第 16 卷 第 1 期 复 合 材 料 学 报 Vol 16 No. 1
1999 年 2 月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA February 1999

层间混杂叠层复合材料的最终拉伸破坏 (II) 强度的统计分析

曾庆敦 余利杰
(华南理工大学交通学院工程力学系, 广州 510641)

摘 要 采用随机临界核理论, 结合由剪滞模型得出的应力集中分析结果, 对具有层间界面破坏的单向层间混杂叠层复合材料的最终拉伸破坏提出了一种细观统计理论; 导出了计及界面剪切强度效应的强度分布函数和破坏准则; 得到了最终拉伸强度与界面剪切强度的关系。结果表明, 混杂复合材料的最终拉伸强度与界面剪切强度及混杂比存在某种优化匹配关系, 而破坏应变则与现有的实验结果较为接近。

关键词 混杂复合材料, 界面损伤, 强度, 随机临界核, 统计分析
中图分类号 O346 1

混杂复合材料是当前复合材料的一个重要发展方向。为了能够充分发挥和利用混杂复合材料的潜在性能, 正确地进行材料设计, 首先应该了解其拉伸破坏机理及影响因素。混杂复合材料的拉伸破坏过程比单一纤维复合材料复杂, 与组分、界面及随机缺陷密切相关, 对这些问题的研究宜采用统计分析方法。文献[1～3]利用剪滞模型和统计断裂理论研究了层间混杂纤维复合材料的第一破坏和最终破坏的应力重分布、混杂效应及拉伸强度, 但没有考虑到层间界面破坏或脱层的影响。文献[4]提出了一种修正的剪滞模型, 研究了层间混杂复合材料低延伸(LE)层的断裂、层间界面破坏及高延伸(HE)层中部分纤维断裂相互作用所导致的细观应力重分布。本文采用随机扩大临界核理论[5], 结合文献[4]的分析结果, 对具有层间界面破坏的层间混杂复合材料的最终拉伸破坏进行细观统计分析, 所得结果与现有的实验进行了比较。

1 破坏过程及统计模型

考虑图1(a)所示的单向对称层间混杂叠层复合材料, 沿纤维方向承受拉伸载荷作用。因LE纤维的拉伸破坏应变比HE纤维的小得多, 故LE纤维率先断裂形成裂纹。裂纹可沿纵向或横向扩展, 横向扩展时LE纤维发生相继断裂, 纵向扩展则形成层间界面破坏(屈服或脱层), 破坏区域与界面剪切强度 τ_s 及混杂比有关。LE层的失效形式通常是多级破坏(第一破坏)。第一破坏发生后, 混杂复合材料仍能有效地承载。由于LE层的破坏, 未断的HE层(纤维)将承受较大的应力集中。随着载荷的进一步增加, 承受应力集中较大且含缺陷较严重的HE纤维也开始发生断裂, 然后, HE纤维及各单层将发生逐步破坏, 直至整体失效(最终破坏)。上述的这种破坏过程已被文献[6]的实验所证实。本文仅研究最终破坏过程。

收修改稿、初稿日期: 1998-02-02, 1997-09-10。广东省自然科学基金资助项目

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

很明显,层间混杂复合材料的这种最终破坏过程是相当复杂的,这给统计分析带来了很大困难。因为除要考虑受应力集中的HE 各单层的所有可能的破坏次序,并计算每一种破坏次序的概率,还应考虑各单层中受应力集中的纤维的逐步断裂过程、层间界面破坏等。此外,在叠层中的任一单层的破坏并不是一个明确的概念。为此,本文将采用较简化的方法进行统计分析。首先,根据随机临界核理论[5]分析任一单层的破坏;然后根据各单层破坏的占优过程确定叠层板的最终破坏概率。

