

DOI: 10.13801/j.cnki.fhclxb.20200212.004

基于分形理论分析裂缝形态对  
纤维/混凝土渗透性的影响

丁一宁\*, 马跃, 郝晓卫

(大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室, 大连 116024)

**摘 要:** 分形维数可以表征裂缝形态, 能够用来分析混凝土裂缝断面的粗糙程度。裂缝形态对开裂混凝土的渗透性有重要影响, 为研究这种影响, 利用劈裂试验获得不同宽度的裂缝, 使用不同的纤维种类, 并设置多种纤维掺量, 得到粗糙程度不同的裂缝断面, 通过水渗透试验测量不同裂缝宽度时混凝土的渗透系数。采用激光扫描仪扫描裂缝断面并重构 3D 断面几何形态, 采用立方体覆盖法计算断面分形维数。采用分形维数将实测裂缝宽度和有效裂缝宽度联系起来, 联立达西定律和泊肃叶定律建立开裂混凝土渗透系数和分形维数的函数关系。结果表明: 使用相同的网格划分法, 分形维数随着纤维掺量的增加而增大; 渗透系数随着纤维掺量的增加而减小; 函数关系式中分形维数的指数绝对值和修正系数都随裂缝宽度增加而减小。

**关键词:** 分形维数; 渗透性; 断面粗糙程度; 开裂混凝土; 纤维

**中图分类号:** TU528.572      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1000-3851(2020)11-2908-09

Investigation on effect of crack geometry on permeability of  
fiber/concrete based on fractal theory

DING Yining\*, MA Yue, HAO Xiaowei

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** Fractal dimension can characterize the geometric properties of cracks and can be used to analyze the rupture surface roughness of concrete. Crack geometry plays an important role in water permeability of cracked concrete. In order to investigate this effect, a series of crack widths were obtained through feedback controlled splitting test and a variety of rupture surface roughness was achieved by adjusting fiber types and fiber contents. Water permeability test was performed to measure the permeability coefficients under different crack widths. 3D rupture surface was re-established after scanning the real rupture surface via laser scanning device. The fractal dimension was calculated based on the cube covering method. The function between fractal dimension and water permeability coefficient was established by correlating the measured crack width and the effective crack width and solving Darcy's Law and Poiseuille's Law simultaneously. The results show that fractal dimension calculated by the same meshing approach increases as the fiber content increases. Water permeability coefficient reduces with the rise of the fiber content. The results also demonstrate that both the absolute value of the exponential of fractal dimension and the correction factor in the function decreases with crack width increasing.

**Keywords:** fractal dimension; permeability; rupture surface roughness; cracked concrete; fiber

混凝土结构构件在正常使用阶段带裂缝工作, 而裂缝是外界水、有害离子等进入混凝土的主要途径, 因此开裂混凝土的抗渗性显得尤为重要<sup>[1-2]</sup>。开裂混凝土的抗渗性受多种因素影响, 包括应力状态、基体类型、裂缝形态、环境温度等, 但主要因素是裂缝形态<sup>[3-4]</sup>。由于开裂前水流通过混凝土

收稿日期: 2019-12-18; 录用日期: 2020-01-31; 网络首发时间: 2020-02-13 11:11:39

网络首发地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20200212.004>

基金项目: 国家自然科学基金 (51578109)

通信作者: 丁一宁, 博士, 教授, 研究方向为高性能混凝土 E-mail: [ynding@hotmail.com](mailto:ynding@hotmail.com)

引用格式: 丁一宁, 马跃, 郝晓卫. 基于分形理论分析裂缝形态对纤维/混凝土渗透性的影响 [J]. 复合材料学报, 2020, 37(11): 2908-2916.  
DING Yining, MA Yue, HAO Xiaowei. Investigation on effect of crack geometry on permeability of fiber/concrete based on fractal theory[J].  
Acta Materiae Compositae Sinica, 2020, 37(11): 2908-2916(in Chinese).

土内部的初始孔隙缓慢渗流，而开裂后水流主要通过裂缝渗透，开裂前后的渗透路径和渗透速率发生显著变化。

Desmettre 等<sup>[5]</sup>研究了单轴拉应力对混凝土在恒定水压下渗透性的影响，发现纤维/混凝土的渗透性相比同条件下素混凝土的渗透性降低了 60%~70%。Banthia 等<sup>[6]</sup>研究了单轴压应力对混凝土渗透性的影响，发现在压应力阈值 ( $0.3f_u$ ,  $f_u$  为抗压强度) 之前，混凝土由于被压缩变得更密实，渗透性随应力增加而降低；超过应力阈值后混凝土渗透性随应力增加而提高。Choinska 等<sup>[7]</sup>研究了温度和应力水平的相互作用对开裂后混凝土渗透性的影响，发现升高温度使混凝土内部空隙膨胀，温度达到 150℃ 时混凝土内部会产生新的微裂缝，从而提高混凝土的渗透性。

无论是应力状态、基体类型还是环境温度，对混凝土渗透性的影响是通过改变裂缝形态来实现的。如低应力产生微观裂缝，而高应力产生宏观裂缝；素混凝土在外荷载作用下产生的裂缝数较少，但宽度较大，而纤维/混凝土在外荷载作用下可以产生多而细的裂缝。因此，裂缝形态是影响混凝土渗透性的关键因素，探究裂缝形态与混凝土渗透性的关系十分有意义。

