

一种预测复合材料棘轮行为的循环塑性-损伤模型

成磊 肖毅 王杰 薛元德

A cyclic plasticity-damage model for predicting ratcheting behavior of composite materials

CHENG Lei, XIAO Yi, WANG Jie, XUE Yuande

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210115.002>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

微动损伤对复合材料螺栓连接预紧力松弛的影响

Effects of fretting damage on preload relaxation in bolted composite joints

复合材料学报. 2019, 36(2): 400–409 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180322.004>

一种基于复合材料剩余强度的衍生疲劳损伤模型

A derivative fatigue damage model based on residual strength of composites

复合材料学报. 2020, 37(10): 2473–2481 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20191224.002>

纤维增强聚合物基复合材料加固锈蚀钢筋混凝土圆柱轴心受压性能

Axial compressive behavior of corroded reinforced concrete columns strengthened by fiber reinforced polymer composite

复合材料学报. 2018, 35(5): 1315–1324 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20171128.001>

侵蚀环境下FRP条带加固锈蚀钢筋混凝土圆柱轴心受压试验

Experimental study on axial compression of corroded reinforced concrete columns strengthened with FRP strips under erosion environment

复合材料学报. 2020, 37(8): 2015–2028 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200212.005>

复合多聚磷酸改性沥青混合料疲劳性能

Fatigue properties of composite polyphosphoric acid modified asphalt mixture

复合材料学报. 2018, 35(8): 2149–2157 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20170925.003>

基于弹塑性损伤本构模型的复合材料层合板破坏荷载预测

Failure loads prediction of composite laminates using a combined elastoplastic damage model

复合材料学报. 2017, 34(4): 773–785 <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20160721.001>



扫码关注微信公众号，获得更多资讯信息



分享本文

一种预测复合材料棘轮行为的循环塑性-损伤模型

成磊¹, 肖毅^{*1}, 王杰², 薛元德¹

(1. 同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092; 2. ABB 电网投资 (中国) 有限公司, 北京 100000)

摘要: 构建循环塑性本构模型并揭示其微观机制, 目前仍然是复合材料力学研究富有挑战性的课题。本文提出了一种循环塑性-损伤模型, 用以预测在循环载荷作用下纤维增强复合材料的应力-应变响应。该模型是在作者前期提出的描述非线性滞后行为的弹塑性本构模型的基础上的进一步扩展。它可以预测加载时的非线性响应、卸载和重加载时的迟滞行为及大量循环下的棘轮现象。作为基准问题验证, 将 Kawai 等的实验数据与本文模型的数值预测进行了比较。结果表明, 该模型能够模拟碳纤维/环氧树脂单向复合材料在偏轴循环加载下的棘轮行为。

关键词: 纤维增强聚合物复合材料; 循环塑性; 迟滞行为; 棘轮效应; 疲劳损伤

中图分类号: TB330.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3851(2021)10-3338-13

A cyclic plasticity-damage model for predicting ratcheting behavior of composite materials

CHENG Lei¹, XIAO Yi^{*1}, WANG Jie², XUE Yuande¹

(1. School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. ABB Power Grids Investment (China) Limited, Beijing 100000, China)

Abstract: It is still a challenging problem to establish a constitutive model for cyclic plasticity and reveal its microscopic mechanism. A cyclic plasticity-damage model was proposed in this study to predict the stress-strain response of fiber reinforced polymer under cyclic loading. This model is a further extension of the elastic-plastic constitutive model to describe the nonlinear hysteresis behavior proposed by the authors. It can predict the nonlinear responses during loading, hysteresis behavior during unloading and reloading and the ratcheting phenomena under a large number of cycles. As a benchmark problem verification, the experimental data by Kawai et al, were compared with the numerical prediction of the model in this paper. The results show that the model can simulate the ratcheting behavior of carbon fiber/epoxy unidirectional composite under off-axis cyclic loading.

Keywords: fiber reinforced polymer; cyclic plasticity; hysteresis behavior; ratcheting effects; fatigue damage

单向纤维增强聚合物复合材料 (FRP) 的最显著特征是其力学性质的各向异性, 在偏轴载荷 (基体主导) 作用下表现出明显的物理非线性力学行为^[1-2]。观察表明, 由于 FRP 微观结构上非均质性及界面的存在, 其非线性响应受到多种相互作用的物理机制所驱动, 即基体的屈服和纤维的重新定向等组分材料的非线性、纤维/基体的界面脱

黏及纤维和基体的损伤积累; 根据材料体系和加载条件的不同, 其非线性变形机制也不同。多年来, 人们对描述 FRP 应力-应变本构关系进行了大量研究, 建模中主要考虑速率依赖^[3]、拉压不对称^[4-5]、黏滞行为^[6]、卸载特性^[7]、应力分量间的相互作用^[8]及环境因素^[9]等对力学性能的影响, 反映了 FRP 非线性行为的多样性和复杂性。然而,

收稿日期: 2020-11-13; 录用日期: 2021-01-02; 网络首发时间: 2021-01-15 16:34:50

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20210115.002>

基金项目: 国家自然科学基金 (52078362)

通信作者: 肖毅, 教授, 博士生导师, 研究方向为复合材料力学、结构强度分析与设计 E-mail: y_xiao@tongji.edu.cn

引用格式: 成磊, 肖毅, 王杰, 等. 一种预测复合材料棘轮行为的循环塑性-损伤模型 [J]. 复合材料学报, 2021, 38(10): 3338-3350.

CHENG Lei, XIAO Yi, WANG Jie, et al. A cyclic plasticity-damage model for predicting ratcheting behavior of composite materials[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2021, 38(10): 3338-3350(in Chinese).

该类复合材料构件在实际应用中不可避免地会承受某种循环载荷的作用,尤其是对于承受非对称应力循环加载的工程结构来说,棘轮行为对其安全性和寿命评价是十分重要的。因此,通过建立棘轮行为本构模型、揭示其微观机制对开展复合材料力学研究,具有实际意义且富有挑战性。

自上世纪 90 年代以来,Ohno 等^[10-11],陈旭等^[12],Kang^[13]等先后对金属材料棘轮行为及其循环本构模型的研究进展进行了详细总结。认为 Armstrong 和 Frederick^[14]提出的非线性随动硬化模型(简称 A-F 模型)在描述各向同性材料棘轮行为方面具有很多优势。其中应变硬化和动态恢复引起的背应力非线性演化的概念,表达式简单且物理上合理。后续的 Brower^[15]、Chaboche^[16]、Ohno 和 Wang^[17-18]、Jiang 和 Sehitoglu^[19]等,基本上都是基于该模型来修正的。显示了改进的 A-F 模型在考虑循环软化行为、温度历史、时间相关因素方面,对非比例多轴棘轮行为的预测能力。虽然对棘轮行为的研究已经从均匀材料逐步扩大到了非均匀的复合材料,包括金属基复合材料,但目前大多仅限于研究颗粒增强,或短纤维增强金属基复合材料(各向同性材料),A-F 模型仍可适用^[20]。然而对于连续纤维增强复合材料,包括金属基复合材料^[21]及聚合物基复合材料,由于它们具有各向异性和非均质等特殊性质,A-F 模型能否在该类材料循环本构理论发展中得到推广与应用一直是研究者关注的热点问题,目前尚未见到相关文献。

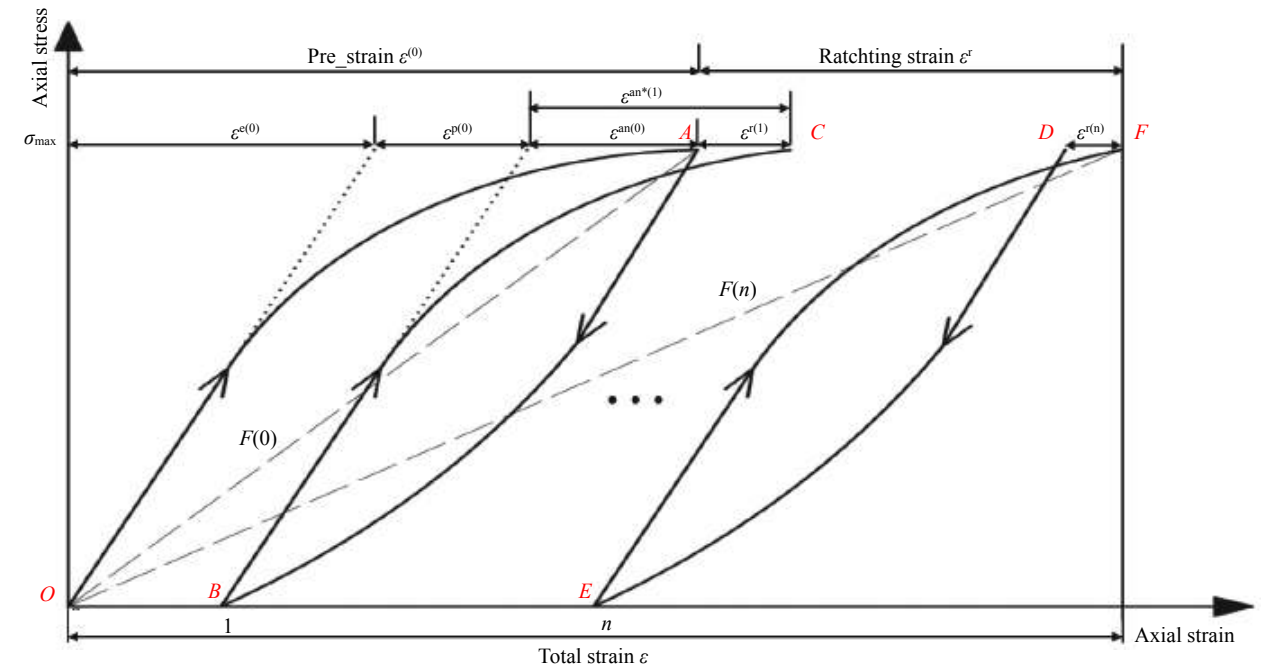
为了更好地认识 FRP 材的循环变形行为(包括棘轮行为),一些学者如王艳锋等^[22]、刘煦等^[23]开展了复合材料棘轮行为的实验研究。重点观察了轴向棘轮行为与平均应力、应力幅值、加载速率和峰值保持时间之间的关系,揭示 FRP 材棘轮行为的特征,为后续相应的循环本构模型的建立提供了实验基础。但是,上述研究并没有涉及到纤维取向对棘轮行为的影响问题。Sakai 等^[24]研究了对称斜交铺层碳纤维/环氧树脂和碳纤维/聚醚醚酮(PEEK)复合材料层合板的低周疲劳性能,观察到棘轮效应与疲劳损伤累积呈现明确的对应关系,认为偏轴塑性变形和疲劳损伤积累是导致棘轮行为及刚度退化的主要机制,当棘轮变形畸变或达到饱和状态时,最终发生疲劳失效。Kawai 等^[25-26]通过单轴循环试验观察了单向碳纤维/环氧复合材料在高温下的偏轴棘轮行为随纤维取向、时间、应力幅值及应力比的变化,基于多轴 Bailey-

