复 合 材 料 学 报　　第21 卷　第6 期　12 月　2004 年
Acta Materiae Compositae Sinica　　Vol. 21　No. 6　December　2004

文章编号: 1000-3851(2004) 06-0173-06

形状记忆合金短纤维增强弹塑性基体复合材料的力学行为

张　臻, 沈亚鹏*, 王　健
(西安交通大学 机械强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

摘　要:　基于 Eshelby 等效夹杂方法和 Mori-Tanaka 的平均化理论推导了针对SMA 短纤维增强弹塑性基体复合材料的细观力学模型。利用此模型, 分析了这种复合材料的力学行为, 讨论了材料温度、纤维体积分数和纤维特征形状等参数对复合材料残余应力和残余应变的影响。这对复合材料的分析和设计都有重要的意义。

关键词:　形状记忆合金; 短纤维; 复合材料
中图分类号:　TB330.1; TB381　　**文献标识码**: A

MECHANICAL PROPERTIES OF SMA COMPOSITES EMBEDDED WITH ALIGNED SMA SHORT FIBER IN ELASTOPLASTIC MATRIX

ZHANG Zhen, SHEN Yapeng*, WANG Jian
(The State Key Laboratory of Mechanical and Vibration, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract:　A micromechanical model was developed to study the mechanical behavior of a composite system consisting of aligned shape memory alloy (SMA) short fiber in elastoplastic matrix in the uniform thermal field. The analytical model was based on the Eshelby's equivalent inclusion method and the Mori-Tanaka scheme. The numerical example illustrates the mechanical response of SMA short fiber composite under isothermal longitudinal cycle loading. The effects of temperature, fiber volume fraction and fiber aspect ratio on the residual stress and residual strain of the composite were discussed, which is helpful to design the intelligent composites.

Keywords:　shape memory alloy; short fibers; composites

近年来, 形状记忆合金(SMA) 作为一种新的功能材料被广泛地应用于智能材料与结构中。利用SMA 在承受热、力外载时产生热弹性马氏体相变的特性, 将SMA 材料做成颗粒状、丝状或带状嵌入基体材料, 如聚合物、金属或陶瓷中, 通过SMA 的相变或逆相变达到控制复合材料的形状、阻尼、振动的目的[1~4]。对SMA 增强复合材料本构行为的研究目前多集中在弹性基体复合材料[5~10], 而对弹塑性基体复合材料的研究仍然有限[11~13]。

本文作者基于Eshelby 等效夹杂模型和 Mori-Tanaka 的场平均法, 考虑到SMA 材料的强物理非线性和基体材料的塑性性质, 发展了增量型的细观力学模型; 计算了在不同相变温度范围内复合材料的宏观应力-应变行为, 讨论了不同纤维体积分数和纤维特征形状对复合材料的残余应力和残余应变的影响。

1　SMA 纤维和基体的本构关系

1.1　SMA 纤维材料的本构关系

形状记忆合金由马氏体相(Martensite) 和奥氏体相(Austenite) 构成, SMA 的形状记忆效应(SME) 和伪弹性(PE) 特性与SMA 材料热弹性马氏体相变密切相关。在相变过程中, 有四个材料特征温度: 马氏体向奥氏体相变开始温度, A_s; 马氏体向奥氏体相变结束温度, A_f; 奥氏体向马氏体相变开始温度, M_s; 奥氏体向马氏体相变结束温度, M_f。

收稿日期: 2003-10-30; 收修改稿日期:2004-01-13
基金项目: 国家自然科学基金(50135030)
通讯作者: 沈亚鹏, 教授, 电磁介质力学, 智能材料及其结构系统的力学分析　E-mail:ypshen@mail.xjtu.edu.cn

SMA 的材料工程常数可表达为马氏体体积分数 ξ 的线性函数

$$E^f = \xi E^M + (1-\xi) E^A$$
$$\nu^f = \xi \nu^M + (1-\xi) \nu^A \qquad (1)$$
$$\alpha^f = \xi \alpha^M + (1-\xi) \alpha^A$$

其中：E 为杨氏模量；ν 为泊松比；α 为热膨胀系数；上标 f、M 和 A 分别表示纤维、马氏体和奥氏体。材料的应力-应变关系由广义 Hook 定律获得，即

$$\sigma_{ij}^f = C_{ijkl}^f [\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl}^f (T - T_0) - \varepsilon_{kl}^{tr}] \qquad (2)$$

其中：ε_{kl}、$T - T_0$ 和 ε_{kl}^{tr} 分别为总应变、温度变化和相变应变；T_0 为材料初始温度；σ_{ij}^f、α_{kl}^f 和 C_{ijkl}^f 分别为应力分量、热膨胀系数和材料弹性常数，其中 C_{ijkl}^f 和 α_{kl}^f 可由公式(1)得出。由文献[12]的假设，SMA 的相变应变率可以写为

$$\dot{\varepsilon}_{kl}^{tr} = \omega_{kl} \dot{\xi} \qquad (3)$$

其中，相变应变系数

$$\omega_{11} = \omega_{22} = -\frac{1}{2}\omega, \quad \omega_{33} = \omega \qquad (4)$$

