

基于灵敏度分析的复合材料组分参数识别方法

秦福溶^{1,2}, 姜东^{1,3}, 曹芝肱^{1,2}, 陈素芳^{1,2}, 费庆国^{*1}

(1. 东南大学 空天机械动力学研究所, 南京 211189; 2. 东南大学 工程力学系, 南京 211189;

3. 南京林业大学 机械电子工程学院, 南京 210037)

摘要: 为了获取准确的复合材料细观模型, 提出了一种复合材料组分参数识别方法。在细观单向碳纤维增强树脂基复合材料(CFRP)有限元模型基础上, 构造静态位移场对复合材料组分弹性参数的灵敏度矩阵, 以测量位移和有限元计算位移差的二范数为目标函数, 针对待识别参数量纲差异较大的问题, 利用相对灵敏度提高材料组分弹性参数识别的精度和效率。以纤维均匀分布的复合材料平面模型和纤维随机分布的复合材料实体模型为研究对象, 验证所提出组分参数识别方法的有效性和准确性。此外, 研究了测点数目及测量误差对识别结果的影响。结果表明: 本文提出的复合材料组分参数识别方法在测点数目变化和测量误差影响下仍然稳定。

关键词: 组分材料参数; 碳纤维增强树脂基复合材料; 灵敏度分析; 参数识别; 识别误差

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2018)12-3350-10

Parameter identification for components of composites based on sensitivity analysis

QIN Furong^{1,2}, JIANG Dong^{1,3}, CAO Zhifu^{1,2}, CHEN Sufang^{1,2}, FEI Qingguo^{*1}

(1. Institute of Aerospace Machinery and Dynamics, Southeast University, Nanjing 211189, China;

2. Department of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing 211189, China;

3. College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China)

Abstract: To obtain the mesoscopic model of composites, an approach on parameter identification of composite components with high accuracy was proposed. Based on the finite element model of micro unidirectional carbon reinforced polymer composite (CFRP), the sensitivity matrix of static displacements with respect to elastic parameters of composite components was formulated and the objective function was defined as the 2-norm of differences between the measured and calculated data on displacements. In order to overcome the problem caused by the magnitude differences between identified variables, the relative sensitivity was chosen to improve the precision and efficiency of parameter identification. The fiber uniform distributed composite plane model and fiber random distributed 3D model were employed respectively to verify the validity and accuracy of the components parameter identification methods. In addition, the influences of number of measuring points and measurement errors on the parameter identification method were revealed. Results show that the identification method of components parameters of composite materials in the presented study is stable considering the influences of number of measuring points and measurement errors.

Keywords: component material parameter; carbon fiber reinforced polymer; sensitivity analysis; parameter identification; identification error

碳纤维增强树脂基复合材料(CFRP)具有高比强、高比模量、可设计性强等优点, 广泛应用于航空航天、土木工程、机械工程等领域。在不同工程

领域中, 对 CFRP 宏观力学性能有不同的需求, 准确的组分性能参数是材料设计及结构设计的基础信息。在材料制作过程中, 需要进行热处理、压力成

收稿日期: 2017-11-30; 录用日期: 2018-01-25; 网络出版时间: 2018-02-12 12:54

网络出版地址: <https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20180211.003>

基金项目: 国家自然科学基金(11602112; 11572086)

通讯作者: 费庆国, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为结构动力学 E-mail: qgFEI@seu.edu.cn

引用格式: 秦福溶, 姜东, 曹芝肱, 等. 基于灵敏度分析的复合材料组分参数识别方法[J]. 复合材料学报, 2018, 35(12): 3350-3359.

QIN Furong, JIANG Dong, CAO Zhifu, et al. Parameter identification for components of composites based on sensitivity analysis [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(12): 3350-3359 (in Chinese).

型等工艺,会导致组分参数性能发生改变^[1-2]。Cheng等^[3-4]分析了热处理对复合材料性能的影响,发现在纤维材料的热膨胀特性在热处理之后发生改变,复合材料纤维和界面的材料性能等都发生明显变化。除此之外,细观尺度模型的精确建立是宏观弹塑性本构模型建模分析的基础^[5-6]。因此,通过简单的测量数据识别复合材料组分参数具有重要的理论意义和工程应用价值。

复合材料参数识别属于反问题范畴,黄立新等^[7]采用有限元法和边界元法,基于静态位移识别了正交各向异性复合材料平面内的宏观结构参数。Tam等^[8]利用傅里叶变换使用动态响应分析数据识别了复合材料的宏观材料参数,并讨论了参数识别的误差。Hasan等^[9]通过 J2 塑性流动理论识别了复合材料宏观弹塑性的材料参数。在宏观结构分析中,使用复合材料宏观等效参数建模能够有效提高计算效率^[10],但在复合材料细观结构特性分析和力学行为预测等过程中,复合材料组分材料参数的确定至关重要^[11]。Mishra等^[12]将复合材料模型中的纤维和基体简化为各向同性材料,通过建立 CFRP 的双组元模型,基于有限元法识别了复合材料纤维和基体的弹性模量和边界的弹性约束。该方法虽然通过简化纤维的材料特性识别了复合材料纤维和基体的材料参数,但没有将复合材料组分的所有参数,如组分材料的泊松比,识别出来。数值与实验结合的参数识别方法目前广泛应用于材料参数的确定中,可以通过简单的实验测量物理量与有限元分析结果,构造优化算法,实现参数识别。

复合材料参数识别过程中通常需要进行响应对设计变量灵敏度分析来确定有效的参数搜索方向和步长。差分法和直接求导法均是常见的灵敏度计算方法。差分法虽然计算格式简单,可以有效实现响应和设计变量对应关系复杂的灵敏度分析^[12],但是每一次计算灵敏度矩阵时,对每一个设计变量的变化,都需要展开一次正问题分析,计算工作量大。直接求导计算的灵敏度分析方法虽然推导过程比较复杂,但是计算的灵敏度可依赖性强,且适用于正问题分析较为复杂或者设计变量较多的参数识别流程^[13]。复合材料纤维和基体的材料特性普遍差异较大,且每种组分材料中泊松比和弹性模量之间存在一定的数量级差异,许多参数识别方法都通过选择调整优化算法来提高计算的鲁棒性,包括 Levenberg-Marquardt 算法^[7]、遗传算法^[14]、卡尔