Norton 蠕变法则,建立了一种描述偏轴棘轮效应(蠕变)的工程模型。但是,该模型仅适于预测棘轮变形的时变行为,不能反映非线性迟滞回环行为。Rui 等^[27]提出了一种与速率无关的单向复合材料循环塑性本构模型,并结合层合理论预测了石墨纤维/聚醚醚酮(AS4/ PEEK)热塑性复合材料层合板的循环应力应变响应。该模型的特征为:采用单参数型的屈服面;变形过程分解为原生变形和非原生变形,原生变形对应于初次加载和重载,非原生变形对应于前一个最大应力范围内的后续加载,该范围由单参数型记忆面定义;循环软化是基于线性随动硬化率,以广义塑性模量变化形式实现的;简化起见采用了屈服面消失假设。虽然实验结果与模型模拟结果的吻合较好,但是不能反映棘轮效应。Zhu 等^[28]在上述循环本构模型基础上,采用细观力学方法对在单轴循环载荷下的碳纤维/环氧(IM7/5 260)复合材料循环行为进行了分析预测。之后他们^[29]又提出了基于过应力粘塑性模型用以描述聚合物基复合材料在加-卸载过程中随速率变化的行为。这些工作对其后的发展复合材料循环本构模型及合理预测棘轮行为奠定了基础。

WANG 等^[4-5,7]和 LV 等^[9]在研究复合材料复杂的非线性力学响应方面,对 Sun-Chen 单参数塑性模型进行了一系列改进工作。首先,在考虑拉伸/压缩不对称问题方面,构建了考虑静水压影响的广义 Hill 屈服准则,通过关联流动准则获取增量式的塑性应变;其次,对于卸载-重加载中非线性迟滞行为,通过非线性卸载特性中引入滞弹性应变(可恢复应变),获取了塑性应变与滞弹性应变间的相关关系,提出了基于双参数 Weibull 模型的唯象方法,有效地描述了复杂的非线性迟滞行为。基于这些研究,本文尝试构建一种循环塑性-损伤模型,即与疲劳损伤模型相结合,得以描述纤维增强复合材料在加载时的非线性响应,卸载和重加载时的迟滞行为及大量循环下的棘轮效应。

1 理论模型

基于文献 [25-26] 的试验观察,图 1 为单向复合材料偏轴试件在恒幅循环载荷作用下的应力-应变响应的相关参数定义和典型特征。其特征可概括为:(1)初期加载至最大应力 A 点后卸载至应力零点(B 点)时出现塑性变形,表明材料在加载线路中非线性变形含有塑性变形 $\epsilon^p(0)$,塑性变形依



$\sigma_{\max}$ —Maximum stress; ε , ε^e , ε^p , ε^{an} , ε^r , ε^{an*} —Total, elastic, plastic, anelastic, ratcheting and sum of anelastic and ratcheting strain; $F(n)$ —Fatigue modulus

图1 单向纤维增强聚合物复合材料 (FRP) 在偏轴循环载荷下应力-应变曲线的典型特征

Fig. 1 Typical features of stress-strain curves for unidirectional fiber reinforced polymer (FRP) laminates under off-axis cycle loading

赖于卸载应力水平的大小；(2) 卸载线路 (AB 段) 中呈现出显著非线性卸载行为引起的应变恢复量 (不同于金属材料的线弹性卸载)，表明材料非线性变形中含有可恢复的非线性成分，定义为滞弹性应变 $\varepsilon^{an(0)}$ ，其变形也同样依赖于卸载应力水平的大小；(3) 重加载 (BC 段) 与卸载线路 (AB 段) 不一致而引起迟滞现象。当重加载至卸载最大应力 C 点时，新产生的滞弹性应变 $\varepsilon^{an*(0)}$ 较卸载时 A 点的滞弹性应变 $\varepsilon^{an(0)}$ 大，导致迟滞回环呈现开口形式，即棘轮效应，一个迟滞回环中所产生的棘轮应变定义为 $\varepsilon^r(i)$ (第 i 个周期)。

这些特征表明，材料总应变可分解为弹性、滞弹性、塑性和棘轮应变四部分。弹性应变与应力呈线性关系，在各阶段表现一致；塑性应变在加载阶段与应力呈非线性关系，在卸载和重加载阶段保持不变；滞弹性应变在加、卸载和重加载阶段均与应力呈非线性变化，但演化不同。棘轮应变简化为后续循环损伤累积所引起的疲劳模量退化来处理。另一方面，材料在非对称循环加载过程中产生的迟滞回环形态的演化假定为 3 种不同形式，即循环稳定、循环硬化和循环软化；通过引入材料的内部状态变量来表征迟滞行为演化。以下将采用不同本构关系来描述加载、卸载和重加载阶段的循环塑性损伤响应。

1.1 初始加载塑性和滞弹性应变

本节重点探讨加载阶段中塑性和滞弹性的应力-应变关系。文献 [4] 在 Sun-Chen 单参数模型的框架下，考虑拉压不对称性问题时，提出了广义 Hill 屈服准则：

$$f_{Hill}^* = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\sigma_{23}^2 + 2a_{66}\Gamma^2 (\sigma_{13}^2 + \sigma_{12}^2) \right]} + \sqrt{\frac{1}{2} (\Gamma - 1) (\sigma_{22} + \sigma_{33})} \tag{1}$$

其中： a_{66} 为表征剪切/横向塑性变形比参数； $\sigma_{ij} (i, j=1, 2, 3)$ 为二阶应力张量分量，下同； Γ 为表征横向拉压强度比参数。三维等效应力为

$$\sigma_{eff}^{3D} = \sqrt{\frac{3}{2} \left[(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\sigma_{23}^2 + 2a_{66}\Gamma^2 (\sigma_{31}^2 + \sigma_{12}^2) \right]} + \sqrt{\frac{3}{2} (\Gamma - 1) (\sigma_{22} + \sigma_{33})} \tag{2}$$

若不考虑拉压不等，则 $\Gamma = 1$ ，即退化为 Sun-Chen 单参数模型；在平面应力状态下，等效应力为

$$\sigma_{eff}^{2D} = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2)} = \sqrt{3} f_{Hill} \tag{3}$$

由关联流动准则可知，等效塑性应变可表示

成如下形式:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial f_{\text{Hill}}}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda^p \quad (4)$$

其中, $d\lambda^p$ 为无量纲的比例系数。

在初始加载阶段, 单位体积塑性功增量为

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_{\text{eff}} d\varepsilon_{\text{eff}}^p \quad (5)$$

式中: σ_{eff} 为等效应力; $d\varepsilon_{\text{eff}}^p$ 为等效塑性应变增量。

将式 (3) 代入式 (4)、式 (5), 可得:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \sigma_{ij}} d\varepsilon_{\text{eff}}^p \quad (6)$$

将式 (3) 代入式 (6), 可得平面应力状态下塑性应变增量和等效塑性应变增量关系:

$$\{d\varepsilon_{11}^p, d\varepsilon_{22}^p, d\varepsilon_{12}^p\}^T = \left\{0, \frac{3\sigma_{22}}{2\sigma_{\text{eff}}^{2D}}, \frac{3a_{66}\sigma_{12}}{\sigma_{\text{eff}}^{2D}}\right\}^T d\varepsilon_{\text{eff}}^p \quad (7)$$

式中, T 表示转置矩阵。

采用等向强化描述屈服后的塑性流动, 令塑性硬化主曲线形式如下:

$$\varepsilon_{\text{eff}}^p = A^p (\sigma_{\text{eff}})^n \quad (8)$$

硬化系数为

$$H_p = \frac{d\sigma_{\text{eff}}}{d\varepsilon_{\text{eff}}^p} = \frac{1}{A^p n (\sigma_{\text{eff}})^{n-1}} \quad (9)$$