利用圆盘劈裂试验可以得到不同宽度的裂缝，将该试验装置与渗透试验装置组合可以实现对荷载、位移和流量的同步测量，一些学者采用该方法研究裂缝形态对混凝土渗透性的影响。Wang 等<sup>[8]</sup>研究了不同裂缝宽度对混凝土渗透性的影响。Yi 等<sup>[9]</sup>研究了不同裂缝宽度和水压对开裂混凝土渗透性的影响。Ding 等<sup>[10]</sup>运用修正的泊肃叶定律研究了钢纤维对裂缝形态和渗透系数的影响，发现泊肃叶定律的修正因子  $\xi$  随纤维掺量的增加而减小。Picandet 等<sup>[11]</sup>研究了裂缝对普通混凝土和钢纤维/混凝土渗透性的影响，并运用修正的泊肃叶定律建立了混凝土渗透系数与裂缝宽度的函数关系。Akhavan 等<sup>[12]</sup>研究了裂缝宽度、曲折度和粗糙度对砂浆渗透性的影响。丁一宁等<sup>[13]</sup>发现掺加钢纤维和聚丙烯长纤维可以提高混凝土的裂缝曲折度。

目前的研究尚有值得改进之处，如缺少裂缝断面的粗糙程度对混凝土渗透性影响的分析；没有建立混凝土渗透系数与裂缝形态的定量关系。分形几何可以分析复杂无规则的几何图形，如混

凝土的裂缝和开裂断面。一些学者已经将分形理论应用于混凝土的研究中。Restuccia 等<sup>[14]</sup>采用分形维数表征水泥基复合材料的裂缝曲折度。殷新龙等<sup>[15]</sup>采用分形理论分析混凝土梁表面的裂缝，发现加载的荷载等级越高，混凝土表面裂缝的分形维数越大。蒋赏等<sup>[16]</sup>借助裂缝的分形维数评价混凝土梁的冻融损伤程度。Issa 等<sup>[17]</sup>采用分形维数分析骨料的最大粒径对混凝土断面粗糙程度的影响，发现断面分形维数随着骨料最大粒径的增加而增大。李冬等<sup>[18]</sup>将分形几何应用到对开裂混凝土渗透性的研究中，分析并对比了不同开裂断面的分形维数。运用分形理论可以定量研究裂缝形态对开裂混凝土渗透性的影响。

本文通过改变混凝土中纤维类型和纤维掺量得到不同的裂缝形态，将圆盘劈裂试验和恒定水压渗透试验组合在一起，测量不同裂缝宽度时混凝土的渗透系数，接着使用 3D 断面扫描装置重构断面，运用立方体覆盖法计算断面的分形维数，利用分形维数分析开裂断面的粗糙程度对混凝土渗透性的影响，最后建立渗透系数和分形维数之间的关系。

## 1 试验材料及方法

### 1.1 原材料及纤维/混凝土配比

P·O 42.5R 水泥；细度模数为 2.56、粒径范围为 0~5 mm 的Ⅱ区级配河砂；粒径为 5~10 mm 的连续级配碎石；聚羧酸盐高效减水剂，减水率为 30%；Dramix 65/35-BN 端部弯钩型钢纤维 (SF)；维克聚丙烯 (PP) 长纤维 WK-8。纤维的具体参数如表 1 和表 2 所示。

SF 掺量 (体积分数) 分别为 0.5vol%、0.75vol% 和 1vol%，PP 长纤维掺量 (体积分数) 分别为 0.5vol% 和 0.75vol%。混凝土配比如表 3 所示，纤维掺量及试件编号如表 4 所示。

### 1.2 渗透试验

渗透试验的试件是直径为 100 mm、厚度为 50 mm 的圆盘。参照 CECS 13 : 2009<sup>[19]</sup> 操作规程将新拌混凝土浇注在内径为 100 mm、高度为 250 mm 的空心圆柱形模具内，24 h 后拆模，放入标准养护室养护 28 天。因为浇注面附近混凝土不如底部密实，所以用岩石切割机切去圆柱体浇注面以下 50 mm 厚的一段，将余下的 200 mm 高的圆柱体切成 4 段，每段厚为 50 mm，得到圆盘试件。在圆盘环向表面涂抹环氧胶，用橡胶包裹圆

表 1 钢纤维 (SF) 性能参数

Table 1 Performance parameters of steel fiber (SF)

Type	Form	Length/mm	Diameter/mm	Aspect ratio	Elastic modulus/GPa	Tensile strength/MPa	Pieces/kg
RC-65/35	Hooked	35	0.55	65	200	1 345	14 500

表 2 聚丙烯长纤维 (PP) 性能参数

Table 2 Performance parameters of macro polypropylene fiber (PP)

Type	Tensile strength/MPa	Elastic modulus/GPa	Elongation/%	Length/mm	Diameter/mm	Pieces/kg
WK-8	490	5	<30	30	0.4	96 000

表 3 混凝土配比

Table 3 Mix proportion of concrete

Cement	Fly ash	Coarse aggregate (5–10 mm)	Fine aggregate (0–5 mm)	Water	Superplasticizer	kg·m <sup>-3</sup>
390	155	848	822	272.5	7.6	

表 4 纤维/混凝土试件编号、纤维掺量和根数

Table 4 Specimen number, fiber contents and pieces of fiber/concrete

Specimen number	SF content/vol%	SF/(pieces·m <sup>-3</sup> )	PP fiber content/vol%	PP fiber/(pieces·m <sup>-3</sup> )
PP0.5/concrete	0	0	0.50	432 000
PP0.75/concrete	0	0	0.75	648 000
SF0.5/concrete	0.50	569 125	0	0
SF0.75/concrete	0.75	853 688	0	0
SF1/concrete	1.00	1 138 250	0	0
SF0.5-PP0.5/concrete	0.50	569 125	0.50	432 000
SF0.5-PP0.75/concrete	0.50	569 125	0.75	648 000
SF0.75-PP0.5/concrete	0.75	853 688	0.50	432 000

