

复合材料层合板缺口强度的 CDM 三维数值模型

李秋漳¹, 姚卫星^{2,*}, 陈方¹

(1. 南京航空航天大学 飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 针对复合材料层合结构缺口强度问题, 基于连续损伤力学(CDM)提出了一种三维损伤数值模型。模型区分了层内损伤(纤维失效、纤维间失效)和层间分层损伤的不同失效模式。采用三维 Puck 准则与 Aymerich 准则对上述 2 类损伤进行判定, 材料失效后基于 CDM 中线性软化模型对材料损伤进行演化。模型考虑了复合材料层合板子层的就位效应和剪切非线性行为。对 Carlssoon 的 AS4/3501-6 缺口拉伸强度试验进行数值模拟。结果表明: 分析结果与试验结果吻合良好, 证明了该模型能够准确地预测含缺口复合材料层合板面内拉伸强度。

关键词: 复合材料; 缺口强度; 就位效应; 三维 Puck 准则; 渐进损伤

中图分类号: TB330.1; V214.8

文献标志码: A

文章编号: 1000-3851(2016)12-2766-09

复合材料结构工程应用中, 不可避免地会出现各种形式的缺口。缺口的存在破坏了长纤维的连续性, 严重影响着结构力学性能, 尤其会明显降低结构的强度^[1]。因此, 复合材料结构的缺口强度问题一直是国内外学者研究的一个重要内容。

为了对复合材料非线性渐进损伤进行分析, 学者们基于有限元数值模拟, 开展了对含缺口层合板损伤机理和强度预测的研究。从模型规模上看, 可分为二维模型和三维模型 2 类。

Chang 等^[2-4]基于有限元分析首次提出二维渐进损伤分析模型, 该模型考虑了单层所有可能的破坏模式。Coats 和 Harris^[5]定义了体积平均应变的参量表征材料内部损伤, 建立了考虑面内基体裂纹起始和扩展以及纤维断裂的二维模型。基于连续损伤力学, Maa 和 Cheng^[6]结合标准材料模型和复合材料主要损伤的概念, 建立了考虑纤维断裂、基体开裂和基纤界面脱胶 3 种面内失效模式的模型。二维有限元模型不考虑分层, 故无法模拟分层损伤对缺口处应力释放的作用, 也无法模拟分层损伤与层内纤维断裂和纤维间损伤之间的耦合影响, 因而存在一定的局限性。

王丹勇、鲁国富和王跃全^[7-9]等建立了不同的三维复合材料层合板分析模型, 采用三维 Hashin 准

则判定层合板的损伤模式, 通过弹性常数直接折减或渐进退化的方式来表征材料损伤。Falzon 和 Apruzzese^[10]基于复合材料单层失效机理, 提出了一种基于连续损伤力学的三维分析模型, 采用 Puck 理论判定材料失效, 建立了基于能量释放率表达的材料属性退化模型。Pham 等^[11]建立了含双边缺口复合材料的三维渐进损伤分析模型, 层间界面采用三维粘聚力单元模拟, 采用粘聚区模型进行分析。三维模型可预测复合材料层合板层内和层间不同损伤模式, 可模拟损伤起始、扩展直至层合板失效的整个过程, 预测结果的好坏取决于损伤模式的组合与区分、损伤失效判定准则的选择以及不同模式损伤发生后材料属性的退化方式。

Hashin 准则区分了纤维和基体的不同损伤模式, 但没有说明损伤产生的物理机制。对于适当的横向压缩能抑制剪切破坏发生的现象, Hashin 准则无法给出合理的解释。Hashin 准则由于其形式简单且区分 4 种失效模式, 已被植入多款 CAE 软件, 并广泛用于复合材料结构设计与失效分析。基于 Mohr-Coulomb 断裂理论提出的 Puck 准则, 对损伤失效模式、损伤物理机制有着明确的解释。Puck 准则区分了纤维断裂和纤维间破坏。对纤维断裂损伤, Puck 准则中采用的是考虑了泊松效应

收稿日期: 2015-12-15; 录用日期: 2016-03-19; 网络出版时间: 2016-03-28 15:29

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20160328.1529.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(11202098)

通讯作者: 姚卫星, 博士, 教授, 研究方向为飞行器综合设计和结构设计。 E-mail: wxyao@nuaa.edu.cn

引用格式: 李秋漳, 姚卫星, 陈方. 复合材料层合板缺口强度的 CDM 三维数值模型[J]. 复合材料学报, 2016, 33(12): 2766-2774.

LI Q Z, YAO W X, CHEN F. CDM three-dimensional numerical model for notched strength of composite laminates[J]. Acta Materialia Compositae Sinica, 2016, 33(12): 2766-2774 (in Chinese).