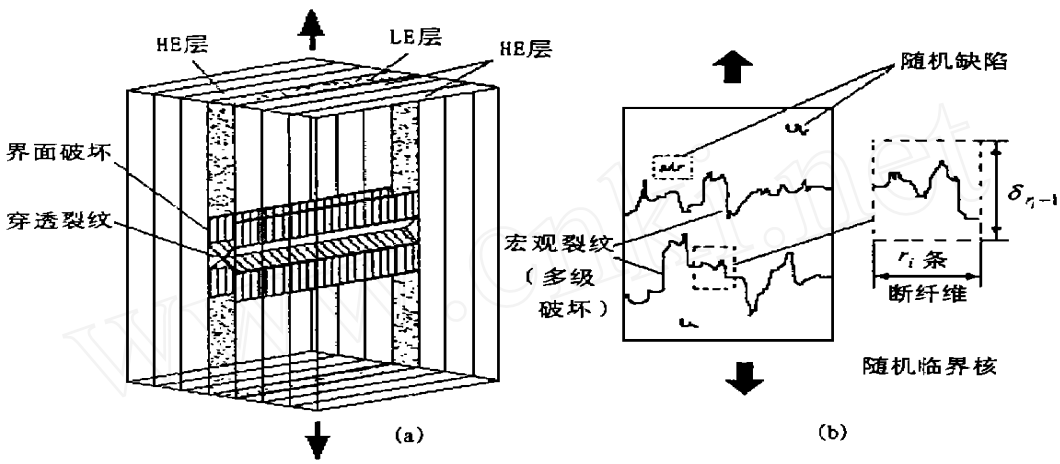

图1 (a) 含有LE 层断裂及层间界面破坏的层间混杂复合材料

Fig. 1 (a) Interply hybrid composite with LE layer break and interlaminated interface failure

(b) 第 iHE 单层的破坏模式及随机扩大临界核统计模型

(b) Failure mode of the ith HE layer and random critical-core model

考虑图1(b)所示的任一第 iHE 单层,由于应力集中及缺陷的存在,含缺陷较严重的某一纤维将首先发生断裂,此时,断口附近的纤维将承受较大的应力集中。由于每根纤维中缺陷分布的随机性,故断口附近纤维在哪里发生断裂仍具有一定的随机性。当断口邻近纤维在所谓的无效长度以内发生断裂,则原始断口扩大,裂纹扩展,形成连贯断口;若纤维在无效长度以外发生断裂,则认为它的断裂离断口足够远,属于孤立断裂,裂纹不会扩展。当连贯断口形成,其附近纤维的应力集中将进一步加大,无效长度也随之增加,纤维可在较长的无效长度内发生断裂,此时裂纹进一步扩展的可能性增加。当形成连贯断口的纤维数达到某一临界值 r_i 时,相应的无效长度也达到 δ_{r_i-1},随机临界核形成[5]。这时在临界核以外的纤维的强度将大于纤维段本身的统计拉伸强度,因而裂纹将发生失稳扩展,形成宏观裂纹。由于缺陷的随机分布,HE 层中有可能同时出现多条宏观裂纹(多级破坏),但只要至少有一条存在,就将该单层定义为失效。图1(b)所示的破坏过程可采用随机扩大临界核模型来描述[5]。

2 无效长度及纤维强度的统计特性

无效长度是单向复合材料强度统计分析中的一个重要参量。文献[5]指出,无效长度是随断裂纤维数目的增加而逐渐扩大的,应该取纤维拔出长度的两倍。这样做可顾及到纤维断裂时界面的影响,与实际情况更为接近。因此,本文取纤维拔出长度的2倍作为统计分析中的无效长度。取图2所示模型来计算纤维的拔出长度。模型所示的为拟从层间混杂复合材料中拔出的众多HE 纤维,每层厚度为 h,纤维间距为 d, 纤维横截面积为 A_f。其中纤维承受大小为 σ 的均匀拉应力作用,而在周边存在沿纤维方向的剪应力。在极限情形下,此剪应力即为界面或基体剪

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

切强度 τ_s(为了简便, 此处对层间界面或纤维/基体界面不进行区分)。设在层间混杂复合材料中拔出($r_1+r_2+\cdots+r_{i-1}+j$)根纤维的拔出长度为 $\delta_{i,j}/2$。这里的 $r_1, r_2, \cdots, r_{i-1}$可以认为是各层相应临界核中的纤维断裂根数(根据下面的统计分析, 关系式 $r_1>r_2>\cdots$成立)。根据剪滞理论, 假设基体不承受拉力, 由极限平衡可得:

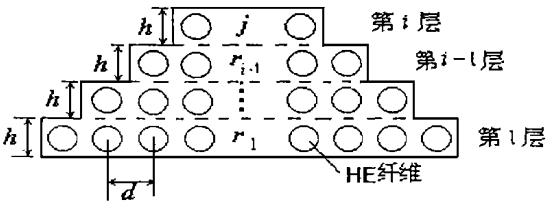

图2　拔出长度计算模型

Fig. 2　Model for determination of pull-out length

$$\sum_{k=1}^{i-1}(r_k\sigma+j\sigma)A_f=[r_1d+(r_1-r_2)d+\cdots+(r_{i-1}-j)d+jd+2ih]\frac{\delta_{i,j}}{2}\tau_s \tag{1}$$