曼滤波器算法^[15]等,这些方法能够有效解决识别参数差异较大的问题,但是计算量与最小二乘法相比也相应增大。相对灵敏度方法将设计变量量纲进行归一化,能够在不增加优化算法计算量的同时有效消除参数之间数量级较大对识别结果的影响。

本文在经典混合理论和有限元方法基础上,建立细观单向 CFRP 弹性本构模型。以结构的静态位移作为目标变量,材料的测量位移和有限元计算位移残差的二范数为目标函数,用直接求导法求解静态位移对复合材料组分参数的灵敏度矩阵,识别复合材料组分参数。通过建立纤维均匀分布的复合材料平面模型和纤维随机分布的复合材料实体模型,识别 CFRP 材料的组分参数,验证识别方法的可靠性和实用性。并在此基础上,分析了测点数目和测量误差对材料性能识别结果的影响。

1 理论基础

1.1 经典混合理论

基于细观多组分复合材料有限元模型,需通过理论建模来考虑组分材料的力学行为,其中应用最广泛的是由 Truesdell 等^[16]提出的经典混合理论,其根据复合材料组分的相互作用解释了复合材料整体的力学行为。

经典混合理论^[14]基于两个假设完成多组分复合材料本构模型的建立,其一是应变协调,复合材料轴向和横向的应变分别为并联和串联的关系,以轴向为例,复合材料所有组分在受力过程中具有相同的应变:

$$\epsilon_{ij} = (\epsilon_{ij})_1 = (\epsilon_{ij})_2 = \cdots = (\epsilon_{ij})_m \tag{1}$$

其中: ϵ 为复合材料应变; $(\epsilon)_m$ 为第 m 个组分材料的应变。

经典混合理论的第二个假设是每个组分对复合材料自由能的贡献与其体积占比成比例:

$$\psi = \sum_{m=1}^n k_m \psi_m \tag{2}$$

$$\sum_{m=1}^n k_m = 1 \tag{3}$$

式中: n 表示复合材料的组分数目; k 为对应的体积分数; Ψ 为材料的亥姆霍兹自由能,其在弹性阶段的表达式为

$$\psi = \frac{1}{2} \epsilon_{ij} D_{ijkl} \epsilon_{kl} \tag{4}$$

其中, D 为材料的弹性系数矩阵。

根据 Clausius-Planck 不等式,常温下复合材

料弹性阶段的应力等于自由能对应变的偏导，结合胡克定律，多组分复合材料的应力可以表征为

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon_{ij}} = \sum_{m=1}^n k_m \frac{\psi_m}{\partial \epsilon_{ij}} = \sum_{m=1}^n k_m (\sigma_{ij})_m \tag{5}$$

弹性力学变分原理^[17]建立的弹性力学基本理论中，基于最小位能原理推导出有限元求解的基本方程为

$$K_{ij} u_j = P_i \tag{6}$$

其中： K 和 P 分别为结构整体刚度矩阵和结构节点载荷列阵； u 为结构节点位移列阵。

结构整体刚度矩阵 K 和结构节点载荷列阵 P 都是由单元刚度矩阵 K^e 和单元等效节点载荷 P^e 集合而成的：

$$K_{ij} = \sum_e G_{ki} K_{kl}^e G_{lj} \quad P_i = \sum_j G_{ij} P_j^e \tag{7}$$

其中， G 为单元节点自由度和结构节点自由度的转换矩阵，与单元的位置信息有关。

根据虚功原理，可以得到材料模型的单元刚度矩阵：

$$K_{ij}^e = \int_{V^e} B_{ki} D_{kl} B_{lj} dV \tag{8}$$

其中， B 为有限单元的应变矩阵，是形状函数矩阵经微分算子矩阵作用的结果，与材料参数无关。

根据式(1)~(5)可得，在不考虑孔隙的情况下，单向CFRP的弹性本构关系为

$$\sigma_{ij} = k_m (D_{ijkl})_m \epsilon_{kl} + k_f (D_{ijkl})_f \epsilon_{kl} \tag{9}$$

$$k_m + k_f = 1 \tag{10}$$

其中， k_m 和 k_f 分别代表复合材料纤维和基体的体积分数。

复合材料整体刚度矩阵可由纤维和基体的单元刚度矩阵叠加而成：

$$K_{ij} = \left(\sum_e G_{ki} K_{kl}^e G_{lj} \right)_m + \left(\sum_e G_{ki} K_{kl}^e G_{lj} \right)_f \tag{11}$$

复合材料细观有限元模型基于经典混合理论建立弹性本构，根据纤维和基体的单元刚度矩阵和单元节点载荷叠加得到整体的刚度阵和节点载荷，实现复合材料的有限元求解完成正问题分析和后续的灵敏度分析。

1.2 多组分参数灵敏度分析

结构目标变量对设计变量的灵敏度矩阵可以表示为

$$S_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial p_j} \quad (i = 1, 2, \dots, s; j = 1, 2, \dots, m) \tag{12}$$

其中： s 为目标变量的数量； m 为待设计变量的数量。

当以静态位移场作为目标变量，材料参数作为设计变量，进行灵敏度分析时，利用方程求解复合材料静态位移场对材料参数的偏导^[7]，整理移项之后得：

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial p_j} = - (K_{im})^{-1} \frac{\partial K_{im}}{\partial p_j} u_n \tag{13}$$

复合材料结构整体刚度矩阵对材料参数的偏导为

$$\frac{\partial K_{ij}}{\partial p_n} = \left(\sum_e G_{ki} \frac{\partial K_{kl}^e}{\partial p_n} G_{lj} \right)_m + \left(\sum_e G_{ki} \frac{\partial K_{kl}^e}{\partial p_n} G_{lj} \right)_f \tag{14}$$

其中，单元刚度矩阵对材料参数的偏导为

$$\frac{\partial K_{ij}^e}{\partial p_n} = \int_{V^e} B_{ki} \frac{\partial D_{kl}}{\partial p_n} B_{lj} dV \tag{15}$$