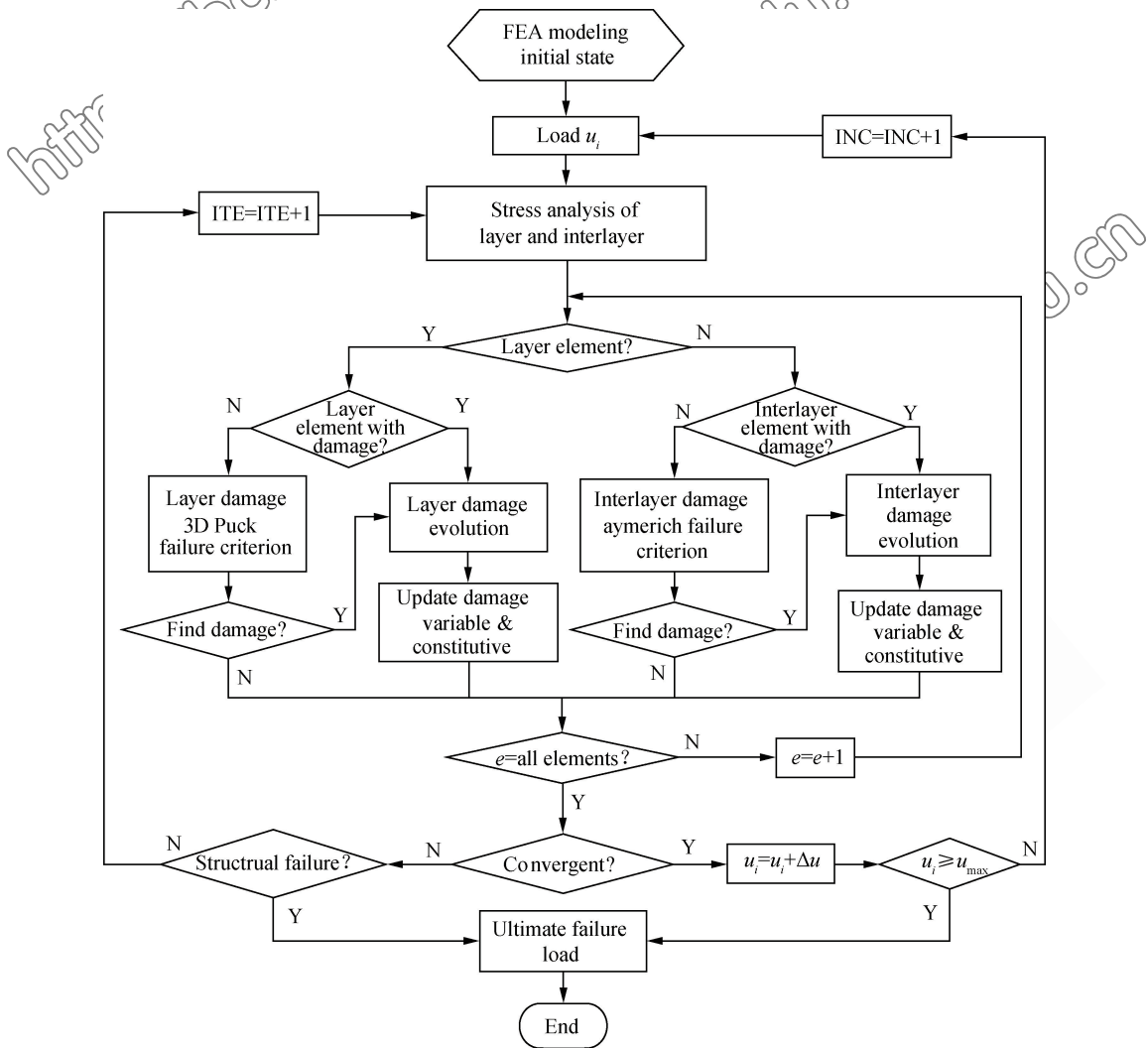
的极限强度准则，且区分了纵向拉伸和纵向压缩 2 种损伤模式；对纤维间破坏类损伤，提出了非常著名的纤维间作用面强度准则。试验结果表明 Puck 理论非常合理地揭示了纤维间失效机理，理论预测结果与试验结果吻合得很好。由于其表达形式复杂，所需材料参数较多，因此尚未广泛应用于工程实际。但由于该准则的合理性和完备性，因而其存在着广阔的应用空间。

本文基于连续损伤力学提出了一种预测复合材料缺口强度的三维数值模型。模型区分了纤维拉伸/压缩失效、纤维间拉伸/压缩失效 4 种层内损伤以及层间的分层损伤，同时考虑了就位效应及剪切非线性对强度的影响。采用三维 Puck 失效准则与 Aymerich 失效准则判定层内损伤与层间损伤，采用线性软化模型对失效单元进行材料性能的演化。

采用 ABAQUS 隐式求解器结合自编的 UMAT 子程序实现了复合材料结构缺口强度的数值模拟，将数值计算结果与 Carlsson 试验结果对比，验证了该模型对缺口强度预测的可行性。

1 缺口强度预测模型

含缺口复合材料层合板失效过程中，层内损伤和层间损伤耦合存在，相互影响。为了准确地模拟这 2 类损伤，在模型中将层合板的每个子层采用 3D 实体单元模拟，相邻子层之间则采用 3D 零厚度界面元模拟，层内和层间三维应力分析、单元损伤起始判定、单元损伤演化同时进行。含缺口层合板的失效过程，可看作是一个准静态加载下的损伤演化过程，有限元模拟过程中施加位移载荷。含缺口复合材料层合板数值模拟流程如图 1 所示。



INC—Increment step; ITE—Iteration step; e—Element; FEA—Finite element analysis

图 1 含缺口复合材料层合板数值模拟流程

Fig. 1 Numerical simulating flow chart of notched composite laminates

1.1 层内失效准则

层内损伤主要分为纤维拉伸失效、纤维压缩失效、纤维间拉伸失效与纤维间压缩失效 4 种失效模式。由于三维 Puck^[12] 失效准则解释了层内失效的物理机制，能够准确地判定这 4 类层内损伤，因此采用其作为层内失效判据。

纤维失效主要是由平行于纤维方向上的应力 σ_1 (或应变) 引起的，通常可以采用简单的最大应力 (或应变) 准则作为纤维失效的判定准则。Puck 认为垂直于纤维方向上的应力 σ_2 和 σ_3 的泊松效应会在纤维方向产生一个附加的微应变，树脂中的应力非均匀分布使得局部的泊松效应被放大，因此对最大应力准则进行了改进：

$$f_{E, FFT} = \frac{1}{X_T} \left[\sigma_1 - \left(\nu_{12} - \nu_{12f} m_{af} \frac{E_1}{E_{1f}} \right) (\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$
$$[\sigma_1] \geq 0 \quad (1)$$
$$f_{E, FFC} = -\frac{1}{X_C} \left[\sigma_1 - \left(\nu_{12} - \nu_{12f} m_{af} \frac{E_1}{E_{1f}} \right) (\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$
$$[\sigma_1] < 0 \quad (2)$$

式中： $f_{E, FFT}$ 和 $f_{E, FFC}$ 分别为纤维拉伸和压缩应力严重系数； ν_{12} 和 ν_{12f} 分别为单向板面内主泊松比和纤维的泊松比； E_1 和 E_{1f} 分别为单向板纵向模量和纤维纵向模量； X_T 和 X_C 分别为纤维方向上的纵向拉伸强度和压缩强度； m_{af} 为泊松效应放大因子，Puck 建议对玻璃纤维复合材料取 $m_{af} = 1.3$ ，对碳纤维复合材料取 $m_{af} = 1.1$ 。 m_{af} 是一个微观力学下纤维和基体间的协调参数，不受应力集中的影响。

