

一种改进的三维四向编织复合材料单胞模型 及宏观弹性常数预测方法

王荣桥^{1, 2, 3}, 刘茜¹, 胡殿印^{*1, 2, 3}, 张龙¹, 申秀丽^{1, 2, 3}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191; 2. 航空发动机结构强度北京市重点实验室, 北京 100191;
3. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘要: 提出了一种考虑打紧工艺导致纤维束截面形状沿其轨迹方向连续变化的三维四向编织复合材料改进单胞模型, 并用于宏观弹性常数预测方法。首先, 基于编织工艺过程分析, 确定了单胞内部的纤维束布局形式; 然后, 从几何上推导了纤维束受挤压部位的位置坐标, 并假设纤维束在受挤压前截面为圆形, 受挤压部位发生圆形到椭圆的过渡变化, 导致纤维轨迹产生弯曲, 建立了纤维束截面为圆形和椭圆连续变化的改进单胞模型。通过该模型推导单胞编织参数和几何尺寸的数学关系, 由此得出的几何特征数据与试件实测数据较为吻合, 花节长度的预测值相对误差小于4%, 相比于不考虑纤维束挤压变形的单胞模型更接近实际情况。最后, 基于该改进的单胞模型, 预测了三维四向编织复合材料的宏观弹性常数, 并进一步研究了编织角和纤维体积分数对弹性常数的影响规律。

关键词: 复合材料; 三维四向编织; 纤维束挤压变形; 单胞模型; 细观力学有限元法; 宏观弹性常数

中图分类号: TB330.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2017)09-1973-09

Improved unit cell model and elastic constant prediction method of 3D four-directional braided composites

Wang Rongqiao^{1, 2, 3}, Liu Xi¹, Hu Dianyin^{*1, 2, 3}, Zhang Long¹, Shen Xiuli^{1, 2, 3}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Beijing Key Laboratory of Aero-Engine Structure and Strength, Beijing 100191, China;

3. Collaborative Innovation Center of Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: An improved unit cell model for 3D four-directional braided composites was proposed, considering the cross-section shape variation of interior fiber bundles along their center line in manufacturing process of jamming action, and this model was further used to predict equivalence elastic constant. Firstly, based on analyzing the braiding process, interior fiber bundle distribution of unit cell was established; then, the geometric position coordinates for fiber bundle jamming regions of improved unit cell model were derived with alternately changed circular and elliptical fiber bundle cross-section, assuming the original circular cross-section is squeezed into oval shape ellipse in pinch regions, thus curling the fiber bundle paths. Mathematical relationship between braiding parameters and unit cell geometric dimensions was also deduced, with a relative calculation error for braiding pitch length less than 4% compared with test data, which is better than those models ignoring fiber bundles' deformation. Finally, equivalence elastic constants were predicted, further used to investigate the effects of braiding angle and fiber volume fraction to elastic constants.

Keywords: composite; 3D four-directional braiding; fiber bundle jamming transformation; unit cell model; mesomechanics FEM; elastic constant

收稿日期: 2016-10-14; 录用日期: 2017-01-05; 网络出版时间: 2017-01-12 11:00

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20170112.1100.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(51675024; 51305012; 51375031); 航空科学基金(2014ZB51); 国防基础科研计划(B2120132006)

通讯作者: 胡殿印, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为复合材料建模及寿命评估、疲劳可靠性等 E-mail: hdy@buaa.edu.cn

引用格式: 王荣桥, 刘茜, 胡殿印, 等. 一种改进的三维四向编织复合材料单胞模型及宏观弹性常数预测方法[J]. 复合材料学报, 2017, 34(9): 1973-1981.

WANG Rongqiao, LIU Xi, HU Dianyin, et al. Improved unit cell model and elastic constant prediction method of 3D four-directional braided composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2017, 34(9): 1973-1981 (in Chinese).

三维(3D)编织复合材料具有比刚度大、比强度高、耐腐蚀和尺寸稳定性好等优点,在航空发动机领域应用越来越广泛^[1]。编织复合材料呈现正交各向异性,为获得其力学性能参数,通常需要开展大量的试验。为节约试验成本、缩短试验周期,建立描述编织复合材料结构特征的单胞模型,并利用细观有限元方法预测宏观力学常数^[2-7],是目前的研究热点,而且这种方法也可用来指导复合材料的细观结构设计以获取最佳的力学特性。例如, Ma等^[2]提出由三条正交和四条对角的纤维纱线组成的“米”字形单胞模型,用来描述三维四向编织复合材料。Kalidindi等和 Zeng等^[3-4]采用了螺旋形式的几何模型,其中每条纱线的曲率由原纱线两端点和中点间圆弧确定。Goldberg等和 Zhang等^[5-6]基于试验观察简化了几何模型,并建立了有限元模型。以上简化模型与真实结构相差甚远,均无法用其准确描述纤维材料性能和编织几何参数之间的关系。

近年来,学者们基于编织工艺原理建立了单胞模型^[7-16],模型精度得到提高。孙晓强等^[7]用折线表示表面单胞和角单胞纤维束轨迹;正弦曲线表示内部单胞纤维束轨迹。Chen等^[8]通过研究不同区域纤维束轨迹,发现内部纤维束轨迹为直线,表面纤维束轨迹为螺旋线和直线,角纤维束轨迹为螺旋线。Zheng等^[9]、Li等^[10]和 Wang等^[11]均在其模型中选择直线纤维束轨迹,卢子兴等^[12]、徐焜等^[13]和刘振国等^[14]也依据直线纤维束轨迹,分别采用六边形、平行六边形和八边形横截面。冯伟等^[15]指出纱线之间由于打紧产生截面变形,纤维轴线弯曲,用连接两控制点中点的圆弧表示。Shen等^[16]用基于纤维束力学分析和应变能分析的细观建模方法,纤维束轨迹由螺旋线及其切线组成。

