

含双尺度界面复相陶瓷的细观界面滑移应力

杜志鸿, 倪新华*, 刘协权, 于金凤

(陆军工程大学石家庄校区 车辆与电气工程系, 石家庄 050003)

摘 要: 基于复相陶瓷显微特征和双尺度界面特性, 分析含双尺度界面复相陶瓷内的细观界面滑移应力。首先, 基于复相陶瓷宏观、细观和纳观弹性性能, 计算双尺度界面复相陶瓷产生弹性变形时的细观平均应力场。然后, 在纳观界面位移和应力连续基础上, 提出了界面应变模型, 确定了纳观界面附近纤维和基体内的位移函数, 考虑界面应变的突变值与界面模量间的比例关系, 根据纳观界面特性和纤维分布形式, 确定出弹性变形条件下外载传递到细观界面上的切应力。最后, 基于压痕实验测得复相陶瓷细观界面滑移的屈服切应力, 得到细观界面滑移应力的理论计算公式并进行了定量分析。结果表明, 复相陶瓷内纳观界面弹性模量越小或泊松比越小时, 细观界面越易滑移, 复相陶瓷越易产生塑性变形。

关键词: 双尺度界面; 复相陶瓷; 界面应变模型; 界面模量; 滑移应力

中图分类号: TB330 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2018)12-3400-07

Slippage stress of micro-interface in two-scale interface multiphase ceramics

DU Zhihong, NI Xinhua*, LIU Xiequan, YU Jinfeng

(Department of Vehicle and Electric Engineering, Army Engineering University Shijiazhuang Campus, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: The slippage stress of micro-interface was analyzed by the microstructure and two-scale interface characteristics in two-scale interface multiphase ceramics. First, the micro-average stress field of the two-scale interface multiphase ceramics was calculated based on the macroscopic, mesoscopic and nanoscopic elastic properties of multiphase ceramics. Interfacial strain model was proposed on the basis of continuity of displacement and stress in nano-interface, and then, the displacement function of fiber and matrix in the vicinity of nano-interface was calculated. Considering the proportional relationship between interfacial strain and interfacial elastic modulus, shear stress under the conditions of external load transfer to the micro-interface was calculated according to nano-interface properties and fiber distribution. At last, combined with yield shear stress of multiphase ceramics which was determined by the indentation test of multiphase ceramics, the theoretical formula of micro-interface slippage stress of multiphase ceramics was obtained. The quantitative results show that the smaller the interfacial elastic modulus and interfacial Poisson's ratio, the easier the interface is to slip, and the easier the plastic deformation of multiphase ceramics.

Keywords: two-scale interface; multiphase ceramics; interfacial strain model; interfacial elastic modulus; slippage stress

含双尺度界面复相陶瓷, 由于具有独特的显微组织, 具备较好的高温和常温条件下的综合力学性能^[1-3]。其主体结构为复合晶体, 复合晶体之间的

细观界面为物理连接的接触界面; 复合晶体内含规律性分布的纤维, 纤维与基体间的纳观界面为化学连接的完全结合界面。纳观界面的完全结合特性使

复相陶瓷具有优异的抗高温蠕变性^[4-5]；而复合晶体之间细观界面的局部滑移特征使其具有较高的断裂韧性^[6-7]。纳观界面可看作数学界面，由于纳观界面分布形式与纤维增强的复合材料内纤维与基体间的界面类似，所不同的是界面结合方式。因此，纤维增强的复合材料内界面的一些基本分析方法为研究纳观界面特性提供了重要参考价值。

线弹簧界面模型和界面应力模型是分析纤维增强复合材料界面效应的常用方法^[8-10]。线弹簧界面模型的基本思想是：假设界面上应力连续位移不连续，引入弹簧刚度系数将界面处的法向应力与位移的突变联系起来，并认为界面的应力与位移突变量成正比^[11]。线弹簧界面模型有个明显缺点，就是当界面受压时，界面处纤维和基体会相互嵌入，显然这种现象是不合理的。基于微观结构提出的界面应力模型受到物理、材料和力学研究者的关注。界面应力模型的基本思想是：假设界面上位移连续应力不连续。段慧玲^[12]建立了界面应力模型的细观力学框架，预测了含有球形夹杂的非均匀材料的等效模量及具有单向排列圆柱孔道的纳米介孔材料的弹性模量。但是，我们将此模型用于复合晶体的纳观界面却出现了不合理现象，位移函数无法满足复合晶体的边界条件。其原因是纳观界面为完全结合界面，不仅位移连续，应力也要保持连续。