分别采用式(1)和式(2)判定纤维拉伸失效与压缩失效，当应力严重系数 $f_{E, FFT}$ (或 $f_{E, FFC}$) ≥ 1 时，纤维拉伸(或压缩)失效发生。

对于纤维间失效的预测，采用 Puck 基于 Mohr 和 Coulomb 理论提出的具有物理含义的纤维间失效准则判定，该准则认为纤维间失效与否与潜在断裂面上的应力情况相关。层合板子层应力状态与潜在断裂面的定义如图 2 所示，图中： x_1 、 x_2 、 x_3 分别为子层应力的坐标轴； x_t 、 x_n 为潜在断裂面上的应力坐标轴； θ 为 σ_2 作用面绕纤维方向逆时针旋转到断裂面的旋转角度； θ_{lp} 为 σ_2 到最危险断裂面的角度； $\sigma_n(\theta)$ 为潜在断裂面上的法向应力； $\tau_{nt}(\theta)$ 为垂直纤维方向剪应力， $n=1, 2, 3$ ， $t=2, 3$ ； $\tau_{n1}(\theta)$ 为沿纤维方向剪应力； $\tau_{np}(\theta)$ 为 $\tau_{nt}(\theta)$ 和 $\tau_{n1}(\theta)$ 的合力； ψ 为 $\tau_{nt}(\theta)$ 与 $\tau_{np}(\theta)$ 的夹角。

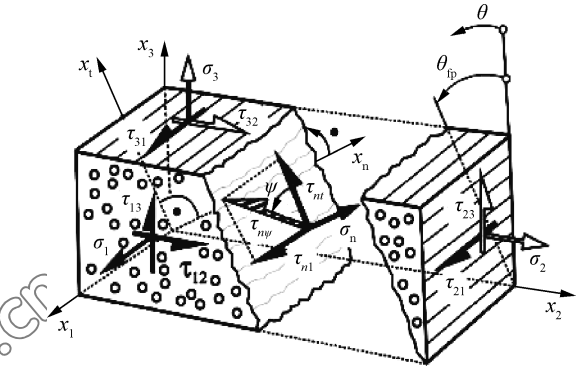


图 2 层合板子层应力状态与潜在断裂面的定义
Fig. 2 Definition of stress state and potential fracture surface for composite laminate sublayer

$$\sigma_n(\theta), \tau_{nt}(\theta), \tau_{n1}(\theta) \text{ 的表达式分别为}$$
$$\begin{cases} \sigma_n(\theta) = \sigma_2 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta + 2\tau_{23} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{nt}(\theta) = (\sigma_3 - \sigma_2) \sin \theta \cos \theta + \tau_{23} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ \tau_{n1}(\theta) = \tau_{21} \sin \theta + \tau_{12} \cos \theta \end{cases} \quad (3)$$

考虑到断裂面法向拉伸(或压缩)应力对纤维间失效的促进(或抑制)作用，Puck 给出的纤维间失效准则表达式为

$$f_{E, IFFT}(\theta) =$$
$$\sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_{\perp}^T} - \frac{p_{\perp\psi}^T}{R_{\perp\perp}^A} \right) \sigma_n(\theta) \right]^2 + \left(\frac{\tau_{n1}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^T}{R_{\perp\perp}^A} \sigma_n(\theta)$$
$$\sigma_n \geq 0 \quad (4)$$

$$f_{E, IFFC}(\theta) =$$
$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{n1}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nt}(\theta)}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\psi}^C}{R_{\perp\perp}^A} \sigma_n(\theta) \right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^C}{R_{\perp\perp}^A} \sigma_n(\theta)$$
$$\sigma_n < 0 \quad (5)$$

式中： $f_{E, IFFT}$ 和 $f_{E, IFFC}$ 分别为纤维拉伸和压缩应力危险系数，当 $f_{E, IFFT}$ (或 $f_{E, IFFC}$) ≥ 1 时，纤维间拉伸(或压缩)失效发生； $R_{\perp}^T$ 为单向板垂直于纤维方向上的拉伸强度，即横向拉伸强度； $R_{\perp\perp}^A$ 为单向板的剪切强度，即面内剪切强度； $R_{\perp\perp}^A$ 为只有 $\sigma_{nt}(\theta)$ 剪切应力作用下的失效抗力，由 $R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp}^C}{2(1 + p_{\perp\perp}^C)}$ 计算， $R_{\perp}^C$ 为单向板垂直于纤维方向上的压缩强度； $\frac{p_{\perp\psi}^{T(C)}}{R_{\perp\perp}^A} = \frac{p_{\perp\perp}^{T(C)}}{R_{\perp\perp}^A} \cos^2 \psi + \frac{p_{\perp\parallel}^{T(C)}}{R_{\perp\parallel}^A} \sin^2 \psi$ ， $\cos^2 \psi = \frac{\tau_{nt}^2(\theta)}{\tau_{n1}^2(\theta) + \tau_{nt}^2(\theta)}$ ， $\sin^2 \psi = 1 - \cos^2 \psi$ ， $p_{\perp\perp}^T$ 和

$p_{\perp\perp}^T$ (或 $p_{\perp\perp}^C$ 和 $p_{\perp\parallel}^C$) 为法向应力对纤维间失效的促进(或抑制)参数, 在缺少相关试验的情况下, 按照表 1 典型纤维增强复合材料斜率参数^[13]推荐的范围取值。

在复杂受力情况下, 纤维间失效潜在断裂面很难人为判断, 为了寻找潜在断裂面, 将子层绕纤维方向旋转作 180 份划分, 在 $\theta \in [0, 180^\circ]$ 的角度范围内对应力危险系数进行搜索, 寻找应力危险系数 $f_{E, \text{IFF}}$ 最大时所对应的角度 θ , 此角度所对应的载荷作用面即为潜在纤维间失效断裂面。

考虑到层合板中子层的就位效应, 按照 Chang 和 Lessard^[4]提出的经验公式确定各子层的横向就位拉伸强度 ($Y_{T, \text{is}}$) 与面内就位剪切强度 ($S_{12, \text{is}}$):

$$\begin{cases} Y_{T, \text{is}} = Y_T \left(1 + \frac{A}{N^B} \min(\sin(\Delta\theta_a), \sin(\Delta\theta_b)) \right) \\ S_{12, \text{is}} = S_{12} \left(1 + \frac{C}{N^D} \min(\sin(\Delta\theta_a), \sin(\Delta\theta_b)) \right) \end{cases} \quad (6)$$

