

湿热环境对旋转复合材料梁摆振特性的影响

蒋宝坤, 张渲铃, 李映辉*

(西南交通大学 力学与工程学院, 成都 610031)

摘 要: 首先, 基于复合材料在湿热环境下的本构关系推导了旋转复合材料梁轴力和弯矩的表达式, 分析了温度和湿度对轴力和弯矩的影响, 然后, 基于 d'Alembert 原理建立了旋转复合材料梁摆振控制方程, 并应用 Galerkin 法进行求解, 分析了温度和湿度对旋转复合材料梁刚度的影响, 最后, 通过数值模拟讨论了湿热环境对旋转复合材料梁摆振动力学特性的影响。结果表明: 湿热环境对旋转复合材料梁的摆振频率和模态影响显著, 摆振频率随湿热环境加剧而降低, 热膨胀效应对摆振频率的影响大于材料性能变化对其的影响, 湿热环境与旋转的联合作用使模态的节点位置发生明显偏移。

关键词: 湿热环境; 旋转; 复合材料梁; Galerkin 法; 摆振特性

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3851(2015)02-0579-07

旋转复合材料梁结构在工程中有广泛应用, 直升机旋翼、涡轮叶片、风机叶片、各种冷却扇及操作机械臂等都是重要的应用实例^[1]。该类结构的振动形式有垂直于旋转面的舞振、旋转面内的摆振及扭振。

前人关于旋转效应、湿热效应及纤维方向角等因素对旋转复合材料梁挥舞及摆振特性的影响已作了大量研究。Lee S H 等^[2]用假设模态法研究了旋转对称复合材料梁的舞振, 讨论了角速度、轮毂半径及纤维方向角等对模态特征的影响; McGee 和 Chu^[3]建立了具有几何非线性特征的旋转复合叶片动力学模型, 分析了细长比、弦长比、厚度比、变厚度分布和叶片预扭角等对挥舞特性的影响; Chandiramani 等^[4]基于高阶剪切变形公式建立了复合材料梁自由振动力学模型, 讨论了几何非线性、横向剪切刚度、离心力和科氏力等对挥舞特性的影响; Lee S Y 等^[5]研究了有弹性约束旋转弯曲梁的自由摆振, 讨论了弯曲弧度、转速、轮毂半径及约束对摆振频率和稳定性的影响; Turhan 和 Bulut^[6]研究了旋转梁的非线性摆振特性, 采用摄动法给出了问题的幅频响应方程; Oh 等^[7]考虑了舞-摆振和横向剪切耦合, 建立了旋转复合薄壁梁动力学

模型, 讨论了预扭角、安装角、材料铺层方式和轮毂半径等对挥舞特性的影响; Huang 等^[8]研究了高转速下欧拉梁的挥舞、舞-摆耦合和轴向振动的动力学特性; Rao 和 Sinha^[9]研究了湿热环境下多向复合材料板的自由振动特性和瞬态响应; Naidu 和 Sinha^[10]用有限元法分析了湿热环境下复合材料壳的非线性自由振动; 杨加明等^[11]基于 Reddy 高阶剪切变形理论, 考虑大变形, 建立了湿热环境下多层复合材料梁非线性振动方程; Patel 等^[12]以高阶理论为基础, 研究了湿热效应对复合材料层合板动力学特性的影响。

然而, 这些研究多为探索湿热效应或旋转效应对复合材料结构影响的研究, 探索湿热及旋转效应对复合材料梁摆振特性影响的研究极少。因此, 笔者基于复合材料在湿热环境下的本构关系推导了旋转复合材料梁轴力和弯矩的表达式, 分析了湿度和温度对复合材料梁轴力和弯矩的影响。然后基于 d'Alembert 原理给出了旋转复合材料梁摆振控制方程, 并应用 Galerkin 法进行求解, 分析了温度、湿度对旋转复合材料梁刚度的影响。最后通过数值模拟讨论了湿热环境对旋转复合材料梁摆振动力学特性的影响。

收稿日期: 2014-02-17; **录用日期:** 2014-04-08; **网络出版时间:** 2014-07-02 10:56

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/doi/10.13801/j.cnki.fhclxb.20140702.004.html

基金项目: 国家自然科学基金(11372257); 四川省青年科技创新研究团队资助计划(2013TD0004)

通讯作者: 李映辉, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为结构振动与控制。 E-mail: yhli2007@sina.com

引用格式: 蒋宝坤, 张渲铃, 李映辉. 湿热环境对旋转复合材料梁摆振特性的影响[J]. 复合材料学报, 2015, 32(2): 579-585. Jiang B K, Zhang X L, Li Y H. Influences of hygrothermal environment on lead-lag vibration characteristics of rotating composite beams[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2015, 32(2): 579-585

