

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20201111.001

形状记忆合金在复合材料损伤监测中的应用



分享本文

张亚楠¹, 刘亚冬², 刘兵飞^{*3}

(1. 中国民航大学 机场学院, 天津 300300; 2. 中国民航大学 中欧航空工程师学院, 天津 300300;
3. 中国民航大学 航空工程学院, 天津 300300)

摘 要: 复合材料的损伤会对结构的可靠性和安全性造成威胁, 近年来引起国内外专家和学者的广泛关注。本文将形状记忆合金 (SMA) 埋入复合材料试件中, 通过对 SMA 电阻变化与复合材料应变之间的关系进行讨论, 建立不同监测条件下复合材料的损伤监测理论模型。基于该模型讨论了不同初始状态下 SMA 材料的损伤监测行为。研究结果表明: 复合材料的损伤与 SMA 电阻变化呈线性关系, 温度荷载在 SMA 未发生相变时对损伤监测影响较小, 在 SMA 发生相变时对损伤监测影响较大。本研究可为基于 SMA 的复合材料损伤监测理论的进一步工程应用提供理论指导。

关键词: 形状记忆合金; 复合材料; 损伤监测; 变温; 相变

中图分类号: TG139.6; TB33 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2021)04-1177-15

Application of shape memory alloy in damage
monitoring of composite materials

ZHANG Ya'nan¹, LIU Yadong², LIU Bingfei^{*3}

(1. Airport College, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
2. Sino-European Institute of Aviation Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;
3. Faculty of Aerospace Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: The damage of composite materials poses a threat to the reliability and safety of the structure, and has attracted widespread attention from domestic and foreign experts and scholars in recent years. This study embedded the shape memory alloy (SMA) in the composite material specimen, and discussed the relationship between the SMA resistance change and the composite material strain, established theoretical models of composite damage monitoring under different monitoring conditions. Based on this model, the damage monitoring behavior of SMA materials in different initial states was discussed. The research results show that the damage of the composite material has a linear relationship with the resistance change of the SMA. The temperature load has little influence on the damage monitoring when the SMA does not undergo a phase change, and has a greater influence on the damage monitoring when the SMA undergoes a phase change. The research can provide theoretical guidance for the further engineering application of SMA-based composite damage monitoring theory.

Keywords: shape memory alloy; composite materials; damage monitoring; change temperature; phase transition

复合材料由于其优异的力学性能、耐腐蚀、重量轻等优点, 已经广泛应用于航空航天、汽车船舶、医疗器械等领域^[1]。复合材料在使用过程中不可避免地会出现损伤, 进而对其安全性能造成

极大威胁^[2], 因此对其进行损伤监测研究的意义尤为重大。很多专家学者已经提出一些无损检测方法, 例如超声波无损检测^[3-4]、微波无损检测^[5-6]、红外热成像无损检测^[7]等, 这些方法虽然能很好

收稿日期: 2020-09-03; 录用日期: 2020-10-28; 网络首发时间: 2020-11-11 13:23:43
网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20201111.001>
基金项目: 国家自然科学基金 (11502284); 中科院重点部署项目 (KFZD-SW-435); 中央高校基金 (3122015C019)
通信作者: 刘兵飞, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为智能材料与结构力学 E-mail: bingfeiliu2@126.com

引用格式: 张亚楠, 刘亚冬, 刘兵飞. 形状记忆合金在复合材料损伤监测中的应用 [J]. 复合材料学报, 2021, 38(4): 1177-1191.
ZHANG Ya'nan, LIU Yadong, LIU Bingfei. Application of shape memory alloy in damage monitoring of composite materials[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2021, 38(4): 1177-1191(in Chinese).

地识别复合材料损伤,但都无法实现实时监测。又有学者提出将光纤埋入复合材料内部,通过波长信号变化来对复合材料损伤进行实时监测^[8],然而光纤埋入的不足之处则是会对复合材料的力学性能产生一定的影响^[9]。

近些年来有学者提出将形状记忆合金 (Shape memory alloy, SMA) 作传感器,实现对基体材料损伤的实时监测。SMA 是一种新型智能材料,由于其形状记忆、超弹性和电阻敏感性等特性被广泛关注^[10-11],SMA 的电阻变化与其温度、应力和应变等参数有关^[12],如果将 SMA 埋入复合材料之中,则可以通过对其电阻变化的测量来监测损伤,而且还可以通过加热使其相变,产生回复动作,实现对材料损伤的自修复。

对于将 SMA 材料用于损伤监测的研究,近些年专家和学者已经发表了一些论文。狄生奎等^[13-14]提出利用 SMA 的电阻敏感性和形状记忆特性实现混凝土的裂缝监测并完成了实验研究,结果表明 SMA 电阻相对变化与裂缝大小在混凝土开裂较小时呈线性关系。袁江等^[15]将 SMA 埋入复合材料中,进行低速冲击实验,通过电容测量数据分析损伤的位置。由于 SMA 具有复杂的本构关系,上述研究还只主要集中于实验研究和性能表征方面,对于详细的损伤监测机制并没有详细报导。王庆菲^[16]提出使用 SMA 用于混凝土裂缝监测的理论研究,但该研究只考虑了 SMA 初始状态为奥氏体的情况,并没有讨论 SMA 初始状态为马氏体的情况及温度荷载对损伤监测行为的影响。

鉴于此,本文充分考虑 SMA 的不同初始状态和环境温度变化对材料性能的影响,开展对基于 SMA 的复合材料损伤监测理论研究,以期 SMA 材料的进一步损伤监测领域的应用提供技术支撑。

1 监测机制

埋入 SMA 的复合材料的示意图如图 1 所示, SMA 的两端用导线连接。

首先做如下三点假设: 1. 假设不考虑 SMA 的塑性变形; 2. SMA 材料总应变足够大; 3. 不考虑亚结构对监测机制的影响。

基于上述假设,可以得到: 损伤发生后的连续性条件为,复合材料的总应变 ε_C 等于 SMA 的总应变 ε_{SMA} , 且满足复合材料的总应变等于弹性应变 ε_E 、损伤应变 ε_F 、热应变 ε_T 之和, SMA 的总应变 ε_{SMA} 等于弹性应变和相变应变之和,可以通过



图 1 埋入形状记忆合金 (SMA) 的复合材料示意图

Fig. 1 Schematic diagram of composite material embedded with shape memory alloys (SMA)

电阻的变化来反映。可见,复合材料的损伤应变 ε_F 等于 SMA 总应变 ε_{SMA} 减去复合材料的弹性应变 ε_E 和热应变 ε_T 。

复合材料的损伤应变 ε_F 可以表述为

$$\varepsilon_F = \varepsilon_{SMA} - \varepsilon_E - \varepsilon_T \quad (1)$$

根据胡克定律,复合材料的弹性应变为

$$\varepsilon_E = \frac{\sigma_G}{E_G} \quad (2)$$

其中: E_G 为复合材料的弹性模量; σ_G 为复合材料所受应力。

复合材料的热应变为

$$\varepsilon_T = \alpha_G(T - T_0) \quad (3)$$

其中: α_G 为复合材料热膨胀系数; T 为温度; T_0 为初始温度。

根据文献^[16]可知 SMA 材料的总应变可以表示为

$$\varepsilon_{SMA} = \frac{1}{(1 + 2\nu)}(\Delta R - \Delta\delta) \quad (4)$$

式中: $\Delta R = \frac{R - R_0}{R_0}$ 为电阻的相对变化; R 、 R_0 分别为 SMA 电阻和初始电阻; ν 为 SMA 的泊松比; $\Delta\delta$ 为电阻率相对变化率,可以表示为^[17]

$$\Delta\delta = \begin{cases} \frac{C_{A1}T + C_{A2} - \delta_0}{\delta_0}, \xi = 0 \\ \frac{(1 - \xi) \cdot (C_{A1}T + C_{A2}) + \xi(C_{M1}T + C_{M2}) - \delta_0}{\delta_0}, 0 < \xi < 1 \\ \frac{C_{M1}T + C_{M2} - \delta_0}{\delta_0}, \xi = 1 \end{cases} \quad (5)$$