由式(2)、式(3)得增量型的本构关系

$$\Delta\sigma_{ij}^f = C_{ijkl}^f(\xi)(\Delta\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl}(\xi)\Delta T - \omega_{kl}\Delta\xi) \qquad (5)$$

三维应力状态下的相变运动方程，可以通过引入等效应力 σ_{eff} 代替单轴应力的方法由余弦模型[14,15]来描述

马氏体向奥氏体转变

$$C_A(T - A_f) \le \sigma_{eff} \le C_A(T - A_s)$$

$$\xi = \frac{\xi_0}{2}\cos\left[a_A\left(T - A_s - \frac{\sigma_{eff}}{C_A}\right)\right] + 1 \qquad (6)$$

奥氏体向马氏体转变

$$C_M(T - M_s) \le \sigma_{eff} \le C_M(T - M_f)$$

$$\xi = \frac{1-\xi_0}{2}\cos\left[a_M\left(T - M_f - \frac{\sigma_{eff}}{C_M}\right)\right] + \frac{1+\xi_0}{2} \qquad (7)$$

其中：$a_A = \pi/(A_f - A_s)$；$a_M = \pi/(M_s - M_f)$；其它参数均为材料常数。

1.2　基体材料的本构关系

设基体材料为各项同性的弹塑性材料，其增量型的本构关系为

$$d\sigma_{ij}^m = C_{ijkl}^m(d\varepsilon_{kl}^m - \alpha_{kl}^m dT - d\varepsilon_{kl}^p) \qquad (8)$$

其中：$d\sigma_{ij}^m$、$d\varepsilon_{kl}^m$、dT 和 $d\varepsilon_{kl}^p$ 分别代表应力增量、应变增量、温度增量和塑性应变增量；α_{kl}^m、C_{ijkl}^m 分别为热膨胀系数、刚度矩阵。由 von-Mise 屈服准则

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{f}{\sigma_{ij}^{m\prime}} d\lambda = \frac{3\sigma_{ij}^{m\prime}}{2\sigma_{eff}^m} d\lambda \qquad (9)$$

$$d\lambda = \frac{d\sigma_{eff}^m}{H'} \qquad (10)$$

其中：σ_{eff}^m 为等效应力；应力偏量 $\sigma_{ij}^{m\prime} = \sigma_{ij}^m - (1/3)\sigma_{kk}^m\delta_{ij}$；$H'$ 为材料的强化常数；加载时 $d\lambda > 0$，卸载时 $d\lambda = 0$。

2　细观力学模型

在文献[10]考虑 SMA 短纤维增强弹性基体复合材料工作的基础上，基于 Eshelby 等效夹杂模型和 Mori-Tanaka 的场平均法，考虑到 SMA 材料的强物理非线性和基体材料的弹塑性性质，发展了增量型的分析方法。在分析中，假定温度在整个复合材料中是均匀且不变的。分析模型如图1所示，规则排列的短纤维镶嵌在各向同性的无限大基体中，所有纤维沿 x_3 轴排列，被假定为扁长的椭球体具有相同的几何尺寸。分别标记复合材料和短纤维所占区域为 G 和 Ω，则基体为 G-Ω。

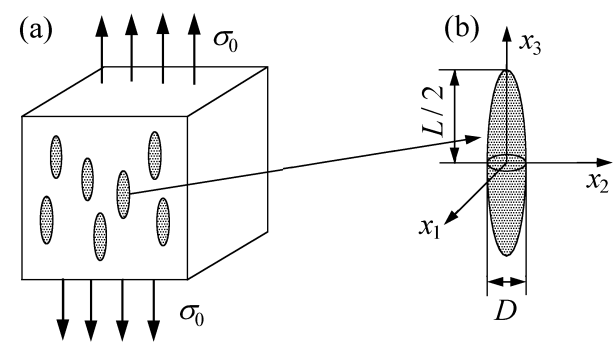

图1　细观力学模型

Fig. 1　Micromechanical model for composites consisting of SMA short fibers

在复合材料的纤维方向上施加一个均匀的应力增量 $\Delta\sigma$，定义基体中的平均应力增量

$$\Delta\sigma^m = C^m(\Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{交}) \qquad (11)$$

其中：$\Delta\varepsilon$ 对应于没有引入纤维时基体的弹性应变增量，由下式给出：

$$\Delta\sigma = C^m \Delta\varepsilon \qquad (12)$$

$\Delta\varepsilon^{交}$ 是由于引入 SMA 纤维后基体中的弹性扰动应变增量。

定义纤维中的应力增量为

$$\Delta\sigma^f = C^f(\Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{交} + \Delta\tilde{\varepsilon} - \Delta\varepsilon^{mis}) \qquad (13)$$

