

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20200218.001

基于自动铺放技术的高精度变刚度  
复合材料层合板屈曲性能

卫宇璇, 张明\*, 刘佳, 刘硕, 崔志刚

(北京卫星制造厂有限公司, 北京 100094)

**摘要:** 基于自动铺放技术制备的曲线变刚度复合材料层合板, 通过定制面内刚度, 可有效提高结构的抗屈曲性能。在铺放过程中, 铺放轨迹的路径规划是实现变刚度设计的关键技术之一。鉴于此, 本文分别以纤维角度线性变化曲线、等曲率曲线及二次 Bezier 曲线构成的纤维轨迹为研究对象, 对其压缩屈曲性能进行参数化分析。并利用有限元模型研究了铺丝头上丝带宽度对层合板型面精度和抗屈曲力学性能的影响。结果表明: 在压缩工况下, 二次 Bezier 曲线路径的抗屈曲性能最佳, 等曲率曲线路径受曲率约束的影响最小。铺丝头丝带宽度一定, 丝带宽度与重叠区域面积和抗屈曲性能呈负相关。使用最大的丝带宽度可最大程度地减小重叠区域面积, 提高结构的型面精度, 同时保证结构屈曲性能提高 37.3%。

**关键词:** 变刚度; 屈曲特性; 自动铺放; Bezier 曲线; 纤维丝束

**中图分类号:** TB332      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1000-3851(2020)11-2807-09

Buckling performance of high-precision variable stiffness composites laminate  
based on automatic placement technology

WEI Yuxuan, ZHANG Ming\*, LIU Jia, LIU Shuo, CUI Zhigang  
(Beijing Spacecraft, Beijing 100094, China)

**Abstract:** The buckling resistance of the variable stiffness composite laminates laid by the automatic placement can be effectively improved by tailoring the in-plane stiffness. During the placement process, laying the trajectory path planning is one of the key technologies to achieve variable stiffness design. So, the fiber trajectories composed of angle linear variation, constant-curvature curve and quadratic Bezier curve were taken as the research object, and the parametric analysis of its compression buckling performance was carried out. Finally, the influence of tape width on the surface profile accuracy and buckling resistance mechanical properties was studied using a finite element model. The results show that under the compression condition, the secondary Bezier curve has the best buckling resistance, and the equal curvature curve is least affected by the curvature constraint. The width of the tape is negatively correlated with the area of the overlap area and the buckling resistance, when the tow width of the fiber placement head is constant. Using the largest tape size can minimize the overlapping area and improve the profile accuracy of the composite structure. At the same time, it is guaranteed that the buckling performance of the structure is improved by 37.3%.

**Keywords:** variable stiffness; buckling performance; automatic placement; Bezier curve; fiber tow

复合材料由于其具有高比刚度、比强度、耐腐蚀等优异的力学性能, 在航空航天等领域得到广泛应用。对于传统的复合材料结构, 单层内的纤维角度往往是固定的常数, 使其面内各处的刚

度相等, 因此称为常刚度复合材料结构。为进一步提高复合材料的结构效率, 研究学者致力于通过定制面内刚度分布来提高层合板的结构性能。随着自动纤维铺放技术 (AFP)<sup>[1-3]</sup> 的发展, 设

收稿日期: 2019-12-18; 录用日期: 2020-01-22; 网络首发时间: 2020-02-19 09:12:55  
网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200218.001>  
通信作者: 张明, 博士, 研究员, 博士生导师, 研究方向为航天器复合材料结构设计 E-mail: [nanwang20041208@sina.com](mailto:nanwang20041208@sina.com)

**引用格式:** 卫宇璇, 张明, 刘佳, 等. 基于自动铺放技术的高精度变刚度复合材料层合板屈曲性能 [J]. 复合材料学报, 2020, 37(11): 2807-2815.  
WEI Yuxuan, ZHANG Ming, LIU Jia, et al. Buckling performance of high-precision variable stiffness composites laminate based on automatic placement technology[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2020, 37(11): 2807-2815(in Chinese).

计者可以通过曲线铺放丝束的方式,使单层内纤维角度发生连续性变化,实现复合材料结构刚度分布的裁剪<sup>[4-6]</sup>。由于复合材料面内不同位置的刚度发生连续性变化,这种由曲线纤维铺放成型的层合板为变刚度复合材料层合板。

在纤维铺放过程中,铺放轨迹的规划是关键技术之一,其直接影响了产品的质量和性能。Gürdal 等<sup>[7-8]</sup>首先提出了纤维角度线性变化方法,利用数学公式描述了从板中心到边界纤维角度的连续变化趋势。试验研究发现<sup>[9-10]</sup>,这种设计方法在刚度、屈曲响应及强度特性方面具有优越性,且利用解析公式和有限元方法有效阐述了变刚度层合板提高结构抗屈曲能力的机制<sup>[8]</sup>。Gürdal 等<sup>[11]</sup>在之前的研究基础上,提出了等曲率的轨迹设计方法,该方法可以保证面内各路径的曲率相等,有利于检查铺放过程的可制造性。富宏亚等<sup>[12]</sup>利用 Bezier 曲线定义了纤维铺放的参考路径,实现了纤维丝束的连续剪切变形。牛雪娟等<sup>[13]</sup>提出了一种基于流势场函数的轨迹设计方法,并验证了设计方法和实用价值。张雁等<sup>[14]</sup>将变刚度设计理念成功应用到复合材料机翼的优化设计过程中,使变刚度复合材料机翼的临界屈曲载荷比常刚度机翼提高了 50%。

纤维角度线性变化法是目前使用最广泛、最具代表性的一种纤维轨迹定义方法。由于其表达形式简洁、设计灵活等优点,被学者广泛用于研究变刚度层合板的屈曲、强度等力学性能。等曲率轨迹可以保证轨迹在铺放过程中的曲率不变。Bezier 曲线可以有效减轻铺放过程中由于丝束宽度产生的重叠或间隙的问题。但少有学者对上述纤维路径的定义方法进行横向比较,分析其在不同约束条件下的适用性。此外,上述研究往往基于理想变刚度模型进行优化,即不考虑丝束宽度带来的影响。但由于丝束具有一定的宽度,在制造过程中不可避免地会产生重叠或间隙<sup>[15-16]</sup>等缺陷,这种制造过程中的局部效应对复合材料层合板屈曲特性的影响尚不明确。因此,在对曲线变刚度复合材料层合板进行有限元建模的过程中,考虑丝束宽度,研究纤维铺放过程中产生的重叠等缺陷对结构力学性能的影响是十分必要的。