式中: ξ 为马氏体体积分; C_{M1} 、 C_{M2} 、 C_{A1} 、 C_{A2} 为与 SMA 电阻率有关的材料参数。

当 SMA 的初始状态为奥氏体时,存在^[16]:

$$\varepsilon_{SMA} = \frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi(E^M - E^A)} + \alpha_{SMA}(T - T_0) + H\xi \quad (6)$$

式中: α_{SMA} 为 SMA 的热膨胀系数: $\alpha_{SMA} = \alpha^A +$

$\xi(\alpha^M - \alpha^A)$; E^A 、 E^M 分别为奥氏体、马氏体弹性模量。 α^A 、 α^M 分别为 SMA 在奥氏体、马氏体状态下的热膨胀系数; σ_{SMA} 为 SMA 所受应力。

由式 (4) 和式 (6) 可推出 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系:

$$\Delta R = \Delta \delta + (1 + 2\nu) \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi(E^M - E^A)} + (\alpha^A + \xi(\alpha^M - \alpha^A))(T - T_0) + H\xi \right] \quad (7)$$

由式 (1)~(3) 和式 (6) 可知复合材料的损伤应变与 SMA 所受应力之间的关系为

$$\varepsilon_F = \frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi(E^M - E^A)} + (\alpha^A + \xi(\alpha^M - \alpha^A) - \alpha_G) \cdot (T - T_0) + H\xi - \frac{\sigma_G}{E_G} \quad (8)$$

当 SMA 的初始状态为马氏体时, SMA 由孪晶马氏体转变为非孪晶马氏体, SMA 重定向的本构模型与伪弹性的本构模型不同, 本文采用 Brinson 模型^[18]:

$$\sigma - \sigma_0 = E(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Omega_S(\xi_S - \xi_{S0}) + \Omega_T(\xi_T - \xi_{T0}) + \theta(T - T_0) \quad (9)$$

其中: 马氏体体积分数 $\xi = \xi_S + \xi_T$, ξ_S 、 ξ_T 分别为应力和温度诱发马氏体体积分数; Ω_S 、 Ω_T 分别为应力和温度诱发马氏体对应的相变张量; θ 为 SMA 热弹性张量; σ_0 、 ε_0 、 ξ_{S0} 、 ξ_{T0} 、 T_0 表示材料的初始状态。其中 $\Omega_S = -EH\Omega_T = 0$ 。H 是 SMA 材料的最大可回复残余应变。

由式 (4) 和式 (9) 可推出 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系:

$$\Delta R = \Delta \delta + (1 + 2\nu) \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi(E^M - E^A)} + (\alpha^A + \xi(\alpha^M - \alpha^A))(T - T_0) + H(\xi_S - \xi_{S0}) \right] \quad (10)$$

由式 (1)~(3) 和式 (9) 可知复合材料的损伤应变与 SMA 所受应力的关系为

$$\varepsilon_F = \frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi(E^M - E^A)} + (\alpha^A + \xi(\alpha^M - \alpha^A) - \alpha_G) \cdot (T - T_0) + H(\xi_S - \xi_{S0}) - \frac{\sigma_G}{E_G} \quad (11)$$

2 监测模型

2.1 在恒定温度下对应力进行加卸载

SMA 具有低温马氏体相和高温奥氏体相两种不同的初始状态。在对初始状态为低温马氏体相的 SMA 升温和对初始状态为高温奥氏体相的 SMA 降温的过程中, SMA 在不同的温度段 ($T_0 < M^f$ 、 $M^f \leq T_0 < M^s$ 、 $M^s \leq T_0 < A^s$ 、 $A^s \leq T_0 < A^f$ 、 $A^f \leq T_0$) 内具有不同的力学行为, 不同的情况分类分别如表 1、表 2 所示。相变或重定向临界应力与温度之间的关系如图 2 所示, 其中, M^f 为马氏体相变完成温度, M^s 为马氏体相变开始温度, A^s 为逆相变开始温度, A^f 为逆相变完成温度; σ_{s1} 、 σ_{f1} 分别为 SMA 开始和完成重定向临界应力, σ_{f2} 为 SMA 在 $M^f \leq T_0 < M^s$ 段内完成马氏体相变临界应力,

表 1 对初始状态为低温马氏体相的 SMA 升温过程中的情况分类

Table 1 Classification of the conditions during the heating process of the SMA whose initial state is low-temperature martensite phase

Temperature section	SMA initial state	Loading phase	Composite material	Uninstall phase
$T_0 < M^f$	Martensite	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s1}$	No damage Damaged	$0 \leq \sigma_{SMA}$
		$\sigma_{s1} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f1}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f1} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	
		$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s1}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{s1} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f1}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f1} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	
$M^f \leq T_0 < M^s$	Martensite	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s1}$	No damage Damaged	$0 \leq \sigma_{SMA}$
		$\sigma_{s1} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f1}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f1} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	
		$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s1}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{s1} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f1}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f1} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	
$M^s \leq T_0 < A^s$	Martensite	$0 \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	$0 \leq \sigma_{SMA}$

续表 1				
Temperature section	SMA initial state	Loading phase	Composite material	Uninstall phase
$A^s \leq T_0 < A^f$	Martensite and austenite mixed	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s4}$	<u>No damage</u> Damaged	$\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$
		$\sigma_{s4} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f4}$	<u>No damage</u> Damaged	
		$\sigma_{f4} \leq \sigma_{SMA}$	<u>No damage</u> Damaged	
$A^f \leq T_0$	Austenite	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s5}$	<u>No damage</u> Damaged	$\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As5}$ $\sigma_{Af5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{As5}$ $0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{Af5}$
		$\sigma_{s5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f5}$	<u>No damage</u> Damaged	
		$\sigma_{f5} \leq \sigma_{SMA}$	<u>No damage</u> Damaged	

Notes: M^f —Martensitic transformation completion temperature; M^s —Martensitic transformation start temperature; A^s —Austenite transformation start temperature; A^f —Austenite transformation completion temperature; σ_{SMA} —Stress of the SMA; σ_{s1}, σ_{f1} —SMA begins and completes redirection to critical stress; σ_{f2} —SMA completes the critical stress of martensitic transformation in $M^f \leq T_0 < M^s$; σ_{s3}, σ_{f3} —Critical stress for the initiation and completion of martensitic transformation in $M^f \leq T_0 < A^s$ of SMA; $\sigma_{s4}, \sigma_{f4}, \sigma_{As4}, \sigma_{Af4}$ —SMA begins and completes martensitic transformation and austenitic transformation in $A^s \leq T_0 < A^f$ section; $\sigma_{s5}, \sigma_{f5}, \sigma_{As5}, \sigma_{Af5}$ —SMA begins and completes martensitic transformation and austenitic transformation in $A^f \leq T_0$ section.

σ_{s3} 、 σ_{f3} 分别为 SMA 在 $M^s \leq T_0 < A^s$ 段内开始和完成马氏体相变的临界应力， σ_{s4} 、 σ_{f4} 、 σ_{As4} 、 σ_{Af4} 分别为 SMA 在 $A^s \leq T_0 < A^f$ 段内开始和完成马氏体相变、开始和完成奥氏体相变临界应力， σ_{s5} 、 σ_{f5} 、 σ_{As5} 、 σ_{Af5} 分别为 SMA 在 $A^f \leq T_0$ 段内开始和完成马氏体相变、开始和完成奥氏体相变临界

表 2 对初始状态为高温奥氏体相的 SMA 降温过程中的情况分类
Table 2 Classification of the conditions during the cooling process of the SMA whose initial state is high-temperature austenite phase

Temperature section	SMA initial state	Loading phase	Composite material	Uninstall phase
$T_0 < M^f$	Martensite	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s1}$	<u>No damage</u> Damaged	$0 \leq \sigma_{SMA}$
		$\sigma_{s1} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f1}$	<u>No damage</u> Damaged	
		$\sigma_{f1} \leq \sigma_{SMA}$	<u>No damage</u> Damaged	
$M^f \leq T_0 < M^s$	Martensite and austenite mixed	$0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{f2}$	<u>No damage</u> Damaged	$0 \leq \sigma_{SMA}$
		$\sigma_{f2} \leq \sigma_{SMA} < \sigma'_{s2}$	<u>No damage</u> Damaged	
		$\sigma'_{s2} \leq \sigma_{SMA} < \sigma'_{f2}$	<u>No damage</u> Damaged	
		$\sigma'_{f2} \leq \sigma_{SMA}$	<u>No damage</u> Damaged	
$M^s \leq T_0 < A^s$	Austenite	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s3}$	<u>No damage</u> Damaged	$0 \leq \sigma_{SMA}$
		$\sigma_{s3} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f3}$	<u>No damage</u> Damaged	
		$\sigma_{f3} \leq \sigma_{SMA}$	<u>No damage</u> Damaged	