塑性柔度矩阵可根据式 (4)~(8) 得到:

$$S_{ijkl}^p = \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \sigma_{kl}} \left/ \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \varepsilon_{\text{eff}}^p} \right. \quad (10)$$

式中, $S_{ijkl}^p (i,j,k,l=1,2,3)$ 表示三维塑性柔度矩阵。

文献 [7] 发现, 由于在加载阶段中, 滞弹性应变 ε^{an} 和塑性应变 ε^p 保持线性关系, 因此滞弹性应变的演化可用同样的方式来表示:

$$\varepsilon_{\text{eff}}^{\text{an}} = A^{\text{an}} (\sigma_{\text{eff}})^n = H \cdot A^p (\sigma_{\text{eff}})^n \quad (11)$$

其中: H 为滞弹性应变和塑性应变的比例系数; A^p 、 A^{an} 表示塑性、滞弹性主曲线的拟合参数。因此滞弹性柔度矩阵为

$$S_{ijkl}^{\text{an}} = \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \sigma_{kl}} \left/ \frac{\partial \sigma_{\text{eff}}}{\partial \varepsilon_{\text{eff}}^{\text{an}}} \right. \quad (12)$$

式中, $S_{ijkl}^{\text{an}} (i,j,k,l=1,2,3)$ 表示三维滞弹性柔度矩阵。

1.2 卸载和重加载迟滞回环

本文采用文献 [7] 提出的基于双参数 Weibull 模型来描述卸载-重加载阶段非线性滞弹性应变的演化, 并假定式中非线性参数具有拉压不对称性:

$$P_{\text{un}} = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_{\text{un}} - \sigma}{\sigma_{\text{un}}} \right)^w \right] \quad (13)$$

$$P_{\text{re}} = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{un}}} \right)^w \right] \quad (14)$$

式中: P 的含义与“概率”一致; P_{un} 、 P_{re} 分别为卸载和重加载阶段的概率; σ_{un} 为卸载起始处的应力 (横向和剪切方向); σ 为卸载和重加载过程中的应力 (横向和剪切方向); σ_{un} 表示卸载起始处应力; w 表征着卸载路径和滞弹性应变恢复速度。由于重加载阶段可看作卸载的逆过程, 将卸载应力-应变曲线中 $\sigma_{\text{un}} - \sigma$ 替换成 σ , $\varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}} - \varepsilon^{\text{an}}$ 替换成 $\varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}}$, 即可得到重加载曲线。

为表现卸载-重加载时滞弹性应变演化, 式 (13) 和 (14) 可写成:

$$P_{\text{un}} = \frac{\varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}} - \varepsilon^{\text{an}}}{\kappa \cdot \varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}}} \quad (15)$$

$$P_{\text{re}} = \frac{\varepsilon^{\text{an}}}{\kappa \cdot \varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}*}} \quad (16)$$

式中: $\varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}}$ 表示卸载起始点处滞弹性应变; $\varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}*}$ 表示重加载终点处滞弹性应变, 且 $\varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}*} = \varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}} + \varepsilon^{\text{r}(0)}$ (下同); $\varepsilon^{\text{r}(0)}$ 为首次重加载产生棘轮效应的棘轮应变, 可根据疲劳模量退化求得。 κ 是与材料特性相关的内部状态变量参数, 反映了迟滞回环形态的演化规律, 将在后续 1.4 节中讨论。

联立式 (13)~(16) 可得循环卸载-重加载过程滞弹性应变随应力的演化关系:

$$\varepsilon^{\text{an}} = \begin{cases} \varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}} \left\{ 1 - \kappa \left[1 - \exp \left[- \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{\text{un}}} \right)^w \right] \right] \right\}, \text{Unloading} \\ \varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}*} \kappa \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{un}}} \right)^w \right] \right], \text{Reloading} \end{cases} \quad (17)$$

考虑到应力比 $R \neq 0$ 的情况, 将式 (16) 和 (17) 修正为

$$\varepsilon^{\text{an}} = \begin{cases} \varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}} \left\{ 1 - \kappa \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{1 - \sigma / \sigma_{\text{un}}}{1 - R} \right)^w \right] \right] \right\}, \text{Unloading} \\ \varepsilon_{\text{un}}^{\text{an}*} \kappa \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma / \sigma_{\text{un}} - R}{1 - R} \right)^w \right] \right], \text{Reloading} \end{cases} \quad (18)$$

式 (18) 迟滞回环开口, 表征棘轮效应, 称为“Ratcheting model”。

考虑到偏轴角度和应力水平对卸载-重加载迟滞回环的影响, 将迟滞回环参数 w 表示成等效应力 σ_{eff} 的函数形式:

$$w = \mu (\sigma_{\text{eff}} - \sigma^0)^m + w^0 \quad (19)$$

式中, μ 、 m 、 σ^0 、 w^0 为材料常数, 且 $\langle x \rangle = x, (x \geq 0)$;

$\langle x \rangle = 0, (x < 0)$ 。式 (19) 采用了阈值 w^0 来表示接近于线性的卸载-重加载过程, 当等效应力较小即 $\sigma_{\text{eff}} < \sigma^0$ 时, $w = w^0$, 卸载-重加载阶段呈线性响应; 当等效应力较大即 $\sigma_{\text{eff}} \geq \sigma^0$ 时, 非线性参数 w 随之增大, 使卸载-重加载阶段呈非线性响应。

1.3 棘轮效应

如前所述, 在循环卸载和重加载阶段中, 滞弹性应变的演化规律恒定前提下, 棘轮应变可简化处理为循环损伤累积所引起的疲劳模量退化进行求解。

根据 Shokrich 和 Lessard^[30] 提出的疲劳累积损伤模型, 对于任意应力比和应力水平作用下的刚度退化表达式如下:

$$E(n, \sigma, R) = \left[1 - \left(\frac{\lg n - \lg 0.25}{\lg N_f - \lg 0.25} \right)^{\lambda} \right]^{1/\gamma} \left[E(0) - \frac{\sigma_{\max}}{\varepsilon_f} \right] + \frac{\sigma_{\max}}{\varepsilon_f} \quad (20)$$

式中: $E(n, \sigma, R)$ 表示各个循环的切线模量, 与循环次数 n 、应力 σ 、应力比 R 有关; N_f 表示疲劳寿命; $E(0)$ 为初始切线模量; $\sigma_{\max}$ 代表循环最大应力; ε_f 为疲劳失效应变; λ 、 γ 为试验拟合参数。

由于上述模型是基于线弹性应力-应变关系考虑的, 因此上式给出的是切线模量的退化表达式。然而 Lee 等^[31] 指出, 碳纤维单向复合材料在疲劳载荷下具有明显的非线性应力-应变响应, 此时用疲劳模量 $F(n)$ 代替切线模量 $E(n)$ 来表征层合板的刚度变化更合适。

疲劳模量的定义如下 (如图 1 所示):

$$F(n) = \sigma_{\max} / \varepsilon(n) \quad (21)$$

且 $F(0) \approx E(0)$, $F(N) = F_f$ 。其中: $\sigma_{\max}$ 代表循环最大应力, $\varepsilon(n)$ 为第 n 个循环的最大应变; F_f 为疲劳失效模量, 且认为初始疲劳模量与切线模量近似相等。导出复合材料疲劳损伤剩余疲劳模量表达式如下:

$$F(n, \sigma, R) = \left[1 - \left(\frac{\lg n - \lg 0.25}{\lg N_f - \lg 0.25} \right)^{\lambda} \right]^{1/\gamma} \left[F(0) - \frac{\sigma_{\max}}{\varepsilon_f} \right] + \frac{\sigma_{\max}}{\varepsilon_f} \quad (22)$$

根据文献 [30], 单层板疲劳寿命 N_f , 可由 $\sigma - \lg(N_f)$ 按等寿命模型计算得到, 模型如下:

$$u = \frac{\lg\left(\frac{a}{f}\right)}{\lg[(1-q)(c+q)]} = A + B \lg N_f \quad (23)$$

其中: u 为等寿命模型中的幂指数; $a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2\sigma_t}$;

$q = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2\sigma_t}$; $c = \frac{\sigma_c}{\sigma_t}$; $\sigma_{\max}$ 、 $\sigma_{\min}$ 分别为循环的最大和最小应力; σ_t 、 σ_c 分别为拉伸强度和压缩强度; A 、 B 为与应力状态无关的拟合参数, 通过相应的单向板疲劳试验获得。依照经验, f 取值 1.06。

定义失效指数 $D(n) = 1 - F(n)/F(0)$, 则 $F(n) = (1 - D(n)) \cdot F(0)$, 其中, $F(0) = E(0)$ 。则

$$\varepsilon^{r(n)} = \frac{\sigma_{\max}}{F(n+1)} - \frac{\sigma_{\max}}{F(n)} \quad (24)$$

其中 $\varepsilon^{r(n)}$ 为循环棘轮应变, 且 $n \geq 0$, 代入失效指数, 可得:

$$\varepsilon^{r(n)} = \frac{\sigma_{\max}}{F(0)} \left(\frac{1}{1 - D(n+1)} - \frac{1}{1 - D(n)} \right) \quad (25)$$