复合材料组分参数识别中，直接基于单刚求解其对材料参数偏导的方法适用于平面分析或弹性系数矩阵较为简单的材料分析中；在三维分析或参数数量较多的材料分析中，也可通过链式法则分步求解单元刚度矩阵对材料参数的偏导：

$$\frac{\partial K_{ij}^e}{\partial p_n} = \frac{\partial K_{ij}^e}{\partial D_{pq}} \frac{\partial D_{pq}}{\partial p_n} \tag{16}$$

1.3 相对灵敏度分析

在优化算法中，设计变量的数量级差异，常会导致求解出来的灵敏度矩阵也存在较大的数量级差异^[12]。最小二乘法极小化目标函数时，不同设计变量灵敏度之间的巨大差异造成的局部收敛等误差，严重影响优化识别结果的准确性。相对灵敏度分析在设计变量差异较大或量纲不一致的情况下，能够很好的提高优化算法的精度。采用相对灵敏度分析方法能够有效消除参数之间数量级较大对优化结果的影响^[18]。

复合材料组分参数识别同时涉及多个材料弹性模量和泊松比的识别，常规的灵敏度分析算法无法达到要求的稳定性和可靠性，因此需要选取相对灵敏度的分析方法。相对灵敏度的计算公式为

$$S'_{ij} = \frac{\partial f_i / f_i}{\partial p_j / p_j} \quad (i = 1, 2, \dots, s; j = 1, 2, \dots, m) \tag{17}$$

上式中指标不求和，仅表示相同元素。

从式(12)可知相对灵敏度与绝对灵敏度的关系为

$$S'_{ij} = f_i^{-1} S_{ij} p_j \tag{18}$$

上式中指标不求和, 仅表示相同元素。

2 参数识别流程

材料参数识别首先要确定的是识别过程中的目标函数^[19], 本文中选择结构的静态位移作为目标变量, 则选择实测位移和仿真位移差的二范数作为目标函数:

$$F(p) = \Delta u_i^2 \tag{19}$$

Δu 为测量位移与有限元计算位移的差:

$$\Delta u_i = u_i^* - u_i \tag{20}$$

式中: u^* 表示实验的测量位移; u 为有限元求解的静态位移:

$$u_i = ((\sum_e G_{ki} K_{kl}^e G_{lj})_m + (\sum_f G_{ki} K_{kl}^f G_{lj})_f)^{-1} P_j \tag{21}$$

选择最小二乘法为复合材料组分参数识别的优化算法, 最小化目标函数。当运算结果不满足收敛准则时, 更新材料组分参数, 重新进行静态位移对材料组分参数的灵敏度分析迭代计算, 当满足收敛准则时, 认为目标函数达到最小, 迭代终止。第 k 次迭代的材料参数值可按下列方程计算:

$$S_{ki} S_{kj} \delta_j = S_{ki} \Delta u_k \tag{22}$$

$$\delta_j = p_j^{k+1} - p_j^k \tag{23}$$

式中, p^k 表示第 k 次迭代识别的参数。

收敛准则定义为

$$\frac{|\delta_i|}{p_i} < \epsilon \tag{24}$$

其中, ϵ 为给定的精度要求。

按照相对灵敏度分析方法, 进行复合材料组分弹性参数的识别。参数识别的迭代方程式变更为

$$S'_{ki} S'_{kj} \delta'_j = S'_{ki} \Delta u_k \tag{25}$$

$$\delta'_j = p_j^{-1} \delta_j \tag{26}$$

其中, 式(26)指标不求和, 仅表示相同元素。

复合材料组分参数识别过程中, 除了要考虑设计变量量纲不统一的问题, 还需要考虑实际测量过程中目标变量的噪声对识别结果的影响, 相对灵敏度的计算方法能够在一定程度内减少噪声影响^[18], 除此之外, 还能通过正则化的方法来避免识别过程中出现过拟合的问题^[20-21]。

图 1 为材料参数识别流程的示意图。根据单向 CFRP 的结构特点建立有限元模型, 定义材料参数, 并对有限元模型结构进行静力分析, 完成正问题求解, 得到有限元模型分析结果, 随机选取模型

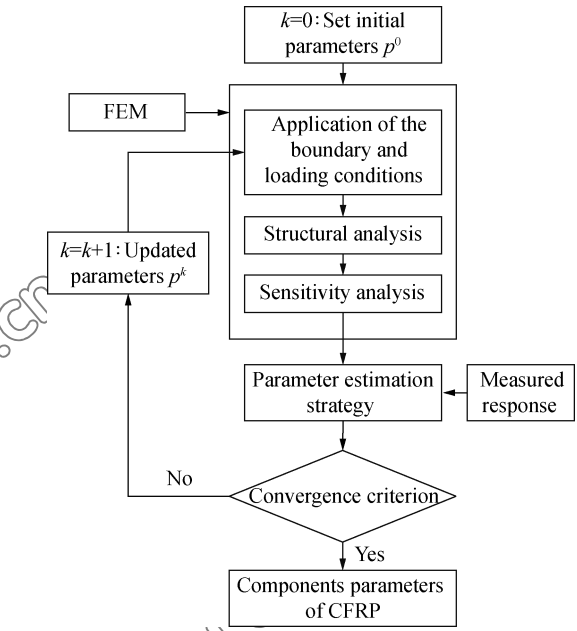


图 1 材料参数识别流程图
Fig. 1 Identification process of material parameters

节点测量的静态位移数据确定目标变量, 同时对有限元模型进行灵敏度分析, 计算测点位移对待识别参数的灵敏度矩阵, 利用参数优化算法最小化目标函数, 通过判定是否满足收敛准则跳出循环, 实现复合材料组分弹性参数的识别。

3 方法验证

3.1 纤维均匀分布 CFRP 平面模型

建立单胞按正方形均匀排布的 CFRP 平面有限元模型, 如图 2 所示。复合材料每个单胞的尺寸为 $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$, 平面模型的尺寸为 $200\text{ mm} \times 100\text{ mm}$, 厚度为 1 mm 。

平面有限元模型中纤维的体积分数为 40% , 材料体系为碳纤维增强环氧树脂基复合材料 (IM7/8552)^[22], 纤维和基体组分材料的弹性参数如表 1 所示, 其中纤维为正交各向异性材料, 基体为各向同性材料。平面内复合材料待识别参数包括 IM7 纤维横向 E_{22} 、 G_{23} 、 μ_{23} 3 个弹性参数和 8552 基体