其中：$\Delta\tilde{\varepsilon}$ 为纤维中的扰动应变增量；$\Delta\varepsilon^{mis}$ 为不匹配应变增量，由下式给出：

$$\Delta\varepsilon^{mis} = \Delta\varepsilon^{\alpha} + \Delta\varepsilon^{tr} - \Delta\varepsilon^{pm} \qquad (14)$$

$\Delta\varepsilon^{\alpha}$ 是由于热膨胀系数不同引起的不匹配应变增量

$$\Delta\varepsilon^{\alpha} = (\alpha^f - \alpha^m)\Delta T \qquad (15)$$

$\Delta\varepsilon^{pm}$ 是基体塑性变形引起的不匹配应变

$$\Delta\varepsilon^{pm} = \frac{3}{2H'}\frac{\Delta\sigma_{eff}^m}{\sigma_{eff}^m}\sigma^{m\prime} \qquad (16)$$

$\Delta\varepsilon^{tr}$ 是纤维相变引起的不匹配应变增量，由式(3)、式(4)、式(5)，其表达式可以写为

$$\Delta\varepsilon^{tr} = \omega^f\Delta\xi = \omega^f(\xi'_T\Delta T + \xi'_{\sigma_{eff}}\Delta\sigma^f_{eff}) \quad (17)$$

其中，ξ'_T 和 $\xi'_{\sigma_{eff}}$ 分别为马氏体分数对温度和应力的导数。

基于 Eshelby 的等效夹杂方法，通过引入虚构的本征应变 $\Delta\varepsilon^*$，给出用基体模量表示的纤维中的应力

$$\Delta\sigma^f = C^m(\Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{tr} + \Delta\tilde{\varepsilon} - \Delta\varepsilon^* - \Delta\varepsilon^{mis}) \quad (18)$$

扰动应变增量 $\Delta\tilde{\varepsilon}$ 可以写为

$$\Delta\tilde{\varepsilon} = S(\Delta\varepsilon^* + \Delta\varepsilon^{mis}) \quad (19)$$

S 为 Eshelby 张量，其具体形式可见文献[16]。

在 Ω 区域中应满足

$$C^f(\Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{tr} + \Delta\tilde{\varepsilon} - \Delta\varepsilon^{mis})$$
$$= C^m(\Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{tr} + \Delta\tilde{\varepsilon} - \Delta\varepsilon^* - \Delta\varepsilon^{mis}) \quad (20)$$

将式(19)代入式(20)

$$C^f[\Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{tr} + S\Delta\varepsilon^* + (S - I)\Delta\varepsilon^{mis}]$$
$$= C^m[\Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{tr} + (S - I)(\Delta\varepsilon^* + \Delta\varepsilon^{mis})] \quad (21)$$

其中，I 表示单位矩阵。

根据 Mori-Tanaka 的场平均法，在 G 区域的应力的体积平均应当等于外加应力增量 $\Delta\sigma$，即

$$f\Delta\sigma^f + (1 - f)\Delta\sigma^m = \Delta\sigma \quad (22)$$

其中，f 为纤维体积分数。

基体和纤维中的应变增量可以分别写为

$$\Delta\varepsilon^m = \Delta\varepsilon + \Delta\varepsilon^{tr} + \Delta\varepsilon^{pm} + \alpha^m\Delta T \quad (23)$$

$$\Delta\varepsilon^f = \Delta\varepsilon^m + \Delta\tilde{\varepsilon} \quad (24)$$

复合材料的宏观等效应变增量为

$$\Delta\varepsilon = f\Delta\varepsilon^f + (1 - f)\Delta\varepsilon^m \quad (25)$$

由式(11)、式(13)、式(16)、式(21)、式(22)，总控制方程写为

$$\begin{matrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 & D_5 \\ E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & E_5 \\ F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 \end{matrix} \begin{matrix} \Delta\varepsilon^{tr} \\ \Delta\varepsilon^* \\ \Delta\varepsilon^{pm} \\ \Delta\sigma^f \\ \Delta\sigma^m \end{matrix} = \begin{matrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{matrix} \quad (26)$$

其中

$$A_1 = C^m,\ A_5 = -I,\ G_1 = -\Delta\sigma \quad (27)$$

$$B_1 = C^m,\ B_2 = C^m(S - I),\ B_3 = -C^m(S - I),$$
$$B_4 = C^m(S - I)\omega^f\xi'_{\sigma_{eff}}\sigma'_{eff} - I,$$
$$G_2 = -C^m\{\Delta\varepsilon + (S - I)[(\alpha - \alpha_m)\Delta T + \omega^f\xi'_T\Delta T]\} \quad (28)$$

$$D_3 = I, \qquad D_5 = -\frac{3}{2H'}\frac{\sigma^{m'}_{eff}}{\sigma^{m}_{eff}}\sigma^{m'} \quad (29)$$

$$E_1 = C^f - C^m,\ E_2 = C^fS - C^m(S - I),$$
$$E_3 = (C^m - C^f)(S - I),$$
$$E_4 = (C^f - C^m)(S - I)\omega^f\xi'_{\sigma_{eff}}\sigma'_{eff} \quad (30)$$
$$G_4 = (C^m - C^f)\Delta\varepsilon + (C^m - C^f)(S - I) \times$$
$$[(\alpha - \alpha_m)\Delta T + \omega^f\xi'_T\Delta T],$$
$$F_4 = fI,\quad F_5 = (1 - f)I,\quad G_5 = \Delta\sigma \quad (31)$$