1 运动方程的建立

1.1 旋转复合材料梁模型

图 1 为 n 层旋转复合材料梁模型, 梁长为 L , 宽为 b , 各单层关于厚度方向中性面对称。梁固定端与半径为 R 的刚性轮毂连接, 并绕转轴以角速度 Ω 在 xOy 平面内转动。

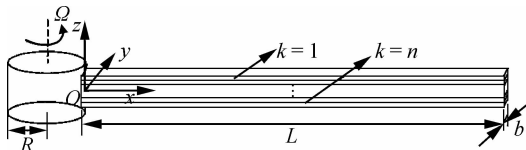


图 1 n 层旋转复合材料梁模型

Fig. 1 Model of rotating composite beam with n layers

1.2 考虑湿热效应的单层材料本构关系

湿热环境下单层材料本构关系^[13]为

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\boldsymbol{Q}}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_T - \boldsymbol{\varepsilon}_H) \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}]^T$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]^T$ 分别为应力张量和应变张量; $\boldsymbol{\varepsilon}_T = [\varepsilon_{T,x} \quad \varepsilon_{T,y} \quad \gamma_{T,xy}]^T$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_H = [\varepsilon_{H,x} \quad \varepsilon_{H,y} \quad \gamma_{H,xy}]^T$ 分别为热应变张量和湿应变张量; $\bar{\boldsymbol{Q}}$ 为各单层材料的刚度阵, 其元素为

$$\begin{cases} \bar{Q}_{11} = 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta \cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta + Q_{11}\cos^4\theta \\ \bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta \cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \\ \bar{Q}_{22} = 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta \cos^2\theta + Q_{11}\sin^4\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\ \bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta \cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^3\theta \cos\theta \\ \bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta \cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta \cos^3\theta \\ \bar{Q}_{66} = Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) + (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta \cos^2\theta \end{cases} \quad (2)$$

式中:

$$\begin{cases} Q_{11} = E_1/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{12} = \nu_{21}E_2/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{22} = E_2/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{66} = G_{12} \end{cases}$$

其中: E_1 和 E_2 为主方向的弹性模量; G_{12} 为剪切模量; ν_{12} 和 ν_{21} 为相应方向的泊松比; θ 为纤维方向角, 即梁轴向与纤维方向的夹角。

式(1)中的热应变张量和湿应变张量可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_T = \boldsymbol{\alpha}\Delta T \\ \boldsymbol{\varepsilon}_H = \boldsymbol{\beta}\Delta C \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_x \quad \alpha_y \quad \alpha_{xy}]^T$, 其中 α_x 和 α_y 为 x 和 y 方向上的热膨胀系数, α_{xy} 为 xOy 平面内的热膨胀系数; $\boldsymbol{\beta} = [\beta_x \quad \beta_y \quad \beta_{xy}]^T$, 其中 β_x 和 β_y 为 x 和 y 方向上的湿膨胀系数, β_{xy} 为 xOy 平面内的湿膨胀系数; ΔT 为温度变化值; ΔC 为吸水浓度, 定义为材料吸湿后增加的质量与干燥状态下的质量之比。任意方向与主方向的热胀系数、湿胀系数关系为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{T}^T \boldsymbol{\alpha}_{12} \\ \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{T}^T \boldsymbol{\beta}_{12} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}_{12} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad 0]^T$, 其中 α_1 和 α_2 分别为平行纤维方向和垂直纤维方向的热膨胀系数; $\boldsymbol{\beta}_{12} = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad 0]^T$, 其中 β_1 和 β_2 分别为平行纤维方向和垂直纤维方向的湿膨胀系数; $\boldsymbol{T}^T$ 为坐标变换矩阵。由式(1)~式(4)可得:

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\boldsymbol{Q}}(\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta T \boldsymbol{\alpha} - \Delta C \boldsymbol{\beta}) \quad (5)$$

式(5)与一般复合材料单层本构关系不同的是可以将温度和湿度效应产生的应力考虑在内。

1.3 内力计算方程

截面内力为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N} &= \int_{-t/2}^{t/2} \boldsymbol{\sigma} b \, dz \\ &= \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \bar{\boldsymbol{Q}}_k (\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta T \boldsymbol{\alpha}_k - \Delta C \boldsymbol{\beta}_k) b \, dz \end{aligned} \quad (6)$$