上式整理得:

$$\delta_{i,j}=\{(\sum_{k=1}^{i-1}r_k+j)A_f/[r_1d+ih]\}\frac{\sigma}{\tau_s} \tag{2}$$

为计算方便, 假设 $d=h$。将纤维体积分数 $V_f=A_f/(dh)$, 纤维直径 $t\approx dV_f$, 及文献[4]中的无量纲界面剪切强度 $\overline{\tau_s}$ 与 τ_s 的关系

$$\tau_s=\sqrt{\frac{V_fG}{E_H}}\sigma\overline{\tau_s} \tag{3}$$

代入(2)式可化简为:

$$\delta_{i,j}=[(\sum_{k=1}^{i-1}r_k+j)t/(r_1+i)\overline{\tau_s}]\sqrt{\frac{E_H}{V_fG}} \tag{4}$$

其中, E_H 和 G 分别为HE 纤维的拉伸模量和基体的剪切模量。同理, 可求得 $i=n$(最外层)时的 $\delta_{n,j}$:

$$\delta_{n,j}=\left\{(\sum_{k=1}^{n-1}r_k+j)t/[\overline{\tau_s}(r_1+n-\frac{j}{2})]\right\}\sqrt{\frac{E_H}{V_fG}} \tag{5}$$

为求得复合材料的强度概率分布函数, 首先应确定纤维的强度分布函数。本文采用两参数Weibull 分布来描述长 $\delta_{i,j}$的纤维的强度分布。设承受过应力 $K_{i,j}\sigma$的长为 $\delta_{i,j}$的纤维段的破坏概率为:

$$F(K_{i,j}\sigma)=1-\exp[-\alpha\delta_{i,j}(K_{i,j}\sigma)^\beta]=1-\exp[-(K_{i,j}\sigma/\tilde{\sigma}_{i,j})^\beta] \tag{6}$$

式中 α, β 为Weibull 参数, $\tilde{\sigma}_{i,j}=(\alpha\delta_{i,j})^{-1/\beta}$。长为 $\delta_{i,j}$的纤维的统计平均强度 $\overline{\sigma}_{i,j}$可由下式求得:

$$\overline{\sigma}_{i,j}=\int_0^\infty\sigma\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\sigma}[1-\mathrm{e}^{-\alpha\delta_{i,j}\sigma^\beta}]\mathrm{d}\sigma=\Gamma(1+1/\beta)(\alpha\delta_{i,j})^{-1/\beta} \tag{7}$$

式中, β 的取值范围在4～20之间, 故 $\Gamma(1+1/\beta)\approx1$, 从而有 $\tilde{\sigma}_{i,j}\approx\overline{\sigma}_{i,j}$。

3　最终破坏概率分布函数和破坏准则

层间混杂复合材料的最终拉伸破坏通常取决于其最终的损伤状态, 即所有单层板均失效, 本文按下述方法确定其最终破坏的概率分布函数。首先按照HE 各单层破坏的占优过程, 判明各单层可能的破坏顺序, 即应力集中最大的单层首先破坏(条件是至少有一个随机临界核形成, 其中也包括多级破坏), 可用随机临界核理论计算出其破坏的概率分布函数; 然后假设上述的单层已断裂, 重新计算应力重分布, 再搜索出应力集中较大的另一HE 单层, 求出其破坏概率分布函数; 依次类推, 将所有的HE 单层都破坏定义为叠层的最终破坏, 再由计算条件概率的方法, 求出整个混杂复合材料最终破坏的概率分布函数。

设层间混杂复合材料在施加应力(以远场HE 纤维应力表示) $\sigma\leq\overline{\sigma}_{i,r_i-1}/K_{i,r_i-1}$作用下, 第 i HE 单层中承受过应力 $K_{i,0}\sigma$的某一较弱纤维将首先发生断裂。随后, 断口邻近处承受较大应力集中的HE 纤维将在过应力 $K_{i,1}\sigma, K_{i,2}\sigma, \cdots, K_{i,r_i-1}\sigma$作用下可能发生相继断裂而形成含有 r_i 或 r_i+1条断裂纤维的裂纹。根据随机临界核理论[5], 第 i 层中形成这样一个裂纹的概率 $P_i(\sigma)$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