值得注意的是：在模型的建立中，使用了基于 Eshelby 解的平均化的方法，这种平均化的处理对于复合材料弹性等效行为的预测的有效性已经得到大量研究工作的验证[16]，而对于复合材料进入塑性变形后该假设有效性的讨论，文献[17，18]认为，平均化的处理方法适用于颗粒增强复合材料或外力作用于纤维轴向时，而对于横向的拉伸压缩或剪切荷载则是不适合的。因此，对于本文中讨论的 SMA 短纤维弹塑性基体复合材料，所建立的模型是适用的。

3　数值结果与讨论

本文数值算例中，SMA 纤维材料为 NiTi，材料的工程常数：$E^A = 30.0$ GPa，$E^M = 13.0$ GPa，$C_A = 8.4$ MPa·℃$^{-1}$，$C_M = 11.3$ MPa·℃$^{-1}$，$\nu = 0.30$，$\alpha^A = 11 \times 10^{-6}$ ℃$^{-1}$，$\alpha^M = 6.6 \times 10^{-6}$ ℃$^{-1}$，$A_s = 29$ ℃，$A_f = 51$ ℃，$M_s = 23$ ℃，$M = 5$ ℃。基体材料为具有典型弹塑性特点的聚合物材料，材料常数：$E = 4.6$ GPa，$\nu = 0.35$，$\alpha = 38 \times 10^{-6}$ ℃$^{-1}$，$\sigma^M = 20$ MPa，$H' = 1.4$ GPa。算例中，复合材料中 SMA 的初始状态为完全奥氏体状态($\xi = 0$)，不考虑材料在制造过程的残留应力和缺陷。复合材料在纤维长轴方向 x_3 受到均匀应力作用，外力加载到 SMA 材料完全相变至马氏体状态，随即再卸载至零。

图2 给出了 25 ℃、40 ℃、60 ℃时的复合材料宏观应力-应变关系，它们分别对应于 SMA 材料的 $M_s < T < A_s$，$A_s < T < A_f$ 和 $T > A_f$ 温度范围。相应的纤维马氏体体积分数与复合材料所受外载的关系如图3。由图2 可以看出，加载时各条曲线有两个转折点，a 点为基体屈服点，b 点为 SMA 相变点。卸载过程中，在 25 ℃($M_s < T < A_s$) 时，SMA 材料在卸载时没有逆相变发生；在40 ℃($M_s < T < A_s$) 和60 ℃($A_s < T < A_f$) 时，伴随着卸载 SMA 有逆马氏体相变发生。卸载后，复合材料中存在残余应力和应变。图4 和图5 定量地给出了 SMA 的残余等效应力和复合材料的残余应变与温度变化的关系。