式中: t 为梁的厚度; $\boldsymbol{N} = [N_x \quad N_y \quad N_{xy}]^T$, 其中 N_x 和 N_y 为 x 和 y 方向上的内力, N_{xy} 为 xOy 面内力; z_k 和 z_{k-1} 为第 k 层和第 $k-1$ 层厚度方向的坐标; $\bar{\boldsymbol{Q}}_k$ 为第 k 层材料的刚度阵; $\boldsymbol{\alpha}_k$ 和 $\boldsymbol{\beta}_k$ 为分别为第 k 层的热膨胀系数和湿膨胀系数。基于 Kirchhoff 假定^[13], 有如下几何关系:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + y \boldsymbol{K} \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = [\varepsilon_{0,x} \quad \varepsilon_{0,y} \quad \gamma_{0,xy}]^T$ 为复合材料梁中面应变; $\boldsymbol{K} = [K_x \quad K_y \quad K_{xy}]^T$, 其中 K_x 和 K_y 为中面挠曲率, K_{xy} 为中面扭曲率。将式(7)代入式(6)可得:

$$\boldsymbol{N} = b(\boldsymbol{A} \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \boldsymbol{B} \boldsymbol{K} - \boldsymbol{N}_T - \boldsymbol{N}_H) \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{A}$ 为拉伸刚度; $\boldsymbol{B}$ 为拉-弯耦合刚度; $\boldsymbol{N}_T$ 和 $\boldsymbol{N}_H$ 分别为热内力和湿内力。

设梁不可伸长, 有

$$u_{,x} \approx v_{,x}^2/2 \quad (9)$$

式中: u 为轴向位移变量; v 为摆振方向位移变量; $(\cdot)_{,x}$ 表示 $(\cdot)$ 对 x 的 1 阶偏导数, x 的个数代表偏导数的阶数。由式(6)~式(8)可得湿热环境下复合材料梁轴向内力为

$$N_x = b \left[A_{11} \left(\frac{1}{2} v_{,x}^2 + y v_{,xx} \right) - B_{11} v_{,xx} - \Delta TC_T^{(N)} - \Delta CC_C^{(N)} \right] \quad (10)$$

式中:

$$\begin{cases} C_T^{(N)} = \sum_{k=1}^n \left\{ [\bar{Q}_{11} (\alpha_1 \cos^2 \theta + \alpha_2 \sin^2 \theta) + \bar{Q}_{12} (\alpha_1 \sin^2 \theta + \alpha_2 \cos^2 \theta) + 2\bar{Q}_{16} (\alpha_1 - \alpha_2) \sin \theta \cos \theta]_k (z_k - z_{k-1}) \right\} \\ C_C^{(N)} = \sum_{k=1}^n \left\{ [\bar{Q}_{11} (\beta_1 \cos^2 \theta + \beta_2 \sin^2 \theta) + \bar{Q}_{12} (\beta_1 \sin^2 \theta + \beta_2 \cos^2 \theta) + 2\bar{Q}_{16} (\beta_1 - \beta_2) \sin \theta \cos \theta]_k (z_k - z_{k-1}) \right\} \end{cases}$$

其中: A_{11} 为拉伸刚度; B_{11} 为拉-弯耦合刚度; $[\]_k$ 代表第 k 层。

旋转效应引起的离心力和科氏力分别为

$$\begin{aligned} P_0 &= \int_x^L \bar{\rho} \bar{A} (R+x) \Omega^2 dx \\ &= mb \Omega^2 \left[R(L-x) + \frac{1}{2} (L^2 - x^2) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

$$F_C = 2\Omega \bar{\rho} \bar{A} \frac{\partial v}{\partial t} = 2mb\Omega v_{,t} \quad (12)$$

式中: $\bar{\rho} = \sum_{k=1}^n \rho_k h_k / \sum_{k=1}^n h_k$ 为平均密度, 其中 ρ_k 为第 k 层材料的密度, $h_k = z_k - z_{k-1}$ 为第 k 层材料的厚度; $\bar{A} = b \sum_{k=1}^n h_k$ 为截面的面积; $m = \sum_{k=1}^n \rho_k h_k$ 。综合式(9)和式(11)~式(12)得旋转复合材料梁截面轴力为

$$\begin{aligned} N &= N_x + P_0 + F_C \\ &= b \left[A_{11} \left(\frac{1}{2} v_{,x}^2 + y v_{,xx} \right) - B_{11} v_{,xx} - \Delta TC_T^{(N)} - \Delta CC_C^{(N)} + \frac{1}{2} m \Omega^2 (L^2 - x^2) + m R \Omega^2 (L-x) + 2m \Omega v_{,t} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