盘避免环向表面漏水，然后组装成图 1 所示的渗透容器。图 2 为荷载作用下的渗透实验，将渗透容器安放在试验台上，在试件左右两侧各放置两个位移传感器 (LVDT)，每一侧的两个 LVDT 分别

放置在圆盘的侧面边缘用来测量圆盘进水面和出水面的裂缝宽度。以进水面左右两侧的 LVDT 数值之和作为圆盘进水面裂缝宽度，以出水面左右

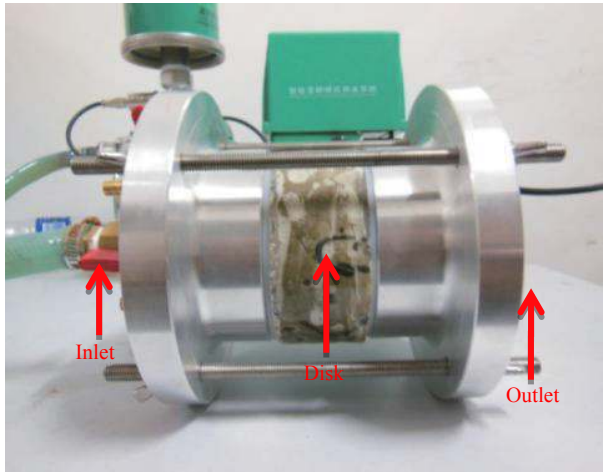


图 1 渗透容器

Fig. 1 Permeability vessel



图 2 荷载作用下的渗透实验

Fig. 2 Permeability test under loading



两侧的 LVDT 数值之和作为圆盘出水面裂缝宽度，将进水面和出水面的裂缝宽度平均值作为裂缝宽度( $w$ )。连接入水管和出水管，入水管和水泵连接，出水管和集水装置连接。集水装置是一个放在质量传感器上的密闭容器，可以实时监测水的流量。

试验开始后，打开水泵加压 0.02 MPa 使水充满渗透装置；试验机加载速率为 0.05 mm/min，裂缝达到预定宽度后持载，记录 1 h 内出水量。然后继续加载，记录 100  $\mu\text{m}$ 、125  $\mu\text{m}$ 、150  $\mu\text{m}$ 、175  $\mu\text{m}$ 、200  $\mu\text{m}$ 、225  $\mu\text{m}$  和 250  $\mu\text{m}$  裂缝宽度下实验数据。通过达西定律计算荷载作用下试件在不同裂缝宽度时的渗透系数为

$$k = \frac{Qd}{A\Delta h} \tag{1}$$

式中： $k$  为渗透系数 (m/s)； $Q$  为单位时间内水流量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )； $d$  为试件厚度 (m)； $A$  为渗流面积 ( $\text{m}^2$ )； $\Delta h$  为水头差 (m)。

在渗透试验中，每种掺量有 6 个重复试件，将 6 个试件的渗透系数的平均值作为该种掺量混凝土的渗透系数。

1.3 断面扫描与分形维数的计算

断面扫描装置 (如图 3 所示) 由 CMOS 激光位移传感器、计算机控制系统、IMC 数据采集系统、电脑、工作台组成。预先输入蛇形扫描路径 (如图 4 所示)，控制传感器的运动轨迹从而测量断面形态，其中横向路径间隔为 1 mm。利用激光测距仪获得扫描路径上的断面各点坐标。

运用立方体覆盖法<sup>[20]</sup> 计算分形维数，原理如图 5 所示。图 5 中曲面为拟重构曲面，投影面上每个正方形网格的尺寸为  $\delta$ ， $n$  为正方形网格的个

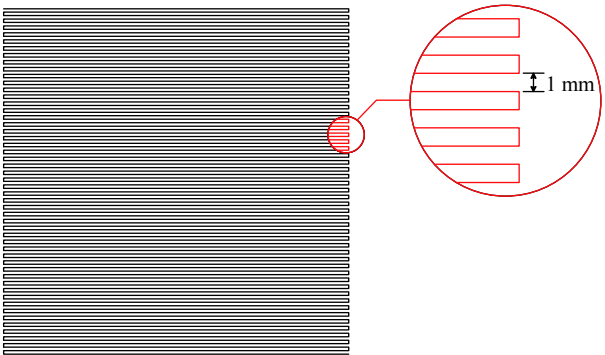


图 4 扫描路径  
Fig. 4 Scanning route

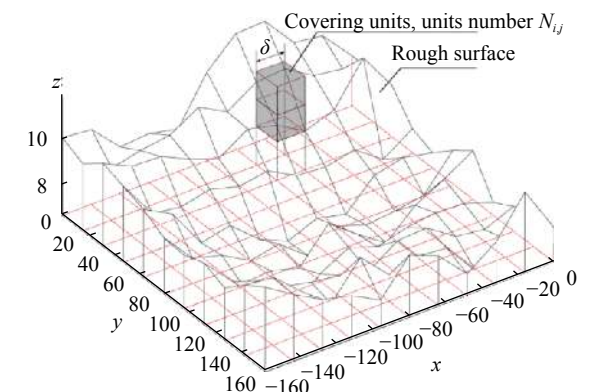


图 5 立方体覆盖法<sup>[20]</sup>  
Fig. 5 Cube covering method<sup>[20]</sup>

数，对应的四个角点的高度分别为  $h_{(i,j)}$ 、 $h_{(i+1,j)}$ 、 $h_{(i,j+1)}$ 、 $h_{(i+1,j+1)}$ ，同时用边长为  $\delta$  的正方体对曲面进行覆盖，设所需正方体的总个数为  $N(\delta)$ ，第  $i,j$  个网格内覆盖的正方体个数为  $N_{i,j}$ 。  $N_{i,j}$  由下式计算得到：

$$N_{i,j} = \text{INT} \{ \delta^{-1} [ \max(h(i,j), h(i,j+1), h(i+1,j), h(i+1,j+1)) - \min(h(i,j), h(i,j+1), h(i+1,j), h(i+1,j+1))) + 1 ] \} \tag{2}$$