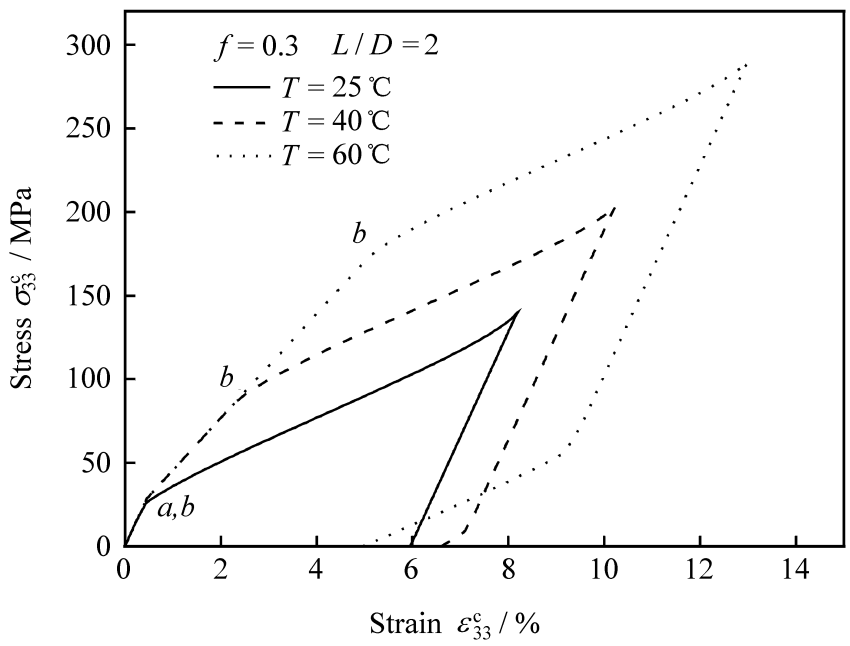

图2　不同温度下复合材料应力-应变关系

Fig. 2　Effective behavior of SMA composite at different temperatures

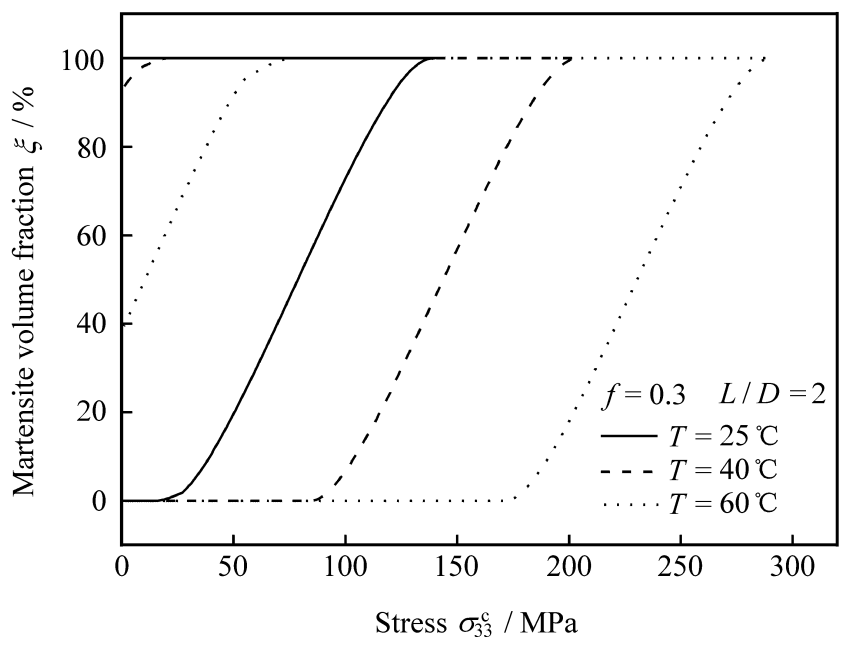

图3　不同温度下SMA纤维马氏体体积分数与加载应力的关系

Fig. 3　Martensite volume fraction of the SMA fiber versus loading stress at different temperatures

从图4中可以看到，SMA的残余等效应力在较低温度时随温度的增加而降低，在某一温度值时残余应力降为零，此后随着温度的升高残余应力增长。值得注意的是对应于残余应力为零的温度，复合材料的残余应变并不为零。之所以出现这种现象可以解释为：在特定温度下，卸载时基体中因塑性变形造成的不可回复应变与SMA纤维由于相变造成的不可回复应变刚好匹配，卸载后出现残余应力为零却有残余应变的现象。图5中在较低温度时，随温度的增加复合材料的残余应变增加，在达到最大值后残余应变随温度的升高而降低。这是因为复合材料的残余应变是由基体和SMA纤维的相互作用决定的，而温度对这两个因素的影响是不同的。加载时温度越高，产生马氏体相变所需要的应力也会越高，基体的塑性变形也会增加；而卸载时，在一定范围内，温度越高越有利于SMA材料马氏体相变应变的回复。

图6给出了不同纤维体积分数下复合材料的宏观应力-应变关系，图7给出了与之对应的SMA纤维的马氏体分数与复合材料所受轴向应力的关系。图中可以看到随着体积分数的减小，卸载时复合材料的残余应变增大，而SMA逆马氏体相变的程度越来越小，当f = 0.1，卸载时不发生逆马氏体相变。这是因为随着纤维体积分数的减小，SMA纤维的残余应力增加（图8），当残余应力大到一定程度时，SMA纤维在整个卸载过程中都不发生逆马氏体相变。图9给出了复合材料的残余应变和纤维体积分数的关系，当纤维体积分数增加时复合材料的残余应变减小。这是因为纤维体积分数越高，卸载时逆马氏体相变程度越高，导致复合材料的残余应变越小。