摆振时绕 z 轴弯矩为

$$M_z = \int_{-t/2}^{t/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x y \, dy \, dz = -\frac{b^3}{12} A_{11} v_{,xx} \quad (14)$$

由式(14)可知, 摆振时, 温度和湿度效应均不产生绕 z 轴弯矩。

1.4 振动控制方程及边界条件

基于 d'Alembert 原理, 可得复合材料梁摆振

方程为

$$\frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} + \frac{\partial (N v_{,x})}{\partial x} - mb \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

将式(13)~式(14)代入式(15), 忽略非线性, 可得:

$$\begin{aligned} &\frac{b^2 A_{11} v_{,xxxx}}{12} - \left[m \Omega^2 R (L-x) + \frac{1}{2} m \Omega^2 (L^2 - x^2) - \Delta TC_T^{(N)} - \Delta CC_C^{(N)} \right] v_{,xx} + \\ &m \Omega^2 (R+x) v_{,x} + m v_{,tt} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

旋转复合材料梁边界条件可表示为

$$\begin{cases} v(x, t) \big|_{x=0} = 0 \\ v_{,x}(x, t) \big|_{x=0} = 0 \\ v_{,xx}(x, t) \big|_{x=L} = 0 \\ v_{,xxx}(x, t) \big|_{x=L} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中: $v(x, t) = \sum_{i=1}^G \varphi_i(x) q_i(t)$, 其中 $\varphi_i(x)$ 为满足边界条件的一组线性无关试函数, $q_i(t)$ 为广义坐标, G 为模态阶数。

2 方程解法

基于 Galerkin 法, 将 $v(x, t)$ 代入式(16), 等式两端同乘以 $\varphi_j(x)$ 并沿梁长 L 进行积分, 得:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (18)$$

式中: $\mathbf{M}$ 为质量阵; $\mathbf{K}$ 为刚度阵; $\mathbf{q}$ 为式(18)的解。各分项表达式为

$$\mathbf{M} = [m_{ij}]_{G \times G}$$

$$\mathbf{K} = (\Delta TC_T^{(N)} + \Delta CC_C^{(N)}) \mathbf{K}^{(2)} + m \Omega^2 (\mathbf{K}^{(6)} - \mathbf{K}^{(5)}) - m R \Omega^2 \mathbf{K}^{(3)} + b^2 A_{11} \mathbf{K}^{(4)} / 12$$

$$\mathbf{K}^{(q)} = [k_{ij}^{(q)}]_{G \times G}$$

$$m_{ij} = m \int_0^L \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx$$

$$k_{ij}^{(2)} = \int_0^L \varphi_i''(x) \varphi_j(x) dx$$

$$k_{ij}^{(3)} = \int_0^L (L-x) \varphi_i''(x) \varphi_j(x) dx$$

$$k_{ij}^{(4)} = \int_0^L \varphi_i'''(x) \varphi_j(x) dx$$

$$k_{ij}^{(5)} = \frac{1}{2} \int_0^L (L^2 - x^2) \varphi_i''(x) \varphi_j(x) dx$$

$$k_{ij}^{(6)} = \int_0^L (R+x) \varphi_i'(x) \varphi_j(x) dx$$

$$i, j = 1, 2, \dots, G; q = 2, 3, \dots, 6$$

其中 $(\Delta TC_T^{(N)} + \Delta CC_C^{(N)}) \mathbf{K}^{(2)}$ 由湿热效应引起,

$m\Omega^2(\mathbf{K}^{(6)} - \mathbf{K}^{(5)})$ 由旋转效应产生, $mR\Omega^2\mathbf{K}^{(3)}$ 由轮毂半径和旋转效应联合作用引起, $b^2A_{11}\mathbf{K}^{(4)}/12$ 为拉伸刚度。

假设:
 $\mathbf{q} = \mathbf{Q}e^{i\omega t'}$ (19)

式中: $\mathbf{Q}$ 为广义模态; ω 为频率; t' 为时间。

将式(19)代入式(18), 有
 $(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{Q} = \mathbf{0}$ (20)

式中: $(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})$ 为系统的特征矩阵, 由此矩阵的特征行列式可求得湿热环境下旋转复合材料梁各

阶摆振频率。

3 数值计算与讨论

算例中复合材料梁模型均对称铺设, 石墨/环氧(AS/3501)复合材料弹性模量随吸水浓度和温度的变化^[11]如表 1 所示, 可见 E_1 不随吸水浓度和温度的变化而变化, E_2 随湿热环境加剧而降低, G_{12} 随温度升高而降低。复合材料梁的几何参数如表 2 所示, AS/3501 复合材料的密度为 $1\,600\text{ kg/m}^3$ 。