本文旨在对纤维角度线性变化、等曲率及 Bezier 曲线三种纤维参考路径的定义方式进行横向对比分析,研究边长为 300 mm×300 mm 的四边

简支高模量碳纤维增强树脂复合材料薄板在压缩工况下纤维轨迹参数对变刚度层合板屈曲特性的影响。内容包括对不同轨迹参数相互配合下的线性屈曲特性分析及丝带宽度对力学性能的影响。此外,利用 Python 语言对有限元软件进行二次开发,有效模拟了在纤维铺放过程中考虑丝束宽度,利用丝束剪切方法减小重叠或间隙区域面积的过程。并利用该模型研究了丝带宽度对变刚度复合材料层合板压缩屈曲性能的影响。

## 1 纤维铺放轨迹的定义

在铺放过程中,铺放轨迹的路径规划是实现变刚度设计的关键技术之一。通常,采用数学方程定义纤维的铺放轨迹。目前在实际应用中主要以纤维角度线性变化、常曲率法<sup>[17]</sup>、流场函数法<sup>[13]</sup>和 Bezier 曲线<sup>[18-19]</sup>为主。

### 1.1 线性角度变化

Gürdal 等<sup>[7]</sup>利用数学公式定义了纤维角度线性变化方法,如图 1 所示,该方法描述了纤维角度  $\theta$  沿参考坐标方向  $x'$  的线性变化趋势,如下式:

$$\theta(x') = \frac{(T_1 - T_0)}{d} |x'| + T_0 \quad (1)$$

式中:  $d$  为纤维轨迹的特征长度;  $T_0$  为纤维在参考坐标系  $x'o'y'$  中原点位置的方向角度;  $T_1$  为纤维在  $x' = d$  处的方向角度。为表达方便,将式 (1) 变为  $\theta(x') = k|x'| + b$  的形式,其中  $k = (T_1 - T_0)/d$ ,  $b = T_0$ ,根据曲线路径的斜率与切向角之间的关系,可将曲线纤维路径表示为函数关系,如下式:

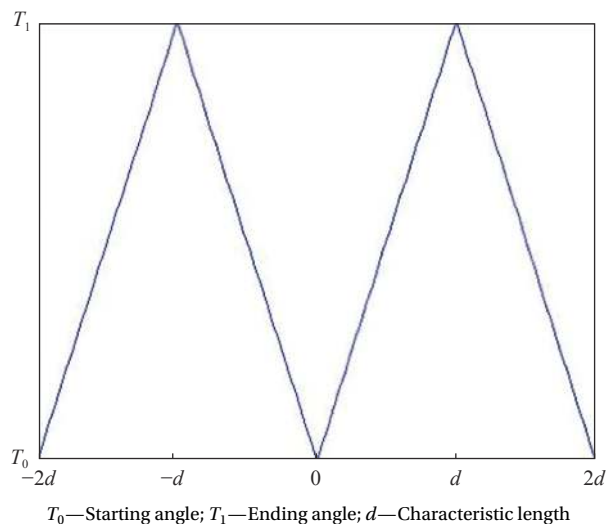
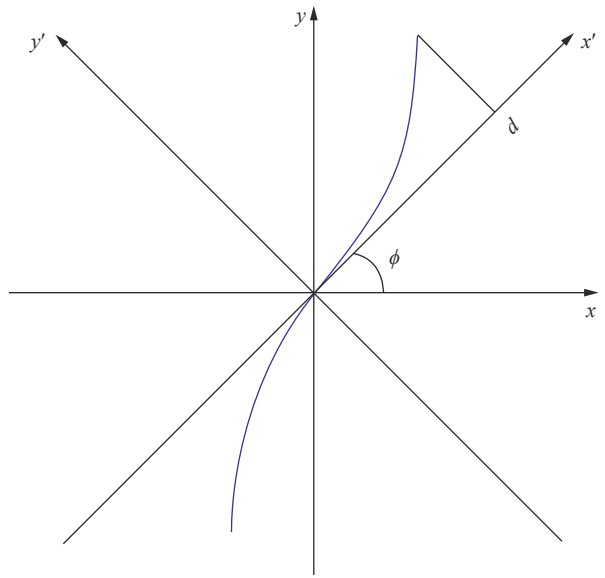


图1 纤维角度线性变化

Fig. 1 Fiber angle linear variation

$$y = \begin{cases} \frac{1}{k} \{ \ln [\cos (k x'+b)] - \ln [\cos (b)] \}, 0 < x' < \frac{d}{2} \\ -\frac{1}{k} \{ \ln [\cos (k x'+b)] - \ln [\cos (b)] \}, -\frac{d}{2} < x' < 0 \end{cases} \quad (2)$$

一般地，参考坐标系 $x'o'y'$ 与总体坐标系 $xoy$ 的夹角为 $\phi$ ，如图2所示。在总体坐标系内，层合板中任一点的纤维角度为

$$\theta(x,y) = \phi + \theta(x') \quad (3)$$


$\phi$ —Rotation angle;  $d$ —Characteristic length  
图2 角度线性变化曲线纤维路径示意图

Fig. 2 Schematic of fiber path of fiber angle linear variation curve

1.2 等曲率纤维路径

等曲率纤维路径可以在铺放过程中控制纤维丝束的曲率不发生变化，如下式：

$$\cos(\varphi) = \cos(T_0) - \kappa|x| \quad (4)$$

式中： $\varphi$ 为面内任意一点的纤维方向角度； $T_0$ 为面板中心处的纤维方向角度； $T_1$ 为面板边界( $x = \pm a/2$ )处的纤维方向角度； $\kappa = 2(\cos(T_0) - \cos(T_1))/a$ 为参考纤维路径的曲率。