综上所述，研究的纳观界面既不同于线弹簧模型的应力连续位移不连续条件，也不同于界面应力模型的位移连续应力不连续条件，需要在两种模型的基础上建立新的模型。线弹簧界面模型认为界面处应力连续而位移发生了突变，并且界面处应力与位移的突变成正比，其比例系数为界面弹簧刚度。在纳观界面处位移和应力均连续而应变发生了突变，并且界面处应力与应变的突变成正比，根据线弹簧界面模型对界面弹簧刚度的定义，本文将界面应力与应变的突变量之间的比例系数定义为界面弹性模量。基于界面处应力发生突变的模型命名为界面应力模型，本文将纳观界面处应变发生突变的模型命名为界面应变模型。并对纤维增强复合材料承受横向载荷的位移函数进行修正，提出适合纳观界面条件的位移函数表达式，确定纳观界面附近的位移场、应变场和应力场，进而计算细观界面的外载切应力。作用于含双尺度界面复相陶瓷内细观界面上的外载切应力达到某一极限值时，细观

界面将出现滑移，导致材料失效。最后，基于细观界面滑移的屈服切应力确定复相陶瓷的细观界面滑移应力，并分析纳观界面特性对细观界面滑移应力的影响。

1 复合晶体的细观平均应力场

$\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2$ 共晶陶瓷是一类典型的含双尺度界面复相陶瓷材料，其在细观尺度上主要为复合晶体间物理连接的弱界面，而在纳观尺度上主要为复合晶体内呈三角对称分布的纳米纤维与基体间化学连接的强界面^[13-15]。如图 1 所示，基于 $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2$ 共晶陶瓷微观结构特征建立理论结构模型。

为了将复相陶瓷细观界面承担的应力与外载荷联系起来，首先计算细观界面滑移前，也就是复相陶瓷只产生弹性变形时，复合晶体内的细观平均应力场。取方位随机的复合晶体及其周围有效介质为研究对象。复合晶体为横观各向同性，周围为各向同性的有效介质（具有复合材料的宏观力学性能），如图 2 所示，建立宏观坐标系 $o\xi\eta$ ，当复相陶瓷沿宏观坐标轴 η 承担拉伸载荷 σ 时，与复合晶体同方

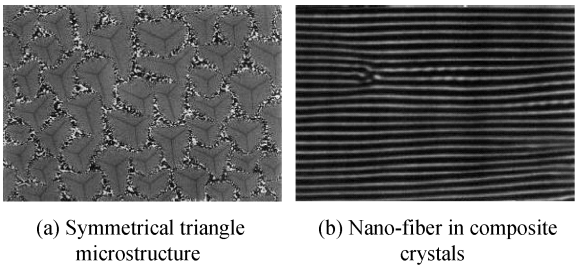


图 1 共晶复相陶瓷 SEM 图像
Fig. 1 SEM images of eutectic multiphase ceramics

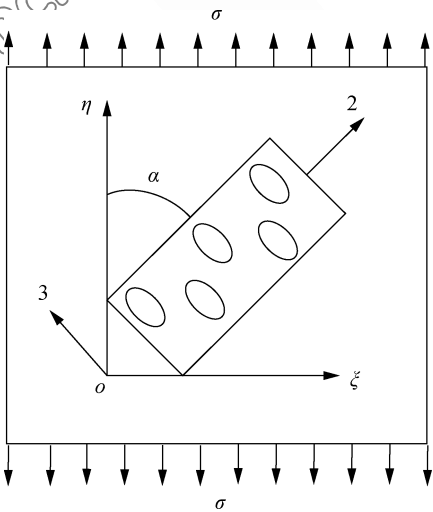


图 2 复相陶瓷内的复合晶体
Fig. 2 Composite crystal in ceramics

位的单元体应力张量为 σ^e ，假设复合晶体晶轴与加载方向的夹角为 α ，则在细观坐标系下复合晶体的应变张量可表示为

$$\varepsilon^e = S\sigma^e \tag{1}$$

其中， $\sigma^e = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{12})^T$ 。如图 2 所示，细观坐标轴 2 沿复合晶体晶轴方向，细观坐标轴 1 和轴 3 与细观坐标轴 2 垂直。 α 为细观坐标轴 2 与外载 σ 间的夹角，则非零应力分量如下：

$$\sigma_{22} = \cos^2 \alpha \sigma \tag{2}$$

$$\sigma_{33} = \sin^2 \alpha \sigma \tag{3}$$

$$\sigma_{23} = \sin \alpha \cos \alpha \sigma \tag{4}$$

应力张量 σ^e 可以记为

$$\sigma^e = (0, \sigma \cos^2 \alpha, \sigma \sin^2 \alpha, 0, \sigma \sin \alpha \cos \alpha, 0)^T \tag{5}$$