式中: Y_T 和 S_{12} 分别为单向板的横向拉伸强度与面内剪切强度; N 为子层的铺层数; $\Delta\theta_a$ 和 $\Delta\theta_b$ 分别为子层与上铺层和下铺层的夹角; A 、 B 、 C 、 D 均为材料常数。

单层复合材料纵向和横向应力-应变关系近似线性, 而纵横剪切应力应变呈现明显的非线性特征。在纤维间损伤出现前, 复合材料的纵横剪切非线性行为可引入 Hahn-Tsai^[14]的剪切非线性模型来描述:

$$\epsilon_{ij} = G_{ij}^{-1} \sigma_{ij} + \beta \sigma_{ij}^3 \quad i \neq j \quad (7)$$

式中: σ_{ij} 和 ϵ_{ij} 分别为剪应力和剪应变, $ij=13, 23$; β 为材料剪切非线性系数; G_{ij} 为起始剪切模量。

文献[15]对式(7)进行了稳定性分析, 同时引入了折减系数 d_{non} 对剪切应力-应变模型进行线性化处理:

$$\sigma_{ij} = (1 - d_{\text{non}}) G_{ij} \epsilon_{ij} \quad (8)$$

$$d_{\text{non}} = \frac{\beta G_{ij} \sigma_{ij}^2}{1 + 3\beta G_{ij} \sigma_{ij}^2} \quad (9)$$

以材料是否出现损伤为判断依据, 先后实现剪切非线性对弹性常数的退化和损伤变量对弹性常数

的退化。在纤维间损伤出现前, 用折减系数 d_{non} 对纵横剪切割线模量在起始剪切模量的基础上进行折减。纤维间损伤出现后, 纵横剪切模量的退化应建立在采用 d_{non} 退化后的割线剪切模量上进行。

1.2 层内损伤演化

当材料满足损伤准则发生失效后, 损伤区域内的材料性能相应地进行折减。对于纤维失效模式, 考虑到纤维脆性较强, 在失效时能量瞬间释放, 采用直接折减策略对材料的弹性常数进行退化。失效后, 瞬间将弹性模量 E_{11} 、 G_{12} 和 G_{13} 退化为初始值的 0.01 倍, 即认为纤维失效损伤变量 $d_{\text{FF}}=0.01$ 。

对于纤维间失效, 损伤起始发生后材料服从线性等效应变-软化行为, 且损伤演化速率由损伤区域内的临界应变能释放密度控制。因此, 采用线性软化^[16]模型描述失效后的材料性能, 基于临界能量释放率准则判定损伤的扩展。纤维间失效后, 将弹性模量 E_{22} 、 E_{33} 、 G_{12} 、 G_{23} 和 G_{13} 折减为初始值的 $(1 - d_{\text{IFF}})$ 倍, 损伤状态变量 d_{IFF} 为

$$d_{\text{IFF}} = \begin{cases} 0 & \epsilon \leq \epsilon^0 \\ \frac{\epsilon^f(\epsilon - \epsilon^0)}{\epsilon(\epsilon^f - \epsilon^0)} & \epsilon^0 < \epsilon < \epsilon^f \\ 1 & \epsilon \geq \epsilon^f \end{cases} \quad (10)$$

式中: ϵ^0 为损伤萌生时断裂面上的等效应变; ϵ^f 为最终完全失效时断裂面上的等效应变; ϵ 为断裂面上的等效应变, 即

$$\epsilon = \begin{cases} \sqrt{\epsilon_n^2 + \epsilon_m^2 + \epsilon_{n1}^2} & \epsilon_n \geq 0 \\ \sqrt{\epsilon_m^2 + \epsilon_{n1}^2} & \epsilon_n < 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中: ϵ_n 、 ϵ_m 和 ϵ_{n1} 分别为断裂面上的等效法向应变、垂直和平行纤维方向的剪应变:

$$\begin{cases} \epsilon_n = \epsilon_2 \cos^2 \theta + \epsilon_3 \sin^2 \theta + \gamma_{23} \sin \theta \cos \theta \\ \epsilon_m = 2(\epsilon_3 - \epsilon_2) \sin \theta \cos \theta + \gamma_{23} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ \epsilon_{n1} = \gamma_{31} \sin \theta + \gamma_{12} \cos \theta \end{cases} \quad (12)$$

式中: ϵ_2 、 ϵ_3 为单层上 2、3 方向上的拉压应变; γ_{23} 、 γ_{31} 、 γ_{12} 分别为 23、31、12 方向的剪应变。

损伤萌生时断裂面上的等效应变 ϵ^0 为应力严重系数等于 1 时所对应的应变, 可以近似计算为

$$\epsilon^0 = \begin{cases} \sqrt{(\epsilon_n^0)^2 + (\epsilon_m^0)^2 + (\epsilon_{n1}^0)^2} = \epsilon / f_{E, \text{IFFT}} & \epsilon_n \geq 0 \\ \sqrt{(\epsilon_m^0)^2 + (\epsilon_{n1}^0)^2} = \epsilon / f_{E, \text{IFFC}} & \epsilon_n < 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中: ϵ_n^0 、 ϵ_m^0 和 ϵ_{n1}^0 分别为应力严重系数等于 1 时, 断裂面上的法向应变和剪应变。

纤维间损伤萌生后, 随着载荷不断增加。纤维

表 1 典型纤维增强复合材料斜率参数 ($\psi=60^\circ$)^[13]

Table 1 Inclination parameters of typical fiber reinforced composites ($\psi=60^\circ$)^[13]

Composite	$p_{\perp\parallel}^T$	$p_{\perp\perp}^C$	$p_{\perp\perp}^T$	$p_{\perp\perp}^C$
GFRP/Epoxy	0.30	0.25	0.20-0.25	0.20-0.25
CFRP/Epoxy	0.35	0.30	0.25-0.30	0.25-0.30