为
$$P_i(\sigma) = W_0(\sigma)W_1(\sigma)\cdots W_{r_i-2}(\sigma)W_{r_i-1}(\sigma) \tag{8}$$
其中,$W_0(\sigma)$是长为$\delta_{i,0}$的第i层中的某一最弱纤维在应力$K_{i,0}\sigma$作用下的破坏概率;$W_1(\sigma)$是断口两侧长为$\delta_{i,1}$的两条纤维中在应力$K_{i,1}\sigma$作用下任一条发生断裂的概率;依次类推,$W_{r_i-2}(\sigma)$是已有r_i-2条纤维断裂后,相邻长为δ_{i,r_i-2}的两条纤维中任一条发生断裂的概率;$W_{r_i-1}(\sigma)$是r_i-1条纤维断裂后,相邻的两条纤维在过应力$K_{i,r_i-1}\sigma$作用下至少一条发生断裂的概率。其中,$\delta_{i,j}$可由(4)或(5)式求得,是逐渐扩大的,即$\delta_{i,0}=\delta_{i,1}<\delta_{i,2}<\cdots$;$K_{i,j}$为计及层间界面破坏的应力集中因子,可由文献[4]中的方法求得。根据条件概率的计算方法,不难求得
$$\left.\begin{aligned}
W_0(\sigma) &= F(K_{i,0}\sigma)\\
W_1(\sigma) &= 2F(K_{i,1}\sigma)[1-F(K_{i,1}\sigma)]\\
&\cdots\cdots\\
W_{r_i-2}(\sigma) &= 2F(K_{i,r_i-2}\sigma)[1-F(K_{i,r_i-2}\sigma)]\\
W_{r_i-1}(\sigma) &= 1-[1-F(K_{i,r_i-1}\sigma)]^2
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$
此时,如果此裂纹核邻近的纤维承受的过应力大于其统计平均强度,即$K_{i,r_i}\sigma>\tilde{\sigma}_{i,r_i}\approx\bar{\sigma}_{i,r_i}$(或$K_{i,r_i+1}\sigma>\bar{\sigma}_{i,r_i+1}$),也就是说,当$\sigma>\bar{\sigma}_{i,r_i}/K_{i,r_i}$(或$\sigma>\bar{\sigma}_{i,r_i+1}/K_{i,r_i+1}$)时,此纤维必然断裂。按照统计的观点,上述的条件也可认为当断口邻近过应力纤维的破坏概率超过$1-e^{-1}\approx 0.632$(见(6)式)时,此纤维必然断裂。所以当施加应力在
$$\bar{\sigma}_{i,r_i}/K_{i,r_i}<\sigma\le\bar{\sigma}_{i,r_i-1}/K_{i,r_i-1} \text{ 或 } \bar{\sigma}_{i,r_i+1}/K_{i,r_i+1}<\sigma\le\bar{\sigma}_{i,r_i-1}/K_{i,r_i-1} \tag{10}$$
的范围内,裂纹将失稳扩展,这个裂纹就形成了所谓的随机临界核,$P_i(\sigma)$也就成为形成此临界核的概率,r_i则为此临界核中的纤维断裂根数。

根据随机临界核理论,可知第i层破坏---即至少形成一个随机临界核的概率分布函数为:
$$G_i(\sigma) = 1-[1-P_i(\sigma)]^{m_i} \tag{11}$$
式中m_i为第i层中至多可形成的临界核个数。设试样长为L,该层中共含有N根纤维,则有
$$m_i = \mathrm{Int}\left[\frac{LN}{r_i\delta_{i,r_i-1}}\right] \quad \text{或} \quad m_i = \mathrm{Int}\left[\frac{LN}{(r_i+1)\delta_{i,r_i-1}}\right] \tag{12}$$
其中符号Int代表取整数。类似地可以得到单层板失稳破坏的临界条件
$$\bar{\sigma}_{i+1,0}/K_{i+1,0}<\sigma\le\bar{\sigma}_{i,0}/K_{i,0} \quad i=1,2,\cdots \tag{13}$$
混杂复合材料的最终破坏意味着所有层都破坏,根据对称性,不难求得其破坏概率为
$$G(\sigma) = G_0(\sigma R)\{1-[1-G_1(\sigma)G_2(\sigma)\cdots G_n(\sigma)]^2\} \tag{14}$$
其中,R为LE与HE纤维的拉伸刚度比,$G_0(\sigma R)$为LE层破坏的概率(因假设LE层的断裂已经发生,故$G_0(\sigma R)=1$),$G_1(\sigma)$、$G_2(\sigma)$、…分别为第1、2、…HE层的破坏概率。

