复合材料学报 第21卷 第2期 4月 2004年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol. 21 No. 2 April 2004

文章编号: 1000-3851(2004)02-0076-05

粘弹基体形状记忆合金梁弯曲的仿真分析

杜晓伟, 孙国钧
(上海交通大学 建筑工程与力学学院, 上海 200030)

摘 要: 应用BRINSON[1]的形状记忆合金(SMA)一维本构模型及相变动力关系,编写ABAQUS中相应的UMAT子程序,使形状记忆合金成为ABAQUS可处理的材料之一。首先计算单根形状记忆合金丝在不同温度下的应力-应变曲线,约束条件下的温度-应力曲线及循环加载下的应力-应变曲线,验证了UMAT程序的正确性。然后用UTRS子程序引入基体梁的热粘弹性质。使用ABAQUS对形状记忆合金丝加强的环氧树脂梁在侧向载荷下的变形进行仿真分析,计算结果与前期研究得到的试验结果很吻合。

关键词: 形状记忆合金; 热粘弹性; 有限元分析
中图分类号: TB330.1 **文献标识码:** A

SIMULATION OF THE BENDING OF SHAPE MEMORY ALLOY(SMA) REINFORCED THERMOVISCOELASTIC BEAM

DU Xiaowei, SUN Guojun
(School of Civil Engineering and Mechanics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: In this work, Brinson's one-dimensional constitutive relation and the refined kinetic relations for phase transformation of shape memory alloy (SMA) are used to write UMAT subroutine, so that SMA becomes one member of the material library of ABAQUS. Firstly, the stress-strain relation at various temperatures, the temperature-stress relation under constrained condition and the stress-strain relation under cyclic loading of a SMA bar are calculated to verify the UMAT code. Then the thermoviscoelastic property of the beam matrix is introduced into UTRS subroutine. The bending of the SMA reinforced epoxy resin beam under lateral load is simulated by FEM code of ABAQUS and the results coincide well with experiment.

Key words: shape memory alloy; thermoviscoelasticity; finite element analysis

形状记忆合金(简称SMA)是具有良好形状记忆、伪弹性、高阻尼和耐磨损性能的智能材料。同压电、磁致伸缩等其它智能材料相比,SMA具有恢复力及可恢复变形量大、易于与基体耦合等优点,得到了广泛应用。

在实际应用中,SMA多以纤维形式直接埋入或通过套管埋入基体中,做成SMA智能复合材料,以实现对基体材料变形、振动及噪声等方面的智能控制。SMA的智能控制作用需要加热激活,会引起基体材料温度的升高,使聚合物基体呈现明显的粘弹性性质,所以承载分析中在考虑形状记忆合金复杂非线性本构关系同时,还要考虑基体的粘弹性性质,很难得出解析解,大多数问题需采用有限元方法求取数值解。近年来一些学者对形状记忆合金丝加强的板、梁进行了有限元分析,他们的研究将基体作为弹性材料[2, 3, 4, 5]。

本文作者对SMA丝加强的环氧树脂梁在侧向载荷下弯曲变形过程进行仿真,整个分析在

收稿日期: 2002-12-24; 收修改稿日期: 2003-02-21
通讯作者: 杜晓伟,博士生,主要从事复合材料力学性能方面的研究。
杜晓伟, E-mail: duxw@unicom.sh.cn 孙国钧, E-mail: gjsun@sjtu.edu.cn

ABAQUS 平台上进行, 丝对梁的加强作用由 ABAQUS 中的 REBAR 单元模拟, 丝的本构关系用 ABAQUS 的 UMAT 子程序模拟, 基体梁用 ABAQUS 的梁单元模拟, 通过计算结果与前期试验结果的对比, 验证了分析方法的适用性和正确性。

1 形状记忆合金丝的本构关系

形状记忆合金丝采用由 Tanaka 提出, 经 Brinson 改进的一维本构关系[1]。

$$\sigma = D(\xi)(\varepsilon - \varepsilon\xi_s) + \Theta(T - T_0) \quad (1)$$

式中: $D(\xi) = \xi D_m + (1-\xi)D_a$; σ 为应力; ε 为应变; $D(\xi)$ 为 SMA 的弹性模量; D_m 是马氏体时的模量; D_a 是奥氏体时的模量; ξ 为马氏体体积百分比含量; ξ_s 是应力诱发马氏体含量; ξ_T 是温度诱发的马氏体含量; Θ 是热膨胀相关系数; ε_L 是最大残余应变; T_0 是初始温度; T 是温度。