间损伤完全失效应变 ϵ^f 由特征长度内临界应变能释放确定,当特征长度内应变能释放密度等于断裂能密度时,材料完全失效。不难看出,复杂应力下 Inter Fiber Failure(IFF)是单一断裂模式的混合型断裂,且纤维间损伤断裂能密度与混合模式比有关。面内单一横向断裂模式可分为 σ_n 主控的张开型裂纹(I型)、 σ_{nl} 主控的滑开型裂纹(II型)和 σ_{nt} 主控的撕开型裂纹(III型),其对应的临界能量释放率分别记为 G_{IC} 、 G_{IIC} 和 G_{IIIC} 。

基于二次的混合模式能量释放率准则给出 ϵ^f 的表达式:

$$\epsilon^f = \begin{cases} 2 / \sqrt{\left(\frac{\sigma_n^0 \beta_n}{G_{IC}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{nl}^0 \beta_{nl}}{G_{IIC}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{nt}^0 \beta_{nt}}{G_{IIIC}}\right)^2} & \epsilon_n \geq 0 \\ 2 / \sqrt{\left(\frac{\sigma_{nl}^0 \beta_{nl}}{G_{IIC}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{nt}^0 \beta_{nt}}{G_{IIIC}}\right)^2} & \epsilon_n < 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中: σ_n^0 、 σ_{nl}^0 和 σ_{nt}^0 分别为损伤萌生时断裂面上的法向应力和剪应力; β_i ($i = n, nl, nt$) 为 ϵ_i 在等效应变 ϵ 中的比重。

1.3 层间失效与损伤演化

对于层间损伤,采用既能预测分层损伤萌生,又能模拟分层扩展的双线性黏聚区模型来模拟。采用基于应力形式的 Aymerich^[17] 失效准则作为分层损伤萌生的条件,该准则考虑了界面厚度方向的拉应力对分层的促进作用以及压应力对分层的抑制作用,表达式为

$$e_1^2 = \begin{cases} \frac{t_n^2}{M^2} + \frac{t_s^2 + t_t^2}{S^2} = 1 & t_n \geq 0 \\ \frac{t_s^2 + t_t^2 - 8t_n^2}{S^2} = 1 & -\sqrt{(t_s^2 + t_t^2)/8} \leq t_n < 0 \\ 0 & t_n < -\sqrt{(t_s^2 + t_t^2)/8} \end{cases} \quad (15)$$

式中: e_1 为表征分层的损伤变量; M 和 S 分别为层间界面的拉伸强度与剪切强度; t_n 、 t_s 和 t_t 分别为界面元法向应力与2个方向上的剪应力。

损伤萌生后,材料的性能依然按照线性软化模型进行退化,采用混合模式的 B-K 能量释放率准则^[18] 预测分层的扩展,当材料的能量释放率达到临界能量释放率时,材料完全失效。B-K 准则表达式为

$$G_C = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad (16)$$

式中: G_C 为混合模式下的临界能量释放率; G_I 、 G_{II} 和 G_{III} 分别为3种类型裂纹的能量释放率; η 为 B-K

准则系数。

$$\begin{bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{bmatrix} = (1 - d_{DF}) \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & K_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中: K_{nn} 、 K_{ss} 和 K_{tt} 为层间界面元3个方向上的刚度; δ_n 、 δ_s 和 δ_t 为界面元在3个方向上的相对位移; d_{DF} 为分层损伤变量:

$$d_{DF} = \begin{cases} 0 & \delta \leq \delta^0 \\ \frac{\delta^f(\delta - \delta^0)}{\delta(\delta^f - \delta^0)} & \delta^0 < \delta < \delta^f \\ 1 & \delta \geq \delta^f \end{cases} \quad (18)$$

式中: δ 为相对位移,当 $\delta_n \geq 0$ 时, $\delta = \sqrt{\delta_n^2 + \delta_s^2 + \delta_t^2}$,否则 $\delta = \sqrt{\delta_s^2 + \delta_t^2}$; δ^0 为分层损伤萌生时的相对位移; δ^f 为层间完全失效时的相对位移, $\delta^f =$

$$\begin{cases} 2 \left[G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{t_s^0 \beta_s + t_t^0 \beta_t}{t_n^0 \beta_n + t_s^0 \beta_s + t_t^0 \beta_t} \right)^\eta \right] / \frac{2G_{IIC}}{t_n^0 \beta_n + t_s^0 \beta_s + t_t^0 \beta_t} & \delta_n \geq 0 \\ \frac{2G_{IIC}}{t_n^0 \beta_n + t_s^0 \beta_s + t_t^0 \beta_t} & \delta_n < 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中: t_n^0 、 t_t^0 和 t_s^0 为损伤萌生时断裂面上的法向应力与剪应力; β_i ($i = n, s, t$) 为 δ_i 在相对位移 δ 中的比重。

2 算例分析

2.1 分析对象

Carlsson^[19] 对 AS4/3501-6 的中心带孔层合板进行了拉伸强度试验,其层合板的铺层顺序分别为 $[0/90/\pm 45]_{2s}$ 及 $[\pm 45]_{4s}$ 。AS4/3501-6 层合板缺口试件的几何尺寸如图3所示,图中孔径 $D = 6.35$ 、12.70、25.40 mm,宽 $W = 76.2$ mm。

AS4/3501-6 单向板和层间界面元的材料属性如表2所示^[19-21]。表中, ν_{13} 、 ν_{23} 分别为13、23方向的泊松比; E_2 、 E_3 分别为2、3方向的弹性模量; Y_C 为横向压缩强度; S_{23} 为23方向剪切强度。

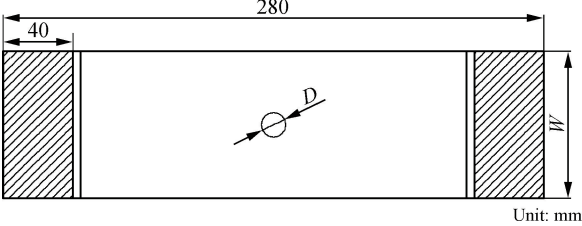


图3 AS4/3501-6 层合板缺口试件的几何尺寸
Fig. 3 Geometric sizes of AS4/3501-6 laminate notched specimen

表 2 AS4/3501-6 单向板及层间界面元的材料属性^[19-21]

Table 2 Material properties of unidirectional AS4/3501-6 laminate and interface cohesive element^[19-21]