一般认为当$G(\sigma)$达到0.5时复合材料破坏。由(8)~(14)式可得到破坏准则
$$\left.\begin{aligned}
&G(\sigma) = G_0(\sigma R)\{1-[1-G_1(\sigma)G_2(\sigma)\cdots G_n(\sigma)]^2\} = 0.5\\
&\bar{\sigma}_{i,r_i}/K_{i,r_i}<\sigma\le\bar{\sigma}_{i,r_i-1}/K_{i,r_i-1} \text{ 或 } \bar{\sigma}_{i,r_i+1}/K_{i,r_i+1}<\sigma\le\bar{\sigma}_{i,r_i-1}/K_{i,r_i-1}\\
&\bar{\sigma}_{i+1,0}/K_{i+1,0}<\sigma\le\bar{\sigma}_{i,0}/K_{i,0} \qquad i=1,2,\cdots
\end{aligned}\right] \tag{15}$$
上式综合反映了界面、纤维、基体等细观结构特性对混杂复合材料拉伸强度σ_f^h的影响。本文在应力集中因子和无效长度中引入界面剪切强度效应,借助于统计断裂理论,建立了σ_f^h与界面剪切强度$\bar{\tau}_s$之间的关系。对于给定尺寸和混杂组分、界面剪切强度的混杂复合材料,即可利用上述破坏准则求出其破坏时的远场HE纤维应力σ_f^h和各层临界核中的断裂纤维根数r_i。求解方法如下:对于任一给定的$\bar{\tau}_s$,算出$\delta_{i,j}$、$\bar{\sigma}_{i,j}$及$K_{i,j}$;根据(15)式中的不等式划分应力区

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

间, 并选定诸不等式中的某一共同区间(相应的 r_i (i= 1, 2, …)随之确定, $G(\sigma)$ 的形式也随之确定); 然后在此区间内算出满足(15)式中第一式的应力即为所求的 σ_f^b。如果无解, 则选取另一共同区间试算, 直至找到解答为止。

4　结果与讨论

本文以碳/玻璃-环氧层间混杂复合材料为例进行计算。材料分别为高强度(HTS)碳纤维和E-玻璃纤维。取试样长 L 为0.1m, 每层纤维数 N = 833, E_H= 73GPa, G= 1.26GPa, 纤维体积分数 V_f= 0.6, 纤维直径 t= 10^{-5}m, Weibull 分布常数分别为 α= 0.077[GPa]$^{-\beta}$m^{-1}, β= 8.2[5], 应力集中因子的计算结果取自文献[4]。对3G/C/3G和4G/C/4G 两种混杂铺层作了计算。图3显示了由统计分析算得混杂复合材料破坏时的远场HE纤维应力 σ_f^b 随无量纲界面剪切强度 $\bar{\tau}_s$ 的变化情况, 附表列出了随机临界核大小随 $\bar{\tau}_s$ 的变化情况(表中 r_i= 0表示单层板发生失稳破坏)。从图3中可以发现 σ_f^b 随着 $\bar{\tau}_s$ 不同而发生变化, 对于两种混杂铺层其变化趋势基本相同。当 $\bar{\tau}_s$ 较小时, σ_f^b 也较小, 且随着 $\bar{\tau}_s$ 的增大而增大, 在某一点处达到最大值, 然后随着 $\bar{\tau}_s$ 的继续增大而减小, 趋向于某一恒定值。对于3G/C/3G 和4G/C/4G 两种混杂复合材料, 求得拉伸强度的最大值分别为1.119GPa 和1.183GPa, 对应的无量纲界面剪切强度分别为0.25、0.2。将相应的 σ_f^b 值代入(3)式可得到最佳界面剪切强度值是28.5MPa 和24.08MPa, 与环氧树脂基体的剪切强度25MPa 较为接近。界面剪切强度对拉伸强度的影响主要体现在: 当 $\bar{\tau}_s$ 较小时应力集中较小, 但无效长度较大, 无效长度的增加将使纤维的破坏概率增大, 导致强度降低; 当 $\bar{\tau}_s$ 较大时, 无效长度较小, 但纤维应力集中较大, 同样使纤维的破坏概率增大, 导致强度降低。可见, 界面剪切强度对混杂复合材料的拉伸破坏模式有直接的影响: 当 $\bar{\tau}_s$ 较小时, 属纵向损伤模式; 当 $\bar{\tau}_s$ 较大时, 属横向裂纹扩展模式; 大小适宜的 $\bar{\tau}_s$, 属混合失效模式, 此种情形的拉伸强度可达到最大值。