Brinson 本构模型微分形式为

$$d\sigma = D(\xi)d\varepsilon - \varepsilon_L D(\xi)d\xi_s + \Theta dT$$

即 $$d\sigma = D(\xi)d\varepsilon - \varepsilon_L D(\xi)\left(\frac{\partial \xi_s}{\partial \sigma}d\sigma + \frac{\partial \xi_s}{\partial T}dT\right) + \Theta dT$$

可以求出

$$d\sigma = \frac{D(\xi)d\varepsilon + [\Theta - \varepsilon_L D(\xi)\frac{\partial \xi_s}{\partial T}]dT}{1 + \varepsilon_L D(\xi)\frac{\partial \xi_s}{\partial \sigma}} \quad (2)$$

形状记忆合金向马氏体转变时,

如果 $T < M_s$ 且 $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}$

$$\xi_s = \frac{1-\xi_{s_0}}{2}\cos\left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \times (\sigma - \sigma_f^{cr})\right] + \frac{1+\xi_{s_0}}{2} \quad (3)$$

$$\xi_T = \xi_{T_0} - \frac{\xi_{T_0}}{1-\xi_{s_0}}(\xi_s - \xi_{s_0}) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \xi_s}{\partial \sigma} = -\frac{1-\xi_{s_0}}{2}\sin\left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \times (\sigma - \sigma_f^{cr})\right] \times \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \xi_s}{\partial T} = 0 \quad (6)$$

如果 $T > M_s$ 且 $\sigma_s^{cr} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M(T - M_s)$

$$\xi_s = \frac{1-\xi_{s_0}}{2}\cos\left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \times [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_s)]\right] + \frac{1+\xi_{s_0}}{2} \quad (7)$$

$$\xi_T = \xi_{T_0} - \frac{\xi_{T_0}}{1-\xi_{s_0}}(\xi_s - \xi_{s_0}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \xi_s}{\partial \sigma} = -\frac{1-\xi_{s_0}}{2}\sin\left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \times [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_s)]\right] \times \frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \xi_s}{\partial T} = -\frac{1-\xi_{s_0}}{2}\sin\left[\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \times [\sigma - \sigma_f^{cr} - C_M(T - M_s)]\right] \times \left(-\frac{\pi}{\sigma_s^{cr} - \sigma_f^{cr}} \times C_M\right) \quad (10)$$

当向奥氏体转变时,

如果 $T > A_s$, 并且 $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$

$$\xi = \frac{\xi_0}{2}\cos[\alpha_A(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A})] + 1 \quad (11)$$

$$\xi_s = \xi_{s_0} - \frac{\xi_{s_0}}{\xi_0}(\xi_0 - \xi)$$
$$\xi_T = \xi T_{T_0} - \frac{\xi_{T_0}}{\xi_0}(\xi_0 - \xi) \quad (12)$$

$$\frac{\partial \xi_s}{\partial \sigma} = -\frac{\xi_{s_0}}{2}\sin[\alpha_A(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A})] \times (-\frac{\alpha_A}{C_A}) \quad (13)$$

$$\frac{\partial \xi_s}{\partial T} = -\frac{\xi_{s_0}}{2}\sin[\alpha_A(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A})] \times \alpha_A \quad (14)$$

上述诸式中: M_s 表示由母相开始转变为马氏体的温度; M_f 表示由马氏体相变完成的温度; A_s 表示马氏体开始逆相变为母相时的温度; A_f 表示逆相变完成的温度。σ_s^{cr}, σ_f^{cr} 表示温度低于 M_s 时马氏体转化区域的应力阀值。C_M, C_A 是两个与材料相关的常数, 并且

$$\alpha_M = \frac{\pi}{M_s - M_f},\quad \alpha_A = \frac{\pi}{A_f - A_s}$$

编写 UMAT 子程序, 将形状记忆合金材料加入 ABAQUS 有限元平台的材料库, 借助 ABAQUS 强大非线性分析功能, 完成形状记忆合金相关问题的仿真分析。

首先对单根形状记忆合金丝, 在不同温度下受到轴向拉力作用, 用 ABAQUS 进行分析, 可得出不同温度下形状记忆合金的应力-应变曲线如图 1 所示。图中曲线表明了形状记忆合金的记忆效应和超弹性等性能。然后对两端固定, 有初始应变的形状记忆合金丝处于变化的温度场中, 用 ABAQUS 进行分析, 可得出温度应力-曲线如图 2 所示。表明了形