将 $\varepsilon^{r(n)}$ 代入式 (18), 即可得后续循环中滞弹性应变-应力关系。

1.4 迟滞回环演化

虽然上述的式 (15) 和式 (16), κ 作为材料的内部变量可以表征卸载-重加载时滞弹性应变演化, 但它仅能适用稳态循环下的棘轮应变 (κ 为定值)。然而, 实际应用中不同性质的材料在非对称循环加载过程中会产生不同形式的迟滞回环形态演化, 即循环稳定, 循环硬化 (收缩) 和循环软化 (膨胀) 行为, 如图 2 所示。

为了对这些循环变形行为进行合理的描述, 因此本文尝试将 κ 扩展为表示损伤指数的函数, 与材料本身性质相关, 如下:

$$\kappa_n = \kappa_0 \cdot [(1 - D(n))]^\phi \quad (26)$$

其中: 初值 κ_0 为 1.582, 根据首次卸载起点和终点状态确定; ϕ 表征材料特性, 由试验获得。当 $\phi > 0$ 时, 迟滞回环发生“收缩”; 当 $\phi < 0$ 时, 迟滞回环发生“膨胀”; 当 $\phi = 0$ 时, 表示迟滞回环保持稳定状态。

2 模型验证

本文采用 Matlab 软件对上述的循环塑性/损伤模型进行编程, 对文献 [25-26] 提供的 T700S 碳纤维/环氧树脂单向复合材料在 70℃ 下的循环塑性和棘轮行为实验数据进行了模拟仿真与比较, 依此验证模型的正确性和程序的有效性; 为后续该模型应用于螺栓连接结构耐久性评估提供理论基础。

2.1 仿真方法

在数值仿真中, 将总应变增量分为弹性、塑

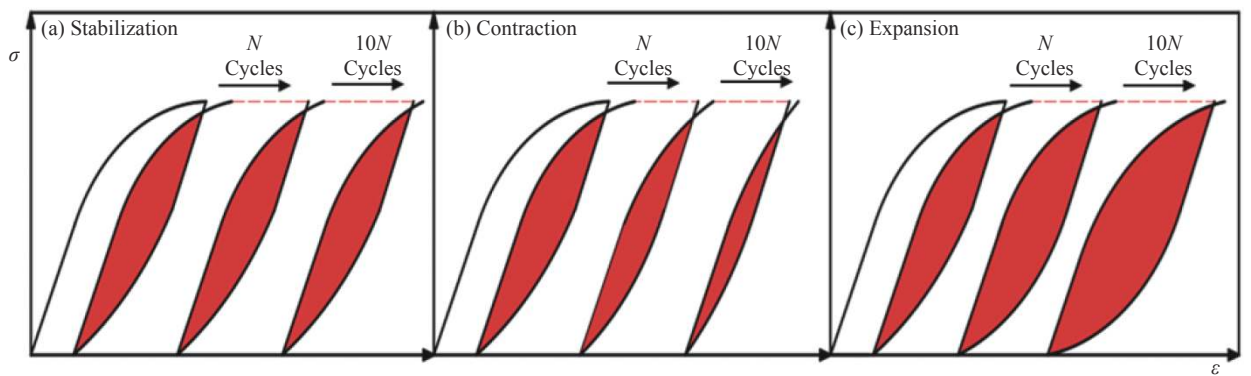


图 2 循环过程中迟滞回环的不同演化

Fig. 2 Different evolution of hysteresis loops during cyclic loading

性和滞弹性及棘轮四部分应变增量之和，由于 $\epsilon_{un}^{an*} = \epsilon_{un}^{an} + \epsilon^{r(n)}$ ，因此可写成如下形式：

$$d\epsilon^{total} = d\epsilon^e + d\epsilon^p + d\epsilon^{an*} = (S_{ij}^e + S_{ij}^p + S_{ij}^{an*})d\sigma_j \quad (27)$$

根据第二章所述的本构模型，可以导出循环过程中首次加载及卸载和重加载等不同阶段各个柔度矩阵 S_{ij}^e 、 S_{ij}^p 、 S_{ij}^{an*} 。具体形式参见附录。

2.2 模型参数确定

本模型中用于描述塑性、滞弹性及迟滞回环演化的参数共有 8 个，分别为 $a_{66}, A^p, A^{an}, n, \mu, m, w^0, \sigma^0$ 。这些参数均由文献 [7] 给出的 T700S/环氧树脂单向复合材料在 70℃ 下的非对称循环载荷试验中所获得的循环应力-应变曲线，直接提取前 2 个循环确定的。以下简要介绍相关参数的确定方法，详细见文献 [7]。

材料主方向应力分量和加载方向应力分量的关系如下：

$$\sigma_{11} = \cos^2\theta\sigma_x, \sigma_{22} = \sin^2\theta\sigma_x, \sigma_{12} = -\sin\theta\cos\theta\sigma_x \quad (28)$$

其中， θ 为加载方向 (x 方向) 和纤维方向 (1 方向) 的夹角。将式 (28) 代入式 (3) 可得：

$$\sigma_{eff} = h(\theta)\sigma_x \quad (29)$$

同理，加载方向塑性应变增量可表示为如下形式：

$$d\epsilon_x^p = \cos^2\theta d\epsilon_{11}^p + \sin^2\theta d\epsilon_{22}^p - 1/2 \sin 2\theta d\epsilon_{12}^p \quad (30)$$

将式 (7) 代入式 (30) 可得：

$$\epsilon_{eff}^p = \epsilon_x^p / h(\theta) \quad (31)$$

由于首次加载阶段，塑性应变与滞弹性应变成比例，因此可得：

$$\epsilon_{eff}^{an} = \epsilon_x^{an} / h(\theta) \quad (32)$$

式 (29)、式 (31)~(32) 中， $h(\theta)$ 为角度转换函数，形式如下：

$$h(\theta) = \left[\frac{3}{2} \left(\sin^4\theta + 2a_{66}\sin^2\theta\cos^2\theta \right) \right]^{1/2} \quad (33)$$

$$\frac{1}{E_x} = \frac{1}{E_1} \cos^4\theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2\theta\cos^2\theta + \frac{1}{E_2} \sin^4\theta \quad (34)$$

式中， E_x 为单向板加载方向的弹性模量，据此求弹性应变 ϵ_x^e 。

根据上述描述，首先通过初次加载及卸载曲线整理出 ϵ_x^e 、 ϵ_x^p 、 ϵ_x^{an} ，再通过试取不同的 a_{66} 得到等效应力和等效塑性应变 $\sigma_{eff} - \epsilon_{eff}^p$ 关系的主曲线，对主曲线进行拟合得到参数 A^p, n (见 图 3(a))；绘制轴向塑性应变与滞弹性应变 $\epsilon_x^p - \epsilon_x^{an}$ 关系曲线，由其比例关系得到参数 A^{an} (见 图 3(b))；在首个卸载和重加载迟滞回环中，按式 (18)、(32) 对卸载试验结果进行拟合，得到非线性参数 w ，再利用式 (19) 线性拟合得到参数 μ 、 m 、 σ^0 、 w^0 (见 图 3(c))；由于文献 [25-26] 给出的试验数据有限，本文取初始屈服应力的最小值近似为阈值 w^0 ；文献中指出 T700S/环氧树脂在后续循环过程中，迟滞回环基本无变化，因此取 $\varphi = 0$ 。

对于疲劳累积损伤模型中的参数 λ_{22} 、 γ_{22} 、 λ_{12} 、 γ_{12} 、 A_{22} 、 B_{22} 、 A_{12} 、 B_{12} ，通过沈媛臻等 [32] 和成磊 [33] 关于 T300/环氧树脂单向复合材料所进行的横向及剪切疲劳试验获得的 (详见附录 A-2)。考虑到这些与算例中所用材料和试验温度的不同，因此通过试错法，仅对参数 λ_{22} 修正。本文算例分析中采用的材料常数和模型标定参数见表 1。

2.3 算例分析

典型的偏轴角度为 45° 和 30° 单向板试件，在应力比为 $R=0$ 时获得的循环应力-应变曲线 (迟滞回环响应)，计算结果与试验结果 [25-26] 的对比如图 4、图 5 所示。两试件模拟结果表明，本模型