1.3 Bezier 曲线纤维路径

图3为二次Bezier曲线纤维路径。Bezier曲线起始于 $P_0$ 点，终止于 $P_1$ 点， $P_0$ 和 $P_1$ 点处的纤维方向角分别为 $T_0$ 和 $T_1$ 。此外， $P_0$ 与 $P_1$ 两点处的切线相交于点 $Q_1$ ，Bezier曲线的形状和斜率角的变化规律随 $Q_1$ 的变化而变化。由图3中的参数可以得到Bezier曲线向量参数方程，如下式：

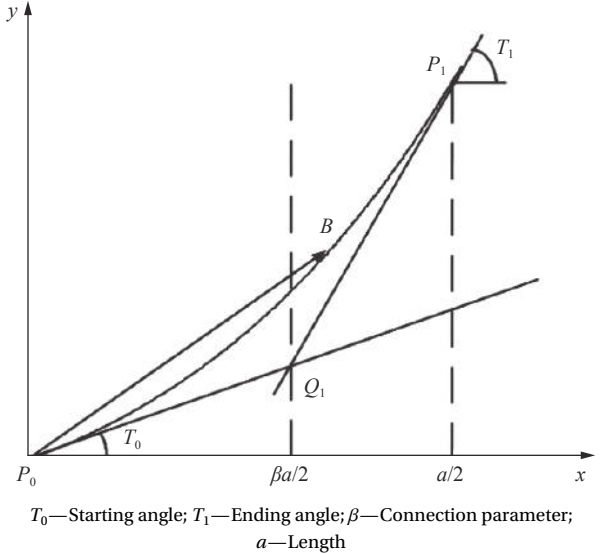


图3 二次Bezier曲线纤维路径示意图  
Fig. 3 Schematic of fiber path of quadratic Bezier curve

$$B(t) = (1-t^2)\overrightarrow{P_0P_0} + 2(1-t)\overrightarrow{P_0Q_1} + t^2\overrightarrow{P_0P_1}, t \in (0,1)$$
$$\overrightarrow{P_0P_0} = (0,0)$$
$$\overrightarrow{P_0Q_1} = (\beta a/2, \beta a/2 \tan(T_0))$$
$$\overrightarrow{P_0P_1} = (a/2, \beta a/2 \tan(T_0) + (1-\beta)a/2 \tan(T_1)) \quad (5)$$

式中， $\beta$ 为连接点参数。交点 $Q_1$ 的位置随 $\beta$ 的变化而变化，因此，通过改变 $\beta$ 的取值可以控制Bezier曲线的形状。由于 $Q_1$ 点始终位于 $P_0$ 与 $P_1$ 之间，因此 $\beta$ 的取值范围为(0,1)。在全局坐标系中，二次Bezier曲线纤维路径的表达式如下：

$$x = \frac{a}{2}((1-2\beta)t^2 + 2\beta t), -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}, 0 \leq t \leq 1 \quad (6)$$

由式(6)可知变量 $t$ 为

$$\begin{cases} t = \frac{2x}{a}, \beta = 0.5 \\ t = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + (1-2\beta)2x/a}}{1-2\beta}, \beta \neq 0.5, -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} y = \frac{a}{2}(((1-\beta)\tan(T_1) - \beta\tan(T_0))t^2 + 2\beta\tan(T_0)t), \\ 0 \leq x \leq \frac{a}{2}, 0 \leq t \leq 1 \\ y = \frac{a}{2}((- (1-\beta)\tan(T_1) + \beta\tan(T_0))t^2 - 2\beta\tan(T_0)t), \\ -\frac{a}{2} \leq x \leq 0, 0 \leq t \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

根据式(6)~(8)可知纤维角度的表达式如下：

$$\begin{aligned}\theta(x) &= \tan^{-1} \left( \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx} \right) \\ &= \tan^{-1} \left( \frac{(1-\beta) \tan(T_1)t + (1-t)\beta \tan(T_0)}{(1-2\beta)t + \beta} \right)\end{aligned}\tag{9}$$

1.4 曲率约束

为使纤维丝带在铺放过程中不发生褶皱和扭结缺陷，纤维路径应满足曲率约束<sup>[20]</sup>，曲率约束给出了纤维方向角相对于面板长度的变化量约束准则。利用自动纤维铺放技术 (AFP) 制备变刚度层合板，纤维丝束宽度越小，其临界曲率越大，设计空间越大。选用宽度为 3.175 mm 的碳纤维/环氧树脂 (M40J/4211) 复合材料丝束，如图 4 所示，当曲率半径小于 304.8 mm 时，在铺放过程中纤维丝束会发生褶皱等缺陷。因此，确定其最小曲率半径为 304.8 mm。纤维丝束通过平移法构成的变刚度层合板仅需参考路径满足曲率约束即可。因此，纤维角度线性变化、等曲率及 Bezier 曲线的曲率约束如下式：

$$\begin{aligned}K_{\text{linear}} &= \frac{f''(x)}{\left[1 + (f'(x))^2\right]^{3/2}} \\ &= \frac{2(T_1 - T_0)}{a} \cos\left(\frac{2(T_1 - T_0)}{a}x + T_0\right)\end{aligned}\tag{10}$$

$$\begin{aligned}K_{\text{constant}} &= (\cos(T_0) - \cos(T_1)) \times 2/a \\ K_{\text{bezier}} &= \frac{|x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)|}{\left[x'^2(t) + y'^2(t)\right]^{3/2}}\end{aligned}\tag{11}$$