状记忆合金与温度相关控制功能。图 3 为形状记忆合金在循环加载下的应力-应变曲线,表明了它的伪弹性和耗能能力。这些结果也验证了 UMAT 子程序的正确性。

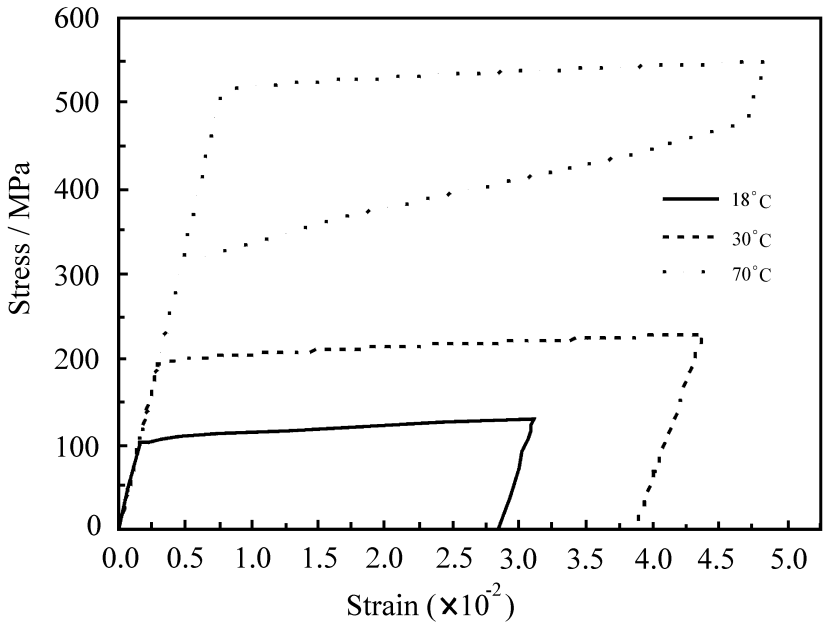

图 1　不同温度下丝的应力-应变曲线

Fig. 1　Stress-strain curve under different temperatures

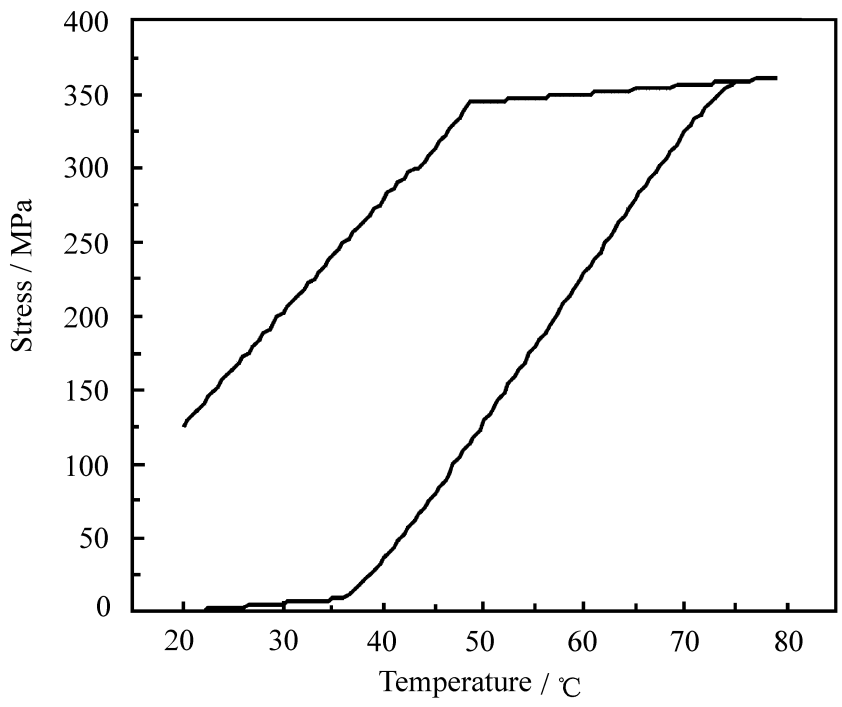

图 2　约束情况下温度应力曲线

Fig. 2 Stress-temperature curve under restrained condition

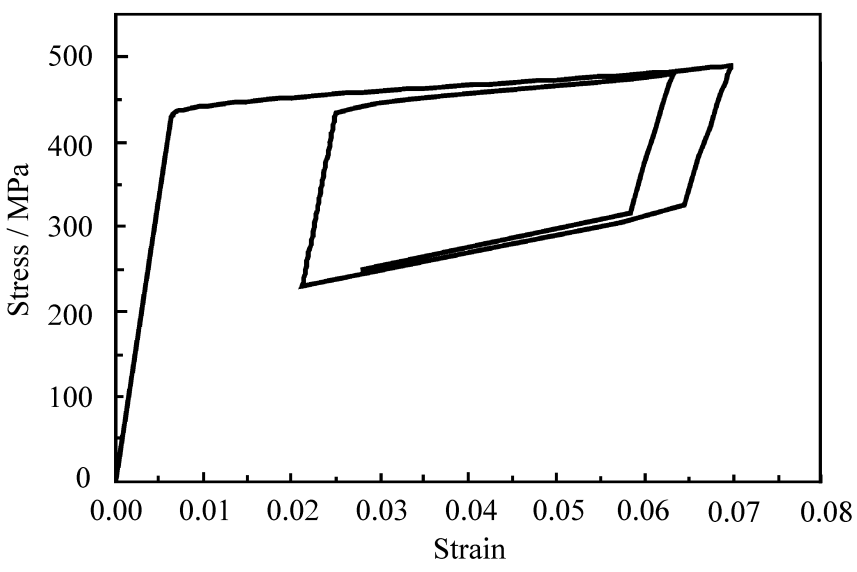

图 3　循环加载下应力-应变曲线

Fig. 3　Stress-strain curve under cyclic load

2　形状记忆合金丝加强粘弹性梁的弯曲变形