S 为复相陶瓷等效柔度矩阵：

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \tag{6}$$

E 和 ν 为复相陶瓷的弹性模量和泊松比，可由文献[16]的公式确定，对应外加应变场 ε^e ，复合晶体中细观平均应力张量为

$$\sigma^g = C^g \varepsilon^e = C^g S \sigma^e \tag{7}$$

其中：

$$C^g = \begin{bmatrix} C_{1111}^g & C_{1122}^g & C_{1133}^g & 0 & 0 & 0 \\ C_{2211}^g & C_{2222}^g & C_{2233}^g & 0 & 0 & 0 \\ C_{3311}^g & C_{3322}^g & C_{3333}^g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1313}^g & C_{2323}^g & C_{1212}^g \end{bmatrix} \tag{8}$$

式中， C_{ijkl}^g 为细观坐标系下复合晶体的刚度张量分量，由文献[17]的公式确定。

式(8)可以确定复合晶体内在晶轴坐标下的平均应力分量。如图 3 所示，因为增强纤维的轴向与复合晶体的晶轴夹角为 θ ，所以需要进行坐标转换。若选取纤维中心为纳观坐标系原点， x 为沿

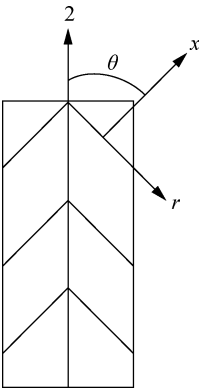


图 3 复合晶体内增强纤维的分布
Fig. 3 Distribution of reinforced fibers in composite crystal

纤维轴向的坐标， r 和 φ 为垂直纤维的平面极坐标，由此得到复合晶体在纳观坐标系下的平均外载切应力为

$$\tau_0 = \sigma_{r\varphi}^g = [A_3 \cos 2\theta + (A_1 - A_2) \sin 2\theta] \frac{\sigma}{E} \tag{9}$$

其中， A_1 、 A_2 、 A_3 为应变转换时的转换关系：

$$\begin{cases} A_1 = (C_{1111}^g - \nu C_{1122}^g) \cos^2 \alpha + (C_{1122}^g - \nu C_{1111}^g) \sin^2 \alpha - \nu C_{1133}^g \\ A_2 = (C_{2211}^g - \nu C_{2222}^g) \cos^2 \alpha + (C_{2222}^g - \nu C_{2211}^g) \sin^2 \alpha - \nu C_{2233}^g \\ A_3 = (1 + \nu) C_{1212}^g \sin 2\alpha \end{cases}$$

式(9)为复相陶瓷产生弹性变形时外载传递到复合晶体上在纳观坐标方向上的平均切应力，如果复合晶体内没有纳观界面，上述切应力可直接作为细观界面上的外载切应力。但是，复合晶体内存在纳观界面，那么 τ_0 只能看作距纳观界面无穷远处的切应力，而纳观界面附近的应力场必须考虑纳观界面特性的影响。

2 纳观界面应力场

在复合晶体内选取含单个增强纤维的纳观胞元，增强纤维为纳米/亚微米尺度，其与基体间的界面为共价键连接的纳观界面。为了描述纳观界面的化学键结合特性，本文提出界面应变模型：在纳观界面处位移连续，纤维与基体的正应力相等且与界面处线应变的突变成正比，其比例系数为界面弹性模量；纤维与基体的剪应力相等且与界面处剪应变的突变成正比，其比例系数为界面剪切模量。如图 4 所示，在垂直纤维方向的远场切应力 τ_0 作用下，纤维内的纳观位移场可表示如下：

