。如图 9 所示冲击载荷作用时，胞元结构首先顶部开始变形，导致材料局部变形失效，平台应力开始增大，当顶部崩溃失效后，顶部进入密实状态，应力波传输到第二层结构，此时结构所受平台应力减小，该过程在平台应力-应

变曲线图中表现为波动曲线。随着冲击过程继续进行，整体结构接近密实化状态，所受应力不断增大并逐渐超过平台区应力值，结构进入平台应力增强区，平台应力增强区在应力-应变曲线中的标志是应力逐渐增大并高于平台区应力。当冲击进入最后阶段，整体结构进入密实化状态，此时应力达到极值，在动力响应曲线中应力在波动之后急剧增大。图 10 中的冲击动力响应曲线与已有文献(引文 [33] 中图 5)相比，可以发现本文结果与已有三维负泊松比结构冲击问题结果的普遍规律一致，结构在冲击过程中都经过了弹性区、平台区、平台应力增强区和密实化区。

4.4 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构能量吸收率

多孔结构的吸能特性由体能量吸收率来表现，三维结构的体能量吸收率、密实应变和锁定应变表达式如下[32]：

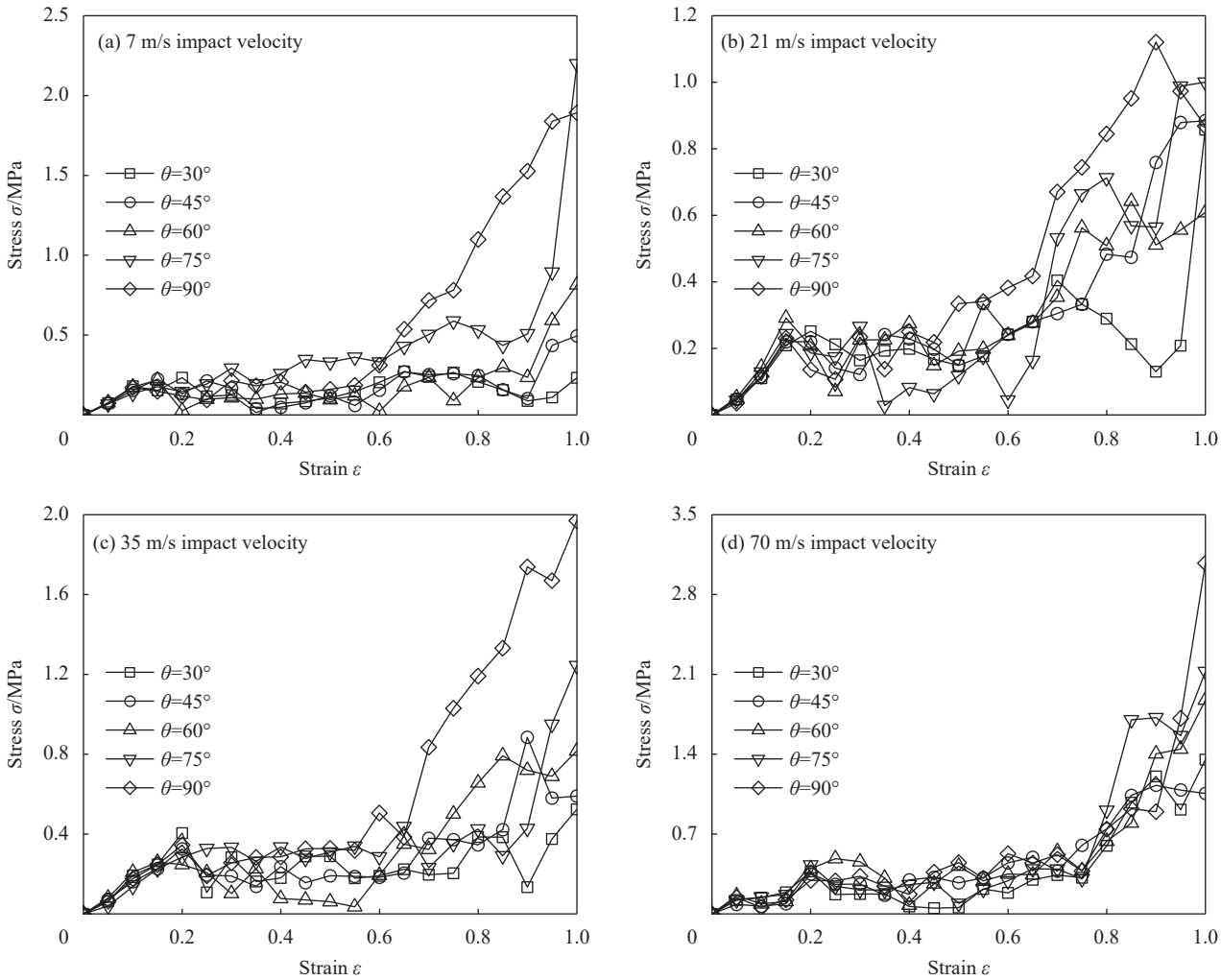


图 10 不同冲击速度时弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构应力-应变曲线

Fig. 10 Stress-strain curves of arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio at different impact velocities