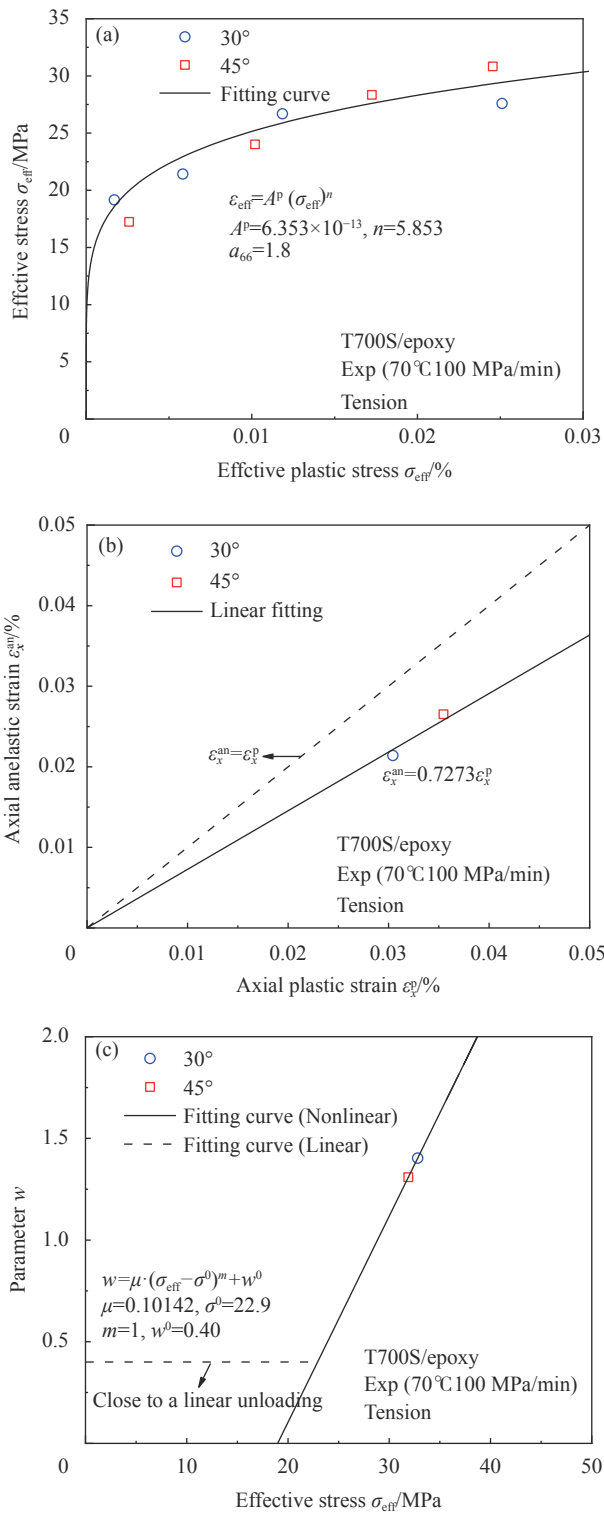


图3 T700S碳纤维/环氧树脂复合材料的初始加载与迟滞环参数确定^[25-26]

Fig. 3 Parameters identification of initial loading and hysteresis loop for T700S carbon fiber/epoxy composites^[25-26]

能够很好地捕捉到在循环载荷下所显示出的非线性迟滞行为及棘轮演化行为，包括特定周期下

表1 碳纤维/环氧树脂复合材料性能和模型参数 (70 °C)

Table 1 Properties and model parameters of carbon fiber/epoxy composites (70 °C)

Material property		Model parameter			
		Cycle plastic		Fatigue damage	
E_1 /GPa	124	a_{66}	1.8	λ_{22}	1.62
E_2 /GPa	7.93	A^p	6.35×10^{-13}	γ_{22}	0.21
G_{12} /GPa	3.74	A^{an}	4.62×10^{-13}	λ_{12}	0.70
μ_{12}	0.35	n	5.853	γ_{12}	7.10
Y_T /MPa	33.4	μ	0.10142	A_{22}	0.787
*Y_C /MPa	123	m	1	B_{22}	0.244
S_{12} /MPa	24.1	σ^0	22.9	A_{12}	-0.124
		w^0	0.40	B_{12}	0.251

Notes: E_1 —Longitudinal modulus; E_2 —Transverse modulus; G_{12} —Shear modulus; μ_{12} —Poisson's ratio; Y_T —Transverse tensile strength; *Y_C —Transverse compress strength, from the data of our research group; S_{12} —Shear strength; a_{66} —Shear/transverse plasticity ratio; A^p , A^{an} , n —Plasticity and anelasticity during initial loading; μ , m , σ^0 , w^0 —Hysteresis loop; λ_{22} , γ_{22} —Transverse fatigue modulus degradation; λ_{12} , γ_{12} —In-plane shear fatigue modulus degradation; A_{22} , B_{22} —Transverse fatigue life; A_{12} , B_{12} —In-plane shear fatigue life.

($N=1, 50, 100, 400$) 所对应的应力应变曲线特征 (见图 4(c)、图 5(c))。值得指出的是，可以发现试验中应力-应变滞回环的大小和形状在循环过程中基本上保持不变，30°试件与 45°试件相比滞回环要窄小。模拟结果与试验结果吻合较好，验证了本文提出模型的正确性与预测能力。

此外，为了验证本模型对不同应力比下循环曲线的预测能力，图 6(a)~6(d) 分别为 45°单向板在应力比 $R=0.5$ 时的试验与计算得到的应力-应变曲线，其中图 6(a)、图 6(c) 为试验结果，图 6(b)、图 6(d) 为计算结果。可知，当偏轴角度和应力水平相同时，应力比会影响迟滞回环的大小。同时，计算结果与试验结果吻合较好，进一步验证了本模型可以适用于预测任意偏轴角度、应力水平及应力比下非线性的循环应力-应变响应。

图 7(a) ~7(d) 为偏轴角 45°和 30°单向板试件对应于文献中不同应力比和应力水平工况下棘轮曲线的计算结果与试验结果的对比。其中棘轮应变定义为一个周期内最大应变和最小应变之和的平均值。试验加载速率恒定为 100 MPa/min，即周期 $T=33.6s$ ，因此可将时间转化为周期。可以看出，不同偏轴角度试件在不同的应力比和应力水平下的预测情况与试验数据均吻合良好，再次验证了

本模型的正确性，且表明该模型较准确地描述了 T700S/环氧树脂复合材料单向板在偏轴循环载荷

下的滞回行为和棘轮行为 (包括不同应力水平和应力比特征等)。

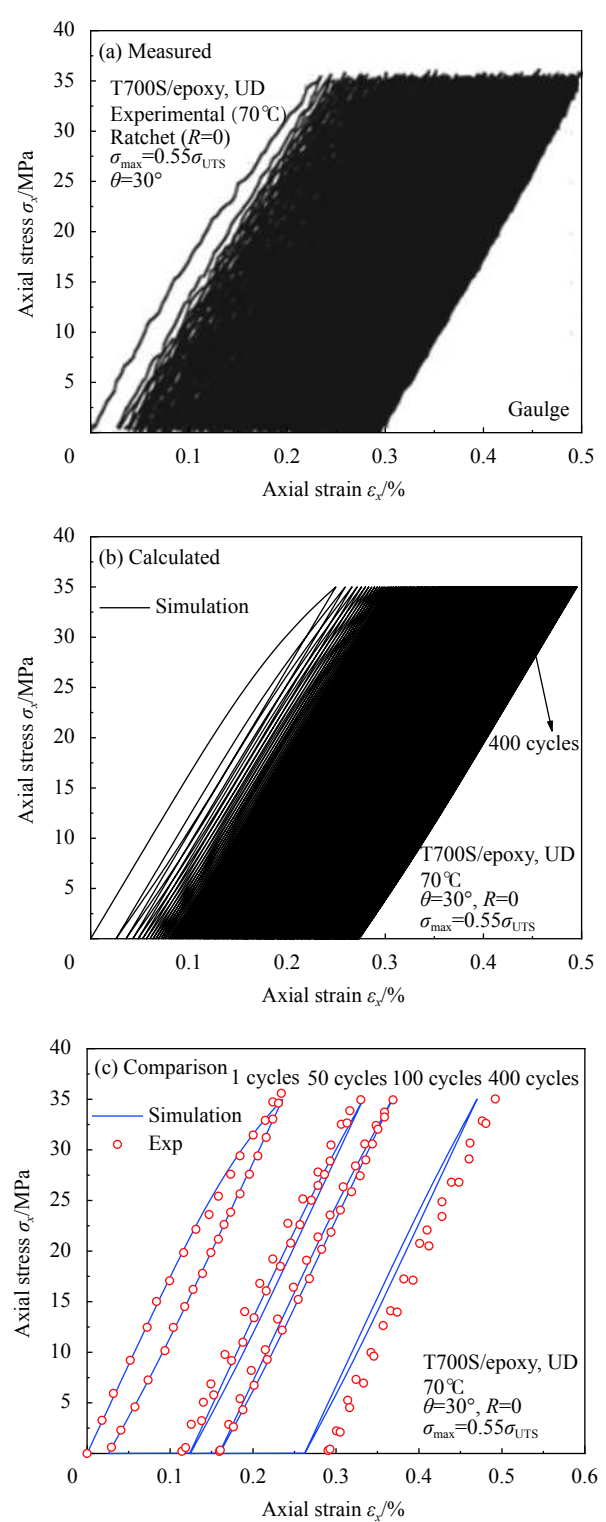


图 4 计算与测试出的 T700S/环氧树脂复合材料的迟滞环响应 (30°试件)^[25-26]

Fig. 4 Calculated and measured hysteresis loop response of T700S/epoxy unidirectional laminates (30°)^[25-26]