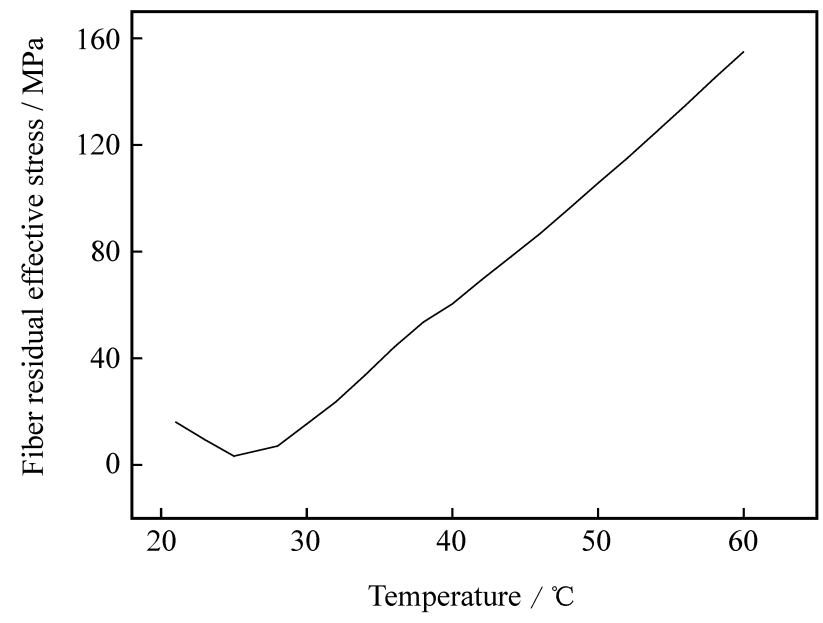

图4　SMA纤维残余应力与温度的关系

Fig. 4　Fiber residual effective stress versus temperature

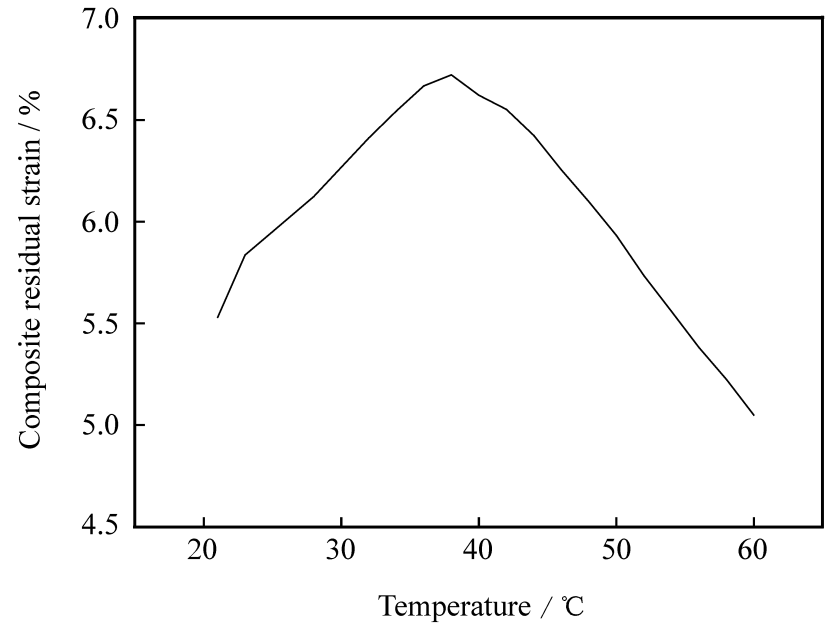

图5　复合材料残余应变随温度的改变

Fig. 5　Composite residual strain versus temperature

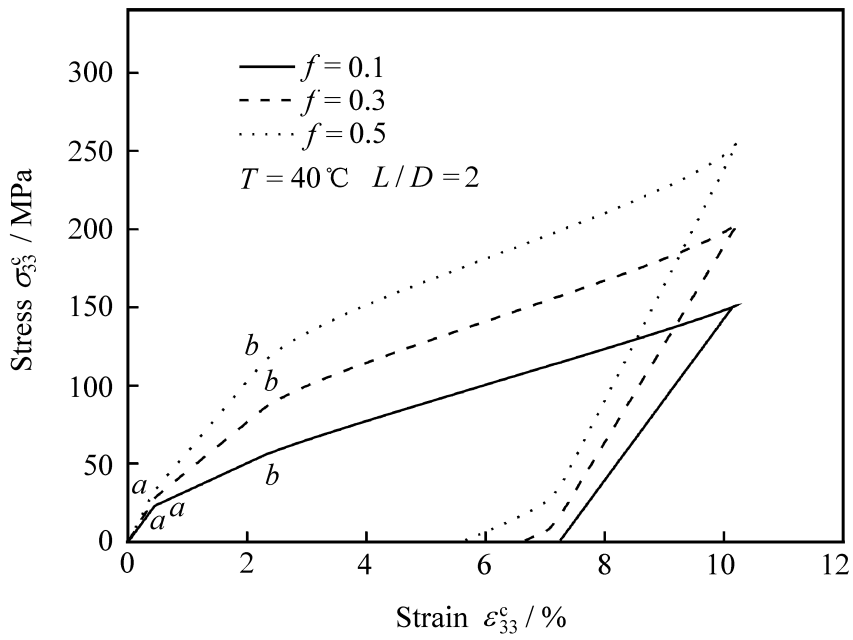

图6　不同纤维体积分数复合材料的应力-应变关系

Fig. 6　Stress-strain curves of different fiber volume fraction composites

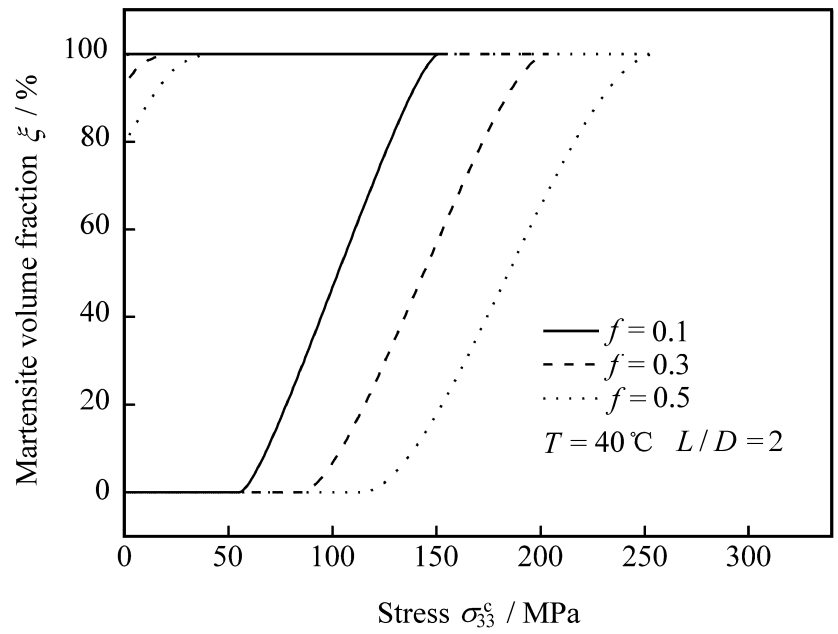

图7　不同纤维体积分数SMA马氏体分数随加载应力的变化

Fig. 7　The change of the martensite volume fraction with loading stress for different fiber volume fractions