表 1 石墨/环氧(AS/3501)复合材料弹性模量随吸水浓度和温度的变化^[11]

Table 1 Variation of elastic modulus of graphite/epoxy (AS/3501) composites versus moisture concentration and temperature^[11]

Elastic modulus/GPa	Moisture concentration $\Delta C/\text{wt}\%$					Temperature $T/^\circ\text{C}$				
	0	0.25	0.50	0.75	1.00	25	50	75	100	125
E_1	130	130	130	130	130	130	130	130	130	130
E_2	9.5	9.5	9.5	9.5	9.5	9.5	8.5	8.0	7.5	7.0
G_{12}	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	5.50	5.00	4.75

Notes: $\alpha_1 = -0.3 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_2 = 28.1 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0.44 \times 10^{-6}$.

表 2 复合材料梁的几何参数

Table 2 Geometric parameters of composite beam

Length/m	Width/m	Thickness/m
10	0.03	0.01

3.1 方法有效性验证

取悬臂梁模态函数 $\varphi_i(x)$ 为试函数:
 $\varphi_i(x) = \cosh(k_i x) - \cos(k_i x) - r_i[\sinh(k_i x) - \sin(k_i x)]$ (21)

式中: $r_i = \frac{\sinh(k_i L) - \sin(k_i L)}{\cosh(k_i L) + \cos(k_i L)}$ ($i \geq 1$), 其中 $k_i L$ 为频率方程 $\cosh(k_i L)\cos(k_i L) = -1$ 的根。

表 3 复合材料梁在不同角速度下的前 4 阶摆振频率数值解(Present)与有限元解(FEM)的对比

Table 3 Comparison of numerical solution (Present) and finite element solution (FEM) of first four order lead-lag vibration frequencies of composite beams under different angular velocities

Angular velocity $\Omega/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	Lead-lag frequency/Hz							
	1st mode		2nd mode		3rd mode		4th mode	
	Present	FEM	Present	FEM	Present	FEM	Present	FEM
0	0.422 9	0.423 4	2.650 3	2.655 3	7.420 3	7.445 5	14.539 0	14.633 5
10	1.004 7	1.008 0	3.342 9	3.358 3	8.096 5	8.152 4	15.614 6	15.742 6
20	1.871 0	1.880 2	5.139 3	5.177 8	9.850 4	9.943 0	18.469 4	18.715 0
40	3.669 7	3.694 3	10.343 3	10.438 5	14.931 0	15.111 7	27.024 5	27.421 8

Notes: $\Delta T = 25\text{ }^\circ\text{C}$, $\Delta C = 1.0\text{ wt}\%$.

3.2 湿度对摆振频率的影响

当 $\Delta T = 0$ 、 $\Omega = 1\text{ rad/s}$ 时, 复合材料梁摆振频率随吸水浓度 ΔC 的变化如图 2 所示。可以看出, 当 ΔC 介于 $0 \sim 1.0\text{ wt}\%$ 范围内时, 各

阶摆振频率均随吸水浓度增大而降低, 这是因为吸水使材料力学性能降低, 复合材料梁刚度变弱致使摆振频率减小。但总的来说, 湿度对摆振频率的影响较小。

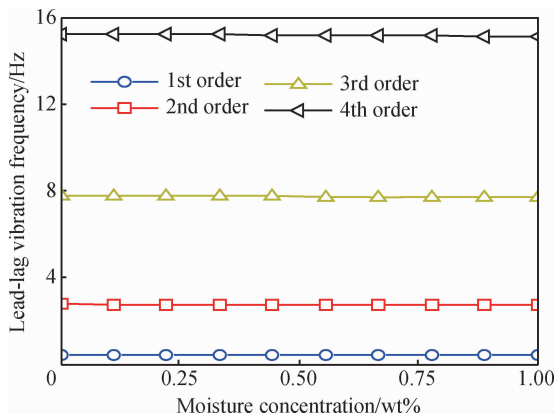


图2 复合材料梁摆振频率随吸水浓度 ΔC 的变化
($\Delta T = 0, \Omega = 1 \text{ rad/s}$)
Fig. 2 Variations of lead-lag vibration frequencies of composite beams versus moisture concentration ΔC ($\Delta T = 0, \Omega = 1 \text{ rad/s}$)

3.3 温度对摆振频率的影响

当 $\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$ 时，复合材料梁摆振频率随温度变化值 ΔT 的变化如图 3 所示。可见，温度对低阶摆振频率的影响较小，对高阶频率的影响较大，各阶摆振频率均随温度的升高而降低。这是因为在温度升高时，材料力学性能降低，结构刚度降低，导致结构摆振频率降低。温度的升高，除了能使材料的弹性模量降低外，还会导致结构产生热膨胀。