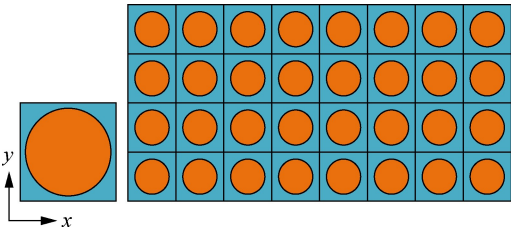


图 2 碳纤维增强环氧树脂基复合材料 (CFRP) 平面有限元模型
Fig. 2 Plane model of carbon fiber reinforced polymer (CFRP)

E 、 μ 两个弹性参数。

表 1 CFRP 组分材料参数

Table 1 Components parameters of CFRP material

	Modulus/GPa				μ_{12}	μ_{23}
	E_{11}	E_{22}	G_{12}	G_{23}		
IM7	276	19	27	7	0.2	0.32
8552	4.08	1.48	0.38	—	—	—

Notes: E , μ , G —Elastic modulus, Poisson coefficient, shear modulus, respectively; Subscript 1—Main direction of material.

对平面模型施加两边简支，并在 y 轴方向施加 $50\text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ 的均布压力，为验证算法的可行性，保证目标变量数据的可靠性，随机选择面内 8 个测量点进行位移测量，复合材料平面内载荷及选点示意图如图 3 所示。

选取四组与真实值差距较大的材料初始参数，进行复合材料多组分参数识别计算，采用有限元软件 NASTRAN 完成材料的正问题计算，得到测量点的位移并构造目标函数。图 4 为选取 4 种不同初始参数复合材料平面内组分参数的识别过程。可以看出，基于相对灵敏度的优化算法能够有效识别出

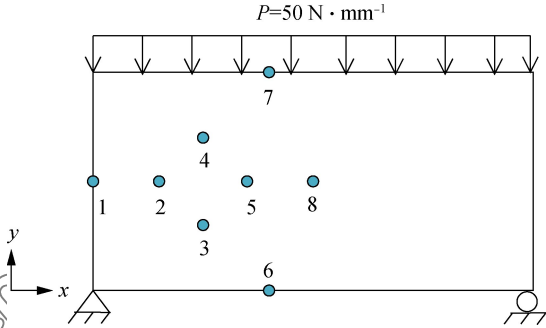


图 3 CFRP 平面内载荷示意图

Fig. 3 Location diagram for CFRP under in-plane loading

复合材料组分弹性参数，并能使识别参数达到较高的精度要求。随初始参数值与材料真值的差距逐渐变大，参数识别的迭代步数增加。

表 2 为复合材料平面多组分参数识别结果与识别误差。识别误差是识别参数和材料真值差的绝对值与材料真值的比值。可以看出，除了部分泊松比的识别误差在 0.1% 左右以外，其余参数的识别误差均在 0.1% 以下，识别结果准确，稳定性高。

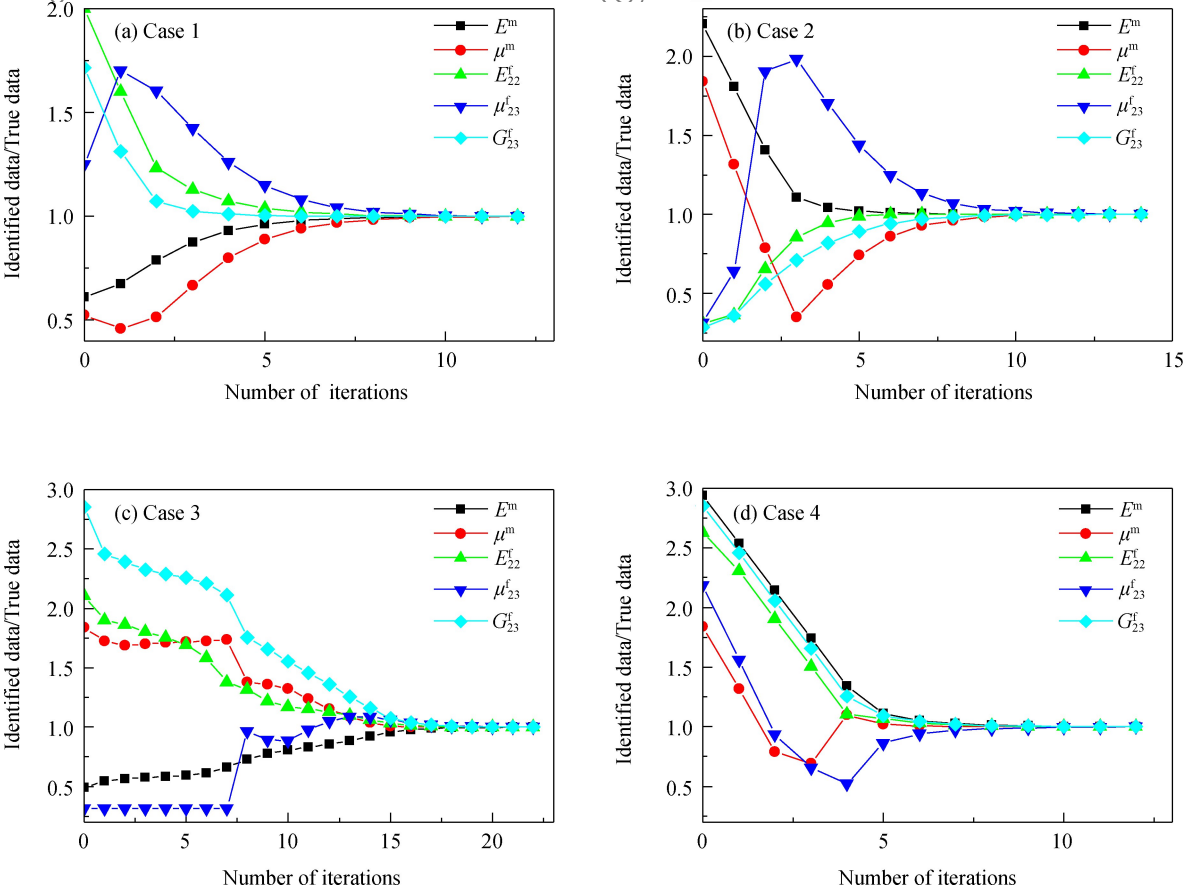


图 4 CFRP 多组分参数识别过程(2D)