式中，INT 为向下取整函数。

$N(\delta)$  由下式计算得到：

$$N(\delta) = \sum_{i,j=1}^{n-1} N_{i,j} \tag{3}$$

由上述计算  $N(\delta)$  的原理，采用 MATLAB 编程，改变  $\delta$  值，获得不同  $\delta$  (0.1 mm、0.2 mm、0.4 mm、0.8 mm、1.6 mm、3.2 mm、6.4 mm、12.8 mm、25.6 mm) 情况下的  $N(\delta)$ 。根据分形理论， $N(\delta)$  与  $\delta$  和分形维数  $D$  之间的关系如下<sup>[21]</sup>：

$$N(\delta) \propto \delta^{-D} \tag{4}$$

对式 (4) 两边取常用对数后可得  $\lg N(\delta) \propto -D \lg \delta$ ，

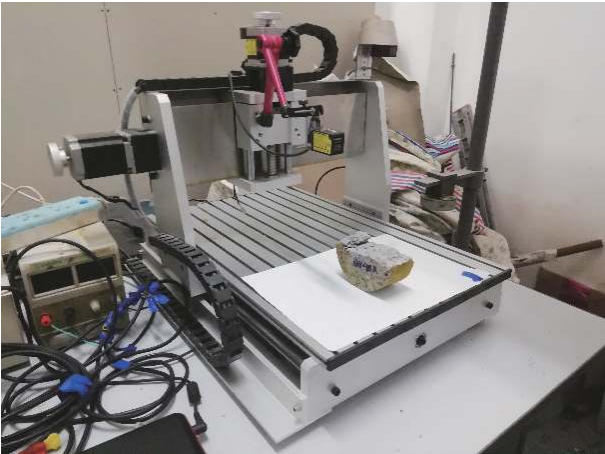


图 3 断面扫描装置  
Fig. 3 Scanning device of rupture surface

对数据点进行线性拟合后直线斜率的绝对值即为该断面分形维数  $D$ 。

2 结果与讨论

2.1 纤维/混凝土的渗透系数

表 5 为不同裂缝宽度下纤维/混凝土的渗透系数  $k$ 。由表 4 和表 5 可知, PP0.5/混凝土纤维根数少于 SF0.5/混凝土纤维根数, PP0.75/混凝土纤维

根数虽然是 SF0.5/混凝土纤维根数的 1.14 倍, 但少于 SF0.75/混凝土和 SF1/混凝土的纤维根数。考虑到 SF 弹性模量是 PP 纤维弹性模量的 40 倍, 且 SF 端部带有弯钩, 增强其与混凝土基体的黏结, 因此在本文的掺量范围内 PP 纤维对裂缝扩展的抑制作用低于 SF, 导致 PP0.5/混凝土和 PP0.75/混凝土的渗透系数较大。

表 5 不同裂缝宽度下纤维/混凝土的渗透系数  $k$

Table 5 Permeability coefficients  $k$  of fiber/concrete under different crack width

Specimen	100 $\mu\text{m}$	125 $\mu\text{m}$	150 $\mu\text{m}$	175 $\mu\text{m}$	200 $\mu\text{m}$	225 $\mu\text{m}$	250 $\mu\text{m}$
PP0.5/concrete	8.50	13.00	19.90	28.40	39.90	49.30	59.80
PP0.75/concrete	5.50	7.65	10.80	15.40	21.90	30.00	41.80
SF0.5/concrete	0.27	0.70	1.84	2.68	3.88	5.91	8.96
SF0.75/concrete	0.07	0.26	0.97	1.73	3.18	4.94	7.54
SF1/concrete	0.01	0.05	0.23	0.70	1.59	3.17	6.19
SF0.5-PP0.5/concrete	0.19	0.47	1.20	1.92	3.03	4.94	7.75
SF0.5-PP0.75/concrete	0.04	0.12	0.35	0.61	1.38	2.50	4.57
SF0.75-PP0.5/concrete	0.01	0.04	0.10	0.38	0.42	1.78	2.39

图 6 为纤维/混凝土渗透系数-裂缝宽度曲线。由表 5 和图 6 可知: (1) 在纤维种类和掺量相同的情况下, 纤维/混凝土渗透系数随裂缝宽度增加而增大, 且渗透系数增大的速度越来越快。以 SF1/混凝土试件为例, 当裂缝宽度由 100  $\mu\text{m}$  增大到 125  $\mu\text{m}$  时, SF1/混凝土渗透系数增加了 0.04  $\mu\text{m/s}$ ; 当裂缝宽度由 225  $\mu\text{m}$  增大到 250  $\mu\text{m}$  时, SF1/混凝土渗透系数增加了 3.02  $\mu\text{m/s}$ ; (2) 在纤维种类和裂缝宽度相同的情况下, 纤维/混凝土渗透系数随纤维掺量的增加而减小; (3) 混掺 SF 和 PP 纤维

可以显著降低纤维/混凝土的渗透系数, 如 SF0.5-PP0.5/混凝土试件的渗透系数接近 SF0.75/混凝土试件的渗透系数, SF0.5-PP0.75/混凝土试件的渗透系数小于 SF1/混凝土试件的渗透系数。