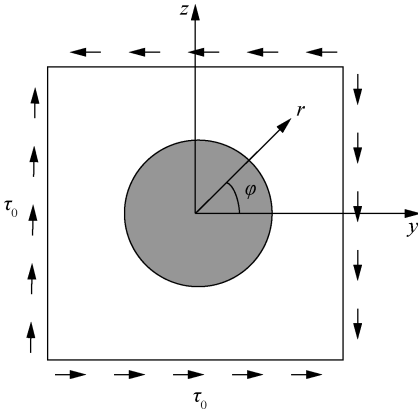


图4 复合晶体内含单个增强纤维的纳观元

Fig. 4 Nano-cells containing a single reinforced fiber

$$\begin{cases} u_x^f = 0 \\ u_r^f = \frac{a\tau_0}{4G_f} \left[D_f + A_f \left(\frac{a}{r} \right) + B_f (\eta_f - 3) \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right] \sin 2\varphi \\ u_\varphi^f = \frac{a\tau_0}{4G_f} \left[F_f + A_f \left(\frac{a}{r} \right) - B_f (\eta_f + 3) \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right] \cos 2\varphi \end{cases} \quad (10)$$

取纳观界面附近基体内的位移场为

$$\begin{cases} u_x^m = 0 \\ u_r^m = \frac{a\tau_0}{4G_m} \left[2 \left(\frac{r}{a} \right) + A_m (\eta_m + 1) \left(\frac{a}{r} \right) + B_m \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right] \sin 2\varphi \\ u_\varphi^m = \frac{a\tau_0}{4G_m} \left[2 \left(\frac{r}{a} \right) + A_m (\eta_m - 1) \left(\frac{a}{r} \right) - B_m \left(\frac{a}{r} \right)^3 \right] \cos 2\varphi \end{cases} \quad (11)$$

其中: a 为纤维半径; A_f 、 B_f 、 D_f 、 F_f 、 A_m 和 B_m 为待定常数; $\eta_f = 3 - 4\nu_f$; $\eta_m = 3 - 4\nu_m$, ν_f 和 ν_m 分别为纤维和基体的泊松比; G_f 和 G_m 分别为纤维和基体的剪变模量。

将式(10)代入几何方程可得纤维的非零应变分量:

$$\begin{cases} \epsilon_r^f = \frac{\tau_0}{4G_f} \left[-A_f \left(\frac{a^2}{r^2} \right) - 3B_f (\eta_f - 3) \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \epsilon_\varphi^f = \frac{\tau_0}{4G_f} \left[(D_f - 2F_f) \frac{a}{r} - A_f \left(\frac{a^2}{r^2} \right) + 3B_f (\eta_f + 1) \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \gamma_{r\varphi}^f = \frac{\tau_0}{4G_f} \left[(2D_f - F_f) \frac{a}{r} + 6B_f (\eta_f + 1) \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \cos 2\varphi \end{cases} \quad (12)$$

将式(11)代入几何方程可得基体的非零应变分量:

$$\begin{cases} \epsilon_r^m = \frac{\tau_0}{4G_m} \left[2 - A_m (\eta_m + 1) \left(\frac{a^2}{r^2} \right) - 3B_m \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \epsilon_\varphi^m = \frac{\tau_0}{4G_m} \left[-2 - A_m (\eta_m - 3) \left(\frac{a^2}{r^2} \right) + 3B_m \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \gamma_{r\varphi}^m = \frac{\tau_0}{2G_m} \left[2 + 2A_m \left(\frac{a^2}{r^2} \right) + 3B_m \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \cos 2\varphi \end{cases} \quad (13)$$

在弹性变形条件下, 应用物理方程基于式(12)可得纤维内非零应力分量:

$$\begin{cases} \sigma_x^f = \frac{C_{1122}^f \tau_0}{4G_f} \left[(D_f - 2F_f) \frac{a}{r} - 2A_f \left(\frac{a^2}{r^2} \right) + 12B_f \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \sigma_r^f = \frac{\tau_0}{4G_f} \left[C_{1122}^f (D_f - 2F_f) \frac{a}{r} - (C_{1111}^f + C_{1122}^f) A_f \left(\frac{a^2}{r^2} \right) + 3B_f \{ C_{1122}^f (\eta_f + 1) - C_{1111}^f (\eta_f - 3) \} \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \sigma_\varphi^f = \frac{\tau_0}{4G_f} \left[C_{1111}^f (D_f - 2F_f) \frac{a}{r} - (C_{1111}^f + C_{1122}^f) A_f \left(\frac{a^2}{r^2} \right) + 3B_f \{ C_{1111}^f (\eta_f + 1) - C_{1122}^f (\eta_f - 3) \} \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \tau_{r\varphi}^f = \frac{\tau_0}{4} \left[(2D_f - F_f) \frac{a}{r} + 6B_f (\eta_f + 1) \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \cos 2\varphi \end{cases} \quad (14)$$