上述单胞模型中的纤维束采用圆形^[2-4, 9, 16]、椭圆^[6, 8, 10, 15]或多边形^[5, 12-14]截面,且假设纤维束横截面沿纤维束的轴向方向不变。然而,实际编织过程的打紧工艺会造成纤维束压紧变形,从而引起纤维束横截面沿轴向发生变化。图1为挤压区域和自由区域具有不同的横截面形状。

因此,本文着重考虑了三维四向编织过程中由打紧工艺引起的纤维束挤压与变形,建立了一种可描述横截面面积不变且沿纤维束轨迹方向发生圆形和椭圆周期性连续变化的纤维束单胞模型。在此基

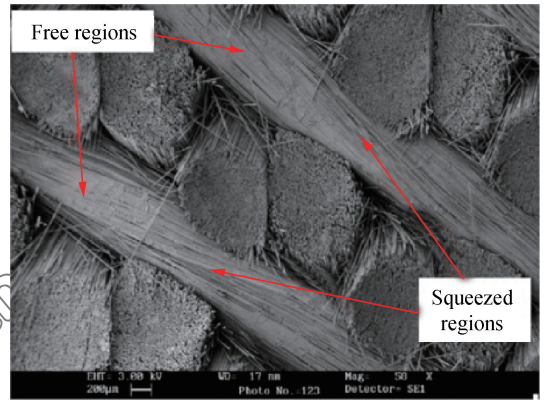


图1 内部编织预制体微观形貌^[8]

Fig.1 SEM image of interior braided preforms^[8]

础上,推导出单胞模型中编织参数和几何尺寸间的数学关系,预测了三维四向碳/环氧复合材料的宏观弹性常数,并研究了编织角度和纤维体积分数对弹性常数的影响规律。

1 编织工艺和纤维束空间构型

三维四向编织预制体拓扑结构由编织过程决定,四步1×1矩形编织方法^[17]的基本步骤如图2所示。编织过程中携纱器按行和列分别排列在机床中,各自沿着x和y方向移动,预制体沿z轴方向编织成型。经过四步编织后携纱器回到初始位置并对纱线进行打紧拉直,该过程中每四步为一个机器循环,此时预制体单元长度增加量定义为编织花节长度h,其中携纱器运动的路径如图2的箭头所示。

理想内部纤维束的单胞模型如图3所示,即纤维束横截面为圆形,纤维束轨迹为直线。但在实际编织结构中,由于打紧工艺引起纤维束横截面发生改变,纤维束轨迹也因此弯曲。在直角坐标系x-y-z下,分析图3(a)中纤维束1、2中心线,如图3(b)所示,其坐标参数方程分别为

$$x_1 = Wt_1, y_1 = Wt_1, z_1 = h - ht_1 \quad (1)$$

$$x_2 = Wt_2, y_2 = Wt_2 + \frac{W}{2}, z_2 = ht_2 + \frac{h}{2} \quad (2)$$

式中:W为单胞底面边长;参数 $t_1 \in [0, 1]$; $t_2 \in [0, 0.5]$ 。

两直线上两点的距离可表示为

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (3)$$

纤维束距离为式(3)的最小值,将式(1)和式(2)代入式(3)中可得

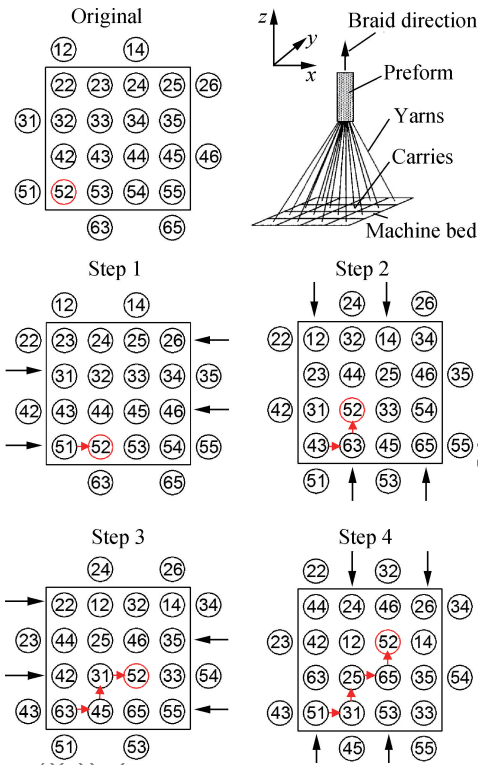


图2 四步1×1编织过程[4×4:(1-1)]一个机器循环中52号携纱器运动路径

Fig.2 Path of carrier numbered 52 in a machine cycle in the four-step braiding process [4×4:(1-1)]

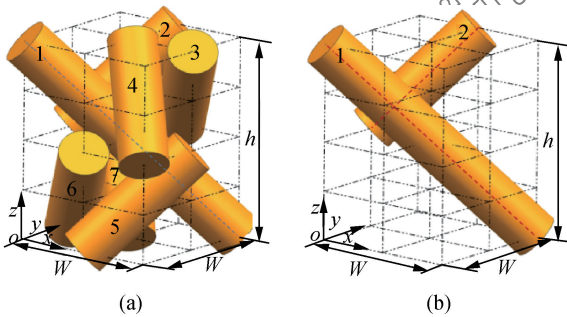


图3 三维四向编织复合材料理想内部纤维束单胞模型
Fig.3 Ideal interior fiber bundle unit cell model of 3D four-directional braided composites

$$f(x_1, x_2) = W \sqrt{(t_1 - t_2)^2 + \left(t_1 - t_2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{h^2}{W^2} \left(t_1 + t_2 - \frac{1}{2}\right)^2} \quad (4)$$