2.2 纤维/混凝土裂缝断面分形维数

表 6 为纤维/混凝土裂缝断面分形维数  $D$ 。可以看出, 调整纤维种类和纤维掺量可以得到纤维/混凝土不同的裂缝形态。单掺一种纤维时, 由于 SF 的刚度大, 且端部带有弯钩, 与混凝土的锚固性能更好, 因此加入 SF 比加入 PP 长纤维得到的圆盘断面更粗糙,  $D$  更大。从  $D$  的小数变化率来看, SF/混凝土试件的  $D$  出现显著增大。不论是

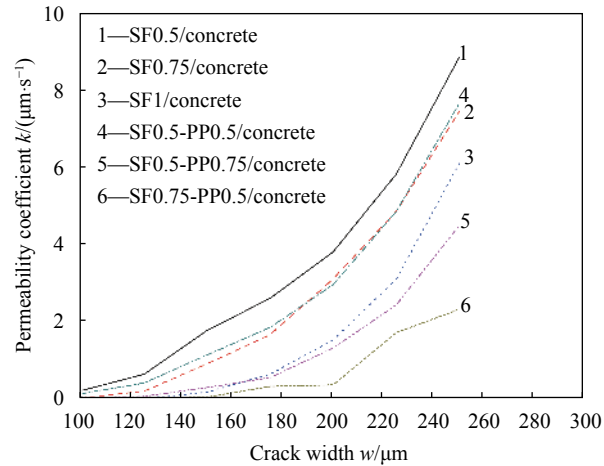


图 6 纤维/混凝土渗透系数-裂缝宽度曲线

表 6 纤维/混凝土裂缝断面分形维数

Table 6 Fractal dimensions of rupture surface of fiber/concrete

Specimen	Fractal dimension $D$	Change in decimal of $D$ /%
PP0.5/concrete	2.114	0
PP0.75/concrete	2.129	13.16
SF0.5/concrete	2.157	37.72
SF0.75/concrete	2.189	65.79
SF1/concrete	2.225	97.37
SF0.5-PP0.5/concrete	2.175	53.51
SF0.5-PP0.75/ concrete	2.199	74.56
SF0.75-PP0.5/ concrete	2.215	88.60

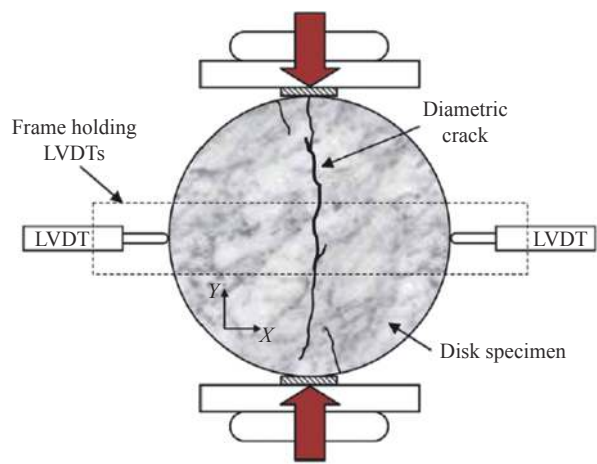
Fig. 6 Permeability coefficient-crack width curves of fiber/concrete

PP长纤维/混凝土还是SF/混凝土，随着纤维掺量的增加，纤维的阻裂作用越来越明显，使断面更粗糙， $D$ 更大。如PP0.5/混凝土的 $D$ 是2.114，而PP0.75/混凝土的 $D$ 是2.129， $D$ 的小数变化率为13.16%；SF0.5/混凝土的 $D$ 是2.157， $D$ 的小数变化率为37.72%，而SF1/混凝土的 $D$ 是2.225， $D$ 的小数变化率为97.37%。混掺两种纤维时，SF和PP长纤维优势互补，也得到了更加粗糙的断面， $D$ 也增大。如SF0.5-PP0.5/混凝土的 $D$ 是2.175，SF0.5-PP0.75/混凝土的 $D$ 是2.199，两者均高于SF0.5/混凝土的 $D$ (2.157)。

2.3 裂缝形态对纤维/混凝土渗透系数的影响

图7为纤维/混凝土劈裂试件示意图。可见，圆盘表面的裂缝沿直径方向扩展，两个LVDT测量的位移变化之和为实测裂缝宽度( $w$ )。由于裂缝断面不是光滑平面，因此不同位置的裂缝宽度略有不同，用 $w$ 代表整条裂缝的宽度会带来误差。

为解决不同位置的裂缝宽度不相同这一问题，有学者引入了有效裂缝宽度。图8为有效裂缝宽度示意图，Akhavan等<sup>[12]</sup>将圆盘表面的裂缝曲线离散化，用一个个宽度不等的小矩形替代实际的



LVDT—Linear variable differential transformer

图7 纤维/混凝土劈裂试件示意图<sup>[12]</sup>

Fig. 7 Schematic of fiber/concrete splitting specimen<sup>[12]</sup>

裂缝，有效裂缝宽度 $\bar{w}$ 计算如下：

$$\bar{w} = \sqrt[3]{\frac{m}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{w_i^3}}} \tag{5}$$

式中： $m$ 为将裂缝曲线离散化所需要的小矩形个数； $w_i$ 为第 $i$ 个小矩形的宽度。

由式(5)得到的有效裂缝宽度只是试件表面的裂缝宽度，由于裂缝断面是粗糙不规则曲面，内部的裂缝宽度和表面的裂缝宽度也存在差别。本文利用分形维数 $D$ 表征裂缝断面的粗糙程度，从而建立有效裂缝宽度 $\bar{w}$ 与实测裂缝宽度 $w$ 之间的关系，如下：

$$\bar{w} = wD^{\frac{n}{2}} \tag{6}$$

达西定律给出了断面流量和渗透系数的关系，平行板模型泊肃叶定律<sup>[22]</sup>给出了断面流量和裂缝宽度之间的关系。

达西定律的断面流量与渗透系数之间的关系如下：

$$Q = k \frac{A \Delta h}{d} \tag{7}$$

泊肃叶定律的断面流量与裂缝宽度之间的关系如下：

$$Q = \frac{L \bar{w}^3 \Delta p}{12 \mu d} \tag{8}$$

式中： $A = L \bar{w}$ ； $L$ 是圆盘的裂缝长度(m)； $\bar{w}$ 是有效裂缝宽度(m)； $\Delta p$ 是压强差(Pa)； $\mu$ 是动力黏度(Pa·s)。