当 ΔT 为 0 或 100 $^{\circ}\text{C}$ 、 $\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$ 、不考虑热膨胀时，材料性能随温度的变化对复合材料梁第 4 阶摆振频率的影响如图 4 所示。可见，温度升高使结构的摆振频率降低，正好与温度升高材料性能降低，使结构刚度变弱从而使结构频率减小的趋势相符。但在给定的温度范围内，材料性能变

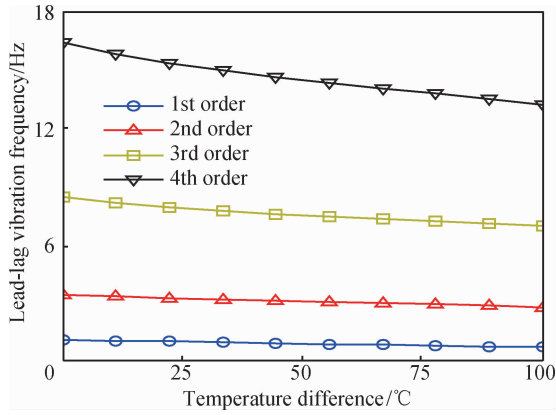


图3 复合材料梁摆振频率随温度变化值 ΔT 的变化
($\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$)
Fig. 3 Variations of lead-lag vibration frequencies of composite beams versus temperature difference ΔT ($\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$)

化对结构摆振频率的影响并不大。

当 ΔT 为 0 或 100 $^{\circ}\text{C}$ 、 $\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$ 、不考虑材料性能随温度的变化时，热膨胀对复合材料梁第 4 阶摆振频率的影响如图 5 所示。可见，摆振频率随温度的升高而降低，并且热膨胀对结构摆振频率的影响比材料性能变化对其的影响更明显。

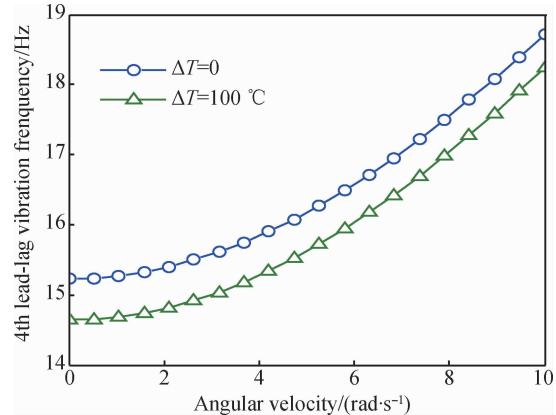


图4 材料性能随温度的变化对复合材料梁第 4 阶摆振频率的影响 ($\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$)
Fig. 4 Effects of material property change caused by temperature on 4th order lead-lag vibration frequencies of composite beams ($\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$)

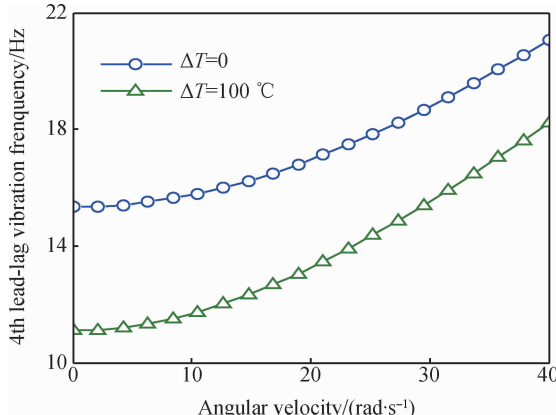


图5 热膨胀对复合材料梁第 4 阶摆振频率的影响
($\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$)
Fig. 5 Effects of thermal expansion on 4th order lead-lag vibration frequencies of composite beams
($\Delta C = 0, \Omega = 10 \text{ rad/s}$)