计算得到纤维束1和2中心线距离 D_{12} 为

$$\frac{\sqrt{2}}{4}W, \text{ 在 } t_1 = \frac{3}{8}, t_2 = \frac{1}{8} \text{ 处取得。同样可计算得到}$$

$$\text{纤维束1和3的中心线距离 } D_{13} = \frac{Wh}{2\sqrt{W^2 + h^2}}, \text{ 在}$$

$t_1 = \left[2 + \frac{3h^2}{W^2}\right] / \left[4 + \frac{4h^2}{W^2}\right]$ 处取得。用同样的方法计算得出任意两组纤维束中心线距离, 比较发现不同组纤维束间距离互不相同。可以推测, 当纤维距离小于平均值, 纤维将相互挤压; 反之, 则不受挤压, 从而导致纤维束截面沿轨迹方向发生图1所示的变化。

2 改进的变截面单胞模型

2.1 基本假设与纤维束变形

编织复合材料内部纤维束在打紧工艺后空间构型发生改变^[9], 原本高度弯曲的纤维束轨迹接近直线。然而, 由于相邻的纤维束中心线之间距离互不相同, 导致打紧后纤维束挤压不均匀, 打紧工序后纤维束仍然略微弯曲。本文假设在编织过程中纤维束几何满足如下条件: (1) 纤维束在受挤压区域截面为椭圆形, 自由区域截面为圆形, 中间光滑过渡段截面形状连续变化; (2) 纤维束沿其轨迹方向横截面面积恒定; (3) 纤维束不发生干涉与侵入; (4) 满足1~3条件的纤维束圆截面面积最大。

基于上述假设构建内部纤维束空间几何关系, 如图4所示, 其中纤维束坐标经过坐标变换后可以表示图3中任意纤维束。

纤维束中心线和外表面方程分别表示为

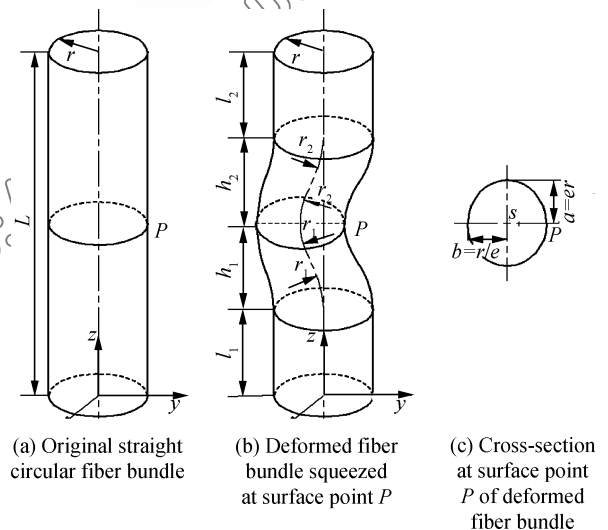


图4 原始直线圆截面纤维束、在表面P点处挤压变形纤维束以及变形纤维束在表面P点处横截面
Fig.4 Original straight circular fiber bundle, deformed fiber bundle squeezed at surface point P, and cross-section at surface point P of deformed fiber bundle

$$x = 0, y = 0, z = t \quad (0 \leq t \leq L) \quad (5)$$

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = t \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq t \leq L) \quad (6)$$

假设纤维束原始圆截面在 P 点处挤压成图 4(b) 所示的椭圆形, 变形后纤维束中心线和外表面方程分别为

$$\left\{ \begin{aligned} &x = 0, y = 0, z = t \quad (0 \leq t \leq l_1 \text{ or } l_1 + h_1 + h_2 \leq t \leq L) \\ &x = 0, y = \sqrt{(r_1)^2 - (t - l_1)^2} - r_1, z = t \left(l_1 \leq t \leq l_1 + \frac{h_1}{2} \right) \\ &x = 0, y = r_1 - s - \sqrt{(r_1)^2 - (l_1 + h_1 - t)^2}, z = t \left(l_1 + \frac{h_1}{2} \leq t \leq l_1 + h_1 \right) \\ &x = 0, y = r_2 - s - \sqrt{(r_2)^2 - (t - l_1 - h_1)^2}, z = t \left(l_1 + h_1 \leq t \leq l_1 + h_1 + \frac{h_2}{2} \right) \\ &x = 0, y = \sqrt{(r_2)^2 - (l_1 + h_1 + h_2 - t)^2} - r_2, z = t \left(l_1 + h_1 + \frac{h_2}{2} \leq t \leq l_1 + h_1 + h_2 \right) \\ &r_1 = \frac{s^2 + h_1^2}{4s}, r_2 = \frac{s^2 + h_2^2}{4s} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = t \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq t \leq l_1 \text{ or } l_1 + h_1 + h_2 \leq t \leq L) \\ &x = e_1 r \cos \theta, y = \frac{r}{e_1} \sin \theta + \sqrt{(r_1)^2 - (t - l_1)^2} - r_1, z = t \quad \left(0 \leq \theta \leq 2\pi, l_1 \leq t \leq l_1 + \frac{h_1}{2} \right) \\ &x = e_1 r \cos \theta, y = \frac{r}{e_1} \sin \theta + r_1 - s - \sqrt{(r_1)^2 - (l_1 + h_1 - t)^2}, z = t \quad \left(0 \leq \theta \leq 2\pi, l_1 + \frac{h_1}{2} \leq t \leq l_1 + h_1 \right) \\ &x = e_2 r \cos \theta, y = \frac{r}{e_2} \sin \theta + r_2 - s - \sqrt{(r_2)^2 - (t - l_1 - h_1)^2}, z = t \quad \left(0 \leq \theta \leq 2\pi, l_1 + h_1 \leq t \leq l_1 + h_1 + \frac{h_2}{2} \right) \\ &x = e_2 r \cos \theta, y = \frac{r}{e_2} \sin \theta + \sqrt{(r_2)^2 - (l_1 + h_1 + h_2 - t)^2} - r_2, z = t \quad \left(0 \leq \theta \leq 2\pi, l_1 + h_1 + \frac{h_2}{2} \leq t \leq l_1 + h_1 + h_2 \right) \\ &r_1 = \frac{s^2 + h_1^2}{4s}, r_2 = \frac{s^2 + h_2^2}{4s}, e_1 = \frac{(t - l_1)e + (l_1 + h_1 - t)}{h_1}, e_2 = \frac{(l_1 + h_1 + h_2 - t)e + t - l_1 - h_1}{h_2} \end{aligned} \right. \quad (8)$$