联立式(6)~(8)得到：

$$k = \frac{\rho g}{12 \mu} w^2 D^n \tag{9}$$

令 $T = \frac{\rho g}{12 \mu}$ ，将式(9)简化为

$$k = T w^2 D^n \tag{10}$$

根据表5和表6建立不同裂缝宽度条件下渗透系数和分形维数的关系式，如表7所示。为了

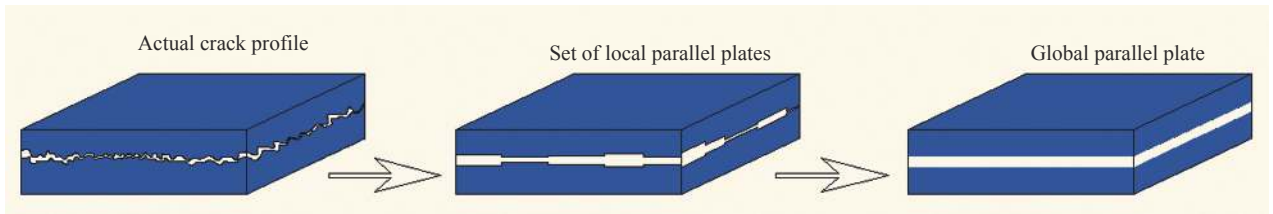


图8 有效裂缝宽度示意图<sup>[12]</sup>

Fig. 8 Schematic of effective crack width<sup>[12]</sup>

直观地表现分形维数不同时纤维/混凝土渗透系数的变化趋势，图 9 为  $w=150\text{ }\mu\text{m}$  时纤维/混凝土渗透系数与分形维数的关系。

表 7 不同裂缝宽度条件下纤维/混凝土渗透系数与分形维数的关系  
Table 7 Relationship between permeability coefficient and fractal dimension of fiber/concrete under different crack width

Crack width/ $\mu\text{m}$	$R^2$	Relationship
100	0.95	$k = 1.0510^{37}D^{-123}$
125	0.98	$k = 6.9910^{29}D^{-101}$
150	0.99	$k = 1.2510^{29}D^{-98}$
175	0.99	$k = 4.2410^{28}D^{-96}$
200	0.99	$k = 5.9710^{27}D^{-93}$
225	0.98	$k = 3.0410^{23}D^{-79}$
250	0.97	$k = 2.3610^{20}D^{-69}$

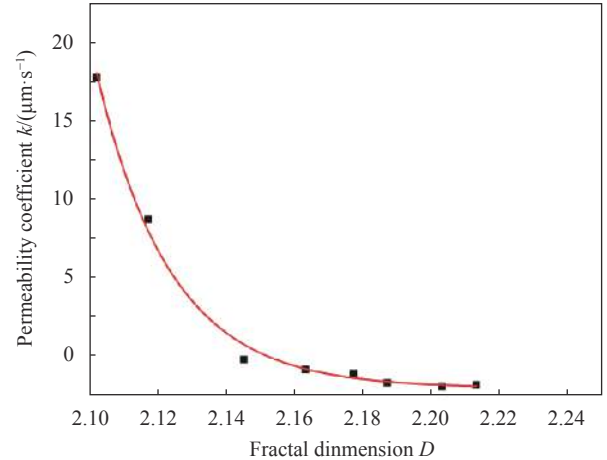


图 9 纤维/混凝土渗透系数与分形维数的关系 (裂缝宽度  $w=150\text{ }\mu\text{m}$ )  
Fig. 9 Relationship between permeability coefficient and fractal dimension of fiber/concrete (Crack width  $w=150\text{ }\mu\text{m}$ )

将式 (9) 中分形维数  $D$  的指数  $n$  定义为影响因子，该影响因子的绝对值反映了分形维数对渗透系数的影响程度。当实测裂缝宽度  $w$  分别为  $100\text{ }\mu\text{m}$ 、 $125\text{ }\mu\text{m}$ 、 $150\text{ }\mu\text{m}$ 、 $175\text{ }\mu\text{m}$ 、 $200\text{ }\mu\text{m}$ 、 $225\text{ }\mu\text{m}$  和  $250\text{ }\mu\text{m}$  时，影响因子分别为  $-123.226$ 、 $-100.639$ 、 $-97.796$ 、 $-95.878$ 、 $-92.807$ 、 $-79.321$  和  $-69.476$ 。

图 10 为纤维/混凝土影响因子与实测裂缝宽度的关系。可知，拟合直线决定系数  $R^2=0.87813$ ，说明影响因子与实测裂缝宽度有较好的线性关系。拟合直线方程为  $n = 0.29839w - 146.382$ ，可以通过实测裂缝宽度  $w$  推测影响因子  $n$  值。从图 10 还可以看出，影响因子  $n$  是负数，且其绝对值随着实测裂缝宽度增加而减小，表明裂缝断面的粗糙程