续表 2

Temperature section	SMA initial state	Loading phase	Composite material	Uninstall phase
$A^s \leq T_0 < A^f$	Austenite	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s4}$	No damage Damaged	$\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$
		$\sigma_{s4} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f4}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f4} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	
		$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s5}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{s5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f5}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f5} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	
$A^f \leq T_0$	Austenite	$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s5}$	No damage Damaged	$\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As5}$ $\sigma_{Af5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{As5}$ $0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{Af5}$
		$\sigma_{s5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f5}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f5} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	
		$0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s5}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{s5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f5}$	No damage Damaged	
		$\sigma_{f5} \leq \sigma_{SMA}$	No damage Damaged	

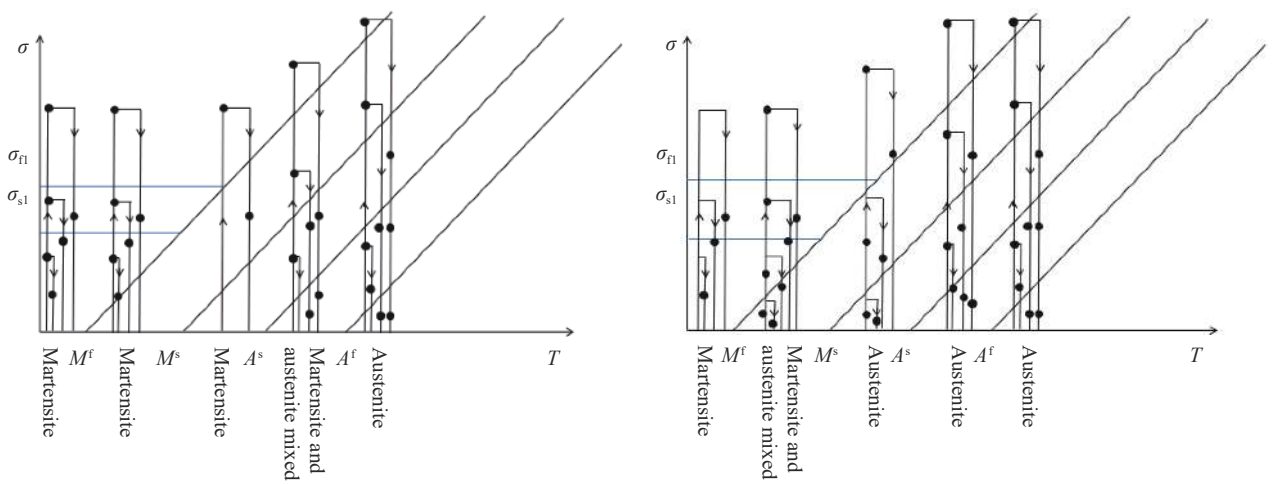


图 2 对低温马氏体相升温过程中 (a) 和高温奥氏体相降温过程中 (b) 相变或重定向临界应力与温度之间的关系

Fig. 2 Relationship between phase transformation or reorientation critical stress and temperature during the heating process of low-temperature martensite phase (a) cooling process of high-temperature austenite phase (b)

应力。

下面在不同初始状态下不同的温度段内，对固定温度进行应力加载卸载过程中复合材料损伤应变和 SMA 电阻相对变化的关系进行深入研究。

2.1.1 对处于低温马氏体相的 SMA 升温

2.1.1.1 $T_0 < M^f$

SMA 初始状态为马氏体， $\delta_0 = C_{M1}T_0 + C_{M2}$ ，加载过程中 SMA 发生重定向行为，SMA 不发生奥氏体相变，故 $\xi = 1$ ， $\Delta\delta = 0$ 。由式 (10) 可知此温度段内 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系为

$$\Delta R = (1 + 2\nu) \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^M} + \alpha^M(T - T_0) + H(\xi_S - \xi_{S0}) \right] \quad (12)$$

$$(1) \ 0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s1}$$

此阶段 SMA 还未发生重定向行为，故 $\xi_S = 0$ 。

复合材料无损伤：对应力进行加载，当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变时，复合材料没有损伤应变，即 $\varepsilon_F = 0$ ，但 SMA 的电阻会发生变化。此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。此阶段复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

在此阶段内对应力进行卸载，SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤：对应力进行加载，当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变时，复合材料产生损伤应变，此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (12)。

由式 (11)~(12) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系为

$$\varepsilon_F = \frac{\Delta R}{1+2\nu} - \alpha_G(T-T_0) - \frac{\sigma_G}{E_G} \quad (13)$$

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (13)。

$$(2) \sigma_{s1} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f1}$$

此阶段 SMA 正在发生重定向行为, 故 $0 < \xi_S < 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。此阶段复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (12)。重定向过程中应力诱发马氏体体积分数与 SMA 所受应力的关系为^[18]

$$\xi_S = \frac{1-\xi_{S0}}{2} \cos \left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} (\sigma_{SMA} - \sigma_f^{cr}) \right] + \frac{1+\xi_{S0}}{2} \quad (14)$$

由式 (11)~(12)、式 (14) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (13)。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (13)。

$$(3) \sigma_{f1} \leq \sigma_{SMA}$$

此阶段 SMA 已经完成重定向行为, 故 $\xi_S = 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。此阶段复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (12)。复合材料

损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (13)。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (13)。

$$2.1.1.2 \quad M^f \leq T_0 < M^s$$

此温度段内 SMA 状态为马氏体, 加载过程中 SMA 发生重定向行为, 卸载为弹性卸载, 故此温度段内复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系同 2.1.1.1 节。

$$2.1.1.3 \quad M^s \leq T_0 < A^s$$

此温度段内 SMA 状态为马氏体, 加载过程中不发生重定向行为及奥氏体相变, 卸载为弹性卸载。此温度段内复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系同 2.1.1.1 节中 (1) 阶段。

$$2.1.1.4 \quad A^s \leq T_0 < A^f$$

此温度段内 SMA 状态为马、奥混合体, 记 ξ_0 为初始状态下的马氏体体积分数, 故 $\delta_0 = (1-\xi_0)(C_{A1}T + C_{A2}) + \xi_0(C_{M1}T + C_{M2})$ 。加载过程中 SMA 会发生马氏体相变。

$$(1) 0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s4}$$

此阶段 SMA 还未发生马氏体相变, 故 $\xi = \xi_0$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。由式 (7) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1+2\nu) \cdot \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi_0(E^M - E^A)} + (\alpha^A + \xi_0(\alpha^M - \alpha^A)) \cdot (T - T_0) + H\xi_0 \right] \quad (15)$$

其中, $\Delta\delta = 0$ 。

此阶段复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (15)。当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$ 时, SMA 发生奥氏体相变, SMA 所受应力与电阻相对变化关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1+2\nu) \cdot \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi(E^M - E^A)} + (\alpha^A + \xi(\alpha^M - \alpha^A)) \cdot (T - T_0) + H\xi \right] \quad (16)$$

其中马氏体体积分数满足 $0 < \xi < \xi_0$ 。

复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合

材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (15)。

由式 (8)、式 (15) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系为

$$\varepsilon_F = \frac{1}{1+2\nu} (\Delta R - \Delta\delta) - \alpha_G(T - T_0) - \frac{\sigma_G}{E_G} \quad (17)$$

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (15), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta = 0$ 。当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中:

$$\Delta\delta = \frac{(1-\xi)(C_{A1}T + C_{A2})}{\delta_0} + \frac{\xi(C_{M1}T + C_{M2})}{\delta_0} - 1 \quad (18)$$

$$(2) \sigma_{s4} < \sigma_{SMA} < \sigma_{f4}$$

此阶段 SMA 正在发生马氏体相变, 故 $\xi_0 < \xi < 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16)。