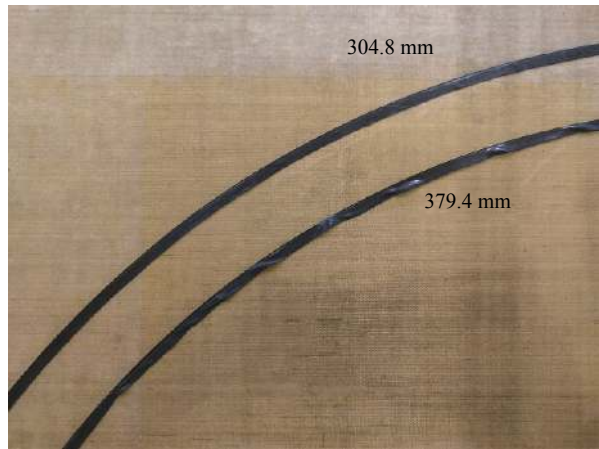


图 4 丝束宽度为 3.175 mm 的碳纤维/环氧树脂 (M40J/4211) 复合材料丝束临界曲率

Fig. 4 Critical curvature of carbon fiber/epoxy (M40J/4211) composite tow with tow width of 3.175 mm

$$\begin{aligned}K_{\text{bezier}} &= \frac{|a^2mn - a^2(1-2\beta)(mt + \beta \tan(T_0))|}{(a^2((1-2\beta)t + \beta)^2 + a^2(mt + \beta \tan(T_0))^2)^{3/2}} \\ m &= (1-\beta) \tan(T_1) - \beta \tan(T_0) \\ n &= (1-2\beta)t + \beta\end{aligned}\tag{12}$$

根据曲率半径与曲率的关系  $\kappa = 1/\rho$ ，可知最大曲率  $\kappa_{\text{max}}$  为  $0.00328 \text{ mm}^{-1}$ ，参考路径各点处的曲率值均不能大于最大临界曲率。

2 数值分析与讨论

2.1 理想变刚度层合板有限元模型

航天器结构中为了提高结构的刚度特性，往往选用高模量系碳纤维，因此本文选用 M40J/4211 复合材料，为了研究高模量变刚度复合材料层合板单向压缩工况下的屈曲特性，建立四边简支的边长为 300 mm×300 mm 的方形薄板。由于文献 [8] 研究发现，当纤维角度变化方向垂直于载荷方向时，复合材料层合板抗屈曲性能最优。因此，在承受沿着 y 方向的压缩载荷工况下，选用铺层方式为均衡对称的  $[\pm\theta(x)]_{2S}$ ，单层厚度为 0.125 mm，纤维方向角度  $\theta(x)$  沿坐标轴 x 变化，根据不同纤维轨迹函数采用不同的定义方式，如纤维角度线性变化的  $\theta(x)$  定义为  $\langle T_0|T_1 \rangle$ ，表示纤维角度从板中心处的  $T_0$ ，线性变化为板边处的  $T_1$ 。同理，等曲率曲线和 Bezier 曲线的  $\theta(x)$  分别定义为  $\langle T_0(\kappa) \rangle$  和  $\langle T_0(\beta)|T_1 \rangle$ 。边界条件如图 5 所示，约束四边  $x =$

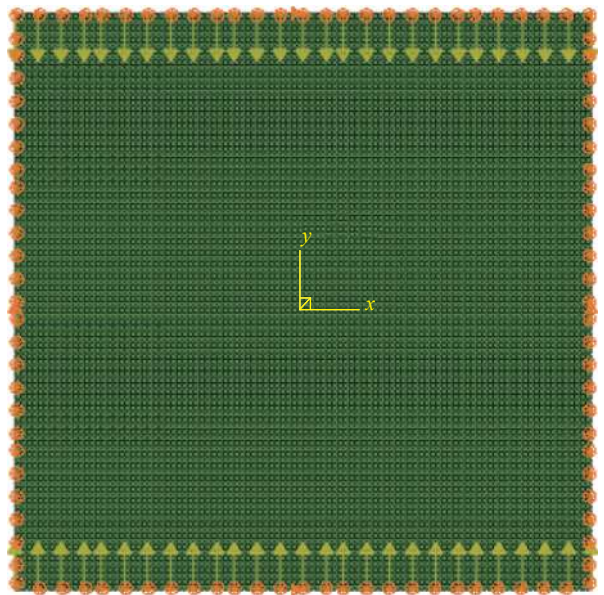


图 5 M40J/4211 复合材料变刚度层合板有限元模型

Fig. 5 Finite element model of M40J/4211 composite variable stiffness laminated plate

$\pm a/2$ 、 $y = \pm a/2$ 面外方向的位移 $w = 0$ ，为了消除刚体位移，同时约束 $x = \pm a/2$ 、 $y = 0$ 处面内 $y$ 方向的位移 $y = 0$ ， $y = \pm a/2$ 、 $x = 0$ 处面内 $x$ 方向的位移 $x = 0$ 。

为了验证 Python 二次开发程序的有效性，对文献 [6] 中变刚度层合板在压缩工况下的临界屈曲载荷算例进行验证对比，如表 1 所示，验证了算法程序的正确性。

表 1 算法程序有效性验证  
Table 1 Algorithm validity verification

Curve placement example	This article/N	Literature[6]/N	Error/%
$[\pm 45/0 \pm \langle 45 60 \rangle_2/0 \pm \langle 30 15 \rangle_2]_S$	15 689.5	15 641	0.30
$[\pm 45/0 \pm \langle 30 45 \rangle/0 \pm \langle 45 60 \rangle_2/0 \pm \langle 30 15 \rangle]_S$	16 558.0	16 514	0.27

2.2 M40J/4211 复合材料变刚度层合板屈曲响应

利用 2.1 节的参数化变刚度复合材料有限元模型，分别对沿着纤维角度线性变化、等曲率及 Bezier 曲线三种纤维轨迹铺放而成的 M40J/4211 复合材料变刚度层合板进行参数化线性屈曲分析，确定最优的轨迹类型及参数。

首先，对于纤维角度线性变化的铺层结构  $(\pm T_0|T_1)_{2S}$ ，分别对  $T_0$  和  $T_1$  每隔  $10^\circ$  取值，相互组合构成一种铺层结构。考虑曲率的影响，满足曲率约束的设计方案如图 6 所示，当  $T_0 = 30$ 、 $T_1 = 60$  时，临界屈曲载荷取到最大值，其值为 1 406.4 N。当  $T_0 = T_1 = 50$  时，纤维轨迹为直线，取得常刚度铺层结构的最大临界屈曲载荷，为 1 050.9 N。可以发现，纤维角度线性变化的变刚度复合材料层合板较常刚度最大临界屈曲载荷提高了 33.8%。