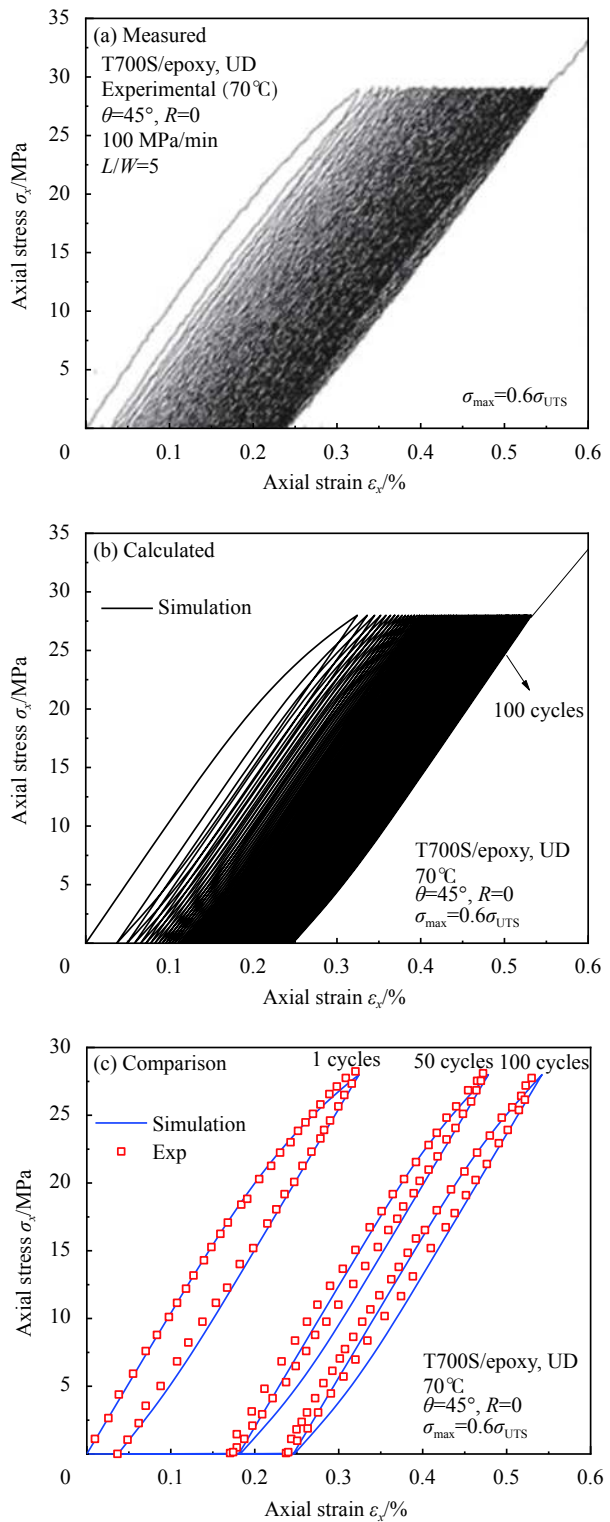


图 5 计算与测试出的 T700S/环氧树脂复合材料的迟滞环响应 (45°试件)^[25-26]

Fig. 5 Calculated and measured hysteresis loop response of T700S/epoxy unidirectional laminates (45°)^[25-26]

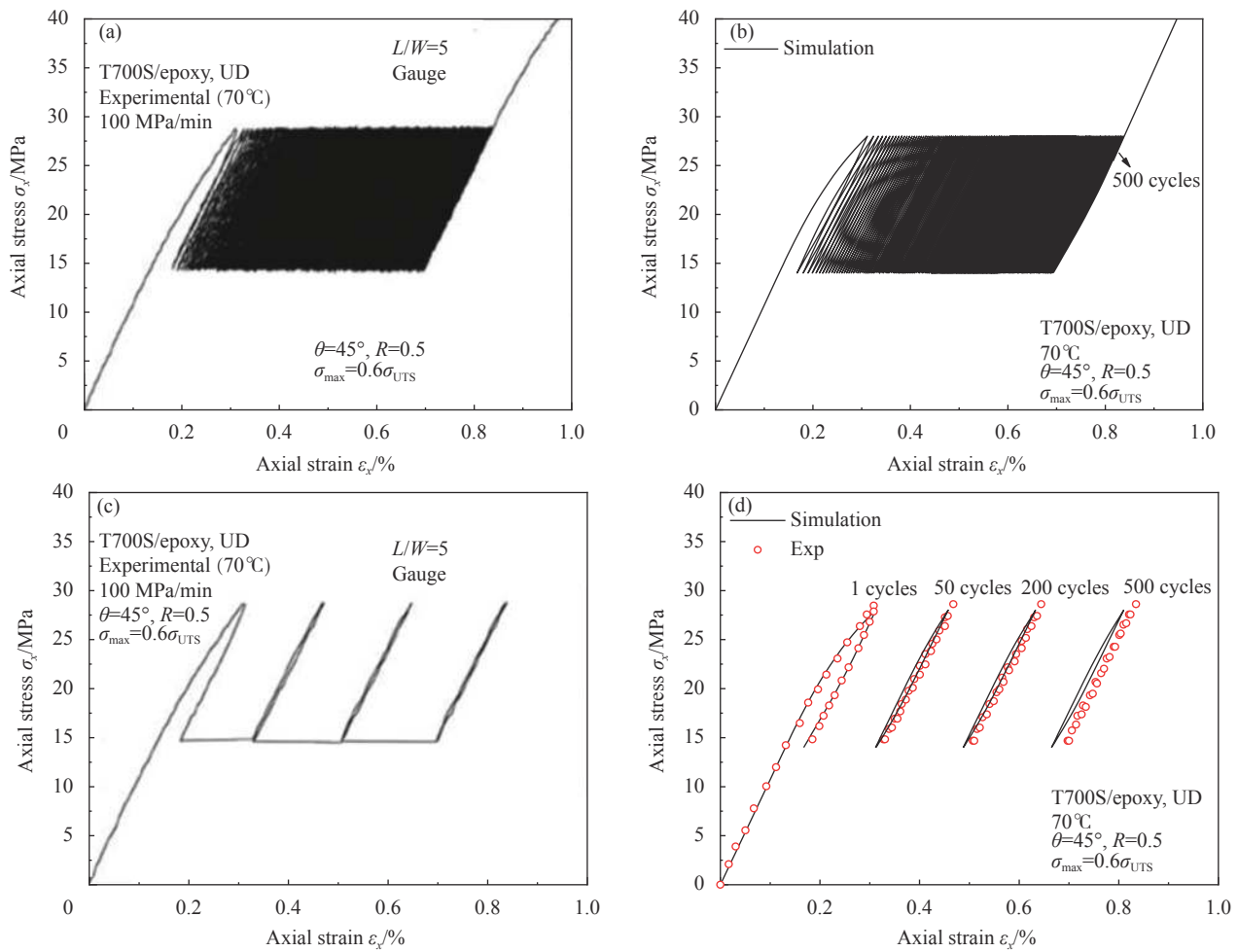


图6 计算与测试出的 T700S/环氧树脂复合材料的迟滞回环响应 (45°试件)^[25-26]

Fig. 6 Calculated and measured hysteresis loop response of T700S/epoxy unidirectional laminates (45°)^[25-26]

3 结论

(1) 为了有效地预测纤维增强复合材料在循环载荷作用下的应力-应变响应, 提出了一种循环塑性-损伤模型。该模型与疲劳损伤模型相结合, 进一步扩展了描述非线性滞后行为的弹塑性本构模型, 可以考虑加载时的非线性响应, 卸载和重加载时的迟滞行为及大量循环下的棘轮效应等。

(2) 模型验证结果表明, 该模型可以准确地预测 T700S 碳纤维/环氧树脂单向复合材料在非对称循环加载下的非线性应力-应变响应和棘轮行为。这些循环变形特征依赖于纤维取向(偏轴角度)、应力水平和应力比等, 预测与试验结果均吻合得很好, 有效验证了本模型的合理性, 为复合材料结构的循环塑性分析提供了理论依据。

(3) 尽管提出的分段式模型在分析加载、卸载及重加载阶段中非线性应力-应变响应是有效的,

但是, 其他各类不同性质变形仍然难以统一地反映在同一本构模型中, 因此基于统一黏塑性框架, 拓展 Armstrong-Frederick 非线性随动硬化模型, 是后续深入研究的重点。

附录

A-1 平面应力状态下各阶段弹性、塑性、滞弹性柔度矩阵

弹性柔度矩阵:

$$[S^e] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-\nu_{12}}{E_{11}} & 0 \\ \frac{1}{E_{11}} & \frac{-\nu_{21}}{E_{11}} & 0 \\ \text{sym} & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (\text{A-1})$$

弹性柔度矩阵在各个阶段均保持不变。

塑性柔度矩阵:

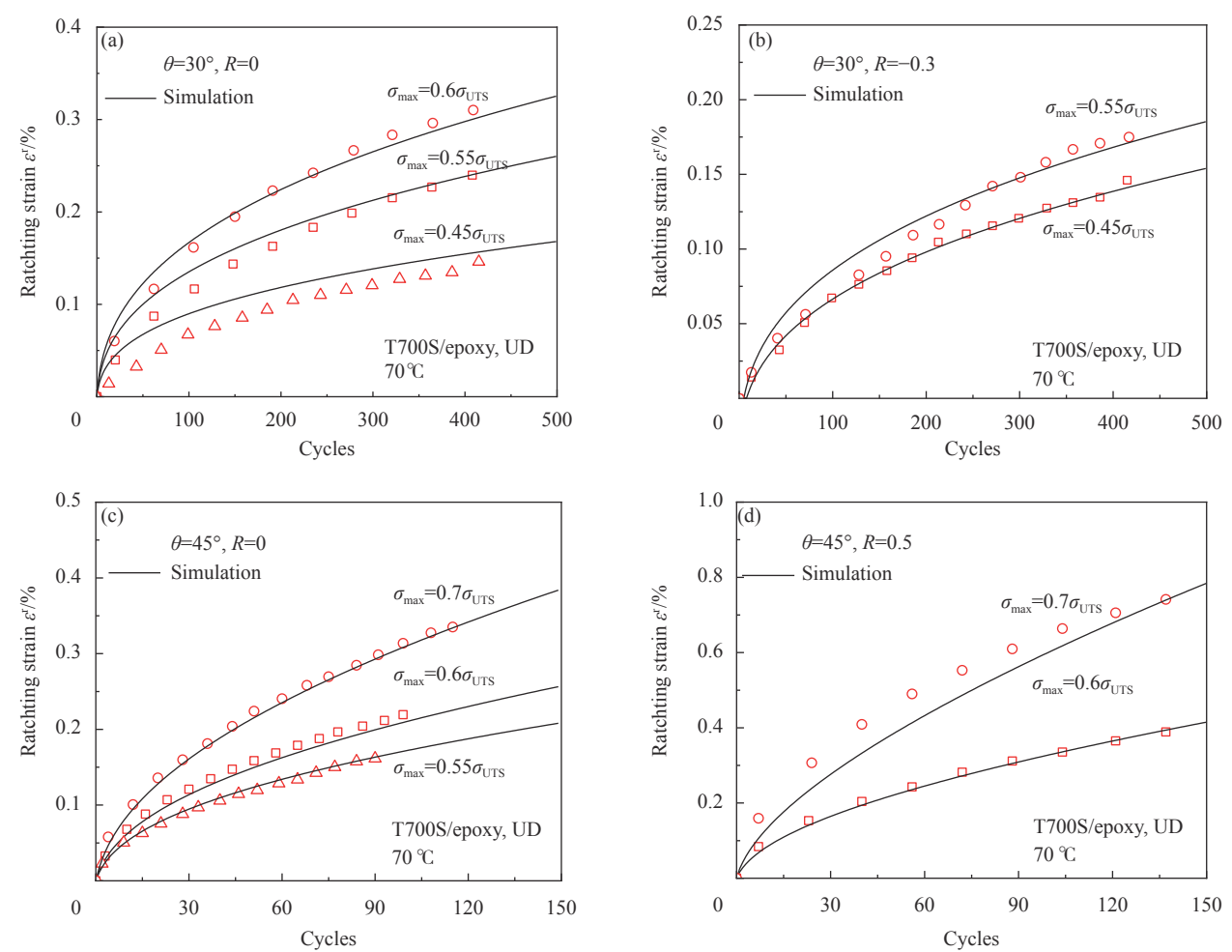


图 7 计算和测试出的 T700S/环氧树脂复合材料棘轮应变-循环周次曲线^[25-26]

Fig. 7 Calculated and measured ratcheting strain-cycle curves of T700S/epoxy unidirectional laminates^[25-26]

加载阶段:

$$[S^p] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & S_{22}^p & S_{26}^p \\ sym & & S_{66}^p \end{bmatrix} \tag{A-2}$$

其中:

$$\begin{cases} S_{22}^p = \frac{1}{H_p} \left(\frac{3\sigma_{22}}{2\sigma_{eff}^{2D}} \right)^2 \\ S_{26}^p = \frac{3a_{66}\sigma_{12}}{H_p\sigma_{eff}^{2D}} \left(\frac{3\sigma_{22}}{2\sigma_{eff}^{2D}} \right) \\ S_{66}^p = \frac{1}{H_p} \left(\frac{3a_{66}\sigma_{12}}{\sigma_{eff}^{2D}} \right)^2 \end{cases} \tag{A-3}$$

式中, $H_p = \frac{1}{A^pn(\sigma_{eff})^{n-1}}$

在卸载和重加载阶段, 塑性柔度矩阵均为零矩阵。

滞弹性柔度矩阵:

首次加载阶段:

$$[S^{an}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & S_{22}^{an} & S_{26}^{an} \\ sym & & S_{66}^{an} \end{bmatrix} \tag{A-4}$$

其中:

$$\begin{cases} S_{22}^{an} = \frac{1}{H_{an}} \left(\frac{3\sigma_{22}}{2\sigma_{eff}^{2D}} \right)^2 \\ S_{26}^{an} = \frac{3a_{66}\sigma_{12}}{H_{an}\sigma_{eff}^{2D}} \left(\frac{3\sigma_{22}}{2\sigma_{eff}^{2D}} \right) \\ S_{66}^{an} = \frac{1}{H_{an}} \left(\frac{3a_{66}\sigma_{12}}{\sigma_{eff}^{2D}} \right)^2 \end{cases} \tag{A-5}$$

式中, $H_{an} = \frac{1}{A^{an}n(\sigma_{eff})^{n-1}}$

卸载阶段:

$$[S^{an}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & S_{22}^{an} & S_{26}^{an} \\ sym & & S_{66}^{an} \end{bmatrix}$$

(A-6)

其中：

$$\begin{cases} S_{22}^{an} = \frac{\kappa_n W \mathcal{E}_{22_un}^{an}}{\sigma_{22_un}(1-R)} \exp \left[- \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22_un}}}{1-R} \right)^w \right] \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22_un}}}{1-R} \right)^{w-1} \\ S_{66}^{an} = \frac{\kappa_n W \mathcal{E}_{12_un}^{an}}{\sigma_{12_un}(1-R)} \exp \left[- \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12_un}}}{1-R} \right)^w \right] \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12_un}}}{1-R} \right)^{w-1} \end{cases}$$

(A-7)

重加载阶段：

其中：

$$[S^{an}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & S_{22}^{an} & S_{26}^{an} \\ sym & & S_{66}^{an} \end{bmatrix}$$

(A-8)

$$\begin{cases} S_{22}^{an} = \frac{\kappa_n W \mathcal{E}_{22_un}^{an*}}{\sigma_{22_un}(1-R)} \exp \left[- \left(\frac{\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22_un}} - R}{1-R} \right)^w \right] \left(\frac{\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22_un}} - R}{1-R} \right)^{w-1} \\ S_{66}^{an} = \frac{\kappa_n W \mathcal{E}_{12_un}^{an*}}{\sigma_{12_un}(1-R)} \exp \left[- \left(\frac{\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12_un}} - R}{1-R} \right)^w \right] \left(\frac{\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12_un}} - R}{1-R} \right)^{w-1} \end{cases}$$

(A-9)

式中：

$$\mathcal{E}_{un}^{an*} = \mathcal{E}_{un}^{an} + \mathcal{E}^{r(n)}$$

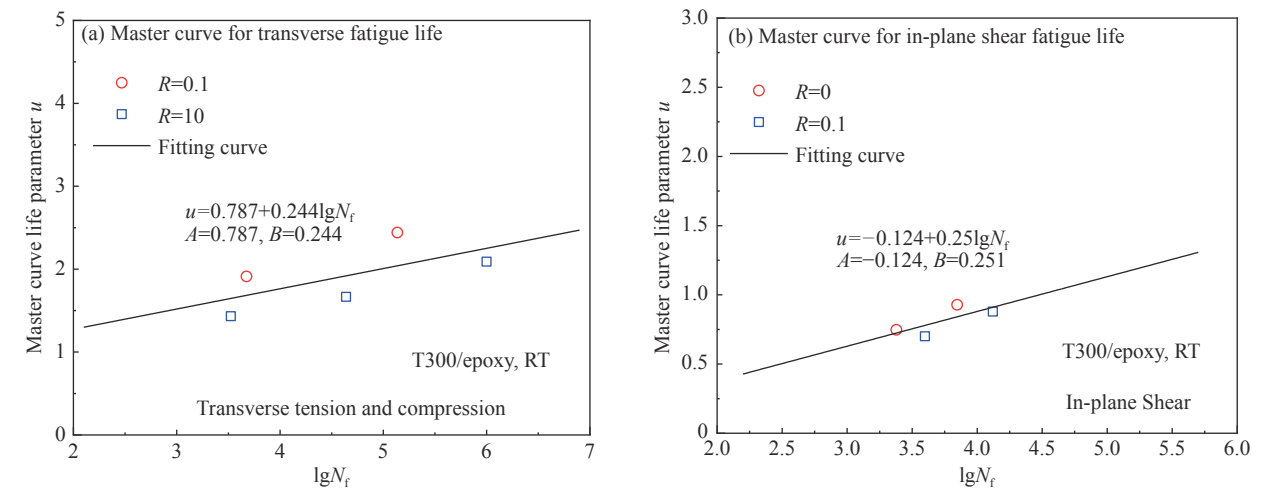
$$\mathcal{E}^{r(n)} = \frac{\sigma_{max}}{F(0)} \left(\frac{1}{1-D(n+1)} - \frac{1}{1-D(n)} \right)$$

(A-10)

A-2 T300/Epoxy 复合材料疲劳损伤参数确定

沈媛臻等^[32]和成磊^[33]以 Shokrieh 等^[30]提出的

疲劳累积损伤力学模型为基础，通过疲劳实验对 T300/环氧树脂单向复合材料的疲劳性能进行了定量评估，确定了疲劳累积损伤模型参数。附录图 A-1 为模型参数确定的结果，其中图 A-1(a)、图 A-1(b) 分别为疲劳寿命模型中横向、面内剪切方向的参数确定结果；图 A-1(c)、图 A-1(d) 分别为疲劳模量退化模型中横向、面内剪切方向的参数确定结果。