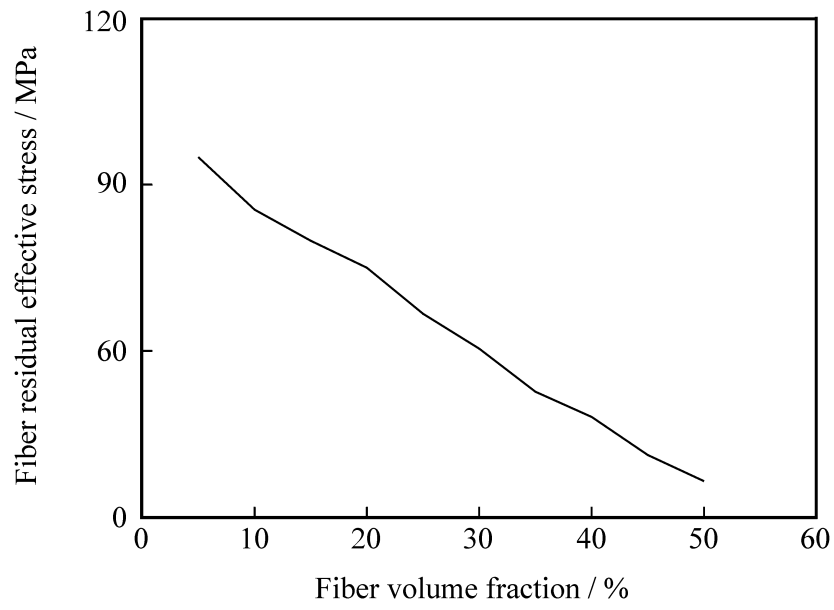

图8　纤维残余应力与纤维体积分数的关系

Fig. 8　Fiber residual effective stress versus fiber volume fraction

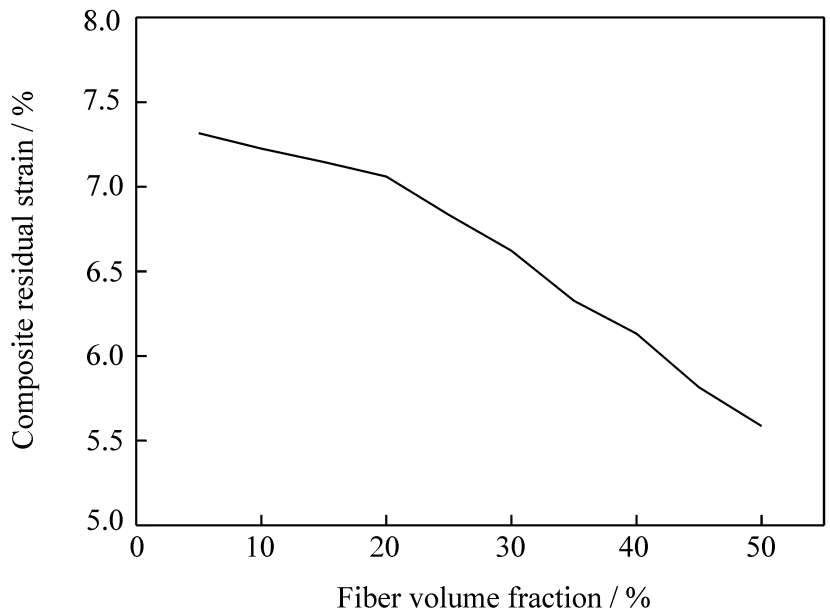

图9　复合材料残余应变和纤维体积分数的关系

Fig. 9　Composite residual strain versus fiber volume fraction

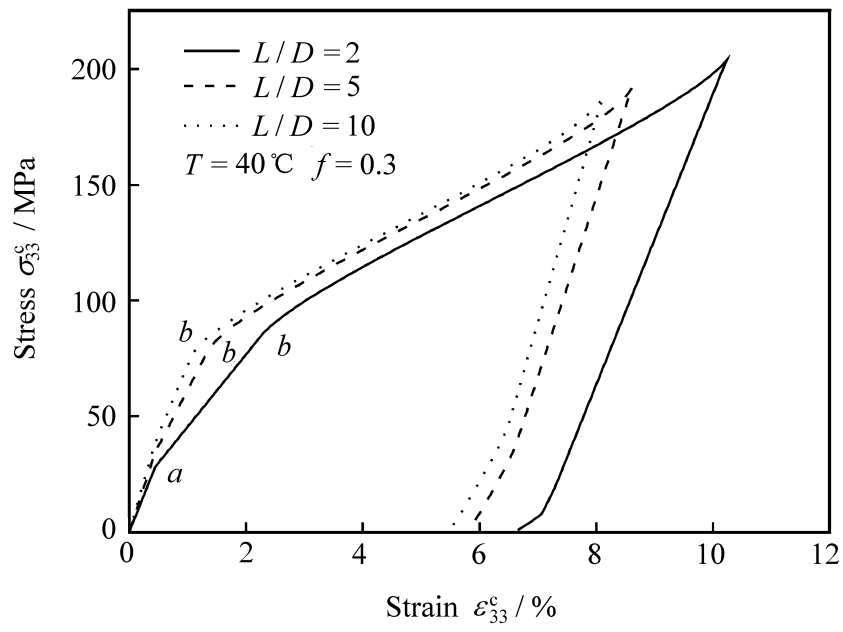

图10　不同纤维特征几何尺寸(L/D)复合材料的等效应力-应变关系

Fig. 10　Stress-strain response at different fiber aspect ratios