其次，对等曲率曲线铺放的层合板  $(\pm T_0(\kappa))_{2S}$

进行参数化线性屈曲分析。根据式 (11) 计算不同  $T_0$  和  $T_1$  组合下纤维路径的曲率，得到满足曲率约束的配置，临界屈曲载荷结果如图 7 所示。同样地，满足曲率约束条件下，当  $T_0 = 20$ 、 $T_1 = 60$  时，临界屈曲载荷取最大值，为 1 396.6 N，较最优常刚度组合  $[\pm 50]_{2S}$  提高了 32.9%。

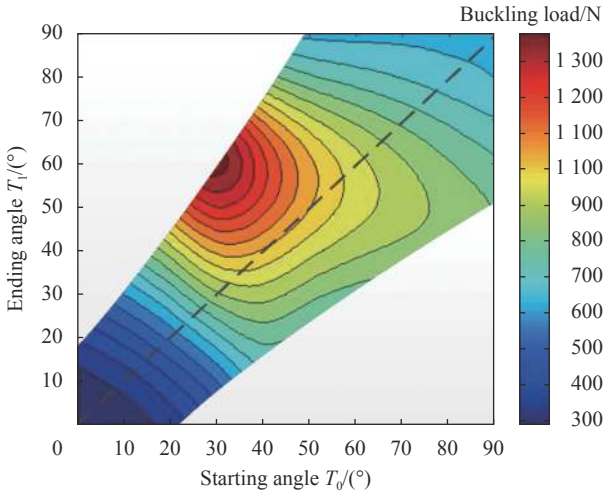


图 6 纤维角度线性变化曲线轨迹满足曲率约束的 M40J/4211 复合材料变刚度层合板屈曲特性  
Fig. 6 Buckling performance of M40J/4211 composite variable stiffness laminated plate with linear trajectory of fiber angle satisfying curvature constraint

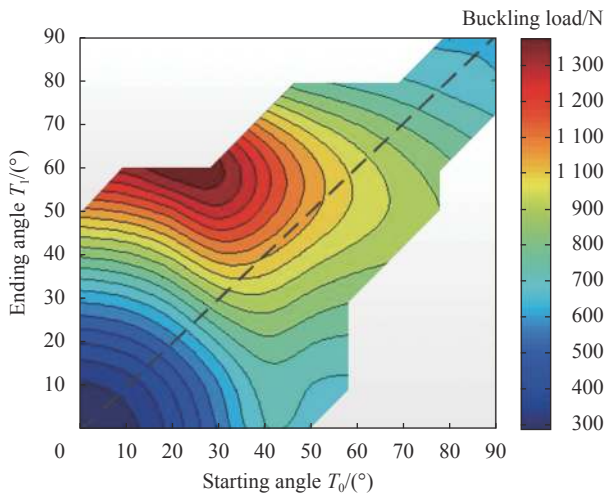


图 7 等曲率曲线轨迹满足曲率约束的 M40J/4211 复合材料变刚度层合板屈曲特性  
Fig. 7 Buckling performance of M40J/4211 composite variable stiffness laminated plate with constant-curvature curve trajectory satisfying curvature constraints

最后，对纤维轨迹沿 Bezier 曲线设计的铺设方式  $(T_0(\beta)T_1)$  进行线性屈曲分析。 $\beta$  从 0~1，间隔 0.1 取值，每一个  $\beta$  值均对  $T_0$  和  $T_1$  间隔  $10^\circ$  进行组合，构成一种铺层结构。对三个变量的离散组合进行参数化屈曲分析，结果如图 8 所示，当  $\beta = 0.6$ 、 $T_0 = 30$ 、 $T_1 = 60$  时，临界屈曲载荷最大，为 1 412.4 N，较  $[\pm 50]_{2S}$  的屈曲值提高了 34.4%。由于数据太多，这里仅列出包含最大临界屈曲载荷 (即  $\beta = 0.6$ ) 的数据云图。

综上可知，Bezier 曲线受曲率的影响最大，

且曲率约束发生不对称性。为了解释其不对称性，进一步对 Bezier 曲线的角度变化过程进行分析。图 9 为  $T_0=30$ 、 $T_1=60$  时 Bezier 曲线纤维角度变化过程。可以发现，当  $\beta$  较小 (0.1~0.3) 或较大 (0.7~0.9) 时，分别在起始位置或终止位置附近发生角度的突然变化，产生较大的曲率，因此当  $\beta$  取值较小或较大时，受曲率的约束影响非常大。图 10 为  $T_0=30$ 、 $T_1=60$  和  $T_0=60$ 、 $T_1=30$  时 Bezier 曲线曲率约束非对称性验证。可以发现，当  $\beta=0.6$  时， $T_0=30$ 、 $T_1=60$  和  $T_0=60$ 、 $T_1=30$  两种配置的角度变化轨迹不同，因此证明了图 8 中曲率约束的不对称性，同时还发现，对于  $T_0=30$ 、 $T_1=60$  和  $T_0=60$ 、

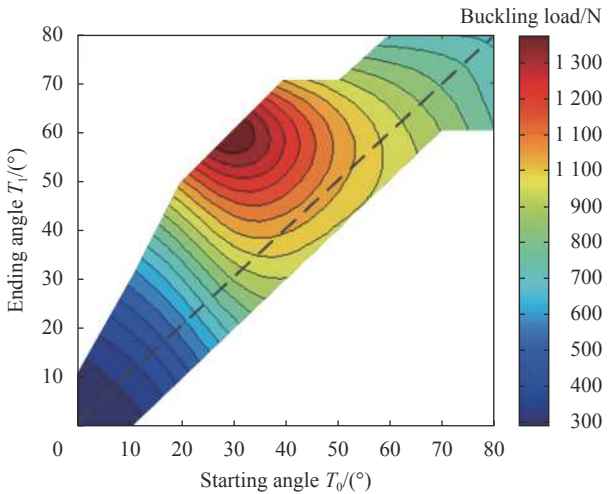


图 8 二次 Bezier 曲线轨迹满足曲率约束的 M40J/4211 复合材料变刚度层合板屈曲特性

Fig. 8 Buckling performance of M40J/4211 composite variable stiffness laminated plate with quadratic Bezier curve trajectory satisfying curvature constraints