$$W_V = \int_{\varepsilon_r}^{\varepsilon_D} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \tag{18}$$

$$\sigma_p = \frac{\int_{\varepsilon_r}^{\varepsilon_D} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_D - \varepsilon_r} \tag{19}$$

$$\left. \frac{dW(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_D} = 0 \tag{20}$$

式中， W_V 为体能量吸收率； ε_r 为初始应变， ε_D 为冲击过程中锁定应变； $\sigma(\varepsilon)$ 为结构顶部冲击端应力； σ_p 为体现材料能量吸收特性的平台应力； $W(\varepsilon)$ 为蜂窝材料的能效参数，由同一名义应变下对应的吸能值与应力之比定义。

图 11 为三维结构在冲击过程中的能量吸收曲线变化。可见，结构的体能量吸收率随形变的增

加而增大，曲边弧角为 90°时结构吸能效果最好。在低速冲击时，胞元弧角为 90°的结构能量吸收效果远高于其他弧角结构；随着冲击速度的增加，其他弧角结构与 90°弧角结构之间的体能量吸收率差距逐渐减小，当冲击速度为 70 m/s 时，不同弧角结构吸能效果之间的差距非常接近。这是由于在高速冲击时，结构压溃变形逐层发生，各结构在单位应变下承受的应力都较高，以至于能量吸收效果相近；而在低速冲击时，结构整体承受应力和形变较大，其单胞形变较小，弧角较大胞元的承载能力更大，因此吸能效果更高。图中还显示，相同胞元结构在不同冲击速度时，冲击速度越大其体能量吸收率越高。