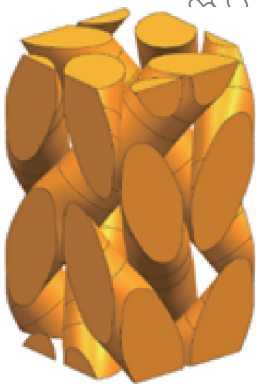


图 5 弯曲变截面纤维束的内部纤维束单胞模型

Fig. 5 Interior fiber bundle unit cell model with curved and cross-section variable fiber bundles

变形后 $0 \leq z \leq l_1$ 和 $L - l_2 \leq z \leq L$ 范围内的纤维束保持原始直线圆截面, 半径为 r , 而 $l_1 \leq z \leq L - l_2$ 范围内的纤维束轴线发生弯曲, 由直线变为四段相切的圆弧, 圆弧两端与直线相切, 原始圆截面被挤压成椭圆, 截面积保持不变。在 P 点处的纤维束椭圆截面长轴 $a = er$, 短轴 $b = r/e$, 如图

4(c) 所示, 其中 e 为 P 处椭圆横截面离心率, s 表示 P 点处纤维束变形后横截面中心与原始直线轨迹的偏移距离。

为得到改进的单胞几何模型, 需要已知变形参数 l_1, h_1, h_2, l_2, e 和 s , 因此基于前文假设利用 MATLAB 迭代进行计算, 其中 l_1 和 l_2 表示纤维短中直线段长度, h_1 和 h_2 表示纤维段中挤压弯曲段长度。图 5 是利用本文提出的建模方法建立的内部纤维束单胞模型, 纤维束互不干涉与侵入, 后文中将证明这种纤维束模型与实际结构吻合良好。

2.2 单胞几何参数

基于上述纤维束单胞模型得到了编织复合材料编织参数和几何尺寸之间的数学关系, 本节将论证如何在给定纤维体积分数 V_f 和表面编织角 α 的情况下计算单胞宽度 W 和编织花节长度 h , 并进一步预测预制体几何尺寸。

首先, 基于式(1)计算出内部编织角 γ , 即纤维

束中心线 l 和 z 轴夹角:

$$\tan\gamma = \frac{\sqrt{2}W}{h} \quad (9)$$

在三维四步编织预制体中, 内部编织角 γ 往往很难测量, 故引入表面编织角 α ^[9] 代替:

$$\tan\gamma = \sqrt{2}\tan\alpha \quad (10)$$

纤维束中纤维体积分数, 即纱线填充因子定义为

$$\epsilon = \frac{\pi D_y^2}{4\Omega} \quad (11)$$

式中: Ω 是纤维束横截面面积;

$$D_y = \sqrt{4\lambda/\pi\rho} \quad (12)$$

是立体编织纱线的当量直径, 由纱线线密度 λ 和纤维密度 ρ 确定。

内部单胞纤维体积分数为

$$V_f = \frac{l\Omega\epsilon}{W^3}\tan\alpha \quad (13)$$

式中, l 是纤维束内部单胞中心线的总长:

$$l = 4kW\sqrt{2 + \cot^2\alpha} \quad (14)$$

综合式(9)~式(14)最终得到单胞几何尺寸:

$$W = D_y\sqrt{\frac{\pi k}{V_f}\sqrt{2\tan^2\alpha + 1}} \quad (15)$$

$$h = \cot\alpha \times D_y\sqrt{\frac{\pi k}{V_f}\sqrt{2\tan^2\alpha + 1}} \quad (16)$$

式中, 几何参数 k 表示变形后纤维束中心线长度与原直线圆截面纤维束中心线长度的比值, 设 L 表示原纤维束中心线长度, 则 k 表达式可表示为

$$k = \frac{1}{l} \left[l_1 + \frac{s^2 + h_1^2}{2s} \arcsin \frac{2sh_1}{s^2 + h_1^2} + \frac{s^2 + h_2^2}{2s} \arcsin \frac{2sh_2}{s^2 + h_2^2} + l_2 \right] \quad (17)$$

不同的表面编织角 α 导致纤维束中变形参数 l_1 、 h_1 、 h_2 、 l_2 、 e 和 s 取值不同, 从而影响几何参数 k 取值, 变形参数 l_1 、 h_1 、 h_2 、 l_2 、 e 和 s 几何关系如图 4 所示。

2.3 试件实测数据对比

图 6(a)是本文提出的改进单胞模型内部纤维束横截面示意图, 对比三维四向编织 C/SiC 复合材料扫描电镜(SEM)结果(如图 6(b)^[18]所示)可以发现, 本文提出的打紧且无干涉的纤维束模型能够反映真实纤维结构的位置和方位。