将式(13)代入广义胡克定律可得基体内非零应力分量:

$$\begin{cases} \sigma_x^m = \frac{C_{1122}^m \tau_0}{2G_m} A_m (1 - \eta_m) \left(\frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\varphi \\ \sigma_r^m = \frac{\tau_0}{4G_m} \left[2(C_{1111}^m - C_{1122}^m) + 3B_m (C_{1122}^m - C_{1111}^m) \left(\frac{a^4}{r^4} \right) - A_m \{ C_{1111}^m (\eta_m + 1) + C_{1122}^m (\eta_m - 3) \} \left(\frac{a^2}{r^2} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \sigma_\varphi^m = \frac{\tau_0}{4G_m} \left[2(C_{1122}^m - C_{1111}^m) + 3B_m (C_{1111}^m - C_{1122}^m) \left(\frac{a^4}{r^4} \right) - A_m \{ C_{1122}^m (\eta_m + 1) + C_{1111}^m (\eta_m - 3) \} \left(\frac{a^2}{r^2} \right) \right] \sin 2\varphi \\ \tau_{r\varphi}^m = \tau_0 \left[1 + A_m \left(\frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{3}{2} B_m \left(\frac{a^4}{r^4} \right) \right] \cos 2\varphi \end{cases} \quad (15)$$

式(15)表明正应力与角度为 $\sin 2\varphi$ 的函数关系,切应力与角度为 $\cos 2\varphi$ 的函数关系,显然, $\varphi = 0^\circ$ 、 90° 、 180° 和 270° 时正应力均为 0; $\varphi = 0^\circ$ 和 180° 时,无穷远处切应力均为 τ , $\varphi = 90^\circ$ 和 270° 时,无穷远处切应力均为 $-\tau$,因此只要 $\varphi = 0^\circ$ 时满足无穷远处边界条件,其它角度均可以满足。显然无穷远处的应力条件可表示为当 $r \rightarrow \infty$ 并且 $\varphi = 0^\circ$ 时,

$$\tau_{r\varphi}^m = \tau_0 \tag{16}$$

纳观界面位移连续,有

$$u_r^m \Big|_{r=a} = u_r^f \Big|_{r=a} \tag{17}$$

$$u_\varphi^m \Big|_{r=a} = u_\varphi^f \Big|_{r=a} \tag{18}$$

设界面弹性模量为 E_1 ,剪变模量为 G_1 ,可认为界面为各向同性^[18],满足: $G_1 = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}$ 。则有

$$\sigma_r^m \Big|_{r=a} = \sigma_r^f \Big|_{r=a} = E_1(\epsilon_r^m \Big|_{r=a} - \epsilon_r^f \Big|_{r=a}) \tag{19}$$

$$\tau_{r\varphi}^m \Big|_{r=a} = \tau_{r\varphi}^f \Big|_{r=a} = G_1(\gamma_{r\varphi}^m \Big|_{r=a} - \gamma_{r\varphi}^f \Big|_{r=a}) \tag{20}$$

根据式(17)~(20)得到求解待定常数的方程组如下:

$$\begin{cases} (\eta_m + 1)A_m + B_m - \frac{G_m}{G_f}A_f - \frac{G_m(\eta_f - 3)}{G_f}B_f - \frac{G_m}{G_f}D_f = -2 \\ (\eta_m - 1)A_m - B_m - \frac{G_m}{G_f}A_f + \frac{G_m(\eta_f + 3)}{G_f}B_f - \frac{G_m}{G_f}F_f = -2 \\ \frac{G_f}{G_m}[C_{1111}^m k_{m1} + C_{1122}^m k_{m2}]A_m + \frac{3G_f}{G_m}k_c^m B_m - (C_{1111}^f + C_{1122}^f)A_f + 3[C_{1122}^f k_{f1} - C_{1111}^f k_{f2}]B_f + C_{1122}^f D_f - 2C_{1122}^f F_f = \frac{2G_f}{G_m}k_c^m \\ 4A_m + 6B_m - 6(\eta_f + 1)B_f - 2D_f + F_f = -4 \\ [(\eta_m + 1)(C_{1111}^m - E_1) + C_{1122}^m(\eta_m - 3)]A_m - 3(E_1 - k_c^m)B_m + \frac{G_m}{G_f}E_1 A_f + 3(\eta_f - 3)E_1 B_f = 2(k_c^m - E_1) \\ A_m + \frac{3}{2}B_m + \frac{3}{2}\frac{G_1}{G_f}\frac{G_m}{G_m - G_1}(\eta_f + 1)B_f + \frac{1}{2}\frac{G_1}{G_f}\frac{G_m}{G_m - G_1}D_f + \frac{1}{4}\frac{G_1}{G_f}\frac{G_m}{G_m - G_1}F_f = -1 \end{cases} \tag{21}$$