在此阶段内对应力进行卸载, 记卸载时刻 SMA 马氏体体积分数为 ξ_1 , 当 SMA 所受应力 $\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1+2\nu) \cdot \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi_1(E^M - E^A)} + (\alpha^A + \xi_1(\alpha^M - \alpha^A)) \cdot (T - T_0) + H\xi_1 \right] \quad (19)$$

当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$ 时, SMA 发生奥氏体相变, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16)。其中马氏体体积分数 $0 < \xi < \xi_1$ 。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (16)。由式 (5)、式 (11)、式 (16) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (18)。

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (19)。由式 (5)、式 (11)、式 (19) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 式中:

$$\Delta\delta = \frac{(1-\xi_1)(C_{A1}T + C_{A2})}{\delta_0} + \frac{\xi_1(C_{M1}T + C_{M2})}{\delta_0} - 1 \quad (20)$$

当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16), 复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (18)。

$$(3) \sigma_{f4} \leq \sigma_{SMA}$$

此阶段 SMA 已经完成马氏体相变, 故 $\xi = 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。由式 (7) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1+2\nu) \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^M} + \alpha^M \cdot (T - T_0) + H \right] \quad (21)$$

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21)。当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (21)。

由式 (5)、式 (8)、式 (21) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 式中:

$$\Delta\delta = \frac{C_{M1}T + C_{M2}}{\delta_0} - 1 \quad (22)$$

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{SMA} \geq \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{As4}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (18)。

2.1.1.5 $A^f \leq T_0$

此温度段内 SMA 状态为奥氏体, 故 $\xi = 0$, $\delta_0 = C_{A1}T + C_{A2}$, 加载过程中 SMA 会发生马氏体相变。

$$(1) 0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{s5}$$

此阶段 SMA 还未发生马氏体相变, 故 $\xi = 0$, $\Delta\delta = 0$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发

生变化。由公式 (7) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1 + 2\nu) \left[\frac{\sigma_{\text{SMA}}}{EA} + \alpha^A (T - T_0) \right] \quad (23)$$

此阶段复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (23)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (23)。

由式 (8)、式 (23) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta = 0$ 。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (23)。复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta = 0$ 。

(2) $\sigma_{s5} < \sigma_{\text{SMA}} < \sigma_{f5}$

此阶段 SMA 正在发生马氏体相变, 故 $0 < \xi < 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。由式 (7) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16)。

在此阶段内对应力进行卸载, 记卸载时刻 SMA 马氏体体积分数为 ξ_1 , 当 SMA 所受应力 $\sigma_{\text{SMA}} \geq \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (19)。当 SMA 所受应力 $\sigma_{Af5} < \sigma_{\text{SMA}} < \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16)。当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{\text{SMA}} \leq \sigma_{Af5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (23)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (16)。

由式 (5)、式 (8)、式 (16) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (20)。

式 (20) 中马氏体体积分数满足^[16]:

$$\xi = \frac{1}{2} \left\{ \cos \left[a^M (T - M^f) - \frac{a^M}{C^M H} \left(\sigma H + \frac{\sigma^2 (S^M - S^A)}{2} + \sigma(\alpha_M - \alpha_A)(T - T_0) \right) \right] + 1 \right\} \quad (24)$$

式中: $a^M = \pi / (M^s - M^f)$, C^M 为马氏体应力影响系数, $S = 1/E$ 为弹性柔度。

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{\text{SMA}} \geq \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (19), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (18)。

当 SMA 所受应力 $\sigma_{Af5} < \sigma_{\text{SMA}} < \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (18)。式 (18) 中马氏体体积分数满足^[16]:

$$\xi = \frac{1}{2} \left\{ \cos \left[a^A (T - A^s) - \frac{a^A}{C^M H} \left(\sigma H + \frac{\sigma^2 (S^M - S^A)}{2} + \sigma(\alpha_M - \alpha_A)(T - T_0) \right) \right] + 1 \right\} \quad (25)$$

式中: $a^A = \pi / (A^f - A^s)$ 。

当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{\text{SMA}} \leq \sigma_{Af5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (23)。复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta = 0$ 。

(3) $\sigma_{f5} \leq \sigma_{\text{SMA}}$

此阶段 SMA 已经完成马氏体相变, 故 $\xi = 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。由式 (7) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21)。

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{\text{SMA}} \geq \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21)。当 SMA 所受应力 $\sigma_{Af5} < \sigma_{\text{SMA}} < \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16)。当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{\text{SMA}} \leq \sigma_{Af5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (23)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (21)。

由式 (5)、式 (8)、式 (21) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

在此阶段内对应力进行卸载, 当 SMA 所受应力 $\sigma_{\text{SMA}} \geq \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21), 复合材料的损伤应变与电阻相对

变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。当 SMA 所受应力 $\sigma_{Af5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{As5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (18)。当 SMA 所受应力 $0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{Af5}$ 时, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (23), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta = 0$ 。

2.1.2 对处于高温奥氏体相的 SMA 降温

2.1.2.1 $A^f \leq T_0$

此温度段内 SMA 状态为奥氏体, 复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系同 2.1.1.5 节。

2.1.2.2 $A^s \leq T_0 < A^f$

此温度段内 SMA 状态为奥氏体, 复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系同 2.1.1.5 节。但是在卸载过程中不存在 SMA 所受应力处于 $0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{Af5}$ 阶段。

2.1.2.3 $M^s \leq T_0 < A^s$

此温度段内 SMA 状态为奥氏体, 复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系同 2.1.1.5 节。但是在卸载过程中不存在 SMA 所受应力处于 $\sigma_{Af5} < \sigma_{SMA} < \sigma_{As5}$ 和 $0 \leq \sigma_{SMA} \leq \sigma_{Af5}$ 阶段。

2.1.2.4 $M^f \leq T_0 < M^s$

此温度段内 SMA 状态为马、奥混合体, 记 ξ'_0 为初始状态下的马氏体体积分数, 故 $\delta_0 = (1 - \xi'_0)(C_{A1}T + C_{A2}) + \xi'_0(C_{M1}T + C_{M2})$ 。加载过程中 SMA 的奥氏体会发生马氏体相变、马氏体会发生重定向。

(1) $0 \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{f2}$

此阶段 SMA 正在发生马氏体相变, 故 $\xi'_0 < \xi < 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变和相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。由式 (10) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (16)。

此阶段复合材料的损伤应变 $\varepsilon_F = 0$ 。

在此阶段内对应力进行卸载, 记卸载时刻 SMA 马氏体体积分数为 ξ'_1 , SMA 所受应力与电阻相对变化关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1 + 2\nu) \cdot \left[\frac{\sigma_{SMA}}{E^A + \xi'_1(E^M - E^A)} + \left(\alpha^A + \xi'_1(\alpha^M - \alpha^A) \right) \cdot (T - T_0) + H\xi'_1 \right] \quad (26)$$

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合

材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (16)。由式 (5)、式 (11)、式 (16) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (18)。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (26)。由式 (5)、式 (11)、式 (26) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足:

$$\Delta\delta = \frac{(1 - \xi'_1)(C_{A1}T + C_{A2})}{\delta_0} + \frac{\xi'_1(C_{M1}T + C_{M2})}{\delta_0} - 1 \quad (27)$$

(2) $\sigma_{f2} \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{s1}$

此阶段 SMA 已经完成马氏体相变, 故 $\xi = 1$ 。但还未发生重定向行为。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。由公式 (10) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21)。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料产生损伤应变, 此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (21)。

由式 (5)、式 (11)、式 (21) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (21), 复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17), 其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

(3) $\sigma_{s1} \leq \sigma_{SMA} < \sigma_{f1}$

此阶段 SMA 已经完成马氏体相变, 正在进行重定向行为, 故 $\xi = 1$, $1 - \xi'_0 < \xi_s < 1$ 。

复合材料无损伤: 对应力进行加载, 当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时, 复合材料没有损伤应变, 即 $\varepsilon_F = 0$, 但 SMA 的电阻会发生变化。由式 (10) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。

在此阶段内对应力进行卸载, SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤

应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤：对应力进行加载，当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时，复合材料产生损伤应变，此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (12)。重定向过程中应力诱发马氏体体积分数与 SMA 所受应力的关系同式 (14)。