4.5 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构平台应力

图 12 为不同弧角结构时平台应力随冲击速度

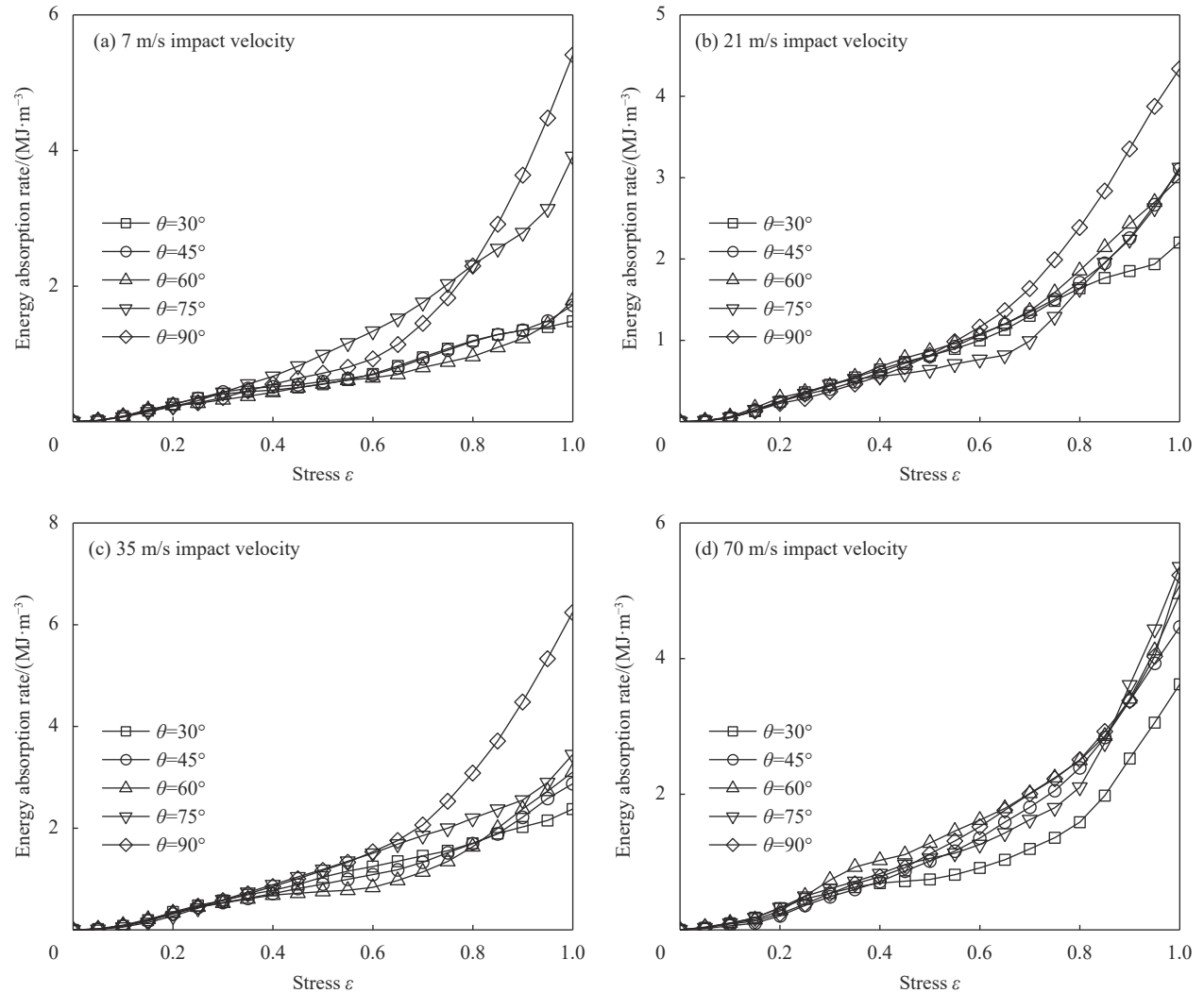


图 11 不同冲击速度下的弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构能量吸收曲线

Fig. 11 Energy absorption curves of arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio at different impact velocities

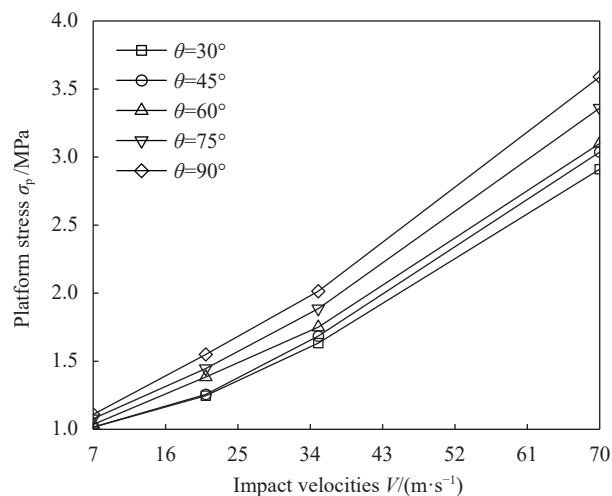


图 12 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构平台应力随冲击速度的变化

Fig. 12 Variation of platform stress with impact velocities of arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio

的变化曲线。图中表明结构的平台应力随冲击速度的增加而增大。当冲击速度相同时，结构的平台应力随着胞元弧角的增加而增大，90°弧角结构的平台应力最大，其受冲击时吸能效果最好。

图 13 分别给出了 7 m/s、21 m/s、35 m/s 和 70 m/s 速度冲击下平台应力与弧角之间的关系曲线。低速冲击时，弧角变化对结构的平台应力影响较小，冲击速度较大时，平台应力随弧角的增加而增大，影响较为显著。