式中: $k_{m1} = \eta_m + 1$; $k_{m2} = \eta_m - 3$; $k_{f1} = \eta_f + 1$; $k_{f2} = \eta_f - 3$; $k_c^m = C_{1111}^m - C_{1122}^m$ 。

根据式(21)计算出 A_f 、 B_f 、 D_f 、 F_f 、 A_m 和 B_m ,它们仅与纤维、基体和界面的弹性常数有关,与纤维半径无关。将 A_f 、 B_f 、 D_f 、 F_f 、 A_m 和 B_m 代入式(14)和式(15)即可完全确定纳观界面附近纤维和基体内的应力场。这里重点分析基体内的切应力,考虑细观界面处($r=R$, $\varphi=0$)应该满足纤维在复合晶体内的体积分量要求,则有^[19]: $a/R = \sqrt{f/\pi}$,其中 f 为复合晶体内增强纤维的体积分量。根据基体应力场式(15)的第4式,可得细观界面上的切应力:

$$\tau_g = \tau_0 \left[1 + A_m \frac{f}{\pi} + \frac{3}{2}B_m \left(\frac{f^2}{\pi^2} \right) \right] \tag{22}$$

将式(9)代入式(22),可得细观界面上切应力与外载 σ 的关系:

$$\tau_g = M\sigma \tag{23}$$

其中,

$$M = \frac{1}{E}[A_3 \cos 2\theta + (A_1 - A_2) \sin 2\theta] \cdot$$

$$\left[1 + A_m \frac{f}{\pi} + \frac{3}{2}B_m \left(\frac{f^2}{\pi^2} \right) \right] \cos \alpha \sin \alpha \tag{24}$$

式(23)为考虑纳观界面效应条件下细观界面承

担的外载切应力。因此,影响细观界面外载切应力的因素有纤维、基体及纳观界面的弹性常数和复合晶体与外载应力间的方位角。

3 细观界面的滑移极限应力

复合晶体间的细观界面为接触界面,当复相陶瓷承受局部压痕载荷时,压痕裂纹的成核与细观界面的剪切形变过程有关,在切应力条件下,沿细观界面有无数多个位错受到阻碍而塞积,位错塞积群的前端就是微裂纹尖端,压痕开裂临界点处的滑移面长度为^[20]

$$l_s = 29.5 \left(\frac{K_{IC}}{H} \right)^2$$

式中, H 和 K_{IC} 分别表示复相陶瓷的硬度和断裂韧性,可由压痕实验测出。裂纹成核时在滑移面上的屈服切应力满足下式^[20]:

$$\tau_{mu} = \sqrt{\frac{3\pi}{8} \left[\frac{\gamma G}{(1-\nu)l_s} \right]} \tag{25}$$

式中, γ 为复相陶瓷的表面自由能。将式(24)代入式(25)可确定复相陶瓷内细观界面承担的屈服切应力:

$$\tau_{mu} = \frac{H}{K_{IC}} \sqrt{\frac{3\pi}{8} \left[\frac{\gamma G}{29.5(1-\nu)} \right]} \tag{26}$$

当细观界面承担的外载切应力等于屈服切应力, 即 $\tau_g = \tau_{mu}$ 时, 复相陶瓷内细观界面开始滑移。根据式(23)和式(26)可得复相陶瓷细观界面的滑移极限应力为

$$\sigma_s = \frac{H}{MK_{IC}} \sqrt{\frac{3\pi}{8} \left[\frac{\gamma G}{29.5(1-\nu)} \right]} \quad (27)$$