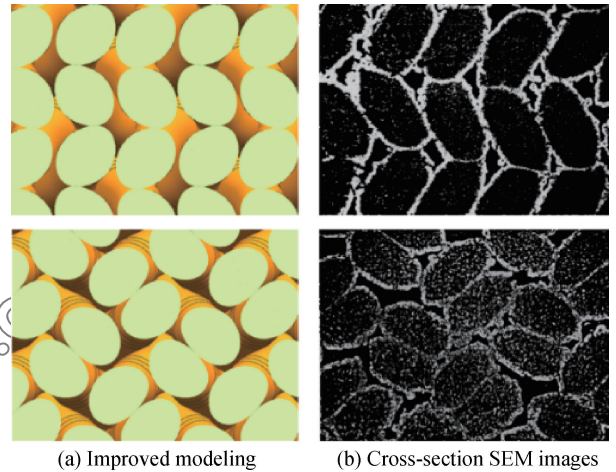


图 6 三维四向编织 C/SiC 复合材料改进模型横截面和实物 SEM 图像

Fig. 6 Comparison of the cross-sections of improved modeling and cross-section SEM micrographs of the object for 3D four-directional braided C/SiC composites

取纤维的当量直径 $D_y = 0.757 \text{ mm}$ ^[8], 根据式(13)和式(14), 分别表示出不同纤维体积分数下单胞宽度 W 、编织花节长度 h 与表面编织角 α 的关系, 如图 7 所示。可以发现, 在体积分数一定时, 表面编织角 α 越大, 单胞宽度 W 越大, 编织花节长度 h 越小; 当编织角度较大时, 花节长度变化率减小, 单胞宽度 W 变化率增加; 在纤维束编织角一定的情况下, 纤维体积分数越大, 单胞宽度和编织花节长度越小, 且在计算范围内, 纤维体积分数增加 5%, 单胞宽度和花节长度均减小约 5%。

为进一步验证本文提出的细观建模方法, 将模型预测几何尺寸与试验数据进行对比。改进单胞模型中单胞宽度为 W , 编织过程中纱线的行数和列数分别为 M 和 N , 预制体长度 W_x 和宽度 W_y 分别表示为^[9]

$$W_x = \frac{W}{2}(M - 1 + \sqrt{2}) \quad (18)$$

$$W_y = \frac{W}{2}(N - 1 + \sqrt{2}) \quad (19)$$

三维四向编织复合材料预制体几何尺寸试验测量数据如表 1 所示, 预测几何尺寸对比如表 2 所示。对比发现利用改进模型得到的编织花节长度比直线圆截面模型更为准确, 与试验数值的相对计算误差小于 4%。改进模型考虑了横面变形和纤维束弯曲, 故预测的几何尺寸比利用直线圆截面模型得到的数值略大, 与试验数据更为接近, 且在编织角度较大时, 预测结果误差更小。

表 1 三维四向编织复合材料预制体试件几何尺寸^[8]

Table 1 Sample specifications of 3D four-directional braided composites preforms^[8]

Samples	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5	No. 6	No. 7	No. 8
D_y /mm	0.757	0.757	0.757	0.757	0.757	0.757	0.757	0.757
$M \times N$	22×6	22×6	226	226	195	19×5	195	195
α /(°)	19.0	21.0	21.0	21.5	40.0	40.0	40.0	39.0
h /mm	5.22	4.70	4.73	4.60	2.57	2.59	2.60	2.64
V_f /%	65.42	68.70	68.33	69.07	61.09	60.35	59.97	61.18
W_x /mm	20.35	20.35	20.35	20.35	20.35	20.35	20.35	20.35
W_y /mm	6.00	6.00	6.00	6.00	6.16	6.16	6.16	6.16

Notes: D_y —Equivalent diameter of braiding yarn; M —Number of rows; N —Number of columns; α —Surface braiding angle; h —Braiding pitch length; V_f —Fiber volume fraction; W_x —Width of braided composites; W_y —Thickness of braided composites.

表 2 三维四向编织复合材料预制体试件预测几何尺寸对比

Table 2 Sample predicted specifications comparison of 3D four-directional braided composites preforms

	Using straight circular fiber bundle model ^[9]				Using mesoscopic model in this paper			
	h /mm	RE/%	W_x /mm	RE/%	h /mm	RE/%	W_x /mm	RE/%
No. 1	5.081	-2.66	19.607	-3.65	5.121	-1.89	19.741	-2.99
No. 2	4.498	-4.29	19.352	-4.90	4.534	-3.56	19.485	-4.25
No. 3	4.511	-4.64	19.404	-4.65	4.546	-3.88	19.537	-3.99
No. 4	4.385	-4.67	19.358	-4.87	4.420	-3.92	19.491	-4.22
No. 5	2.549	-0.83	20.759	2.01	2.566	-0.16	20.901	2.71
No. 6	2.564	-1.00	20.885	2.63	2.582	-0.32	21.028	3.33
No. 7	2.572	-1.07	20.952	2.96	2.590	-0.39	21.095	3.66
No. 8	2.612	-1.06	20.532	0.89	2.630	-0.38	20.672	1.58

Notes: h —Braiding pitch length; RE—Relative error; W_x —Width of braided composites.