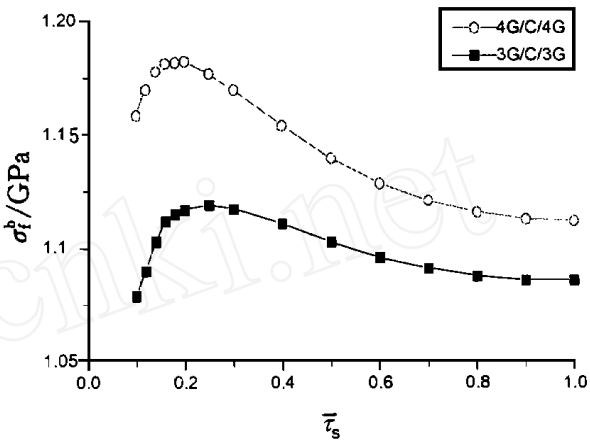

图3　最终拉伸破坏强度的统计分析结果

Fig. 3　Results of statistical analysis for ultimate failure strength

附表　临界核大小随界面剪切强度的变化

Table　Variations of critical-core size as non-dimensional interface shear strength

$\bar{\tau}_s$		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
叠层类型	i	r_i									
3G/C/3G	1	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4G/C/4G	1	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

为了便于与实验比较, 利用应力应变关系可求得3G/C/3G 和4G/C/4G 两种混杂铺层当 $\bar{\tau}_s$ 在0.15～0.3范围内的最终破坏应变约为0.015和0.016, 最高为0.0153和0.0162。对于4G/C/4G 混杂, 文献[6]给出了最终破坏应变的实验结果为0.019, 可见计算结果略低于实验值, 其原因在于本文只考虑了LE 与HE 层的层间界面破坏, 但未计及HE 各层之间的界面破坏, 也未计及层内纤维间界面的破坏等因素, 而这些因素可进一步降低应力集中, 破坏应变也可相应提高。需指出的是, 对于HE 和LE 层轮次交叠或其它方式铺叠的层间混杂复合材料的最终拉伸破坏问题, 原则上可应用本文方法进行研究, 但应力重分布的求解更繁难, 无效长度的计算模型也需另外建立。

5 结 论

本文对具有层间界面破坏的混杂复合材料的最终拉伸破坏进行了统计分析, 初步揭示了界面的增强机制和混杂复合材料的细观破坏机制, 获得了层间界面剪切强度与混杂复合材料最终拉伸强度的定量关系, 为混杂复合材料的优化设计提供了理论依据。

参 考 文 献

1 Zeng Q D, Fan F Q, Zhang Y Y. A random critical-core theory of microdamage in interply hybrid composites: I-first failure and hybrid effect. *Comp Sci Tech*, 1993, 49: 341～348

2 Zeng Q D. A random critical-core theory of microdamage in interply hybrid composites: Ⅱ-- ultimate failure. *Comp Sci Tech*, 1994, 52: 481～487

3 Fukunaga H, Chou T W, Fukuda H. Probabilistic strength analyses of interlaminated hybrid composites. *Comp Sci Tech*, 1989, 35: 331～345

4 曾庆敦, 余利杰. 层间混杂叠层复合材料的最终拉伸破坏(Ⅰ)应力集中分析. 复合材料学报, 1999, 16(1): 93～98

5 范赋群, 曾庆敦. 单向纤维增强复合材料的随机扩大临界核理论. 中国科学A 辑, 1994, 24(2): 209～217

6 Manders P W, Bader M G. The strength of hybrid glass/carbon fiber composites. *J Mat Sci*, 1981, 16: 2233～2245

ULTIMATE TENSILE FAILURE OF INTER-LAMINATED HYBRID COMPOSITES (II) STATISTICAL ANALYSIS OF STRENGTH

Zeng Qingdun Yu Lijie

(College of Traffic and Communications, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

Abstract This paper proposes a microscopic statistical theory for the ultimate tensile failure of unidirectionally interlaminated hybrid composites with interply interface failure, based on the random critical-core theory in conjunction with the results of the stress concentration which are obtained by a shear-lag model. A function of the strength distribution and a failure criterion with the effect of interfacial shear strength are derived and a relationship between the ultimate tensile strength and interfacial shear strength is obtained. The results show that the ultimate strength of hybrid composites, interfacial shear strength and hybrid ratio have an optimal match relation, and that the present failure strains are relatively close to the existing experimental value.

Key words hybrid composites, interface damage, strength, random critical-core, statistical analysis

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net