Fig. 4 Identification process for the components of CFRP (2D)

表 2 CFRP 多组分参数识别结果 (2D)

Table 2 Identified parameters for the components of CFRP (2D)

Case	Parameter	Initial data	Initial data/True data	Identified data	Identified error/%
1	E^m /GPa	2.5	0.61	4.0775	0.0311
	μ^m	0.2	0.53	0.3799	0.1231
	E_{22}^f /GPa	38	2.00	19.0115	0.0340
	μ_{23}^f	0.4	1.25	0.3205	0.0268
	G_{23}^f /GPa	12	1.71	7.0031	0.0024
2	E^m /GPa	9	2.21	4.0801	0.0032
	μ^m	0.7	1.84	0.3799	0.0365
	E_{22}^f /GPa	6	0.32	19.0009	0.0045
	μ_{23}^f	0.1	0.31	0.3204	0.1145
	G_{23}^f /GPa	2	0.29	6.9983	0.0245
3	E^m /GPa	2	0.49	4.0786	0.0348
	μ^m	0.7	1.84	0.3804	0.1080
	E_{22}^f /GPa	40	2.11	19.0049	0.0258
	μ_{23}^f	0.1	0.31	0.3203	0.0921
	G_{23}^f /GPa	20	2.86	7.0041	0.0581
4	E^m /GPa	12	2.94	4.0856	0.0709
	μ^m	0.7	1.84	0.3802	0.0632
	E_{22}^f /GPa	50	2.63	19.0092	0.0485
	μ_{23}^f	0.7	2.19	0.3196	0.1299
	G_{23}^f /GPa	20	2.86	7.0043	0.0610

Notes: E^m , μ^m —Elastic modulus, Poisson coefficient of polymer matrix, respectively; E_{22}^f , μ_{23}^f , G_{23}^f —Elastic modulus, Poisson coefficient and shear modulus of the carbon fiber in the transverse direction, respectively.

3.2 纤维随机分布实体模型

建立单向 CFRP 实体模型, 其中, 纤维随机分布, 体积分数为 40%。图 5 为复合材料实体模型的示意图, 纤维和基体沿轴向延伸形成单向碳纤维增强树脂基复合材料。实体模型尺寸为 200 mm×100 mm×300 mm。

通过分析静态位移对待识别参数的相对灵敏度, 识别复合材料纤维的 6 个弹性参数和基体的 2 个弹性参数。考虑到识别材料参数的方向性和多样性, 在本研究中采用标准三点弯试验表征材料多个方向力学特性。除此之外, 也可以采用其他能表征材料多个方向力学特性的试验展开复合材料组分弹

性参数的识别^[23]。平面模型识别结果已验证识别方法的可行性, 故仅在 y-z 面随机选择 6 个测量位移点, 选择 y 向和 z 向的位移作为目标变量识别参数, 三维模型受力示意图如图 6 所示。

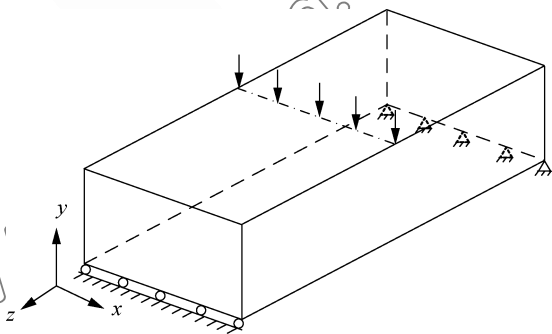


图 6 CFRP 实体模型标准三点弯受力示意图

Fig. 6 Schematic diagram for CFRP 3D model under three point bending loading condition

实体模型参数识别的过程和结果分别如图 7 和表 3 所示, 在实体模型识别参数较多的情况下, 复合材料组分参数识别方法依旧稳定, 且识别精度较高。

4 识别结果影响因素分析

为了验证参数识别方法的可靠性, 分析位移测点数目和测量误差对组分参数识别结果的影响。

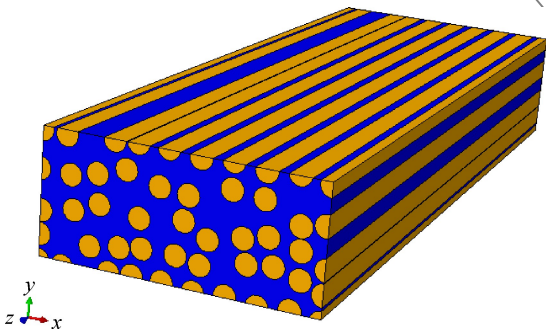


图 5 CFRP 实体模型

Fig. 5 Solid model of CFRP

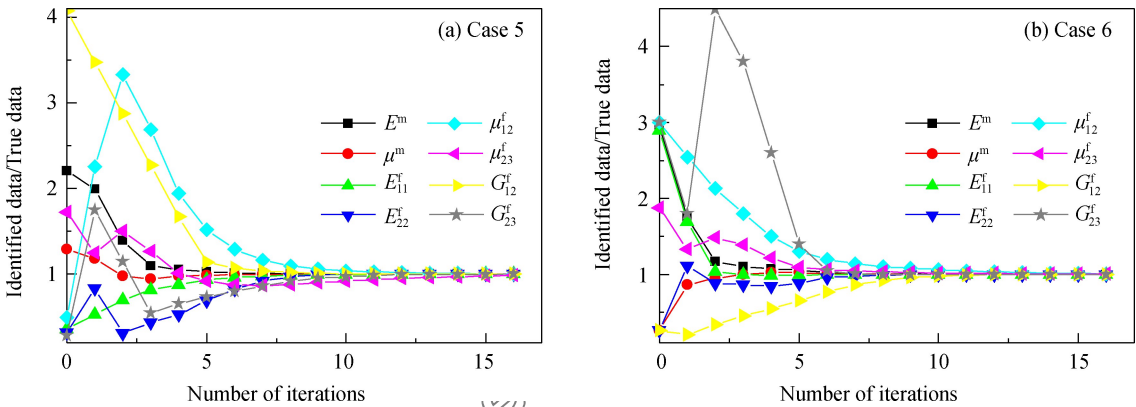


图 7 CFRP 多组分参数识别过程(3D)