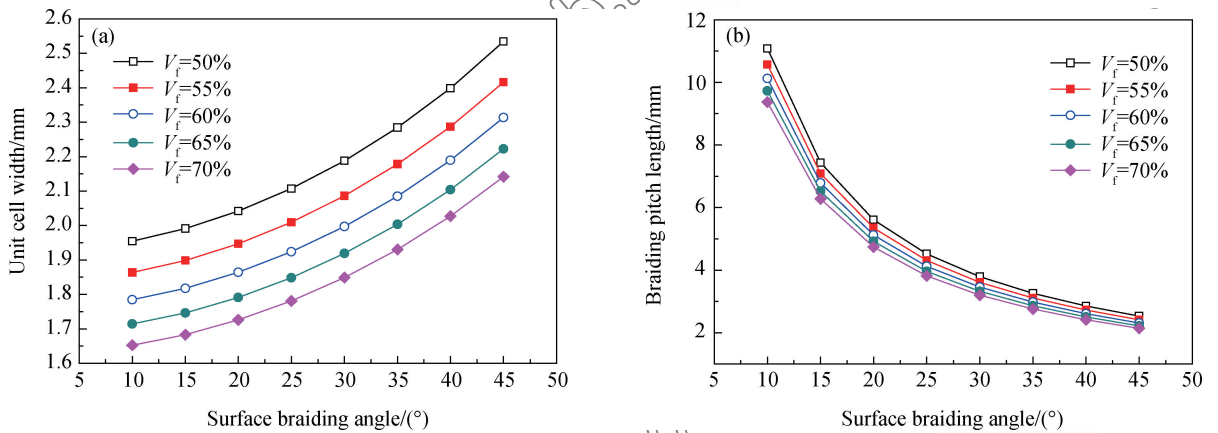


图 7 三维四向编织复合材料不同纤维体积分数下单元宽度 W 和编织花节长度 h 与表面编织角 α 的关系

Fig. 7 Variation of unit cell width W and variation of braiding pitch length h with surface braiding angle α for 3D four-directional braided composites

3 宏观弹性性能预测

3.1 有限元模型

为进一步验证文中提出改进单胞模型，选择三维四向碳/环氧编织复合材料建模，并利用有限元方法对其宏观弹性模量进行预测。三维四向碳/环氧编织复合材料各组分弹性性能参数见表 3^[19]。纤维束中既含纤维又含基体，将其看作具有与纤维丝类似性质的均匀横观各向同性材料^[20]。取复合材料纤维表面编织角 36.9° ，纤维体积分数为

51.81%，计算得到纱线填充因子即纤维束中纤维体积分数为 90%，弹性常数由 Chamis 方法^[21]计算可得 $E_{11} = 207.350$ GPa, $E_{22} = E_{33} = 26.056$ GPa, $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.269$, $\nu_{23} = 0.380$, $G_{12} = G_{13} = 12.640$ GPa, $G_{23} = 9.440$ GPa.

利用 UG 建立编织单胞几何模型，考虑其结构复杂性，采用四面体四节点单元。单胞有限元模型如图 8 所示，其中 z 轴为材料编织方向。

利用有限元分析软件 ABAQUS/Standard 对

表 3 三维四向碳/环氧编织复合材料组分力学性能^[19]
Table 3 Mechanical properties of components for 3D four-directional carbon/epoxy braided composites^[19]

	E_{11} /GPa	E_{22} /GPa	G_{12} /GPa	G_{23} /GPa	ν_{12}
C fiber	230.0	40.0	24.0	14.3	0.26
Epoxy	3.5	—	—	—	0.35

Notes: E_{11} —Out-plane elastic modulus; E_{22} —In-plane elastic modulus; G_{12} —Out-plane shear modulus; G_{23} —In-plane shear modulus; ν_{12} —Poisson's ratio.

单胞有限元模型施加周期性边界条件, 进行 6 种单调载荷情况下 (x 、 y 、 z 方向纯拉伸和 xy 、 yx 、 ϵ_x 方向纯剪切, 每种情况下 ϵ_x^0 、 ϵ_y^0 、 ϵ_z^0 、 ϵ_{xy}^0 、 ϵ_{yz}^0 和 ϵ_{zx}^0 均为 1%) 的应力分析。以 z 向纯拉伸为例, 单胞应力计算得到的应力结果如图 9 所示。可以发现, 载荷

主要由纤维束组分承受, 基体承受应力较小, 纤维束与基体连接界面局部存在应力集中现象。

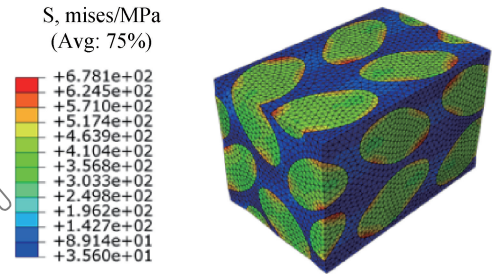


图 9 z 轴纯拉伸条件下单胞应力云图

Fig. 9 Stress contour of unit cell under z tension

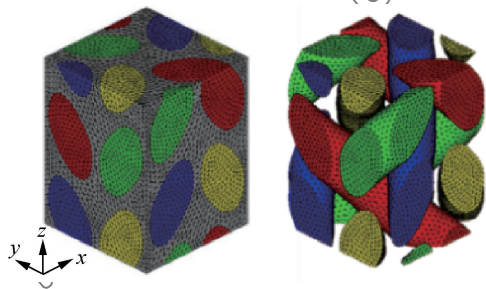


图 8 编织复合材料单胞有限元模型

Fig. 8 FEM model of unit cell for braided composites

表 4 三维四向碳/环氧编织复合材料宏观弹性性能预测结果及误差对比

Table 4 Elastic properties prediction result and relative errors of 3D four-directional carbon/epoxy braided composites

α /(°)	V_f /%	Experimental results ^[19]		Using mesoscopic model in this paper				Using straight circular fiber bundle model				
		E_{11} /GPa	ν_{12}	E_{11} /GPa	RE/%	ν_{12}	RE/%	E_{11} /GPa	RE/%	ν_{12}	RE/%	
No. 1	19.8	49.65	56.31	0.79	53.88	-4.32	0.753	-4.68	53.85	-5.43	0.745	-5.70
No. 2	36.9	51.81	17.91	0.67	17.07	-4.69	0.640	-4.48	16.89	-5.70	0.633	-5.52
No. 3	40.2	59.28	16.61	0.41	15.79	-4.94	0.392	-4.59	15.64	-5.84	0.388	-5.37

Notes: α —Surface braiding angle; V_f —Fiber volume fraction; E_{11} —Out-plane elastic modulus; RE—Relative error; ν_{12} —Poisson's ratio.