4 结 果

从式(27)可以看出, 复相陶瓷内细观界面的滑移极限应力与材料的宏观、细观及纳观性能密切相关。由于 M 与复合晶体方位角和纤维在复合晶体内的方位角有关, 当增强纤维同向平行分布时, 显然, 当复合晶体方位角 $\alpha = 45^\circ$ 时, σ_s 达到最小值, 即细观界面最容易产生滑移。下面针对最易滑移的方位角, 分析纳观界面性能对细观界面滑移极限应力的影响。复合晶体内基体和纤维的材料常数分别为: $E_m = 402 \text{ GPa}$, $\nu_m = 0.233$; $E_f = 233 \text{ GPa}$, $\nu_f = 0.31$, $f = 0.3$, $d = 10 \text{ }\mu\text{m}$, $a = 150 \text{ nm}$, 根据文献[17, 19]的公式确定复相陶瓷的宏观、细观弹性常数。取纳观界面泊松比 $\nu_1 = \nu_m$, 无量纲界面弹性模量 e_1 为自变量 ($e_1 = E_1/E_m$), 可得滑移的极限外载应力与无量纲界面弹性模量 e_1 的关系如图 5 所示。可以看出, 复合晶体内细观界面滑移应力随纳观界面弹性模量增大而增大, 在材料实际界面弹性模量的合理范围内呈现较均匀的变化。当 $E_1 = E_m$ 时, 式(22)退化为式(9), 此时 A_m 和 B_m 都为 0, 即未考虑纳观界面效应。取纳观界面弹性模量 $E_1 = 2E_m$, 可得细观界面滑移的极限外载应力与纳观界面泊松比 ν_1 的关系如图 6 所示。可以看出, 复合晶体

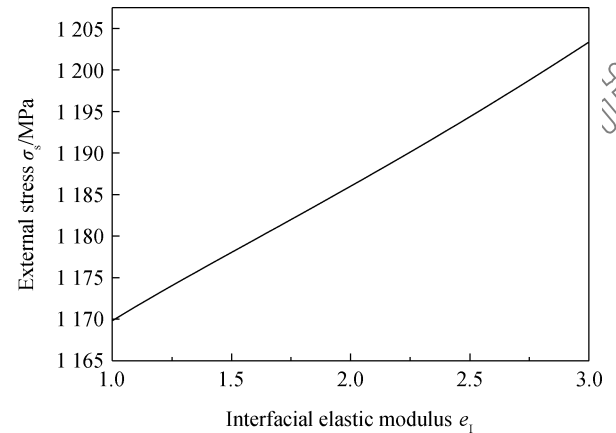


图 5 复相陶瓷滑移极限外载应力与界面弹性模量的关系
Fig. 5 Relationship between external stress and interfacial elastic modulus of multiphase ceramics

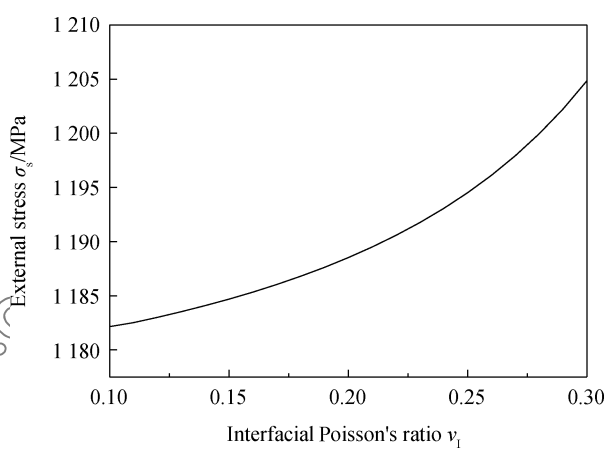


图 6 复相陶瓷滑移极限外载应力与界面泊松比的关系
Fig. 6 Relationship between external stress and interfacial Poisson's ratio of multiphase ceramics

大。通过图 5、图 6 的定量分析可知, 复合晶体内纳观界面弹性模量越小或泊松比越小时, 界面越易滑移。

5 结 论

(1) 根据复相陶瓷内纳观界面附近纤维和基体内的位移函数, 求解了界面附近位移场、应变场和应力场。在位移和应力连续的基础上, 将纳观界面处应变的突变值与界面特性联系起来, 提出了界面应变模型。

(2) 考虑纳观界面效应, 计算了细观界面外载应力, 基于复相陶瓷细观界面滑移的屈服切应力, 确定了复相陶瓷内细观界面滑移应力的理论计算公式, 分析了纳观界面特性对细观界面滑移应力的影响。结果表明, 复合晶体内纳观界面弹性模量越小或泊松比越小时, 细观界面越易滑移, 复相陶瓷越易产生塑性变形。

参考文献:

[1] LLORCA J, PASTOR J, POZA P. Influence of the Y_2O_3 content and temperature on the mechanical properties of melt-grown $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ eutectic[J]. Journal of the American Ceramic Society, 2004, 87(4): 633-639.
[2] CHENG X, XIAO S, HE J. Experiment study of gradient structure on the bonding strength and impact resistance of Al_2O_3 ceramic coatings[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(10): 87-92.
[3] LEE J H, YOSHIKAWA A, MURAYAMA Y, et al. Microstructure and mechanical properties of $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}/\text{ZrO}_2$ ternary eutectic materials[J]. Journal of the