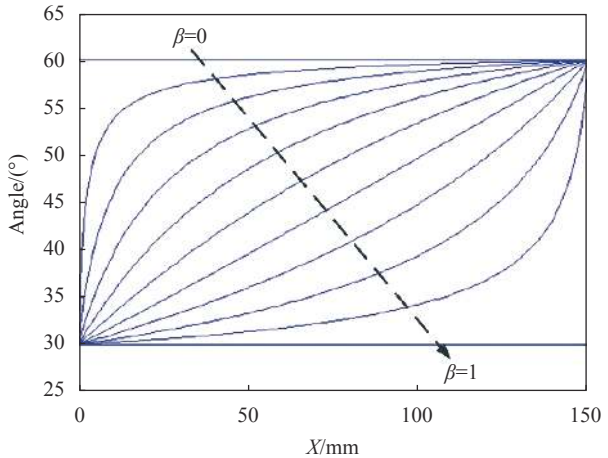


图 9 Bezier 曲线纤维角度变化过程

Fig. 9 Process of quadratic Bezier curve fiber variable angle

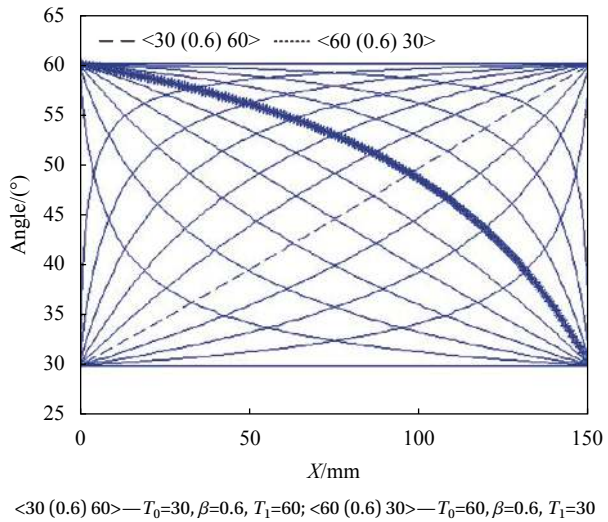


图 10 Bezier 曲线曲率约束非对称性验证

Fig. 10 Bezier curve curvature constraint asymmetry verification

$T_1=30$  两种配置， $\beta_1=0.6$  与  $\beta_2=0.4$  时的曲率变化情况相同。

综上所述可以发现，对于三种纤维轨迹设计，当终止角度  $T_1$  大于  $T_0$  时，可以有效提高结构的抗屈曲能力。等曲率纤维轨迹受曲率约束的影响最小，Bezier 曲线的设计空间最大，但其受曲率约束的影响也最大。最终得到，最优的纤维轨迹类型为 Bezier 曲线，当  $\beta=0.6$ 、 $T_0=30$ 、 $T_1=60$  时，变刚度复合材料层合板 ( $(\pm 30(0.6)60)$ ) 的抗屈曲性能最优，较常刚度复合材料层合板提高了 34.4%。

### 3 工艺参数对 M40J/4211 复合材料变刚度层合板屈曲性能的影响

2.2 节关于纤维轨迹的参数化研究是基于理想模型，即不考虑丝束宽度，丝束在垂直于纤维角度变化方向上沿中心参考路径连续移动。但根据实际的 AFP 制造条件，铺丝头具有一定的宽度，通常铺丝头可以容纳 24 根丝束，一条铺放轨迹内的各丝束间相互平行。此外，由于铺放轨迹的宽度相同，但其角度发生变化，在平移方向上的有效距离 ( $w/\cos(|\theta'|)$ ) 是不同的，因此，在不同轨迹的边界处不可避免地会发生重叠或间隙。为了提高结构的型面精度，可以利用铺放设备的独立剪切/重送技术去除大部分重叠区域。

在 2.2 节最优抗屈曲性能配置的基础上，研究了工艺参数对屈曲性能产生的影响。通常铺丝头铺放的丝带宽度分别为 38.1 mm、76.2 mm、114.3 mm，丝束宽度分别为 3.175 mm、6.35 mm、12.7 mm。考虑到实际的 AFP 制造条件，为了增

加设计空间，设计丝束宽度为 3.175 mm 的铺头。不同的纱路数导致丝带宽度不同，一般铺丝头可以容纳 12 根、24 根或 36 根丝束，其产生的重叠区域如图 11 所示。图 12 和图 13 分别为丝带宽度对 M40J/4211 复合材料变刚度层合板屈曲性能和平均厚度的影响。可见，当丝带宽度为 38.1 mm、丝束宽度为 3.175 mm 时，临界屈曲载荷与不考虑丝束宽度的理想模型相差 12.9%，因此在建立有限元模型时考虑丝带宽度这一工艺参数是十分必要的。从图 12 和图 13 可以看出，当丝束宽度一定，随着丝带宽度的增加，重叠区域的面积和临界屈曲载荷逐渐减小。虽然重叠区域的增加可以起到类似于加强筋的作用，有效提高结构效率(屈曲载荷/体积)，但在航天器结构中往往要求其保证良好的型面精度。因此，要在保证良好型面精度的前提下，利用纤维曲线铺放变刚度方法提高结构的抗屈曲性能。表 2 为丝带宽度对 M40J/

4211 复合材料变刚度层合板型面精度和结构抗屈曲效率的影响。可见，当丝带宽度为 114.3 mm、丝束宽度为 3.175 mm 时，M40J/4211 复合材料变刚度层合板型面精度最好，临界屈曲载荷较常刚度 ( $[±50]_{2S}$ ) 层合板提高了 37.3%，结构效率提高了 34.7%。