Property	E_1/GPa	$E_2 = E_3/\text{GPa}$	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}	$G_{12} = G_{13}/\text{GPa}$	G_{23}/GPa	E_{1f}/GPa	ν_{1f}
Value	136	10.1	0.29	0.3	6.4	6.4	225	0.2
Property	X_T/MPa	X_C/MPa	Y_T/MPa	Y_C/MPa	S_{12}/MPa	S_{23}/MPa	β/MPa^{-3}	$K_{nn}/(\text{GPa} \cdot \text{mm}^{-1})$
Value	1 690	1 450	65	146	81	81	1.402e^{-8}	1 000
Property	$K_{ss}/(\text{GPa} \cdot \text{mm}^{-1})$	$K_{tt}/(\text{GPa} \cdot \text{mm}^{-1})$	M/MPa	S/MPa	$G_{1c}/(\text{J} \cdot \text{m}^{-2})$	$G_{IIc}/(\text{J} \cdot \text{m}^{-2})$	$G_{IIIc}/(\text{J} \cdot \text{m}^{-2})$	η
Value	1 000	1 000	35	32	116	646	646	5.42

2.2 有限元模型

利用层合板结构的对称性, 有限元分析模型仅取 1/4 试件结构。建立三维有限元模型, 单层单元类型为八节点六面体线性非协调单元 C3D8I, 层间单元类型为零厚度 3D 界面单元 COH3D8。每一单层厚度方向只划分 1 个单元, 界面单元上下面分别与邻近单层接触面之间共节点约束。由于孔边周围应力集中, 且是损伤起始发生的地方, 因此在孔边区域进行了网格细化, 1/2 孔边划分了 60 个网格单元。分别在 2 个对称面上施加垂直于对称面的位移约束, 在左侧固支端施加固支约束, 在自由端施加 1 个位移载荷。记录左侧固支端的支反力, 即可得到对应施加的载荷大小, 除以截面积即可得到相应的应力值。AS4/3501-6 层合板缺口试件有限元模型如图 4 所示。

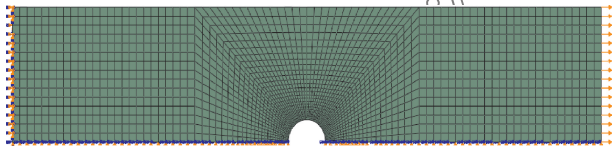
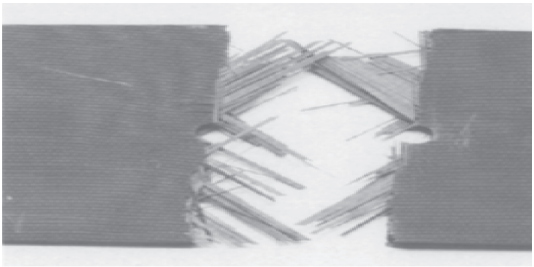


图 4 AS4/3501-6 层合板缺口试件有限元模型
Fig. 4 Finite element model of AS4/3501-6 laminate notched specimen

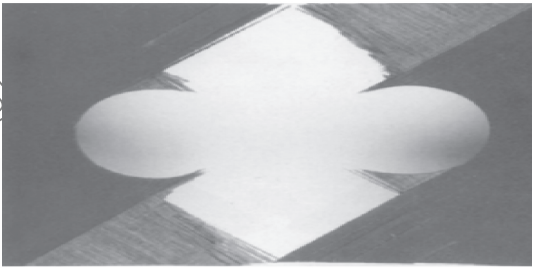
2.3 结果与讨论

[0/90/±45]_{2s} 及 [±45]_{4s} 层合板缺口断裂形貌如图 5 所示。可以看出, [0/90/±45]_{2s} 层合板基本沿 90° 方向开裂, 失效主要由 0° 层纤维失效 (FFT) 主控。[±45]_{4s} 铺层的试件基本沿 ±45° 开裂, 纤维相对完好, 失效主要由 ±45° 方向的纤维间失效 (IF-FT) 主控。

图 6 为 [0/90/±45]_{2s} 层合板峰值载荷时刻各单层及层间损伤状态 ($D=12.70\text{ mm}$)。由数值分析结果可知, 当 0° 层纤维沿横向失效带达到板宽约 2/3 时, 层合板破坏。此时, 90° 层的纤维间损伤已



(a) [0/90/±45]_{2s} laminates



(b) [±45]_{4s} laminates

图 5 [0/90/±45]_{2s} 及 [±45]_{4s} 层合板缺口断裂形貌
Fig. 5 Notched failure morphologies of [0/90/±45]_{2s} and [±45]_{4s} laminates

沿横向贯穿, ±45° 层纤维间损伤也沿横向迅速扩散, 各层间受单层损伤的影响, 也沿横向出现大面积分层损伤 (DF)。该分析结果与图 5(a) 中的 [0/90/±45]_{2s} 缺口断裂形貌基本吻合。

图 7 为 [±45]_{4s} 层合板峰值载荷时刻各单层及层间损伤状态 ($D=6.35\text{ mm}$)。由数值分析结果可知, 当 ±45° 层纤维间损伤贯穿板宽时, 层合板破坏。此时, 受单层纤维间损伤的影响, 层间也沿 ±45° 出现了大量的分层。该分析结果与图 5(b) 中的 [±45]_{4s} 缺口断裂形貌基本吻合。

对 [0/90/±45]_{2s} 3 种不同孔径的带孔层合板进行了数值分析, 得到的拉伸应力-应变预测曲线如图 8(a) 所示, 层合板在整个拉伸过程的前阶段呈现良好线性, 只是在断裂前由于孔边损伤而出现了少量的非线性。[0/90/±45]_{2s} 及 [±45]_{4s} 带孔层合