由式 (5)、式 (8)、式 (12)、式 (14) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17)，其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

在此阶段内对应力进行卸载，SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)，复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17)，其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

(4) $\sigma_{F1} \leq \sigma_{SMA}$

此阶段 SMA 已经完成马氏体相变和重定向行为，故 $\xi = \xi_S = 1$ 。

复合材料无损伤：对应力进行加载，当复合材料的弹性应变大于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时，复合材料没有损伤应变，即 $\varepsilon_F = 0$ ，但 SMA 的电阻会发生变化。由式 (10) 可知此时 SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。

在此阶段内对应力进行卸载，SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)。复合材料的损伤应变 ε_F 为 0。

复合材料有损伤：对应力进行加载，当复合材料的弹性应变小于 SMA 的弹性应变与相变应变之和时，复合材料产生损伤应变，此时 SMA 所受应力与电阻相对变化的关系同式 (12)。

由式 (5)、式 (8)、式 (12) 可知此时复合材料损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17)，其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

在此阶段内对应力进行卸载，SMA 所受应力与电阻相对变化关系同式 (12)，复合材料的损伤应变与电阻相对变化的关系同式 (17)，其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

2.1.2.5 $T_0 < M^f$

此温度段内 SMA 状态为马氏体，复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系同 2.1.1.1 节。

2.2 温度荷载对损伤监测的影响

模型假设在某一初始情况下 (例如固定初始温度 T_0 和 SMA 所受应力) 进行连续的温度荷载变化，进而讨论温度荷载对损伤监测的影响。

SMA 初始状态为马氏体和奥氏体时，根据式 (11)、

式 (8) 可知，损伤应变受温度改变的影响，SMA 处于不同的状态下所受到的影响不同。主要分为三个状态： $\xi = 1, 0 < \xi < 1, \xi = 0$ 。

$\xi = 1$ 时，由式 (7)、式 (10) 可知此时电阻相对变化与温度的关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1 + 2\nu) [\alpha^M (T - T_0) + H] \quad (28)$$

由式 (5)、式 (8)、式 (11)、式 (28) 可知此时损伤应变与电阻相对变化之间的关系同式 (17)，其中 $\Delta\delta$ 满足式 (22)。

$0 < \xi < 1$ 时，由式 (7)、式 (10) 可知此时电阻相对变化与温度的关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1 + 2\nu) \left[(\alpha^A + \xi (\alpha^M - \alpha^A)) \cdot (T - T_0) + H\xi \right] \quad (29)$$

由式 (5)、式 (8)、式 (11)、式 (29) 可知此时损伤应变与电阻相对变化之间的关系同式 (17)，其中 $\Delta\delta$ 满足：

$$\Delta\delta = \frac{(1 - \xi)(C_{A1}T + C_{A2})}{\delta_0} + \frac{\xi(C_{M1}T + C_{M2})}{\delta_0} - 1 \quad (30)$$

$\xi = 0$ 时，由式 (7) 和式 (10) 可知此时电阻相对变化与温度的关系为

$$\Delta R = \Delta\delta + (1 + 2\nu) [\alpha^A (T - T_0)] \quad (31)$$

由式 (5)、式 (8)、式 (11)、式 (31) 可知此时损伤应变与电阻相对变化之间的关系同式 (17)，其中 $\Delta\delta$ 满足：

$$\Delta\delta = \frac{C_{A1}T + C_{A2}}{\delta_0} - 1 \quad (32)$$

故温度变化下损伤应变与电阻相对变化的关系为

$$\varepsilon_F = \begin{cases} \frac{1}{1 + 2\nu} \left(\Delta R - \frac{C_{M1}T + C_{M2}T}{\delta_0} + 1 \right) - \alpha_G(T - T_0) - \frac{\sigma_G}{E_G}, \xi = 1 \\ \frac{1}{1 + 2\nu} \left[\Delta R - \frac{(1 - \xi)(C_{A1}T + C_{A2}) + \xi(C_{M1}T + C_{M2})}{\delta_0} + 1 \right] - \alpha_G(T - T_0) - \frac{\sigma_G}{E_G}, 0 < \xi < 1 \\ \frac{1}{1 + 2\nu} \left(\Delta R - \frac{C_{A1}T + C_{A2}}{\delta_0} + 1 \right) - \alpha_G(T - T_0) - \frac{\sigma_G}{E_G}, \xi = 0 \end{cases} \quad (33)$$

通过式 (13)、式 (17)，可以得到不同初始状态不同温度段内下复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系；通过式 (33)，可以得到温度荷载对复合材料损伤监测的影响。

3 数值模拟

为了验证基于 SMA 的智能复合材料损伤监测理论，本文以玻璃纤维增强不饱和树脂基复合材料(玻璃钢)为例，玻璃纤维质量分数为 63wt%，选定的参数如表 3、表 4 所示，根据式 (13)、式 (17)、式 (33)，以 SMA 初始状态为低温马氏体的升温过

程中 $T_0 < M^f$ 、 $A^s \leq T_0 < A^f$ 和 SMA 初始状态为高温奥氏体的降温过程中 $M^s \leq T_0 < A^s$ 、 $A^f \leq T_0$ 温度段为例，对复合材料损伤应变与 SMA 电阻相对变化的关系和温度荷载对复合材料损伤监测的影响进行了数值模拟。

表 3 与玻璃纤维/不饱和树脂和 SMA 有关的材料参数^[16, 18-19]

Table 3 Material parameters related to glass fiber/unsaturated resin and SMA^[16, 18-19]

$M^f/^\circ\text{C}$	$M^s/^\circ\text{C}$	$A^s/^\circ\text{C}$	$A^f/^\circ\text{C}$	E^A/MPa	E^M/MPa	$\alpha^A/^\circ\text{C}^{-1}$	$\alpha^M/^\circ\text{C}^{-1}$	$H/\%$
-85	-52	0.2	28.4	60 000	25 400	1.1×10^{-5}	6.6×10^{-6}	3.5
E_G/MPa	$C(\text{MPa}\cdot^\circ\text{C}^{-1})$	σ_G/MPa	$\sigma_s^{\text{cr}}/\text{MPa}$	$\sigma_f^{\text{cr}}/\text{MPa}$	$\alpha_G/^\circ\text{C}^{-1}$			
33 400	5	417.1	100	170	3×10^{-6}			

Notes: E^A —Elastic modulus of SMA austenite; E^M —Elastic modulus of SMA martensite; α^A —Thermal expansion coefficient of SMA austenite; α^M —Thermal expansion coefficient of SMA martensite; H —Maximum recoverable residual strain; E_G —Elastic modulus of glass fiber unsaturated resin; C —Stress influence factor; σ_G —Stress on glass fiber unsaturated resin; σ_s^{cr} —SMA reorientation starts critical stress; σ_f^{cr} —SMA reorientation ends critical stress; α_G —Thermal expansion coefficient of glass fiber unsaturated resin.

表 4 与电阻率有关的材料参数^[20]

Table 4 Material parameters related to resistivity^[20]

$C_{M1}/(\Omega\cdot\text{m}\cdot^\circ\text{C}^{-1})$	$C_{M2}/(\Omega\cdot\text{m})$	$C_{A1}/(\Omega\cdot\text{m}\cdot^\circ\text{C}^{-1})$	$C_{A2}/(\Omega\cdot\text{m})$
7×10^{-10}	0.87×10^{-6}	8×10^{-10}	0.72×10^{-6}

Note: C_{M1} , C_{M2} , C_{A1} , C_{A2} —Material parameters related to resistivity.