综上所述，基于曲线纤维铺放的变刚度铺设方法可以有效提高结构的抗屈曲性能。利用铺丝机的剪切/重送技术可以有效提高结构的型面精度。当丝束宽度一定时，随着丝带宽度的增加，重叠区域的面积减小，有效提高了结构的型面精度。虽然临界屈曲载荷减小，但其较常刚度复合材料层合板仍提高了 37.3%。

4 结论

首先对曲线变刚度复合材料层合板的纤维轨迹进行参数化设计，在考虑临界曲率约束的条件

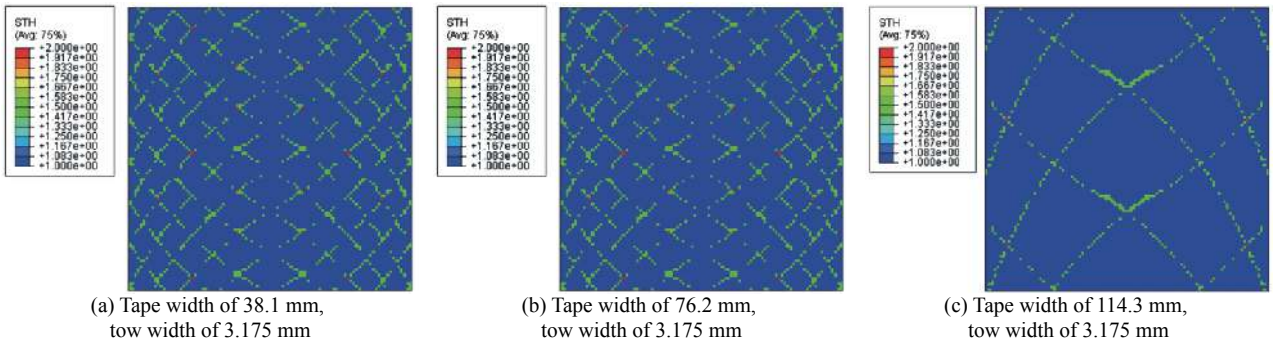


图 11 不同丝带宽度的自动纤维铺放技术 (AFP) 有限元模型

Fig. 11 Finite element models of automatic fiber placement (AFP) with different tape width

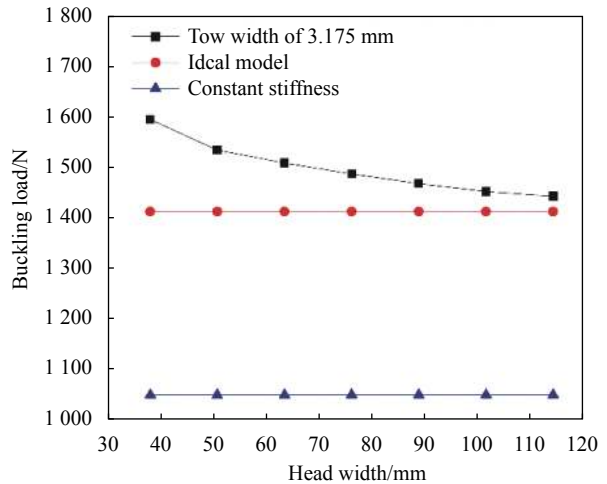


图 12 丝带宽度对 M40J/4211 复合材料变刚度层合板屈曲性能的影响  
Fig. 12 Influence of tape width variation on buckling performance of M40J/4211 composite variable stiffness laminated plate

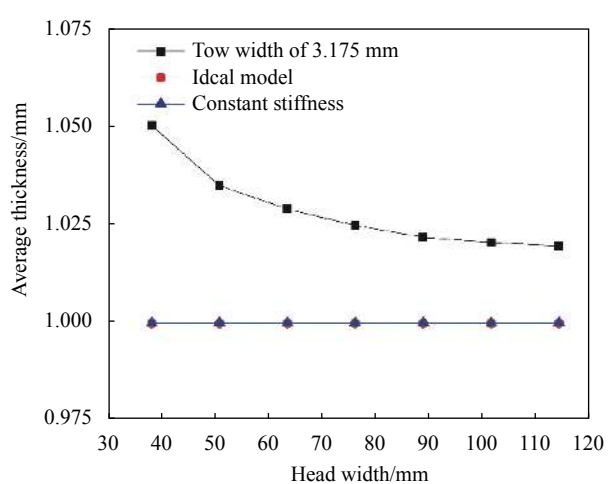


图 13 丝带宽度对 M40J/4211 复合材料变刚度层合板平均厚度的影响  
Fig. 13 Influence of tape width variation on average thickness of M40J/4211 composite variable stiffness laminated plate

表 2 丝带宽度对 M40J/4211 复合材料变刚度层合板型面精度及结构抗屈曲效率的影响

Table 2 Effect of tape width on profile accuracy and structure buckling efficiency of M40J/4211 composite variable stiffness laminated plate

Tape width/mm	Number of tow	Average thickness/mm	Critical buckling load/N	Improved structural efficiency/%
38.1	12	1.0505	1 594	44.4
50.8	16	1.0352	1 534	41.0
63.5	20	1.0292	1 508	39.5
76.2	24	1.0250	1 487	38.0
88.9	28	1.0219	1 468	36.7
101.6	32	1.0206	1 452	35.4
114.3	36	1.0197	1 443	34.7

下, 对比分析了纤维角度线性变化、等曲率曲线及 Bezier 曲线三种线型的优缺点, 得到最优的线型组合。其次, 对利用自动纤维铺放技术 (AFP) 制成的曲线纤维变刚度复合材料层合板结构进行了有限元建模, 精确模拟了铺放过程中利用铺丝头剪切/重送技术有效减轻由于丝束宽度而发生重叠的现象。最后, 保持铺头丝束宽度不变, 研究了丝带宽度对型面精度及屈曲力学性能产生的影响。

(1) 基于二次 Bezier 曲线纤维铺放的变刚度复合材料结构可以显著提高结构的压缩屈曲性能, 较最优的常刚度复合材料结构临界屈曲载荷提高了 34.4%。

(2) 二次 Bezier 曲线轨迹扩大了设计空间, 但其受曲率的影响最大, 控制参数  $\beta$  取值较小或较大均会导致角度的大幅变化, 导致曲率过大, 因此  $\beta$  取值应适中, 以 0.3~0.7 为宜。