4 编织参数的影响

为进一步分析编织参数对材料性能的影响, 以 3.1 节模型为基础, 用单胞模型分析内部编织角度和纤维体积分数的变化时, 弹性常数的变化规律。

内部编织角对宏观弹性常数的影响如图 10 所示。由图 10(a)可以看出, 单胞纵向弹性模量远大于横向弹性模量, 当编织角度增加, 纵向拉伸弹性模量 E_1 明显减小, 逐渐趋于平缓, 而横向弹性模量 E_2 和 E_3 略有增加, 说明编织复合材料的纵向拉伸性能明显强于横向拉伸性能。图 10(b)中, 编织角度增加时, 横向剪切模量 G_{23} 逐渐增加, 切向剪切模量 G_{12} 和 G_{31} 先增加, 后缓慢减小, 在某一角度处取得最大值, 说明随着编织角度增加, 材料承受

3.2 宏观弹性常数预测

依据上述应力分析过程采用均匀化方法^[22] 预测材料的宏观弹性常数, 不同编织角度下本文的改进模型与直线圆截面纤维束模型预测弹性常数的结果及误差对比如表 4 所示。可以发现, 在三种不同编织角下, 利用本文改进单胞模型对宏观弹性常数 E_{11} 和 ν_{12} 的预测结果相对误差小于 5%, 相比直线圆截面纤维束模型, 与试验数据^[19] 更为接近, 因此说明改进单胞模型预测宏观弹性具有可行性, 且优于原直线圆截面纤维束模型。

横向剪切的能力逐渐增加, 承受纵向剪切的能力先增加后减小, 在某一角度处取得最大值。编织角度的影响规律说明在选择编织角时, 需要综合考虑复合材料所处的应力状态来选择最优编织角。

纤维体积分数的影响规律如图 11 所示。随着纤维体积分数的增加, 拉伸模量和剪切模量均逐渐上升, 在计算区间内基本呈线性趋势。纤维体积分数的增加将导致单胞尺寸略微减小, 单胞内部纤维束的弹性性能增加, 材料横向纵向弹性性能增加。

5 结论

(1) 建立了纤维束中心线和表面的解析方程, 在改进三维四向编织复合材料单胞模型中, 纤维束压紧且无干涉的微观模型与实际结构符合良好。

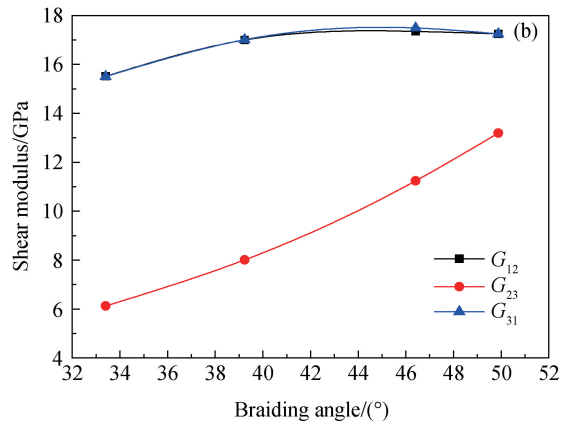
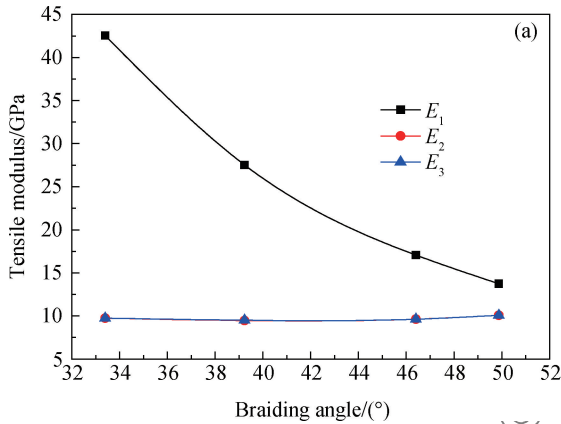


图 10 编织角度对三维四向编织复合材料弹性模量的影响

Fig. 10 Effects of braiding angle to elastic modulus for 3D four-directional braided composites

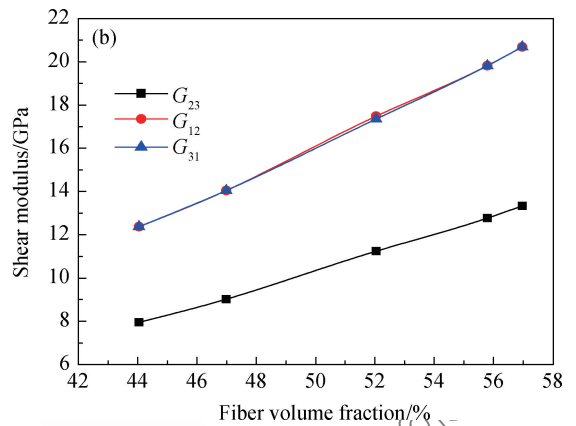
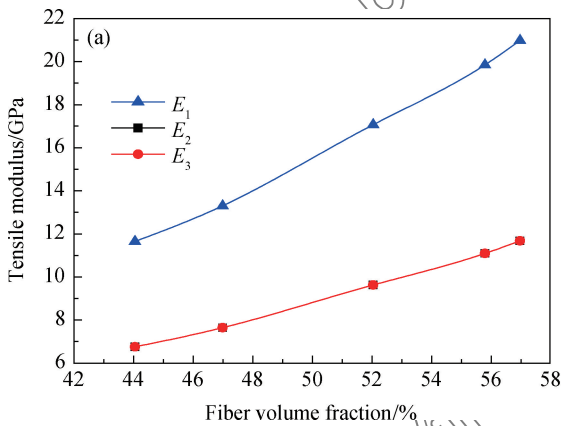


图 11 纤维体积分数对三维四向编织复合材料弹性模量的影响

Fig. 11 Effects of fiber volume fraction to elastic modulus for 3D four-directional braided composites