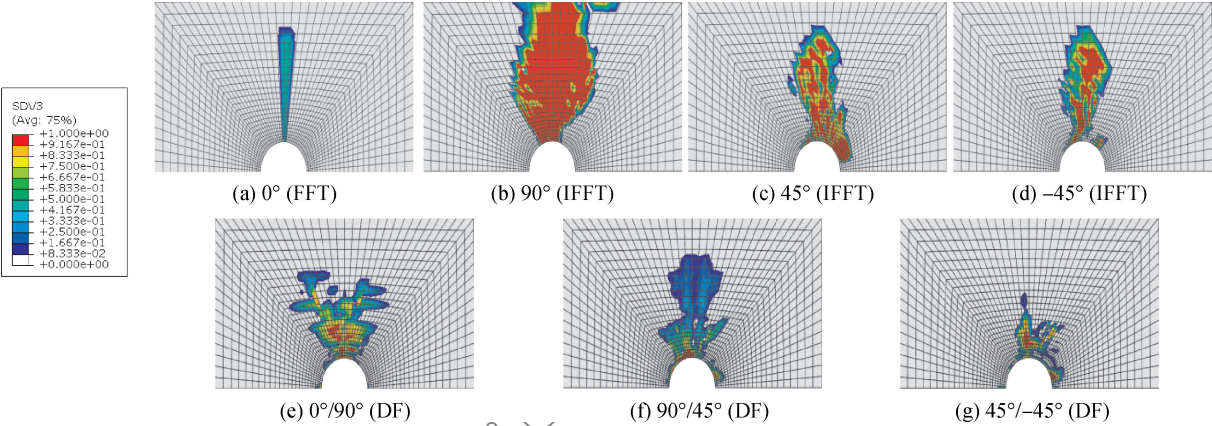


图 6 $[0/90/\pm 45]_{2s}$ 层合板峰值载荷时刻各单层及层间损伤状态 ($D=12.70\text{ mm}$)
Fig. 6 Damage states of layers and interlayers at peak load moment in $[0/90/\pm 45]_{2s}$ laminates ($D=12.70\text{ mm}$)

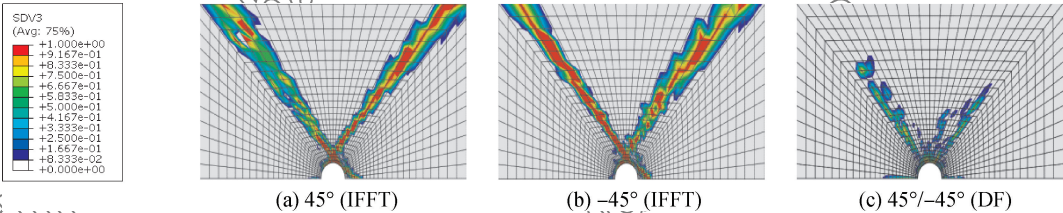


图 7 $[\pm 45]_{4s}$ 层合板峰值载荷时刻各单层及层间损伤状态 ($D=6.35\text{ mm}$)
Fig. 7 Damage states of layers and interlayers at peak load moment in $[\pm 45]_{4s}$ laminates ($D=6.35\text{ mm}$)

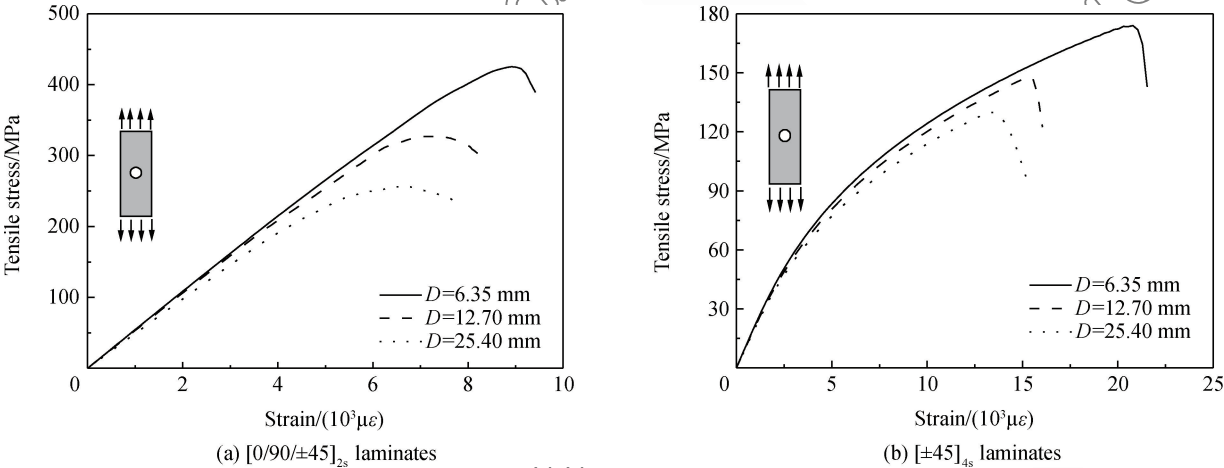


图 8 $[0/90/\pm 45]_{2s}$ 及 $[\pm 45]_{4s}$ 带孔层合板拉伸应力-应变预测曲线 ($W=76.2\text{ mm}$)
Fig. 8 Tensile stress-strain predicted curves of $[0/90/\pm 45]_{2s}$ and $[\pm 45]_{4s}$ laminates with holes ($W=76.2\text{ mm}$)

板拉伸破坏强度预测值与试验结果对比如表 3 所示。可以看出，预测值基本落在试验结果分散带内，最大误差为 3.5%，非常理想地预测了其破坏强度。

对 $[\pm 45]_{4s}$ 3 种不同孔径的层合板进行了数值分析，得到的拉伸应力-应变预测曲线如图 8(b) 所示。由于 $[\pm 45]_{4s}$ 层合板层内损伤由横向拉伸应力

和剪切应力共同控制，由于层内剪切应力的非线性特性，因而整体呈现很强的非线性，缺口尺寸的大小对整体的非线性响应影响很小，分析结果反应了这一点。 $[0/90/\pm 45]_{2s}$ 及 $[\pm 45]_{4s}$ 带孔层合板拉伸破坏强度预测值与试验结果对比如表 3 所示，预测值基本落在试验结果分散带内，最大误差为 9.4%，较为理想地预测了其破坏强度。

表 3 [0/90/±45]_{2s}及[±45]_{4s}带孔层合板拉伸破坏强度预测值与试验结果对比

Table 3 Comparison between predicted values of tensile failure strength and test results of [0/90/±45]_{2s} and [±45]_{4s} composite laminates with holes

Lay-up	D/mm	W/mm	Test value/MPa	Predicted value/MPa	Error/%
[0/90/±45] _{2s}	6.35		420±25	426	1.4
	12.70	76.2	340±13	352	3.5
	25.40		262±3	256	-2.3
[±45] _{4s}	6.35		159±7	174	9.4
	12.70	76.2	153±7	148	-3.2
	25.40		126±2	130	3.2