度对渗透系数的影响随着裂缝变宽而降低。在 Rastiello 等 [23] 的实验中，泊肃叶定律的修正系数随着裂缝宽度的增加而减小，与上述结论一致。此结论可以运用误差理论进行解释。将裂缝断面不同位置的裂缝宽度视为一个样本空间，将实测裂缝宽度  $w$  视为一个样本值，有效裂缝宽度  $\bar{w}$  可以视为所有样本值的加权平均值，裂缝断面的粗糙程度可以视为样本值的误差。由于纤维/混凝土裂缝断面的粗糙程度有限度，因此误差存在一定的变化范围，当裂缝宽度很小即样本值很小时，误差对样本平均值的影响很大；当样本值变大时，误差对样本平均值的影响越来越小。

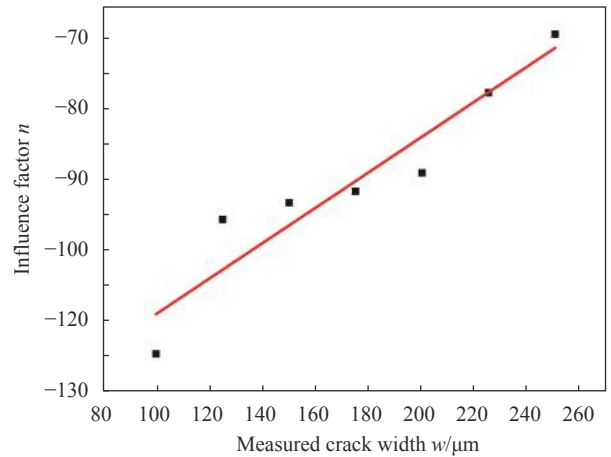


图 10 纤维/混凝土影响因子与实测裂缝宽度的关系  
Fig. 10 Relationship between influence factor and measured crack width of fiber/concrete

平行板模型泊肃叶定律要求裂缝断面是相互平行的光滑平面，真实的裂缝很难满足这个条件，因此式 (10) 与真实值相比存在误差。这种误差在其他学者的研究中也存在，如 Shin 等 [3] 发现当雷诺数小于 100 时实测渗透系数才与理论值符合。另外，式 (10) 中的系数  $T$  只与液体自身的性质有关，裂缝宽度变化时  $T$  应保持不变，但由表 7 的公式中  $D$  前面的因子可算得  $T$  在不同裂缝宽度下的数值不同，这也是用平行板模型泊肃叶定律计算真实裂缝的渗流时带来的误差。因此有必要引入修正系数  $\varphi$  对式 (10) 中的  $T$  进行修正，计算如下：

$$k = \varphi T w^2 D^n \tag{11}$$

根据表 7 计算不同实测裂缝宽度  $w$  的  $\lg\varphi$ ，其中  $T$  的计算需要动力黏度  $\mu$ ，由于实验温度为  $20\text{ }^\circ\text{C}$ ，因此选取温度为  $20\text{ }^\circ\text{C}$  时的黏度  $\mu$  为  $1.005\times10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $\lg\varphi$  计算结果如表 8 所示。



表 8 不同实测裂缝宽度的  $\lg\phi$   
Table 8  $\lg\phi$  for different measured crack width

Measured crack width $w/\mu\text{m}$	$\lg\phi$
100	45.12
125	37.56
150	36.49
175	35.75
200	34.67
225	30.17
250	26.88

图 11 为修正系数  $\phi$  与实测裂缝宽度  $w$  的关系。可知，拟合直线决定系数  $R^2$  为 0.88575，说明修正系数  $\phi$  与实测裂缝宽度  $w$  之间存在较好的线性关系。拟合直线方程为  $\lg\phi = -0.10187w + 53.06221$ ，随着裂缝宽度的增加，修正系数  $\phi$  越来越小。裂缝变宽时，由于裂缝断面粗糙不平造成的裂缝宽度差异越来越小，真实裂缝越来越接近平行板模型泊肃叶定律的要求，因此修正系数  $\phi$  越来越小。

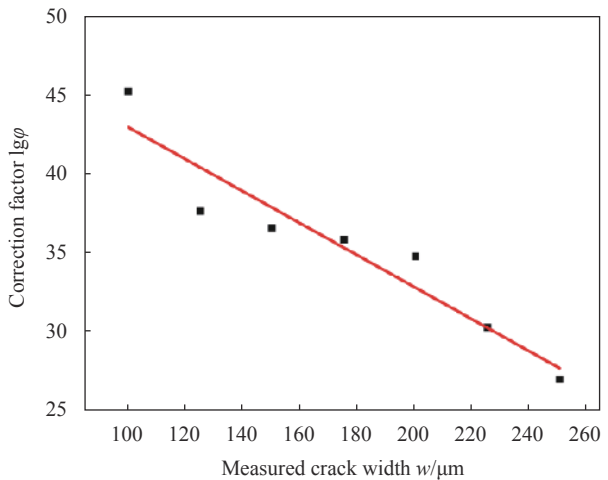


图 11 修正系数  $\phi$  与实测裂缝宽度的关系  
Fig. 11 Relationship between correction factor  $\phi$  and measured crack width

3 结论

- (1) 加入结构型聚丙烯纤维和钢纤维可以有效限制裂缝宽度，并提高裂缝断面的粗糙程度，从而降低开裂后混凝土的渗透系数。
- (2) 分形维数可以较好地表征裂缝断面的粗糙程度，运用  $\bar{w} = wD^{\frac{n}{2}}$  与达西定律和平行板模型泊肃叶定律可以建立开裂混凝土渗透系数与裂缝断面粗糙程度之间的关系。
- (3) 随着裂缝宽度的增加，分形维数  $D$  的指数  $n$  的绝对值减小，表明裂缝断面的粗糙程度对渗透系数的影响降低。

(4) 修正系数  $\phi$  与实测裂缝宽度  $w$  之间存在较好的线性关系，且修正系数  $\phi$  随着实测裂缝宽度  $w$  的增加而减小。