3.1 控制温度对应力进行加卸载

3.1.1 对处于低温马氏体相的 SMA 升温

3.1.1.1 $T_0 < M^f$

SMA 状态为马氏体，选定满足此温度段的任一温度，结合表 3 和表 4 的材料参数与式 (13)，得到加卸载阶段的损伤应变与电阻相对变化的关系如图 3 所示。可知，当 SMA 电阻相对变化达到一定值时玻璃钢开始发生损伤，且损伤应变与电阻相对变化呈线性关系。不同初始温度下损伤应变与电阻相对变化关系相同，是因为在加卸载过程中，SMA 没有出现奥氏体状态，SMA 电阻率的相对变化率为 0。

3.1.1.2 $A^s \leq T_0 < A^f$

SMA 状态为马、奥混合体，选定满足此时的三个温度：10℃、15℃ 及 20℃，结合表 3 和表 4 的材料参数与式 (17)，得到加卸载阶段的损伤应变与电阻相对变化的关系如图 4 所示。可知，当电阻相对变化达到一定值时玻璃钢发生损伤，在不同的温度下，玻璃钢开始损伤时的电阻相对变化值不同。玻璃钢的损伤应变与电阻相对变化呈

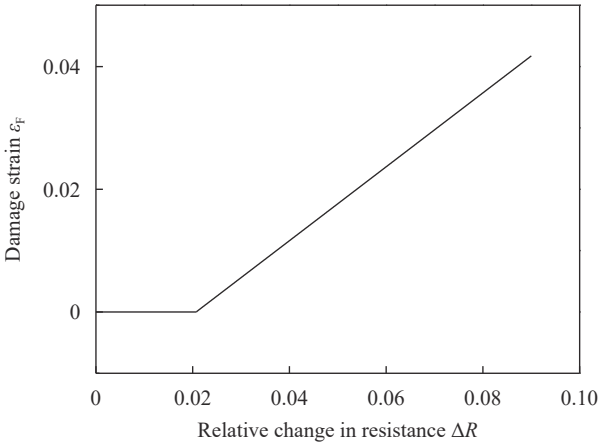


图 3 $T_0 < M^f$ 时 SMA 损伤应变与电阻相对变化的关系

Fig. 3 Relationship between the damage strain and the relative change of resistance at $T_0 < M^f$ for SMA

近似线性关系，斜率不同的原因是 SMA 处于马氏体、奥氏体混合状态和马氏体状态时电阻率的相对变化不同，卸载时发生马氏体逆相变但未完全完成。

3.1.2 对处于高温奥氏体相的 SMA 降温

3.1.2.1 $M^s \leq T_0 < A^s$

SMA 状态为奥氏体，选定满足此时的三个温度：-30℃、-20℃ 及 -10℃，结合表 3 和表 4 的材料参数与式 (17)，得到加卸载阶段的损伤应变与电阻相对变化的关系如图 5 所示。可知，当电阻相对变化达到一定值时玻璃钢发生损伤，在不同的温度下，玻璃钢开始损伤时的电阻相对变化值

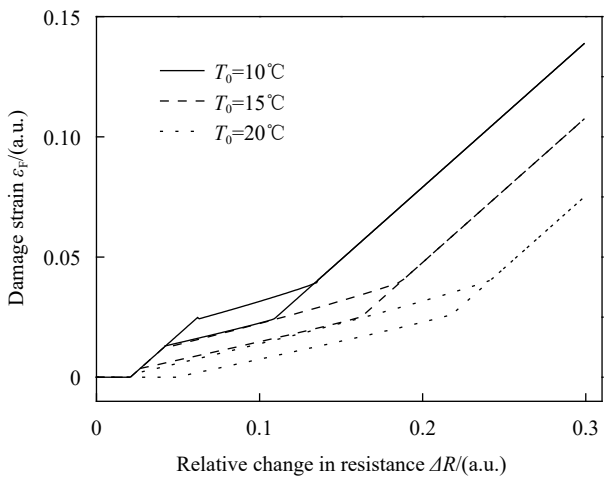


图 4 $A^s \leq T_0 < A^f$ 时损伤应变与电阻相对变化的关系

Fig. 4 Relationship between the damage strain and the relative change of resistance at $A^s \leq T_0 < A^f$

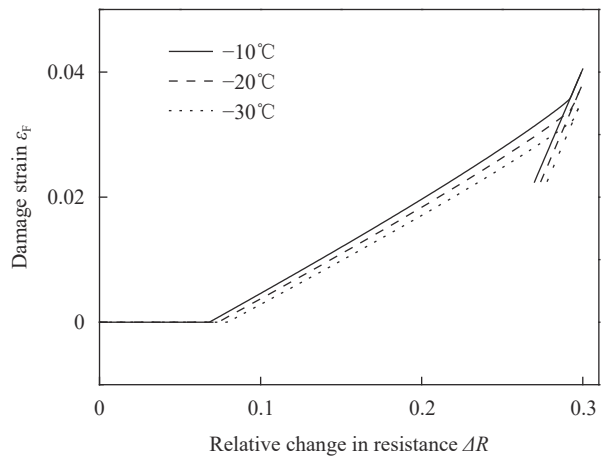


图 5 $M^s \leq T_0 < A^s$ 时 SMA 损伤应变与电阻相对变化的关系

Fig. 5 Relationship between the damage strain and the relative change of resistance at $M^s \leq T_0 < A^s$ for SMA

不同。玻璃钢的损伤应变与电阻相对变化呈近似线性关系，斜率不同的原因是 SMA 处于马氏体、奥氏体混合状态和马氏体状态时电阻率的相对变化不同，卸载时未发生马氏体逆相变。

3.1.2.2 $A^f \leq T_0$

SMA 状态为奥氏体，选定满足此时的三个温度：35℃、45℃ 及 55℃，结合表 3 和表 4 的材料参数与式 (17)，得到加卸载阶段的损伤应变与电阻相对变化的关系如图 6 所示。可知，当电阻相对变化达到一定值时玻璃钢发生损伤，在不同的温度下，玻璃钢开始损伤时的电阻相对变化值不同。玻璃钢的损伤应变与电阻相对变化呈近似线性关系，斜率不同的原因是 SMA 处于马氏体、奥氏体混合状态和马氏体状态时电阻率的相对变化

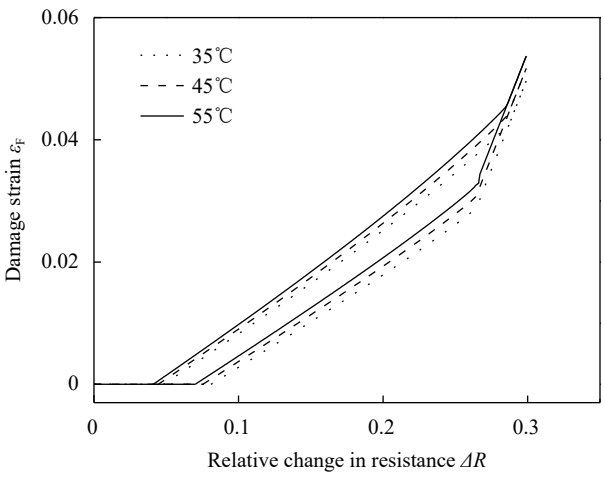


图 6 $A^f \leq T_0$ 时 SMA 损伤应变与电阻相对变化的关系

Fig. 6 Relationship between the damage strain and the relative change of resistance at $A^f \leq T_0$ for SMA

不同，卸载时发生马氏体逆相变且相变完成，损伤应变恢复到 0。

3.2 温度荷载对损伤监测的影响

3.2.1 SMA 初始状态为马氏体

3.2.1.1 固定初始温度不同固定应力下温度荷载对损伤应变的影响

选定满足此时的初始温度及不同固定应力： $T_0 = -80^\circ\text{C}$ ， $\sigma_{\text{SMA}} = 150, 200, 250 \text{ MPa}$ ，结合表 3 和表 4 的材料参数与式 (33)，得到固定初始温度不同固定应力下损伤应变与温度的关系如图 7 所示。可知，损伤应变与温度呈近似线性关系，这是由于温度由 -100°C 变化到 0°C 时 SMA 处于马氏体状态 (由式 (17)、式 (22) 可知)，温度荷载对损伤监测影响相对较小。

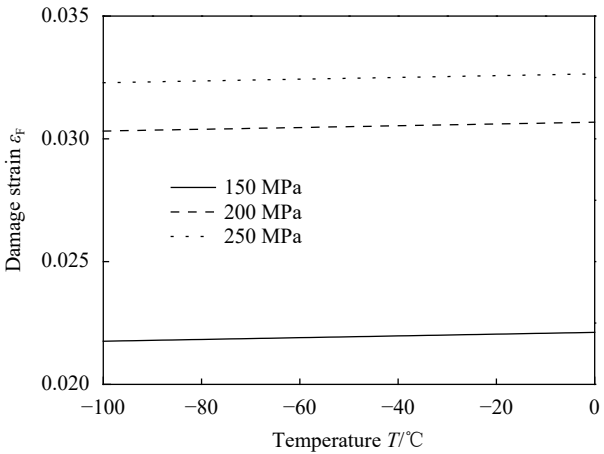


图 7 $T_0 = -80^\circ\text{C}$ 时不同应力下 SMA 损伤应变与温度的关系

Fig. 7 Relationship between damage strain and temperature under different stresses and $T_0 = -80^\circ\text{C}$ for SMA