综合图 4 和图 5 可知，摆振频率随温度的升高而降低是由材料性能变化和热膨胀效应的联合作用引起的。

3.4 湿热-转动联合效应对摆振频率和模态的影响

图 6 为湿热-转动联合效应对复合材料梁第 1 阶和第 2 阶摆振频率的影响。可见，不同湿热条件下的同阶摆振频率差异明显，湿热条件越剧烈，摆

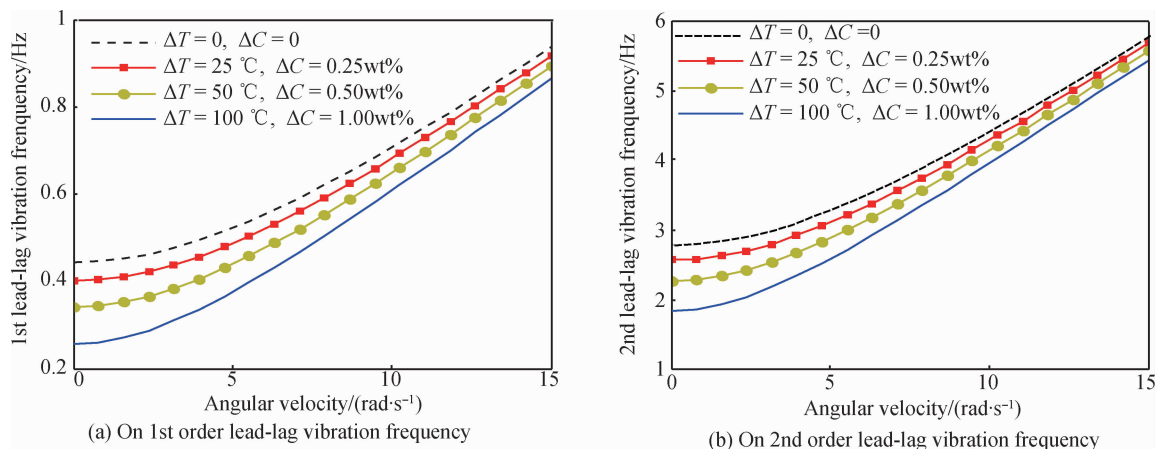


图6 湿热-转动联合效应对复合材料梁第1阶和第2阶摆振频率的影响

Fig. 6 Effect of humidity-temperature combined influence on 1st order and 2nd order lead-lag vibration frequencies of composite beams

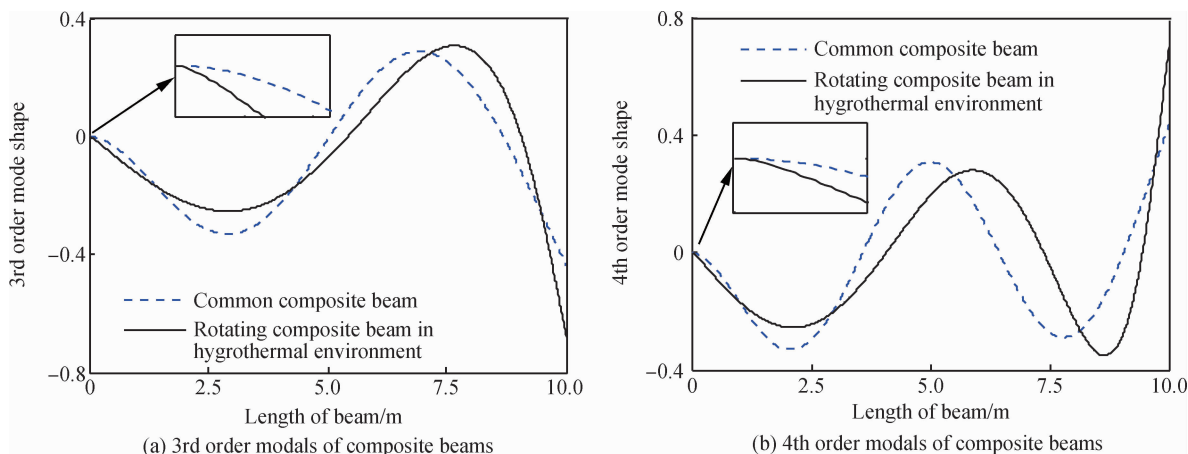


图7 湿热-转动联合效应下与无湿热、无转动条件下复合材料梁第3阶和第4阶模态振型的对比

($R = 0.5 \text{ m}$, $\Omega = 20 \text{ rad/s}$, $\Delta T = 50 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $\Delta C = 1.0 \text{ wt}\%$)

Fig. 7 Comparison of mode shapes of 3rd order and 4th order modals of composite beams under humidity-temperature combined influence and non-humidity-temperature, non-rotation condition ($R = 0.5 \text{ m}$, $\Omega = 20 \text{ rad/s}$, $\Delta T = 50 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $\Delta C = 1.0 \text{ wt}\%$)