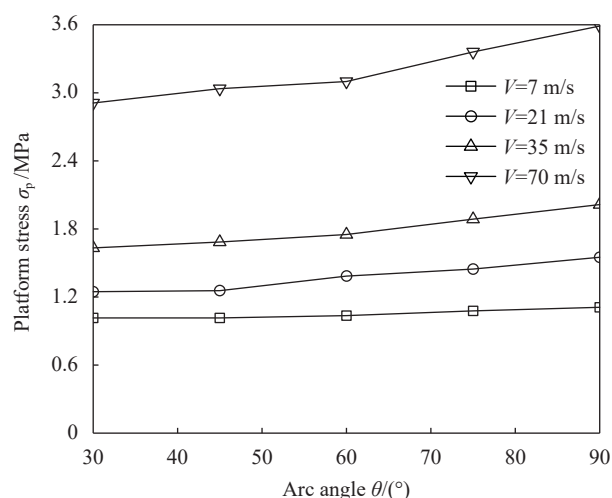


图 13 弧边内凹蜂窝负泊松比三维结构平台应力随弧角的变化

Fig. 13 Variation of platform stress with arc angles of arc concave honeycomb 3D structure with negative Poisson's ratio

5 结论

针对可变弧边内凹多胞蜂窝结构，利用能量法研究了二维结构的等效泊松比和等效弹性模量，

利用数值方法研究了三维结构的冲击动力学性能。研究发现：

(1) 对于二维结构，等效泊松比随弧角的增加而减小，在弧角为 60°时趋近于 0，弧角大于 60°时泊松比为负值；结构的等效弹性模量随弧角的增加而增大。

(2) 三维结构在低速冲击时，整体向中心内凹，变形区域集中在结构中心；随着冲击速度的增加，结构底部变形不再明显，变形区域逐渐向顶部集中，由顶层开始逐层向下开始压溃变形失效。

(3) 结构的冲击动力响应曲线分为初始阶段、平台阶段和密实化阶段。冲击过程中弹性应变阶段比较短暂，平台应力迅速增大并趋于稳定波动状态；在平台区阶段，结构受到冲击压缩局部进入比较密实状态；冲击最后阶段，整体结构进入密实化状态，应力达到极值，动力响应曲线中应力急剧增大。

(4) 结构的体能量吸收率随形变的增加而增大，弧角为 90°时吸能效果最好。低速冲击时 90°弧角结构能量吸收效果远高于其他弧角结构，随着冲击速度的增加，其他弧角结构与 90°弧角结构之间的体能量吸收率差距逐渐减小。相同弧角结构在不同冲击速度时，冲击速度越大体能量吸收率越高。

(5) 结构的平台应力随冲击速度的增加而增大。低速冲击时，弧角变化对结构的平台应力影响较小，冲击速度较大时，平台应力随弧角的增加而增大，影响较为显著。

参考文献：

- [1] KSHETRIMAYUM R S. A brief intro to metamaterials[J]. *IEEE Potentials*, 2005, 23(5): 44-46.
- [2] 于靖军, 谢岩, 裴旭. 负泊松比超材料研究进展[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(13): 1-14.
YU Jingjun, XIE Yan, PEI Xu. State-of-art of metamaterials with negative Poisson's ratio[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(13): 1-14(in Chinese).
- [3] 任鑫, 张相玉, 谢亿民. 负泊松比材料和结构的研究进展[J]. *力学学报*, 2019, 51(3): 656-689.
REN Xin, ZHANG Xiangyu, XIE Yimin. Research progress in auxetic materials and structures[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 656-689(in Chinese).
- [4] 史伟, 杨伟, 李忠明, 等. 负泊松比材料研究进展[J]. *高分子通报*, 2003(6): 48-57.
SHI Wei, YANG Wei, LI Zhongming, et al. Advances in nega-