形状记忆合金丝加强粘弹性梁如图 4、图 5 所示。梁采用环氧树脂制成,梁中轴线处预埋 7 根纵向排列的聚四氟乙烯套管,经过预拉伸的形状记忆合金丝穿插在套管中,丝与梁分别固定,板中点受集中荷载 F 的作用。整个结构处于变化温度场中,对环氧树脂梁中点挠度随温度、时间的变化过程进行计算机模拟。

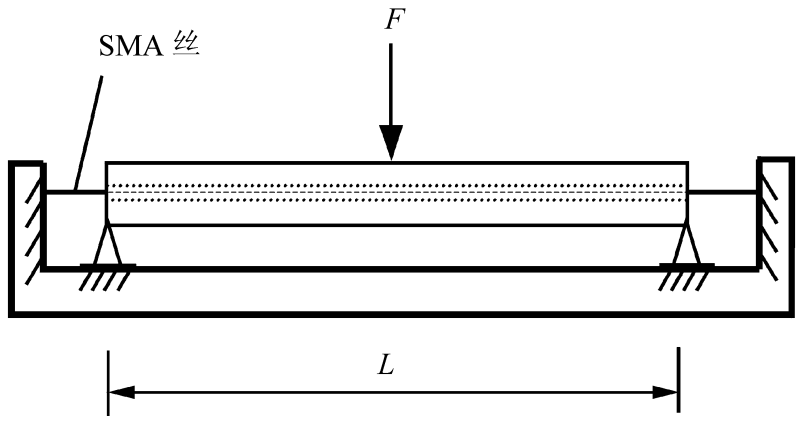

图 4　粘弹基镍钛合金加强梁

Fig. 4　SMA reinforced viscoelastic beam

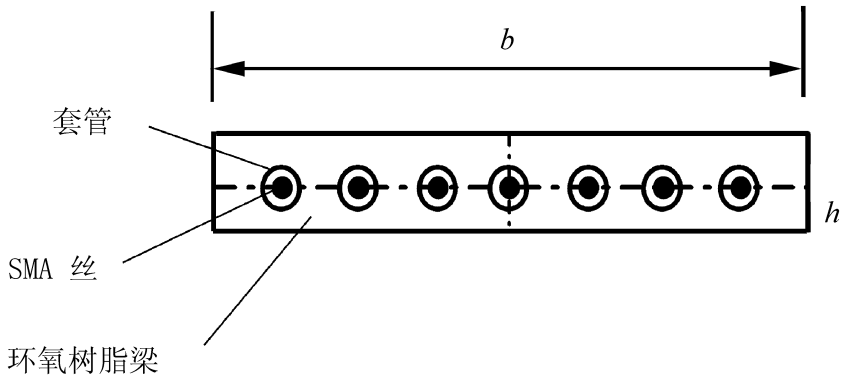

图 5　粘弹基镍钛合金加强梁横截面

Fig. 5　Beam cross-section

结构的几何参数为: L= 100 mm, b= 25 mm, h= 3. 7 mm, a= 5 mm。梁中点所受集中荷载为 F= 7. 84 N。本文作者所用材料参数及试验结果来自我们前期的实验[6]。形状记忆合金丝的参数见表 1 和表 2。两次试验形状记忆合金丝的预拉伸应变 X 分别为 2. 78 % 和 3. 61 %。试验中发现: 不同预应变的 SMA 具有不同的奥氏体相变起始温度和终了温度,见表 1。其它材料参数见表 2。