Fig. 7 Identification process for the components of CFRP (3D)

表 3 CFRP 多组分参数识别结果(3D)

Table 3 Identified parameters for the components of CFRP (3D)

Case	Parameter	Initial data	Initial data/True data	Identified data	Identified error/%
5	E^m /GPa	9	2.21	4.0801	0.0022
	μ^m	0.49	1.29	0.3799	0.0380
	E_{11}^f /GPa	100	0.36	275.9743	0.0093
	E_{22}^f /GPa	6	0.32	19.0643	0.3386
	μ_{12}^f	0.1	0.5	0.2011	0.5570
	μ_{23}^f	0.55	1.72	0.3148	1.6289
	G_{12}^f /GPa	110	4.07	27.0020	0.0076
	G_{23}^f /GPa	2	0.29	6.9965	0.0507
6	E^m /GPa	12	2.34	4.0802	0.0021
	μ^m	0.1	2.63	0.3800	0.0124
	E_{11}^f /GPa	800	2.90	275.9467	0.0193
	E_{22}^f /GPa	5	0.26	18.9810	0.1002
	μ_{12}^f	0.8	3	0.2021	1.0706
	μ_{23}^f	2.8	1.88	0.3212	0.3839
	G_{12}^f /GPa	7	0.26	26.9903	0.0358
	G_{23}^f /GPa	21	3	6.9998	0.0024

Notes: E^m , μ^m —Elastic parameters of polymer matrix; E_{11}^f , E_{22}^f , μ_{12}^f , μ_{23}^f , G_{12}^f , G_{23}^f —Elastic parameters of carbon fiber.

4.1 测点数目对识别结果的影响

为研究测点数目变化对识别结果的影响，将 2D 平面模型位移测点数目由 8 个变为 4 个，进行多组分参数识别。参数识别的过程和结果误差如图 8 和表 4 所示。结果表明，减少了位移测点之后多组分参数识别的算法仍旧准确，且在初值离真实值相差较远时，分析迭代次数明显减少，最终收敛时的识别误差和 8 个位移测点的识别误差相近，除了部分泊松比的误差在 0.1% 以上，剩下的参数识别误差均在 0.1% 以下。

在本算例中，每一个测点都有两个方向的位移数据作为目标变量进行参数识别，而 2D 平面内识别的复合材料组分参数共有 5 个，4 个位移测点已经是识别方程达到超静定，因此在没有误差干扰的

前提下，8 个位移测点的识别迭代步反而比 4 个位移测点的识别迭代步更多。

4.2 测量误差对识别结果的影响

为了分析测量误差对参数识别结果的影响，采用 2D 的模型，对测量的目标位移分别施加 0.5% 和 1% 的随机高斯误差项，进行识别结果研究。根据测点数目变化对识别结果的影响分析结果，选择 4 个测点进行参数识别，加不同噪声的识别过程如图 9 所示。结果表明，随着误差的增大，复合材料参数识别迭代步增加。表 5 为带噪声的 CFRP 多组分参数识别结果。可以看出，泊松比和纤维横向的弹性模量识别误差比其他弹性模量的识别误差略大，但最终都控制在 5% 以内，识别算法较稳定。

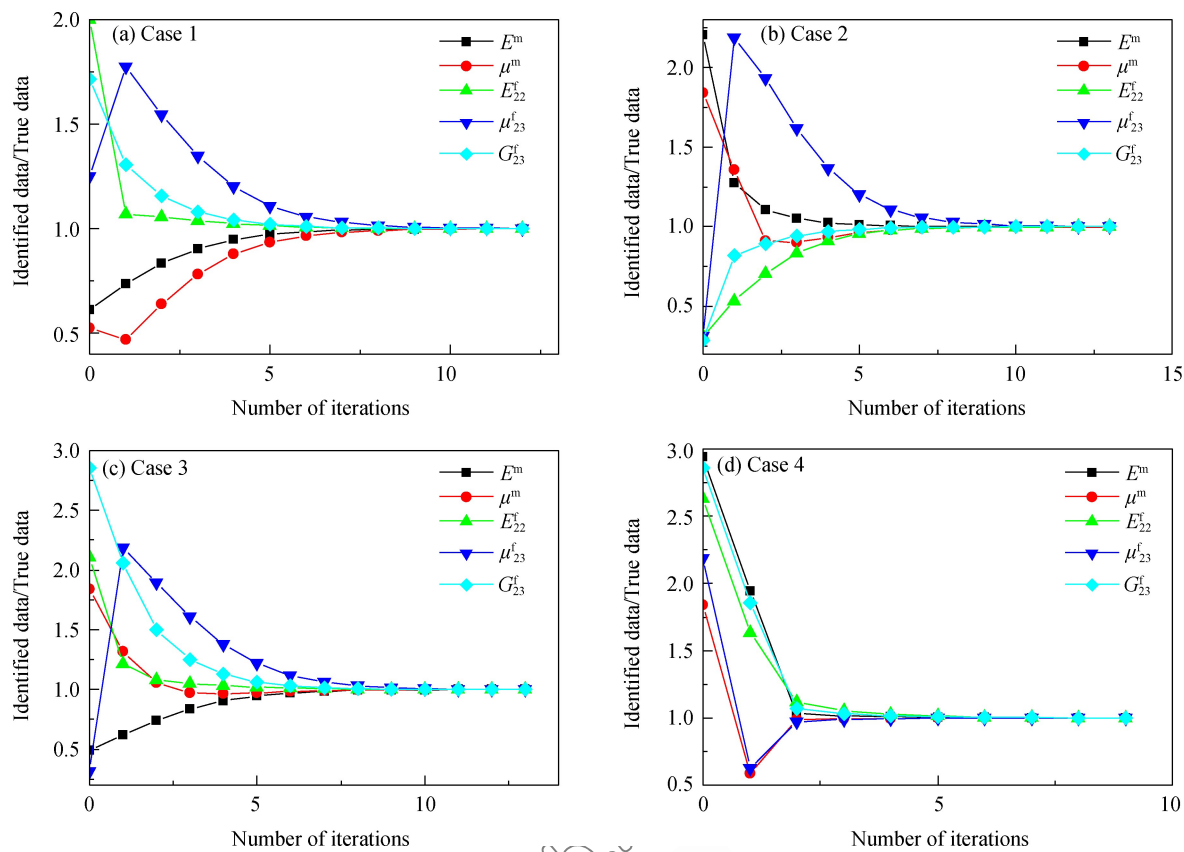


图 8 CFRP 多组分参数识别过程(4 个测点)