- tive Poisson's ratio materials[J]. *Polymer Bulletin*, 2003(6): 48-57(in Chinese).
- [5] JANUS-MICHALSKA M, JASIŃSKA D, SMARDZEWSKI J. Comparison of contact stress distribution for foam seat and seat of auxetic spring skeleton[J]. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 2013, 18(1): 55-72.
- [6] SAXENA K K, DAS R, CALIUS E P. Three decades of auxetics research-materials with negative Poisson's ratio: A review[J]. *Advanced Engineering Materials*, 2016, 18(11): 1847-1870.
- [7] NAKAMURA M. Fundamental properties of intermetallic compounds[J]. *MRS Bulletin*, 1995, 20(8): 33-39.
- [8] ALDERSON A. A triumph of lateral thought[J]. *Chemistry & Industry*, 1999, 10: 384-387.
- [9] EVANS K E, CADDOCK B D. Microporous materials with negative Poisson's ratios: microstructure and mechanical properties[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1989, 22(12): 1877-1882.
- [10] LAKES R S. Advances in negative Poisson's ratio materials[J]. *Advanced Materials*, 1993, 5(4): 293-296.
- [11] CHAN N, EVANS K E. Fabrication methods for auxetic foams[J]. *Journal of Materials Science*, 1997, 32: 5725.
- [12] LAKES R S. Foam structures with a negative Poisson's ratio[J]. *Science*, 1987, 235: 1038-1040.
- [13] GIBSON L J, ASHBY M F. 多孔固体结构与性能[M]. 刘培生, 译. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- GIBSON L J, ASHBY M F. Cellular solids: Structure and properties[M]. Translated by LIU Peisheng. Beijing: Tsinghua University Press, 2003 (in Chinese).
- [14] QIAO P, WANG J. Mechanics of composites sinusoidal honeycomb cores[J]. *Jouranal of Aerospace Engineering*, 2005, 18(1): 42-50.
- [15] 卢子兴, 赵亚斌. 一种有负泊松比效应的二维多胞材料力学模型[J]. *北京航空航天大学学报*, 2006, 32(5): 594-597.
- LU Zixing, ZHAO Yabin. Mechanical model of two-dimensional cellular materials with negative Poisson's ratio[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2006, 32(5): 594-597(in Chinese).
- [16] 张伟, 侯文彬, 胡平. 新型负泊松比多孔吸能盒平台区力学性能[J]. *复合材料学报*, 2015, 32(2): 534-541.
- ZHANG Wei, HOU Wenbin, HU Ping. Mechanical properties of new negative Poisson's ratio crush box with cellular structure in plateau stage[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2015, 32(2): 534-541(in Chinese).
- [17] 蒋伟, 马华, 王军, 等. 基于环形蜂窝芯结构的负泊松比机械超材料[J]. *科学通报*, 2016, 61(13): 1421-1427.
- JIANG Wei, MA Hua, WANG Jun, et al. Mechanical metamaterial with negative Poisson's ratio based on circular honeycomb core[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2016, 61(13): 1421-1427(in Chinese).
- [18] 沈建邦, 肖俊华. 负泊松比可变弧角曲边内凹蜂窝结构的力学性能[J]. *中国机械工程*, 2019, 30(17): 2134-2141.
- SHEN Jianbang, XIAO Junhua. Mechanics properties of negative Poisson's ratio honeycomb structures with variable arc angle curved concave sides[J]. *China Mechanical Engineering*, 2019, 30(17): 2134-2141(in Chinese).
- [19] 王彦斌, 刘海涛. 负泊松比圆弧曲线蜂窝芯结构的力学分析[J]. *云南大学学报(自然科学版)*, 2020, 42(6): 1159-1165.
- WANG Yanbin, LIU Haitao. Mechanical analysis of circular curve honeycomb core with negative Poisson's ratio[J]. *Journal of Yunnan University: Natural Sciences Edition*, 2020, 42(6): 1159-1165(in Chinese).
- [20] 卢子兴, 武文博. 基于旋转三角形模型的负泊松比蜂窝材料面内动态压溃行为数值模拟[J]. *兵工学报*, 2018, 39(1): 153-160.
- LU Zixing, WU Wenbo. Numerical simulations for the in-plane dynamic crushing of honeycomb material with negative Poisson's ratio based on rotating triangle model[J]. *Acta Armamentarii*, 2018, 39(1): 153-160(in Chinese).
- [21] 任毅如, 蒋宏勇, 金其多, 等. 仿生负泊松比拉胀内凹蜂窝结构耐撞性[J]. *航空学报*, 2020, 42(3): 223978.
- REN Yiru, JIANG Hongyong, JIN Qiduo, et al. Crashworthiness of bio-inspired auxetic reentrant honeycomb with negative Poisson's ratio[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 42(3): 223978(in Chinese).
- [22] 赵昌方, 朱宏伟, 仲健林, 等. 复合材料负泊松比结构力学性能数值研究[J]. *江苏师范大学学报(自然科学版)*, 2020, 38(4): 61-64.
- ZHAO Changfang, ZHU Hongwei, ZHONG Jianlin, et al. Numerical study on the negative Poisson's ratio structure with composite materials: tension and compression mechanics[J]. *Journal of Jiangsu Normal University (Natural Science Edition)*, 2020, 38(4): 61-64(in Chinese).
- [23] 刘宇, 郝琪, 田钰楠, 等. 不同泊松比填充结构在汽车前端的应用[J]. *湖北汽车工业学院学报*, 2020, 34(2): 50-54.
- LIU Yu, HAO Qi, TIAN Yunan, et al. Application on different negative Poisson's ratio filling structures in automobile front end[J]. *Journal of Hubei University of Automotive Technology*, 2020, 34(2): 50-54(in Chinese).
- [24] 魏路路, 余强, 赵轩, 等. 内凹-反手性蜂窝结构的面内动态压溃性能研究[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(4): 261-269.
- WEI Lulu, YU Qiang, ZHAO Xuan, et al. In-plane dynamic crushing characteristics of en-entrant anti-trichiral honeycomb[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(4): 261-269(in Chinese).
- [25] 姚永永, 苏步云, 肖革胜, 等. 内凹负泊松比蜂窝结构的面内双轴冲击响应[J]. *高压物理学报*, 2021, 35(2): 72-79.