(3) 等曲率曲线轨迹面内各点处曲率处处相等, 且受曲率的约束最小。

(4) 丝束宽度和丝带宽度两组工艺参数会使纤维轨迹的边界产生重叠或间隙, 进而对屈曲性能产生显著影响。利用铺丝头的剪切/重送技术可以有效减小重叠区域的影响。选定特定丝束宽度的铺头, 通过增加送纱路数, 即增大丝带宽度, 可以有效提高结构的型面精度。丝带宽度与重叠区域的面积及临界屈曲载荷呈负相关关系。使用最大的丝带宽度可使重叠区域面积最小, 型面精度最高, 同时仍能保证结构抗屈曲性能较常刚度复合材料层合板提高 37.3%。

参考文献:

[1] 文立伟, 肖军, 王显峰, 等. 中国复合材料自动铺放技术研究进展[J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47(5): 637-649.  
WEN Liwei, XIAO Jun, WANG Xianfeng, et al. Process of automated placement technology for composites in China[J].

Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2015, 47(5): 637-649(in Chinese).

[2] 周晓芹, 曹正华. 复合材料自动铺放技术的发展及应用[J]. 航空制造技术, 2009(s1): 1-3, 7.  
ZHOU Xiaoqin, CAO Zhenghua. Development and application of automated placement technology for composites[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2009(s1): 1-3, 7(in Chinese).

[3] SHIRINZADEH B, CASSIDY G, OETOMO D, et al. Trajectory generation for open-contoured structures in robotic fibre placement[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2007, 23(4): 380-394.

[4] ABDALLA M M, SETOODEH S, GÜRDAL Z. Design of variable stiffness composite panels for maximum fundamental frequency using lamination parameters[J]. Composite Structures, 2007, 81(2): 283-291.

[5] SETOODEH S, ABDALLA M M, GÜRDAL Z. Design of variable-stiffness laminates using lamination parameters[J]. Composites Part B: Engineering, 2006, 37(4-5): 301-309.

[6] 马永前, 张淑杰, 许震宇. 纤维曲线铺放的变刚度复合材料层合板的屈曲[J]. 玻璃钢/复合材料, 2009(5): 31-35.  
MA Yongqian, ZHANG Shujie, XU Zhenyu. The buckling of variable-stiffness composite panels with curvilinear fiber format[J]. Fiber Reinforced Plastics/Composites, 2009(5): 31-35(in Chinese).

[7] GÜRDAL Z, OLMEDO R. In-plane response of laminates with spatially varying fiber orientations: Variable stiffness concept[J]. AIAA Journal, 1993, 31(4): 751-758.

[8] GÜRDAL Z, TATTING B F, WU C K. Variable stiffness composite panels: Effects of stiffness variation on the in-plane and buckling response[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2008, 39(5): 911-922.

[9] WU K C, GÜRDAL Z, STARNES J H. Structural response of compression loaded, tow placed, variable stiffness panels[C]//Proceedings of 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Denver: AIAA, 2002: 2002-1512.

- [10] JEGRLRY D C, TATTING B F, GÜRDAL Z. Tow-steered panels with holes subjected to compression or shear loading[C]//Proceedings of 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Austin: AIAA, 2005: 2005-2081.
- [11] GÜRDAL Z, TATTING B F, WU K C. Tow-placement technology and fabrication issues for laminated composite structures[C]//Proceedings of 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Austin: AIAA, 2005: 2005-2017.
- [12] 富宏亚, 曹忠亮, 杜霖, 等. Bezier曲线变角度层合板设计及屈曲特性分析[J]. 复合材料学报, 2017, 34(8): 1729-1735.  
FU Hongya, CAO Zhongliang, DU Lin, et al. Design of Bezier curve variable angle laminates and analysis on buckling property[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2017, 34(8): 1729-1735(in Chinese).
- [13] 牛雪娟, 杨涛, 杜宇. 基于流场函数的变刚度层合板铺放设计[J]. 固体火箭技术, 2014, 37(6): 848-855.  
NIU Xuejuan, YANG Tao, DU Yu. Path planning of variable stiffness laminates based on the flow field function[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2014, 37(6): 848-855(in Chinese).
- [14] 张雁, 张峤, 梁珂, 等. 变刚度复合材料机翼设计与优化[C]//2015中国力学大会. 上海: 中国力学学会, 2015.  
ZHANG Yan, ZHANG Qiao, LIANG Ke, et al. Design and optimization of variable stiffness composite wing[C]//2015 The Chinese Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Shanghai: Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2015(in Chinese).
- [15] FALCÓ O, MAYUGO J A, LOPES C S, et al. Variable-stiffness composite panels: As-manufactured modeling and its influence on the failure behavior[J]. Composites Part B: Engineering, 2014, 56: 660-669.
- [16] PEETERS D M J, LOZANO G G, ABDALLA M M. Effect of steering limit constraints on the performance of variable stiffness laminates[J]. Computers & Structures, 2018, 196: 94-111.
- [17] MAROUENE A, BOUKHILI R, CHEN J, et al. Effects of gaps and overlaps on the buckling behavior of an optimally designed variable-stiffness composite laminates: A numerical and experimental study[J]. Composite Structures, 2016, 140: 556-566.
- [18] 杜霖. 变刚度层合板力学性能分析及铺放成型技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.  
DU Lin. Study on mechanical behavior of variable stiffness laminates and its manufacturing technology with fiber placement[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016(in Chinese).
- [19] CAO Z, FU H, HAN Z. Comparative study on bezier curve and linear variable angle method for variable stiffness laminates[J]. Polymer Composites, 2019, 40(3): 952-960.
- [20] 顾杰斐, 陈普会, 孔斌, 等. 考虑制造因素的变刚度层合板的抗屈曲铺层优化设计[J]. 复合材料学报, 2018, 35(4): 866-875.  
GU Jiefei, CHEN Puhui, KONG Bin, et al. Layup optimization for maximum buckling load of variable stiffness laminates considering manufacturing factors[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(4): 866-875(in Chinese).