参考文献：

- [ 1 ] HOSEIINI M, BINDIGANAVILE V, BANTHIA N. The effect of mechanical stress on permeability of concrete: A review[J]. *Cement and Concrete Composites*, 2009, 31(4): 213-220.
- [ 2 ] LIU Q F, FENG G L, XIA J, et al. Ionic transport features in concrete composites containing various shaped aggregates: A numerical study[J]. *Composite Structures*, 2018, 183: 371-380.
- [ 3 ] SHIN K J, BAE W, CHOI S W, et al. Parameters influencing water permeability coefficient of cracked concrete specimens[J]. *Construction and Building Materials*, 2017, 151: 907-915.
- [ 4 ] LI X, LI D, XU Y. Modeling the effects of microcracks on water permeability of concrete using 3D discrete crack network[J]. *Composite Structures*, 2019, 210: 262-273.
- [ 5 ] DESMETTRE C, CHARRON J P. Water permeability of reinforced concrete with and without fiber subjected to static and constant tensile loading[J]. *Cement and Concrete Research*, 2012, 42(7): 945-952.
- [ 6 ] BANTHIA N, BHARGAVA A. Permeability of stressed concrete and role of fiber reinforcement[J]. *ACI Materials Journal*, 2007, 104(1): 70-76.
- [ 7 ] CHOINSKA M, KHELIDJ A, CHATZIGEORGIOU G, et al. Effects and interactions of temperature and stress-level related damage on permeability of concrete[J]. *Cement and Concrete Research*, 2007, 37(1): 79-88.
- [ 8 ] WANG K, JANSEN D C, SHAH S P, et al. Permeability study of cracked concrete[J]. *Cement and Concrete Research*, 1997, 27(3): 381-393.
- [ 9 ] YI S T, HYUN T Y, KIM J K. The effects of hydraulic pressure and crack width on water permeability of penetration crack-induced concrete[J]. *Construction and Building Materials*, 2011, 25(5): 2576-2583.
- [ 10 ] DING Y, LI D, ZHANG Y. Quantitative analysis of macro steel fiber influence on crack geometry and water permeability of concrete[J]. *Construction and Building Materials*, 2018, 187: 325-335.
- [ 11 ] PICANDET V, KHELIDJ A, BELLEGOU H. Crack effects on gas and water permeability of concretes[J]. *Cement and Concrete Research*, 2009, 39(6): 537-547.
- [ 12 ] AKHAVAN A, SHAFATIAN S M H, RAJABIPOUR F. Quantifying the effects of crack width, tortuosity, and roughness on water permeability of cracked mortars[J]. *Cement and Concrete Research*, 2012, 42(2): 313-320.



- [13] 丁一宁, 李林泽, 曾伟. 纤维对混凝土的损伤、裂缝曲折度及裂缝恢复的影响[J]. 复合材料学报, 2019, 36(10): 2439-2447.  
DING Yining, LI Linze, ZENG Wei. Fibers effects on the concrete damage, crack tortuosity and crack recovery[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2019, 36(10): 2439-2447(in Chinese).
- [14] RESTUCCIA L, REGGIO A, FERRO G A, et al. Fractal analysis of crack paths into innovative carbon-based cementitious composites[J]. [Theoretical and Applied Fracture Mechanics](#), 2017, 90: 133-141.
- [15] 殷新龙, 孙洪泉, 薛祯钰, 等. 橡胶混凝土梁裂缝分形理论分析[J]. 土木建筑与环境工程, 2013, 35(s2): 157-159.  
YIN Xinlong, SUN Hongquan, XUE Zhenyu, et al. Study of cracks on rubber concrete beams based on fractal theory[J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2013, 35(s2): 157-159(in Chinese).
- [16] 蒋赏, 徐港, 赵恬悦. 冻融损伤混凝土梁抗力性能演化的裂缝分形特征[J]. 水电能源科学, 2018, 36(1): 124-127.  
JIANG Shang, XU Gang, ZHAO Tianyue. Fractal characteristics of fracture resistance evolution of concrete beam subjected to freeze-thaw damage[J]. Water Resources and Power, 2018, 36(1): 124-127(in Chinese).
- [17] ISSA M A, ISSAM A, ISLAM M S, et al. Fractal dimension: A measure of fracture roughness and toughness of concrete[J]. [Engineering Fracture Mechanics](#), 2003, 70(1): 125-137.
- [18] 李冬, 丁一宁. 结构型纤维对开裂混凝土渗透性能的影响[J]. 土木工程学报, 2017, 50(10): 62-68.  
LI Dong, DING Yining. Effects of macro fibers on the permeability of cracked concrete[J]. China Civil Engineering Journal, 2017, 50(10): 62-68(in Chinese).
- [19] 中国工程建设标准化协会. 纤维混凝土试验方法标准: CECS 13 : 2009[S]. 北京: 中国计划出版社, 2010.  
China Association for Engineering Construction Standardization. Standard test methods for fiber reinforced concrete: CECS 13 : 2009[S]. Beijing: China Planning Press, 2010(in Chinese).
- [20] ZHOU H W, XIE H. Direct estimation of the fractal dimensions of a fracture surface of rock[J]. [Surface Review and Letter](#), 2003, 10(5): 751-762.
- [21] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: WH Freeman and Co., 1983.
- [22] WHITE F M. Fluid mechanics[M]. 9th Edition. New York: McGraw-Hill, 2003.
- [23] RASTIELLO G, BOULAY C, PONT D S, et al. Real-time water permeability evolution of a localized crack in concrete under loading[J]. [Cement and Concrete Research](#), 2014, 56: 20-28.