- European Ceramic Society, 2005, 25: 1411-1417.
- [4] FERNANDEZ J M, SAYIR A, FARMER S C. High temperature creep deformation of directionally solidified $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Er}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ [J]. *Acta Materialia*, 2003, 51(6): 1705-1720.
- [5] 阎亭亭. 碳纳米管增强氧化铝陶瓷复合材料界面力学性能研究[D]. 济南: 齐鲁工业大学, 2013.
- YAN Tingting. The interfacial mechanical property of CNT-alumina ceramic composites[D]. Ji'nan: Qilu University of Technology, 2013 (in Chinese).
- [6] ZHAO Zhongmin, ZHANG Long, SONG Yigang, et al. $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ (Y_2O_3) self-growing composites prepared by combustion synthesis under high gravity[J]. *Scripta Materialia*, 2008, 58(3): 207-210.
- [7] PASTOR J Y, LLORCA J, POZA P, et al. Mechanical properties of melt-grown $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2$ (Y_2O_3) eutectic with different microstructure[J]. *Journal of the European Society*, 2005, 25(8): 1215-1223.
- [8] HASHIN Z. Thermoelastic properties of fiber composites with imperfect interface[J]. *Mechanics of Materials*, 1990, 8(4): 333-348.
- [9] MURA T, FURUHASHI R. The elastic inclusion with a sliding interface[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1984, 51(2): 308-310.
- [10] HUANG J H, FURUHASHI R, MURA T. Frictional sliding inclusions[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1993, 41(2): 247-265.
- [11] HASHIN Z. The spherical inclusion with imperfect interface[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1991, 58(2): 444-449.
- [12] 段慧玲. 非匀质材料力学中的界面效应[D]. 北京: 北京大学, 2005.
- DUAN Huiling. Interfacial effects in nonuniform material mechanics[D]. Beijing: Peking University, 2005 (in Chinese).
- [13] XU X, HU X, REN S, et al. Fine grained $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2$ (Y_2O_3) ceramics by controlled crystallization of amorphous phase[J]. *Journal of the European Ceramic Society*, 2016, 36(7): 1791-1796.
- [14] 宋亚林, 赵忠民, 张龙, 等. 超重力下燃烧合成 $\text{ZrO}_2(4\text{Y})/\text{Al}_2\text{O}_3$ 的成分、显微组织与力学性能[J]. *复合材料学报*, 2009, 26(3): 138-146.
- SONG Y L, ZHAO Z M, ZHANG L, et al. Composition, microstructures and mechanical properties of $\text{ZrO}_2(4\text{Y})/\text{Al}_2\text{O}_3$ prepared by combustion synthesis under high gravity[J]. *Acta Materialia Composita Sinica*, 2009, 26(3): 138-146 (in Chinese).
- [15] 任会兰, 龙波, 宁建国, 等. ZrO_2 增韧 Al_2O_3 陶瓷的力学性能和增韧机制[J]. *复合材料学报*, 2015, 32(3): 776-781.
- REN H L, LONG B, NING J G, et al. Mechanical properties and toughening mechanisms of ZrO_2 toughened Al_2O_3 ceramics[J]. *Acta Materialia Composita Sinica*, 2015, 32(3): 776-781 (in Chinese).
- [16] 李宝峰, 郑坚, 倪新华, 等. 含三角对称分布共晶团复合陶瓷力学性能研究[J]. *应用力学学报*, 2012, 29(2): 127-132.
- LI Baofeng, ZHENG Jian, NI Xinhua, et al. Mechanical properties of composite ceramic with triangular symmetrical eutectic colony[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2012, 29(2): 127-132 (in Chinese).
- [17] LI Baofeng, ZHENG Jian, NI Xinhua, et al. Effective elastic constants of fiber-eutectics and transformation particles composite ceramic[J]. *Advanced Materials Research*, 2011(177): 182-185.
- [18] YAO Zhan, HUANG Zhengming. Stress concentration factors in the matrix with different imperfect interfaces[J]. *International Journal of Damage Mechanics*, 2014, 23(6): 745-771.
- [19] NI Xinhua, YAO Zhanjun, LIU Xiequan, et al. Cracking stress of nano-fibers composite ceramics[J]. *Key Engineering Materials*, 2007, 336-338: 2432-2435.
- [20] 龚江宏. 陶瓷材料断裂力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001: 94-101.
- GONG Jianghong. Fracture mechanics of ceramics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001: 94-101 (in Chinese).