Fig. 8 Identification process for the components of CFRP (4 measuring points)

表 4 CFRP 组分参数识别结果(4 个测点)

Table 4 Identified parameters for the components of CFRP (4 measuring point)

Case	Parameter	Identified data	Identified error/%
1	E^m /GPa	4.0782	0.0223
	μ^m	0.3797	0.0729
	E_{22}^f /GPa	19.0024	0.0124
	μ_{23}^f	0.3202	0.0638
	G_{23}^f /GPa	7.0002	0.0170
2	E^m /GPa	4.0802	0.0046
	μ^m	0.3796	0.1056
	E_{22}^f /GPa	18.9966	0.0180
	μ_{23}^f	0.3203	0.0895
	G_{23}^f /GPa	6.9995	0.0066
3	E^m /GPa	4.0791	0.0224
	μ^m	0.3798	0.0427
	E_{22}^f /GPa	19.0020	0.0104
	μ_{23}^f	0.3201	0.0310
	G_{23}^f /GPa	7.0018	0.0260
4	E^m /GPa	4.0810	0.0235
	μ^m	0.3798	0.0599
	E_{22}^f /GPa	19.0145	0.0764
	μ_{23}^f	0.3198	0.0772
	G_{23}^f /GPa	7.0035	0.0495

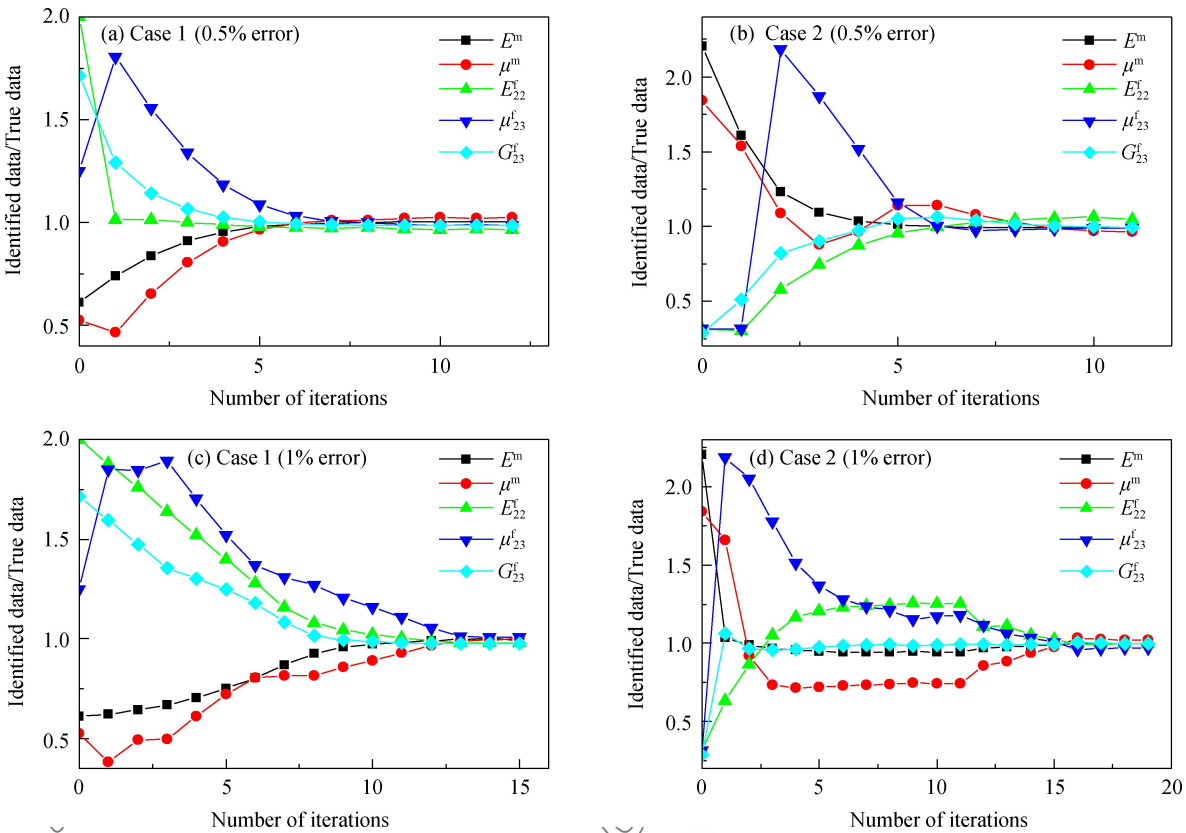


图 9 CFRP 多组分参数识别过程(带噪声)
Fig. 9 Identification process for the components of CFRP (With noise)

表 5 CFRP 多组分参数识别结果(带噪声)

Table 5 Identified parameters for the components of CFRP (With noise)

Case	Parameter	Initial data	Initial data/ True data	0.5% error		1% error	
				Identified data	Identified error/%	Identified data	Identified error/%
1	E^m/GPa	2.5	0.61	4.0709	0.0084	4.0973	0.4264
	μ^m	0.2	0.53	0.3773	0.7044	0.3897	2.5545
	E_{22}^f/GPa	38	2.00	18.5891	2.1629	18.3544	3.3981
	μ_{23}^f	0.4	1.25	0.3225	0.7725	0.3159	1.2739
	G_{23}^f/GPa	12	1.71	6.8325	2.9935	6.9077	1.3551
2	E^m/GPa	9	2.21	4.0629	0.4191	4.0442	0.8746
	μ^m	0.7	1.84	0.3868	1.7875	0.3654	3.8335
	E_{22}^f/GPa	6	0.32	18.932	0.3595	19.8351	4.3950
	μ_{23}^f	0.1	0.31	0.311	2.8277	0.3164	1.1285
	G_{23}^f/GPa	2	0.29	6.9714	0.4086	6.9520	0.6859