3.2.1.2 固定应力不同固定初始温度下温度荷载对损伤应变的影响

选定满足此时的应力及不同固定初始温度： $\sigma_{SMA} = 150\text{ MPa}$ 、 $T_0 = -90, -80, -70^\circ\text{C}$ ，结合表3和表4的材料参数与式(33)，得到固定应力不同固定初始温度下损伤应变与温度的关系如图8。可知，损伤应变与温度呈近似线性关系，这是由于温度由 -100°C 变化到 0°C 时SMA处于马氏体状态(由式(17)、式(22)可知)，温度对损伤监测影响相对较小。

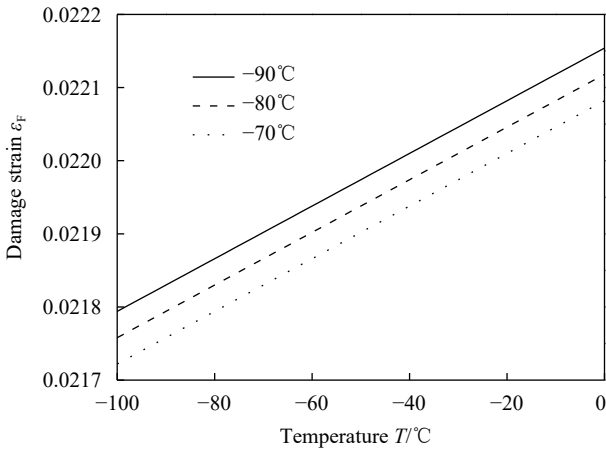


图8 $\sigma_{SMA} = 150\text{ MPa}$ 时不同初始温度下SMA损伤应变与温度的关系
Fig. 8 Relationship between damage strain and temperature at different initial temperatures and $\sigma_{SMA} = 150\text{ MPa}$ for SMA

3.2.2 SMA初始状态为奥氏体

温度变化对损伤监测的影响在加载阶段和卸载阶段不相同，下面分别对加载阶段和卸载阶段时温度荷载对损伤监测的影响进行了讨论。

3.2.2.1 固定初始温度不同固定应力下温度荷载对损伤应变的影响

加载阶段：选定满足此时的初始温度及不同固定应力： $T_0 = -5^\circ\text{C}$ 、 $\sigma_{SMA} = 300, 350, 400\text{ MPa}$ ，结合表3和表4的材料参数与式(33)，得到固定初始温度不同固定应力下损伤应变与温度的关系如图9所示。可知，温度荷载对损伤监测的影响在SMA处于马氏体状态时呈线性关系(由式(17)、式(22)可知)，温度荷载对损伤监测影响相对较小。损伤应变出现下降是由于SMA发生马氏体相变(由式(17)、式(30)可知)，温度增加到一定值时损伤应变为0，表明初始温度 $T_0 = -5^\circ\text{C}$ ，实际温度为该值时应力达到该值时玻璃钢还未发生损伤。

卸载阶段：选定满足此时的初始温度及不同固定应力： $T_0 = -5^\circ\text{C}$ 、 $\sigma_{SMA} = 100, 200, 300, 400\text{ MPa}$ ，

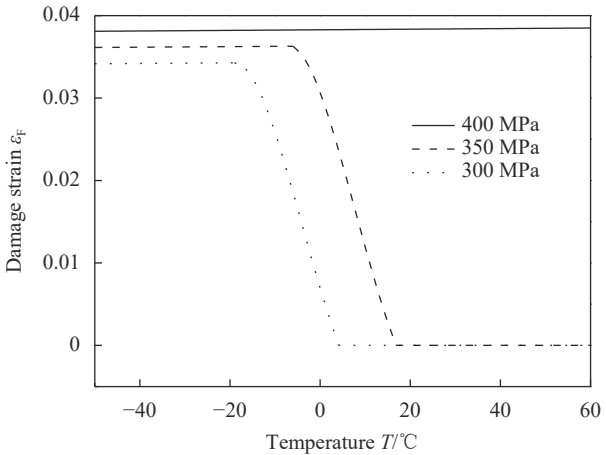


图9 $T_0 = -5^\circ\text{C}$ 时加载阶段不同应力下SMA损伤应变与温度的关系
Fig. 9 Relationship between damage strain and temperature under different stresses during loading stage and $T_0 = -5^\circ\text{C}$ for SMA

结合表1表2的材料参数与式(33)，得到固定初始温度不同固定应力下损伤应变与温度的关系如图10所示。可知，温度荷载对损伤监测的影响在SMA处于马氏体状态时呈线性关系(由式(17)、式(22)可知)，温度荷载对损伤监测影响相对较小。损伤应变出现下降是由于SMA发生马氏体逆相变(由式(17)、式(30)可知)，温度增加到一定值时损伤应变为0，表明初始温度 $T_0 = -5^\circ\text{C}$ ，实际温度为该值时应力达到该值时玻璃钢还未发生损伤。

3.2.2.2 固定应力不同固定初始温度下温度荷载对损伤应变的影响

加载阶段：选定满足此时的应力及不同固定初始温度： $\sigma_{SMA} = 450\text{ MPa}$ 、 $T_0 = -5, 15, 35^\circ\text{C}$ ，结合表3、表4的材料参数与式(33)，得到固定应力不同固定初始温度下损伤应变与温度的关系如图11。

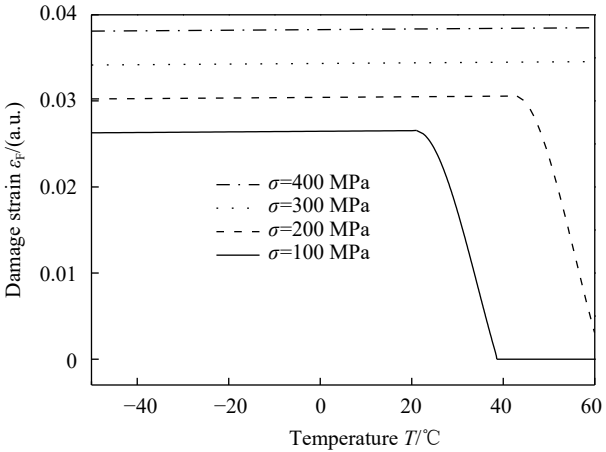


图10 $T_0 = -5^\circ\text{C}$ 时卸载阶段不同应力下SMA损伤应变与温度的关系
Fig. 10 Relationship between damage strain and temperature under different stresses during unloading stage and $T_0 = -5^\circ\text{C}$ for SMA

可知，温度荷载对损伤监测的影响在 SMA 处于马氏体状态时呈线性关系 (由式 (17)、式 (22) 可知)，温度荷载对损伤监测影响相对较小。损伤应变出现下降是由于 SMA 发生马氏体逆相变 (由式 (17)、式 (30) 可知)，温度增加到一定值时损伤应变为 0，表明在不同固定初始温度下，实际温度为该值时应力达到 450 MPa 时玻璃钢还未发生损伤。

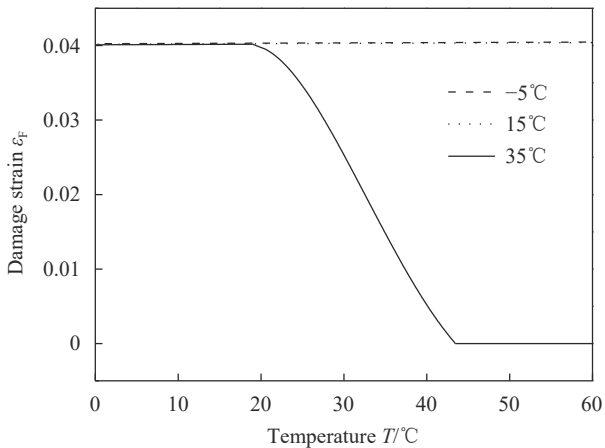


图 11 $\sigma_{\text{SMA}} = 450 \text{ MPa}$ 时加载阶段不同初始温度下 SMA 损伤应变与温度的关系

Fig. 11 Relationship between damage strain and temperature at different initial temperatures in the loading stage and $\sigma_{\text{SMA}} = 450 \text{ MPa}$ for SMA