环氧树脂属粘弹性材料,其性质依赖于温度、时间和加载历史。采用热粘弹性材料的积分型本构关

表 1 NiTi 合金丝奥氏体转化温度

Table 1 Austenite start temperature

X_{f_0}/%	2.78	3.61
A_s/℃	66	70
A_f/℃	73	77

表 2 NiTi 丝的其它材料特性

Table 2 Material coefficients of SMA

相变温度 /℃	弹性模量 /GPa	相变系数 /MPa·℃$^{-1}$	临界应力 /MPa	其他常数
M_s= 27	D_a= 55	C_a= 11.8	e_s^{cr}= 100	[= 0.3
M_f= 18	D_m= 20	C_m= 11.8	e_f^{cr}= 170	X_L= 0.06

系如下:

$$e(t) = \int_0 E_r(a - a')\left(\frac{\partial X(f)}{\partial f} - \frac{\partial X^T(f)}{\partial f}\right)df \quad (15)$$

其中松弛模量 $E_r(a)$ 可用并联 Maxwell 模型 $E_r(a) = E_0(\infty) + \sum_{i=1}^{n_E} E_i e^{(-a/\wedge E_i)}$ 进行模拟。由前期试验结果拟合得知 $E_r(a) = 0.573386 + 1.51516e^{-a/1.246\times10^{10}} + 1.80146e^{-a/2.3823\times10^{13}}$。根据热流变简单物质假定, 材料符合时温等效原理, 折减时间 a 可以表示为

$$a(t) = \int_0 Q(T(f))df$$

其中: Q为不同温度下的转换系数, 由试验得到, 其数值见表 3。

上述结果通过曲线拟合得到 Q(T)。

用 ABAQUS 建立整个结构分析模型, 用 10 个 B21 平面梁单元划分基体梁, 材料模型用库中的 Viscoelastic 模型输入, 表 3 所示的转换系数用 UTRS 子程序单元引入。用 Rebar 单元模拟形状记忆合金丝对梁的加强作用, 采用 UMAT 编写的形状记忆合金的一维本构模型进行粘弹性分析可得梁中点挠度随温度变化的情况。对于 SMA 丝预应变分别为 2.78 % 和 3.61 % 的两根梁, 结果如图 6 和图 7 所示。

由图 6(图 7)可以看出: 在丝达到奥氏体转变起始温度 66℃(73℃)前, 梁中的热荷载减小了梁的横向刚度, 梁中点挠度随温度上升而增大。当温度超过奥氏体转变起始温度后, 丝的收缩力加大, 提升了梁的横向刚度, 使梁中点挠度减小。而当温度超过 70℃后, 环氧树脂的热粘性开始起主导作用, 横向刚度减小, 梁的挠度重新上升。有限元模型和试验结果非常接近, 说明利用 ABAQUS 建立此类问题的 FEM 模型可以较好地模拟 SMA 增强复合材料的力学行为。

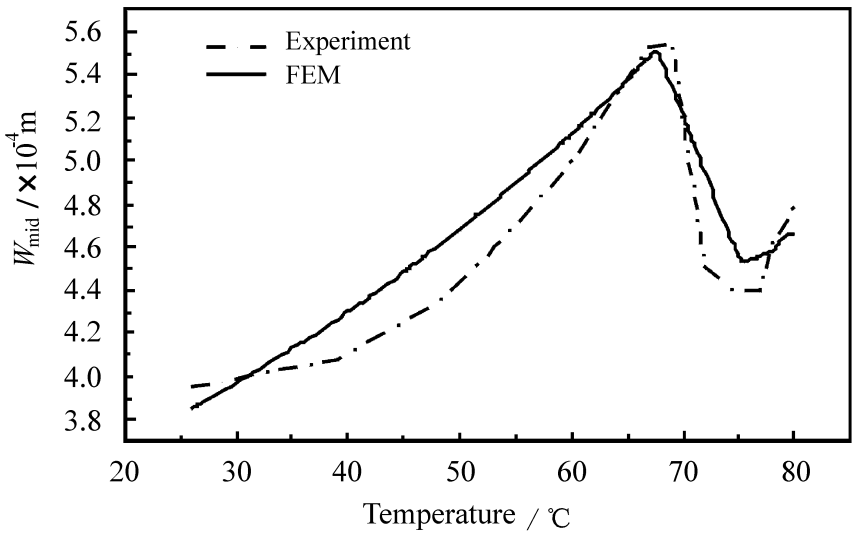

图 6 梁中点挠度及温度曲线 X_0= 0.0278

Fig. 6 Midpoint displacement-temperature curve (X_0= 0.0278)