对本文模型的试验验证工作也将随后展开, 需要针对不同材料体系、不同缺口类型、不同铺层型式的层合板进行面内强度试验, 以验证本文模型的普适性。

3 结 论

(1) 基于连续损伤力学提出了一种计算复合材料层合结构缺口强度的三维损伤数值模型, 该模型采用三维 Puck 准则与 Aymerich 准则分别对层内失效及层间失效进行判定, 同时也考虑了复合材料层合板结构中子层的就位效应以及剪切非线性行为。利用该模型对不同孔径的[0/90/±45]_{2s}和[±45]_{4s}的复合材料层合板进行拉伸失效分析, 计算结果大部分落于试验误差带内, 与试验均值最大误差为 9.4%, 表明本文模型能够有效预测层合板缺口强度。

(2) 对比了预测的复合材料层合板最终损伤状态与缺口断裂形貌, 表明本文模型对损伤与失效的预测与试验结果相符。

参考文献:

[1] WANG J, CALLUS P J, BANNISTER M K. Experimental and numerical investigation of the tension and compression strength of un-notched and notched quasi-isotropic laminates[J]. Composite Structures, 2004, 64(3-4): 297-306.

[2] CHANG K Y, LIU S, CHANG F K. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to tensile loadings[J]. Journal of Composite Materials, 1991, 25(3): 274-301.

[3] CHANG F K, CHANG K Y. A Progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations[J]. Journal of Composite Materials, 1987, 21(9): 834-855.

[4] CHANG F K, LESSARD L B. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to compressive loadings. I: Analysis[J]. Journal of Composite Ma-

terials, 1991, 25(1): 2-43.

[5] COATS T W, HARRIS C E. A progressive damage methodology for residual strength predictions of notched composite panels[J]. Journal of Composite Materials, 1999, 33(23): 2193-2224.

[6] MAA R, CHENG J. A CDM-based failure model for predicting strength of notched composite laminates[J]. Composites Part B: Engineering, 2002, 33(6): 479-489.

[7] 王丹勇, 温卫东, 崔海涛. 含孔复合材料层合板静拉伸三维逐渐损伤分析[J]. 力学学报, 2005, 37(6): 788-795.

WANG D Y, WEN W D, CUI H T. Three-dimensional progressive damage analysis of composite laminates containing a hole subjected to tensile loading[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2005, 37(6): 788-795 (in Chinese).

[8] 鲁国富, 刘勇, 张呈林. 含孔复合材料层合板轴向拉伸三维有限元渐进失效分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(1): 41-47.

LU G F, LIU Y, ZHANG C L. Three-dimensional finite element progressive failure analysis of composite laminates containing a hole under axial extension[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(1): 41-47 (in Chinese).

[9] 牛跃全, 童明波, 朱书华. 三维复合材料层合板渐进损伤非线性分析模型[J]. 复合材料学报, 2009, 26(5): 159-166.

WANG Y Q, TONG M B, ZHU S H. 3D nonlinear progressive damage analysis model for composite laminate[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2009, 26(5): 159-166 (in Chinese).

[10] FALZON B G, APRUZZESE P. Numerical analysis of intralaminar failure mechanisms in composite structures. Part I: FE implementation[J]. Composite Structures, 2011, 93(2): 1039-1046.

[11] PHAM D C, SUN X S, TAN V B C, et al. Progressive failure analysis of scaled double-notched carbon/epoxy composite laminates[J]. International Journal of Damage Mechanics, 2012, 21(8): 1154-1185.

[12] PUCK A. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models[J]. Composites

- Science and Technology, 1998, 58(7): 1045-1067.
- [13] PUCK A, KOPP J, KNOPS M. Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action plane strength criterion[J]. Composites Science and Technology, 2002, 62(3): 371-378.
- [14] HAHN H T, TSAI S W. Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae[J]. Journal of Composite Materials, 1973, 7(1): 102-118.
- [15] ABAQUS Inc, Ltd. Abaqus user's manual. Version V 6.10 [M]. Rhode Island: ABAQUS Inc, Ltd, 2010.
- [16] 吴义韬, 姚卫星, 吴富强. 复合材料层合板面内渐进损伤分析的 CDM 模型[J]. 力学学报. 2014, 46(1): 94-104.
WU Y T, YAO W X, WU F Q. CDM model for intralaminar progressive damage analysis of composite laminates[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(1): 94-104 (in Chinese).
- [17] AYMERICH F, DORE F, PRIETO P. Prediction of impact-induced delamination in cross-ply composite laminates using cohesive interface elements [J]. Composites Science and Technology, 2008, 68(12): 2383-2390.
- [18] BENZEGGAGH M L, KENANE M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus[J]. Composites Science and Technology, 1996, 56(4): 439-449.
- [19] CARLSSON L A, ARONSSON C G, BACKLUND J. Notched sensitivity of thermoset and thermoplastic laminates loaded in tension[J]. Material Science, 1989, 24(5): 1670-1682.
- [20] MATHEWS M J, SWANSON S R. Characterization of the interlaminar fracture toughness of a laminated carbon/epoxy composite[J]. Composites Science and Technology, 2007, 67(7-8): 1489-1498.
- [21] 叶强. 层合复合材料的粘聚区模型及其应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
YE Q. Research on cohesive zone model of laminated composites and its applications[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012 (in Chinese).

CDM three-dimensional numerical model for notched strength of composite laminates

LI Qiuzhang¹, YAO Weixing^{2*}, CHEN Fang¹

(1. Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A three-dimensional damage numerical model was proposed based on continuum damage mechanics (CDM) to deal with problem of the notched strength of composite laminates. This model was able to distinguish different failure modes of in-plane damage (fiber failure, inter fiber failure) and interlaminar delamination damage. Three-dimensional Puck criterion and Aymerich criterion were used to judge two kinds of damage above. The damage was evolved based on the linear softening model of CDM after material failure. The in-situ effect and the shear nonlinear behavior of composite laminate sublayers were considered in the model. The tensile strength of notched AS4/3501-6 laminate tested by Carlsson was numerical simulated. The results show that the analysis results are in good agreement with the test results. The analysis results prove that the present model is capable of predicting the in-plane tensile strength of notched composite laminates.

Keywords: composite; notched strength; in-situ effect; three-dimensional Puck criterion; progressive damage