卸载阶段：选定满足此时的应力及不同固定初始温度： $\sigma_{\text{SMA}} = 300 \text{ MPa}$ ， $T_0 = -5, 15, 35^\circ\text{C}$ ，结合表 3 和表 4 的材料参数与式 (33)，得到固定应力不同固定初始温度下损伤应变与温度的关系如图 12。可知，损伤应变与温度呈线性关系，这是

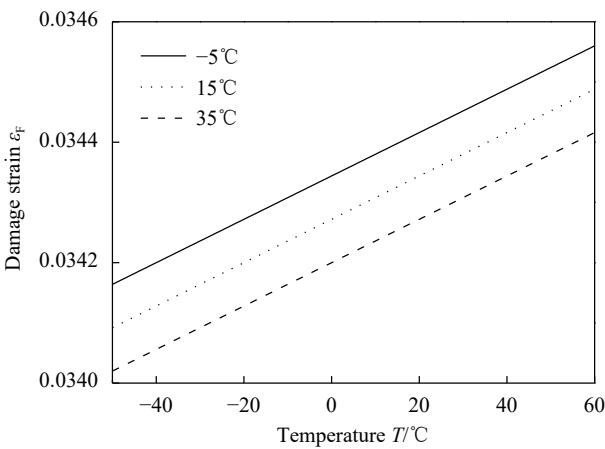


图 12 $\sigma_{\text{SMA}} = 300 \text{ MPa}$ 时卸载阶段不同初始温度下 SMA 损伤应变与温度的关系

Fig. 12 Relationship between damage strain and temperature at different initial temperatures during unloading stage and $\sigma_{\text{SMA}} = 300 \text{ MPa}$ for SMA

由于 $\sigma_{\text{SMA}} = 300 \text{ MPa}$ 时温度由 -50°C 变化到 60°C 时 SMA 处于马氏体状态 (由式 (17)、式 (22) 可知)，温度荷载对损伤监测影响相对较小。

4 结论

(1) 在应力加卸载过程中，形状记忆合金 (SMA) 电阻相对变化达到一定值时玻璃纤维增强不饱和树脂基复合材料 (玻璃钢) 开始发生损伤，玻璃钢损伤应变与 SMA 电阻相对变化大致呈线性关系，SMA 初始状态为奥氏体时斜率不同的原因是 SMA 处于马氏体、奥氏体混合状态和马氏体状态时电阻率的相对变化不同。

(2) SMA 未发生马氏体相变和马氏体逆相变时，温度荷载对损伤监测的影响呈线性关系，温度荷载对损伤监测影响相对较小。

(3) SMA 发生马氏体相变和马氏体逆相变时，温度增加到一定值时损伤应变为 0，表明在不同初始温度、不同应力下，当实际温度达到该值时，在该应力下玻璃钢还未发生损伤。

参考文献：

[1] 杜善义. 先进复合材料与航空航天[J]. 复合材料学报, 2007, 24(1): 1-12.
DU S Y. Advanced composite materials and aerospace engineering[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(1): 1-12(in Chinese).
[2] WU F, YAO W X. A fatigue damage model of composite materials[J]. International Journal of Fatigue, 2010, 32(1): 134-138.
[3] EI-SABBAGH A, STEUERNAGEL L, ZIEGMANN G. Characterisation of flax polypropylene composites using ultrasonic longitudinal sound wave technique[J]. Composites: Part B, 2013, 45: 1164-1172.
[4] FREEMANTLE R J, HANKINSON N, BROTHERHOOD C J. Rapid phased array ultrasonic imaging of large area composite aerospace structures[J]. Insight, 2005, 47(3): 129-132.
[5] RYU C H, PARK S H, KIM D H, et al. Nondestructive evaluation of hidden multi-delamination in a glass-fiber-reinforced plastic composite using terahertz spectroscopy[J]. Composite Structures, 2016, 156: 338-347.
[6] HOSOI A, YAMAGUCHI Y, JU Y, et al. Detection and quantitative evaluation of defects in glass fiber reinforced plastic laminates by microwaves[J]. Composite Structures, 2015, 128: 134-144.
[7] KALYANAVALLI V, ABILASHA R T K, SASTIKUMAR D. Long pulse thermography investigations of basalt fiber re-

- inforced composite[J]. *NDT & E International*, 2018, 100: 84-91.
- [8] 周玉敬, 任明伟, 刘刚, 等. 基于FBG传感技术的复合材料T型加筋板低速冲击损伤监测[J]. *复合材料学报*, 2019, 36(10): 2266-2274.
- ZHOU Y J, REN M W, LIU G, et al. Low-velocity impact damage monitoring of composite T-stiffened panels based on FBG sensors[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2019, 36(10): 2266-2274(in Chinese).
- [9] ZHAO H T, ZHANG B M, WU Z J, et al. Infrastructure study for optical fiber grating in smart composite materials[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2007, 26(12): 27-30.
- [10] KAN Q, KANG G. Constitutive model for uniaxial transformation ratchetting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature[J]. *International Journal of Plasticity*, 2010, 26(3): 441-465.
- [11] SUN Q P, HWANG K C. Micromechanics modeling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloy[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1993, 41(1): 1-33.
- [12] WU X D, FAN Y Z, WU J S. A study on the variations of the electrical resistance for NiTi shape memory alloy wires during the thermo-mechanical loading[J]. *Materials & Design*, 2000, 21(6): 511-515.
- [13] 狄生奎, 韩全治, 李慧, 等. SMA在结构健康监测中的应用研究[J]. *低温建筑技术*, 2008(4): 58-60.
- DI S K, HAN Q Z, LI H, et al. Research on the shape memory alloy applied in structural health monitoring[J]. *Low Temperature Architecture Technology*, 2008(4): 58-60(in Chinese).
- [14] 狄生奎, 花尉攀, 汲生伟, 等. 约束态SMA混凝土梁的裂缝监测及自修复[J]. *建筑材料学报*, 2010, 13(2): 237-242.
- DI S K, HUA W P, JI S W, et al. Self-monitoring and self-repairing of crack in concrete beam with constraint super-elastic SMA[J]. *Journal of Building Materials*, 2010, 13(2): 237-242(in Chinese).
- [15] 袁江, 邱自学, 邵建新, 等. 基于无线射频识别传感标签的形状记忆合金增强复合结构低速冲击响应监测[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(18): 89-96.
- YUAN J, QIU Z X, SHAO J X, et al. Low speed impact test for shape memory alloy-reinforced composite structure based on radio frequency identification sensortags[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(18): 89-96(in Chinese).
- [16] 王庆菲. SMA智能混凝土的裂缝监测与自修复理论研究[D]. 天津: 中国民航大学. 2020.
- WANG Q F. Theoretical research on crack monitoring and self-repairing mechanism for SMA intelligent concrete materials[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2020(in Chinese).
- [17] IKUTA K, TSUKAMOTO M, HIROSE S. Institute of electric and electronic engineer. mathematical model and experimental verification of shape memory alloy for designing micro actuator[C]//Micro Electro Mechanical Systems, 1991, MEMS '91, Proceedings. An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE. 1991: 103-108.
- [18] BRINSON L C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1993, 4(2): 229-242.
- [19] 詹瑒. 纤维增强复合材料(FRP)格构柱基本性能研究[D]. 南京: 东南大学. 2016.
- ZHAN Y. Performance evaluation of lattice columns using pultruded fiber-reinforced polymer(FRP) structural profiles[D]. Nanjing: Southeast University, 2016(in Chinese).
- [20] 崔迪, 李宏男, 宋钢兵. NiTi形状记忆合金电阻特性研究[J]. *建筑材料学报*, 2008(5): 68-74.
- CUI D, LI H N, SONG G B. Study on electrical resistance properties of NiTi shape memory alloy[J]. *Journal of Building Materials*, 2008(5): 68-74(in Chinese).