振频率越低。此外,各阶摆振频率均随转速的增大而增大,湿热环境对摆振频率的影响将随转速的增大而逐渐减弱。

湿热与转动效应均会引起复合材料梁刚度的变化,从而改变其模态。 $R = 0.5 \text{ m}$ 时,湿热-转动联合效应下与无湿热、无转动条件下复合材料梁第3阶和第4阶模态振型的对比如图7所示。可见,湿热-转动联合效应对第3阶和第4阶模态均有显著影响,且使模态的节点位置发生明显偏移。

4 结 论

(1) 摆振时,温度和湿度效应将分别产生热轴力和湿轴力,但不产生绕 z 轴弯矩。

(2) 在一定湿度和温度范围内,石墨/环氧树脂复合材料梁的摆振频率随湿度和温度条件的加剧而降低。

(3) 湿热联合作用对旋转复合材料梁各阶摆振频率影响显著,不同的湿热组合影响效果不同。

(4) 湿热与转动联合作用将改变旋转复合材料梁模态的节点位置。

参考文献:

- [1] Zhang S S, Zhuang Z. Composite materials and viscoelasticity mechanics[M]. Beijing: China Machine Press, 2011: 152-164 (in Chinese).
张少实, 庄茁. 复合材料与粘弹性力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011: 152-164.
- [2] Lee S H, Shin S H, Yoo H H. Flapwise bending vibration

analysis of rotating composite cantilever beams[J]. KSME International Journal, 2004, 18(2): 240-245.

[3] Mcgee D G, Chu H R. Three-dimensional vibration analysis of rotating laminated composite blades[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1994, 116(3): 663-671.

[4] Chandiramani N K, Librescu L, Shete C D. On the free vibration of rotating composite beams using a higher order shear formulation[J]. Aerospace Science and Technology, 2002, 6(8): 545-561.

[5] Lee S Y, Sheu J J, Lin S M. In-plane vibrational analysis of rotating curved beam with elastically restrained root [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 315(4-5): 1086-1102.

[6] Turhan Ö, Bulut G. On nonlinear vibrations of a rotating beam[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 322(1-2): 314-335.

[7] Oh S Y, Song O, Livrescu L. Effects of pretwist and presetting on coupled bending vibrations of rotating thin-walled composite beams[J]. International Journal of Solids and Structure, 2003, 40(5): 1203-1224.

[8] Huang C L, Lin W Y, Hsiao K M. Free vibration analysis of rotating Euler beams at high angular velocity[J]. Computers and Structures, 2010, 88(17-18): 991-1001.

[9] Rao V V S, Sinha P K. Dynamic response of multidirectional composites in hygrothermal environments [J]. Composite Structures, 2004, 64(3-4): 329-338.

[10] Naidu N V, Sinha P K. Nonlinear free vibration analysis of laminated composite shells in hygrothermal environments[J]. Composite Structures, 2007, 77(4): 475-483.

[11] Yang J M, Sun L X, Wu L J, et al. Geometrically nonlinear analysis of laminated composite plates under hygrothermal environments[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(5): 59-63 (in Chinese).

杨加明, 孙良新, 吴丽娟, 等. 湿热环境下复合材料层合板的几何非线性分析[J]. 工程力学, 2005, 22(5): 59-63.

[12] Patel B P, Ganapathi M, Makhecha D P. Hygrothermal effects on the structural behaviour of thick composite laminates using higher-order theory[J]. Composite Structures, 2002, 56(1): 25-34.

[13] Shen G L, Hu G K. Mechanics of composite materials[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 132-143. (in Chinese).

沈观林, 胡更开. 复合材料力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 132-143.

Influences of hygrothermal environment on lead-lag vibration characteristics of rotating composite beams

JIANG Baokun, ZHANG Xuanling, LI Yinghui*

(School of Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: First, the expressions of axial force and bending moment for the rotating composite beams were deduced based on the constitutive relations of composites under hygrothermal environment. The influences of temperature and humidity on axial force and bending moment were analyzed. Then, the d’Alembert principle was employed to establish the lead-lag vibration governing equation for the rotating composite beams. The temperature and humidity effects on the stiffness of rotating composite beams were investigated after solving the equation by Galerkin method. Finally, the effects of hygrothermal environment on lead-lag vibration dynamic characteristics of rotating composite beams were analyzed by numerical simulation. The results show that hygrothermal environment affects lead-lag vibration frequency and modal of rotating composites beams conspicuously. Lead-lag vibration frequency decreases when the hygrothermal environment exacerbates. The effect of thermal expansion on lead-lag vibration frequency is more obvious than that of material properties variations. The combined effect of hygrothermal environment and rotating result in the obvious locational excursion of modal nodes.

Keywords: hygrothermal environment; rotating; composite beam; Galerkin method; lead-lag vibration characteristics