(2) 利用改进单胞模型预测了三维四向编织复合材料试件几何特征参数, 与试验测试数据吻合较好。

(3) 利用改进单胞模型预测三维四向编织复合材料的宏观弹性常数, 与试验结果的误差小于 5%, 预测结果优于直线圆截纤维束模型。

(4) 研究了编织角和纤维体积分数对三维四向编织复合材料弹性模量的影响。结果表明随着编织角增加, 材料纵向弹性模量减小, 横向弹性模量增加; 随着纤维体积分数增加, 纵向和横向弹性模量基本呈线性趋势增加。

参考文献:

[1] BILISIK K. Three-dimensional braiding for composites: A review[J]. Textile Research Journal, 2013, 83 (13): 1414-1436.
 [2] MA C L, YANG J M, CHOU T W. Elastic stiffness of three-dimensional braided textile structural composites[J].

Composite Materials, 1986(893): 404-421.
 [3] KALIDINDI S R, FRANCO E. Numerical evaluation of iso-strain and weighted-average models for elastic moduli of three-dimensional composites[J]. Composites Science and Technology, 1997, 57(3): 293-305.
 [4] ZENG T, JIANG L L. Mechanics analysis of 3D braided composites based on the helix geometry model[J]. Mathematical & Computational Applications, 2010, 15 (5): 883-888.
 [5] GOLDBERG R K, BLINZLER B J, BINIENDA W K. Investigation of a macromechanical approach to analyzing triaxially-braided polymer composites[J]. AIAA Journal, 2011, 49 (1): 205-215.
 [6] ZHANG C, BINIENDA W K, KOHLMAN L W. Analytical model and numerical analysis of the elastic behavior of triaxial braided composites[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2014, 27(3): 473-483.
 [7] 孙晓强, 魏高峰, 刘国永. 三维编织复合材料几何建模及弹性常数预测[J]. 山东轻工业学院学报, 2011, 25(1): 41-44.
 SUN X Q, WEI G F, LIU G Y. Geometric model for three-

- dimensional braided composites and its elastic constant forecast[J]. *Journal of Shandong Institute of Light Industry*, 2011, 25(1): 41-44 (in Chinese).
- [8] CHEN L, TAO T Q. On the microstructure of three-dimensional braided composites[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2003, 16(3): 142-150.
- [9] ZHENG X T, YE T Q. Microstructure analysis of 4-step three-dimensional braided composite[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2003, 16(3): 142-150.
- [10] LI D S, LI J L, CHEN L, et al. Finite element analysis of mechanical properties of 3D four-directional rectangular braided composites part 1: Microgeometry and 3D finite element model[J]. *Applied Composite Materials*, 2010, 17(4): 373-387.
- [11] WANG Y B, LIU Z G, LIU N, et al. A new geometric modelling approach for 3D braided tubular composites base on free form deformation [J]. *Composites Structures*, 2016, 136: 75-85.
- [12] 卢子兴, 杨振宇, 刘振国, 等. 三维四向编织复合材料结构模型的几何特性[J]. *北京航空航天大学学报*, 2006, 32(1): 92-96.
LIU Z X, YANG Z Y, LIU Z G. Geometrical characteristics of structural model for 3-D braided composites[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2006, 32(1): 92-96 (in Chinese).
- [13] 徐焜, 许希武. 四步法三维矩形编织复合材料的微观结构模型[J]. *复合材料学报*, 2006, 23(5): 154-160.
XU K, XU X W. On the microstructure model of four-step rectangular braided composites[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2006, 23(5): 154-160 (in Chinese).
- [14] 刘振国, 商园春, 董阿鹏, 等. 三维四向编织复合材料改进模型的微观分析[J]. *材料导报*, 2013, 27(18): 148-152.
LIU Z G, SHANG Y C, DONG A P, et al. Microstructure analysis of a new improved model for 3 d four-directional braided composites[J]. *Materials Review*, 2013, 27(18): 148-152 (in Chinese).
- [15] 冯伟, 王延荣, 魏大盛. 三维四向编织复合材料细观建模[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(6): 1243-1249.
FENG W, WANG Y R, WEI D S. Mesoscale modeling of 3-D four-directional braided composites[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(6): 1243-1249 (in Chinese).
- [16] SHEN X L, GONG L D. Numerical modeling of braided composites using energy method[C]//ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. American Society of Mechanical Engineers. Montreal: The American Society of Mechanical Engineers, 2014: V009T12A062.
- [17] MIRAVETE A. 3-D textile reinforcements in composite materials[M]. Woodhead Publishing, 1999.
- [18] 徐翔星. C/SiC 陶瓷基复合材料的 X 射线无损检测研究[D]. 西安: 西北工业大学材料科学与工程学院, 2003.
XU X X. C/SiC composites X-ray nondestructive testing[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2003 (in Chinese).
- [19] 修英妹. 四步法三维编织复合材料力学性能的有限元分析[D]. 天津: 天津工业大学, 2000.
XIU Y S. Finite element analysis of mechanics properties for 4-step 3D braided composites[D]. Tianjin: Tianjin Polytechnic University, 2000 (in Chinese).
- [20] 严实, 吴林志, 孙雨果, 等. 三维四向编织复合材料有效性能的预报[J]. *复合材料学报*, 2007, 24(1): 158-166.
YAN S, WU L Z, SUN Y G, et al. Evaluation of elastic properties of 3D 4-directional braided composites[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2007, 24(1): 158-166 (in Chinese).
- [21] CHAMIS C C. Simplified composite micromechanics equations for hygral, thermal and mechanical properties, NASA-TM-83320[R]. Houston: NASA, 1984.
- [22] 孙杰. 编织复合材料结构与材料一体化优化设计[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.
SUN J. Integrated design optimization of structure and material of braided composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011 (in Chinese).