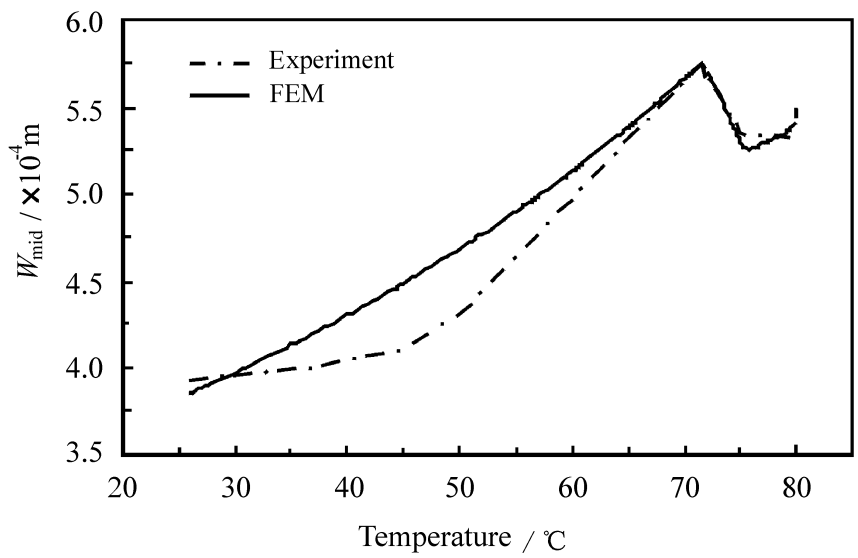

图 7 梁中点挠度及温度曲线 X_0= 0.0361

Fig. 7 Midpoint displacement-temperature curve (X_0= 0.0361)

3 结 论

形状记忆合金由于复杂的相变动力关系, 使得应力、应变和温度之间存在复杂的非线性关系。聚合物基体材料的应变与应力历程和温度历程有关, 也是高度非线性的材料。形状记忆合金与树脂基复合材料组成的实际的智能材料(结构)的行为很难用解析方法求解。本文作者用UMAT引入形状记忆合

表 3 不同温度下的转换系数

Table 3 Shift factors for various temperatures

温度 T/℃	20.12	32.26	40.67	50.33	60.17	70.60	80.35	90.26	100.19
Q	1	8.812	13.88	787.4	206241	5.2203E7	1.023E10	1.0006E11	2.149E11

金的本构关系,同时用 UTRS 设定环氧树脂基体的粘弹性本构关系,借助 ABAQUS 分析了镍钛 SMA 丝增强环氧树脂基体梁在侧向载荷下的粘弹性弯曲问题。计算机模拟的结果与实验结果比较吻合。这一初步研究为分析更复杂的 SMA 增强的智能结构的各种问题提供了基础。

参考文献:

[1] Brinson L C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable [J]. J of Intelligent Material Systems and Structures, 1993, 4(2): 229- 242.

[2] 孙国钧. 形状记忆合金复合材料梁的弯曲 [J]. 复合材料学报, 1995, 12(4): 119- 124.

[3] Baz A, Poh S, Ro J, et al. Active control of nitinol-reinforced composite beams [A]. In: Tzou H S editor. Intelligent Structures and Systems [C]. The Netherlands: Kluwer Academic, 1992.

[4] Baz A, Poh S, Ro J, Gilheany J. Control of the natural frequencies of nitinol-reinforced composite beams [J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 185(1): 171- 185.

[5] Epps J, Chandra R. Shape memory alloy actuation for active tuning of composite beams [J]. Smart Materials and Structures, 1997, 6(3): 251- 264.

[6] Sun S S, Sun G, Wu J S. Thermo-viscoelastic bending analysis of a shape memory alloy hybrid epoxy beam [J]. Smart Materials and Structures, 2002, 11(6): 970- 975.