- YAO Yongyong, SU Buyun, XIAO Gesheng, et al. In-plane biaxial impact response of re-entrant auxetic honeycomb[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2021, 35(2): 72-79(in Chinese).
- [26] 王博, 张雄, 徐胜利. 2D周期蜂窝结构面内静动态压缩力学行为研究[J]. 力学学报, 2009, 41(2): 274-281.
- WANG Bo, ZHANG Xiong, XU Shengli. Mechanical behavior of 2D periodic honeycombs under in-plane uniaxial compression[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, 41(2): 274-281(in Chinese).
- [27] 牛斌, 王博, 徐胜利. 正交各向异性Kagome蜂窝材料宏观等效力学性能[J]. 固体力学学报, 2009, 30(6): 600-608.
- NIU Bin, WANG Bo, XU Shengli. Effective mechanical properties of orthotropic Kagome honeycomb materials[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2009, 30(6): 600-608(in Chinese).
- [28] ZHANG W, MA Z D, HU P. Mechanical properties of cellular vehicle body structure with negative Poisson's ratio and enhanced strength[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2014, 33(4): 342-349.
- [29] 邓小林. 分层梯变负泊松比蜂窝结构的面内冲击动力学分析[J]. 机械设计与制造, 2016, 57(4): 219-223.
- DENG Xiaolin. In-plane impact dynamics analysis of honeycomb structure with layer gradient negative Poisson's ratio[J]. Machinery Design & Manufacture, 2016, 57(4): 219-223(in Chinese).
- [30] 高强, 王良模, 钟弘, 等. 负泊松比结构的三点弯曲性能研究[J]. 南京理工大学学报, 2019, 43(2): 141-146.
- GAO Qiang, WANG Liangmo, ZHONG Hong, et al. Research of structure with negative Poisson's ratio under three-point bending[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2019, 43(2): 141-146(in Chinese).
- [31] 周震, 叶茂. 新型三维负泊松比多胞结构的分析及相关问题的研究[D]. 广州: 广州大学, 2020.
- ZHOU Zhen, YE Mao. Analysis and experimental study of new three-dimensional negative Poisson's ratio cellular structure[D]. Guangzhou: Guangzhou University, 2020 (in Chinese).
- [32] 沈建邦, 肖俊华, 梁希, 等. 负泊松比曲边内凹蜂窝结构的面内冲击动力学数值研究[J]. 中国机械工程, 2020, 31(16): 1998-2004.
- SHEN Jianbang, XIAO Junhua, LIANG Xi, et al. Numerical study on in-plane dynamics of negative Poisson's ratio honeycomb structures with curved concave sides[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(16): 1998-2004(in Chinese).
- [33] 白临奇, 史小全, 刘宏瑞, 等. 冲击载荷下箭头型负泊松比蜂窝结构动态吸能性能研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(11): 70-77.
- BAI Linqi, SHI Xiaoquan, LIU Hongrui, et al. Dynamic energy absorption performance of arrow type honeycomb structure with negative Poisson's ratio under impact load[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(11): 70-77(in Chinese).