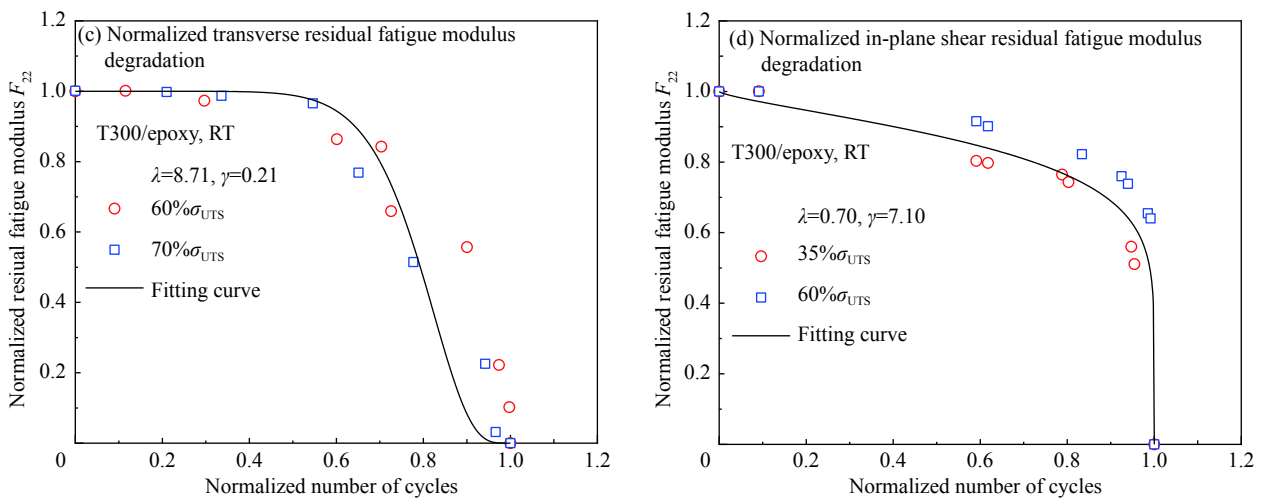


图 A-1 T300 碳纤维/环氧树脂复合材料的疲劳累积损伤参数确定^[32-33]

Fig. A-1 Determination of progressive fatigue damage parameters of T300 carbon fiber/epoxy composites^[32-33]

参考文献:

[1] 罗祖道, 王震鸣. 复合材料力学进展[M]. 北京: 北京大学出版社, 1992.

LUO Z D, WANG Z M. Progress in composite material mechanics[M]. Beijing: Peking University Press, 1992(in Chinese).

[2] FALLAHI H, TAHERI-BEHROOZ F, ASADI A. Nonlinear mechanical response of polymer matrix composites: A review[J]. *Polymer Reviews*, 2020, 60(1): 42-85.

[3] KAWAI M, ZHANG J Q, XIAO Y, et al. Modeling of tension-compression asymmetry in off-axis nonlinear rate-dependent behavior of unidirectional carbon/epoxy composites[J]. *Journal of Composite Materials*, 2010, 44(1): 75-94.

[4] WANG J, XIAO Y. Some improvements on Sun-Chen's one-parameter plasticity model for fibrous composites-Part I: Constitutive modelling for tension-compression asymmetry response[J]. *Journal of Composite Materials*, 2017, 51(3): 405-418.

[5] WANG J, XIAO Y, KAWAI M. Parameter identification problem in one-parameter plasticity model for fibrous composites[J]. *Advanced Composite Materials*, 2019, 28: 29-51.

[6] DROZDOV A D. Cyclic thermo-viscoplasticity of high density polyethylene[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2010, 47(11-12): 1592-1602.

[7] WANG J, XIAO Y, INOUE K, et al. Modeling of nonlinear response in loading-unloading tests for fibrous composites under tension and compression[J]. *Composite Structures*, 2019, 207: 894-908.

[8] 薛康, 肖毅, 王杰, 等. 单向纤维增强聚合物复合材料压缩渐进破坏[J]. *复合材料学报*, 2019, 36(6): 1398-1412.

XUE K, XIAO Y, WANG J, et al. Compression progressive failure of unidirectional fiber reinforced polymer composites[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2019, 36(6): 1398-1412(in Chinese).

[9] LV J X, XIAO Y, ZHOU Y, et al. Characterization and modeling of the creep behavior of fiber composites with tension and compression asymmetry[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, 170: 105340.

[10] OHNO N. Recent topics in constitutive modeling of cyclic plasticity and viscoplasticity[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 1990, 43(11): 283-295.

[11] OHNO N. Recent progress in constitutive modeling for ratchetting[J]. *Journal of the Society of Materials Science Japan*, 1997, 46(3Appendix): 1-9.

[12] 陈旭, 焦荣, 田涛. 棘轮效应预测及其循环本构模型研究进展[J]. *力学进展*, 2003, 33(4): 461-470.

CHEN X, JIAO R, TIAN T. Research advances of ratchetting effects and cyclic constitutive models[J]. *Advances in Mechanics*, 2003, 33(4): 461-470(in Chinese).

[13] KANG G Z. Ratchetting: Recent progresses in phenomenon observation, constitutive modeling and application[J]. *International Journal of Fatigue*, 2008, 30(8): 1448-1472.

[14] FREDERICK C O, ARMSRRONG P J. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect[J]. *High Temperature Technology*, 1998, 24(1): 1-26.

[15] BOWER A F. Cyclic hardening properties of hard-drawn copper and rail steel[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1989, 37(4): 455-470.

[16] CHABOCHE J L. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects[J]. *International Journal of Plasticity*, 1991, 7(7): 661-678.

- [17] OHNO N, WANG J D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, Part I: Formulation and basic features for ratchetting behavior[J]. *International Journal of Plasticity*, 1993, 9(3): 375-390.
- [18] OHNO N, WANG J D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, Part II: Application to experiments of ratchetting behavior[J]. *International Journal of Plasticity*, 1993, 9(3): 391-403.
- [19] JIANG Y, SEHITOGLU H. Multiaxial cyclic ratchetting under multiple step loading[J]. *International Journal of Plasticity*, 1994, 10(8): 849-870.
- [20] KANG G Z, GUO S, DONG C. Numerical simulation for uniaxial cyclic deformation of discontinuously reinforced metal matrix composites[J]. *Materials Science & Engineering A*, 2006, 426(1-2): 66-76.
- [21] VOYIADJIS G Z, THIAGARAJAN G. A cyclic anisotropic-plasticity model for metal matrix composites[J]. *International Journal of Plasticity*, 1995, 12(1): 69-91.
- [22] 王艳锋, 康国政, 刘宇杰, 等. 玻璃长纤维增强树脂基复合材料的单轴时间相关棘轮行为实验研究[J]. *复合材料学报*, 2009, 26(6): 161-166.
WANG Y F, KANG G Z, LIU Y J, et al. Experimental study on uniaxial time-dependent ratcheting of continuous glass fiber reinforced polymer composites[J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2009, 26(6): 161-166(in Chinese).
- [23] 刘煦, 朱志武, 康国政, 等. 碳纤维增强 PEEK 树脂基复合材料的单轴时相关循环特性实验研究[J]. *复合材料学报*, 2012, 29(1): 28-34.
LIU X, ZHU Z W, KANG G Z, et al. Experimental study on uniaxial time-dependent cyclic character of carbon fiber reinforced PEEK resin matrix composite[J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2012, 29(1): 28-34(in Chinese).
- [24] SAKAI M, UDA N, KUNOO K. Experimental observation on low cycle fatigue behavior of symmetric angle-ply CFRP laminate[J]. *Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 2006, 54(635): 555-562.
- [25] KAWAI M, KIGURE T, SUZUKI T. Off-axis ratcheting behavior of unidirectional CFRP laminate at high temperature and its phenomenological modeling[J]. *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, 2011, 37(2): 46-57.
- [26] SUZUKI T, KAWAI M. Off-axis ratcheting behavior of unidirectional carbon/epoxy laminate under asymmetric cyclic loading at high temperature[C]// *Proceedings of the 12th Japan International SAMPE Symposium & Exhibition (JISSE-12)*, Tokyo, 2011.
- [27] RUI Y, SUN C T. Cyclic plasticity in AS4/PEEK composite laminates[J]. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, 1993, 6(4): 312-322.
- [28] ZHU C, SUN C T. Micromechanical characterization of cyclic plasticity of IM7/5260 composite at various temperatures[J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1998, 17(3): 184-204.
- [29] ZHU C, SUN C T. A viscoplasticity model for characterizing loading and unloading behavior of polymeric composites[M]// *Time dependent and nonlinear effects in polymers and composites*. West Conshohocken: ASTM International, 2000.
- [30] SHOKRIEH M M, LESSARD L B. Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiments I—Modelling[J]. *International Journal of Fatigue*, 1997, 19(3): 201-207.
- [31] LEE L J, YANG J N, SHEU D Y. Prediction of fatigue life for matrix-dominated composite laminates[J]. *Composites Science and Technology*, 1993, 46(1): 21-28.
- [32] 沈媛臻, 肖毅. 微动损伤对复合材料螺栓连接预紧力松弛的影响[J]. *复合材料学报*, 2019, 36(2): 400-409.
SHEN Y Z, XIAO Y. Effects of fretting damage on pre load relaxation in bolted composite joints[J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2019, 36(2): 400-409(in Chinese).
- [33] 成磊. 复合材料疲劳损伤的定量评估[D]. 上海: 同济大学, 2018.
CHENG L. Quantitative assessment on fatigue damage of composite materials[D]. Shanghai: Tongji University, 2018(in Chinese).