5 结 论

(1) 基于经典混合理论,研究了碳纤维增强树脂基复合材料(CFRP)弹性分析模型,提出了复合材料组分弹性参数的识别方法。模型的识别结果验证了本文提出的复合材料多组分参数识别方法的有效性和准确性。

(2) 利用直接求导法计算灵敏度矩阵,在极小化目标函数的过程中采用相对灵敏度的分析方法,

提高了计算精度,并减少了计算量。

(3) 所提出的参数识别算法对试验数据要求较低,仅需要少量位移信息即可识别组分弹性参数。此外,充分利用材料参数的先验信息能够有效提高复合材料多组分参数识别的效率。

参考文献:

[1] RILEY M B, WHITNEY J M. Elastic properties of fiber reinforced composite materials[J]. AIAA Journal, 2012, 4

- (9): 1537-1542.
- [2] SIDERIDIS E, THEOTOKOGLU E E, GIANOPOULOS I. Analytical and computational study of the moduli of fiber-reinforced composites and comparison with experiments[J]. *Composite Interfaces*, 2015, 22(7): 563-578.
- [3] CHENG L, XU Y, ZHANG L, et al. Effect of heat treatment on the thermal expansion of 1D C/SiC composites from room temperature to 1 400°C: Science and engineering of composite materials[J]. *Carbon*, 2002, 10(2): 113-118.
- [4] MEI H, BAI Q, SUN Y, et al. The effect of heat treatment on the strength and toughness of carbon fiber/silicon carbide composites with different pyrolytic carbon interphase thicknesses[J]. *Carbon*, 2013, 57(6): 288-297.
- [5] LU Z, CUI L, YUAN Z, et al. Numerical analysis of the elastic-plastic properties of the composites incorporating nanohybrid shish-kebab structures[J]. *Computational Materials Science*, 2015, 109(109): 56-65.
- [6] LU Z, YUAN Z, LIU Q, et al. Multi-scale simulation of the tensile properties of fiber-reinforced silica aerogel composites[J]. *Materials Science & Engineering A*, 2015, 625: 278-287.
- [7] 李双蓓, 周小军, 黄立新, 等. 基于有限元法的正交各向异性复合材料结构材料参数识别[J]. *复合材料学报*, 2009, 26(4): 197-202.
- LI S B, ZHOU X J, HUANG L X, et al. Material parameter identification for orthotropic composite structure by the finite element method[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2009, 26(4): 197-202 (in Chinese).
- [8] TAM J H, ZHI C O, LAU C L, et al. Identification of material properties of composite plates using Fourier-generated frequency response functions[J]. *Mechanics of Advanced Materials & Structures*, doi: 10. 1080/15376494. 2017. 1365980
- [9] CHARKAS H, RASHEED H, NAJJAR Y. Calibrating a J2 plasticity material model using a 2D inverse finite element procedure[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2008, 45(5): 1244-1263.
- [10] JIANG D, LI Y, FEI Q, et al. Prediction of uncertain elastic parameters of a braided composite[J]. *Composite Structures*, 2015, 126: 123-131.
- [11] 孔春元, 孙志刚, 高希光, 等. 2.5 维 C/SiC 复合材料经向拉伸性能[J]. *复合材料学报*, 2012, 29(2): 192-198.
- KONG C Y, SUN Z G, GAO X G, et al. Tensile property of 2.5D C/SiC composites in warp direction[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2012, 29(2): 192-198 (in Chinese).
- [12] MISHRA A K, CHAKRABORTY S. Inverse detection of constituent level elastic parameters of FRP composite panels with elastic boundaries using finite element model updating[J]. *Ocean Engineering*, 2016, 111: 358-368.
- [13] COOREMAN S, LECOMPTE D, SOL H, et al. Elasto-plastic material parameter identification by inverse methods: Calculation of the sensitivity matrix[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2007, 44(13): 4329-4341.
- [14] COMELLAS E, VALDEZ S I, OLLER S, et al. Optimization method for the determination of material parameters in damaged composite structures[J]. *Composite Structures*, 2015, 122: 417-424.
- [15] NAKAMURA T, GU Y. Identification of elastic-plastic anisotropic parameters using instrumented indentation and inverse analysis[J]. *Mechanics of Materials*, 2007, 39(4): 340-356.
- [16] TRUESDELL C, TOUPIN R. *The classical field theories* [M]. Berlin: Springer, 1960.
- [17] BATHE, KLAUS Jürgen. *Finite element procedures* [M]. Englewood: Prentice Hall, 2006.
- [18] JIANG D, ZHANG D, FEI Q, et al. An approach on identification of equivalent properties of honeycomb core using experimental modal data[J]. *Finite Elements in Analysis & Design*, 2014, 90(6): 84-92.
- [19] 邓乃扬, 诸梅芳. 最优化计算方法[M]. 西安: 中国人民解放军空军工程学院, 1983.
- DENG N Y, ZHU M F. *Optimal calculation method* [M]. Xi'an: Air Force Engineering University, 1983 (in Chinese).
- [20] HANSEN P C. *Regularization tools version 4.0 for Matlab 7.3* [J]. *Numerical Algorithms*, 2007, 46(2): 189-194.
- [21] FURUKAWA T, MICHOPOULOS J G. *Regularized identification of material constants using multi-Objective gradient-based method* [M]// *Fracture of Nano and Engineering Materials and Structures*. Netherlands: Springer, 2006: 1343-1344.
- [22] CHAMIS C C, ABDI F, GARG M, et al. Micromechanics-based progressive failure analysis prediction for WWFE-III composite coupon test cases[J]. *Journal of Composite Materials*, 2013, 47(20-21): 2695-2712.
- [23] GRAS R, LECLERC H, HILD F, et al. Identification of a set of macroscopic elastic parameters in a 3D woven composite: Uncertainty analysis and regularization[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2015, 55: 2-16.