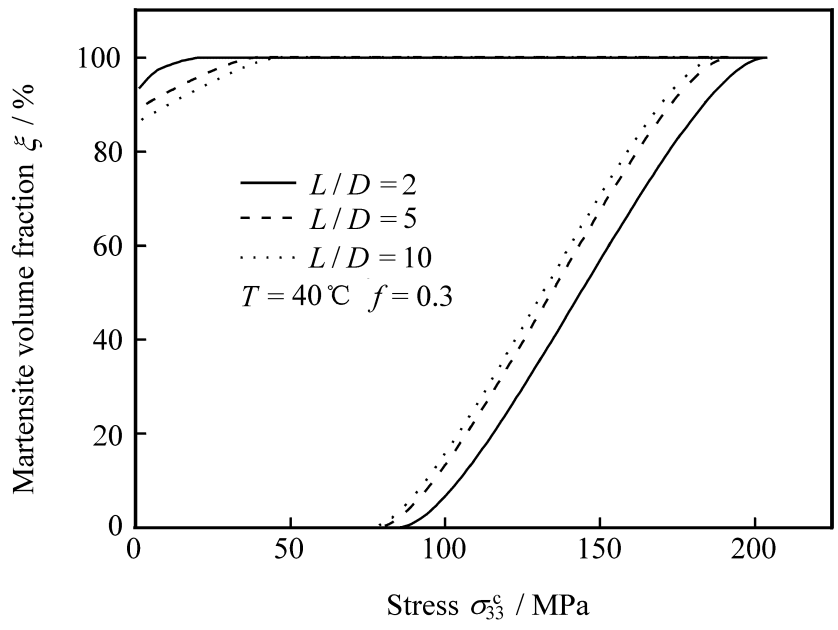

图11　不同纤维特征几何尺寸(L/D)纤维马氏体分数与加载应力的关系

Fig. 11　The change of martensite volume fraction with loading stress at different fiber aspect ratios

图10 给出了短纤维特征形状 L/ D 对复合材料力学性能的影响。图11 给出了与之对应的SMA纤维的马氏体分数与复合材料所受轴向应力的关系。图12 和图13 分别给出了纤维残余应力和复合材料残余应变随纤维形状变化的规律。图中可以看出，随着 L/ D 值变小，卸载时纤维中的残余应力变大，使得其逆马氏体相变的程度也越来越小，同时复合材料的残余应变则变大。

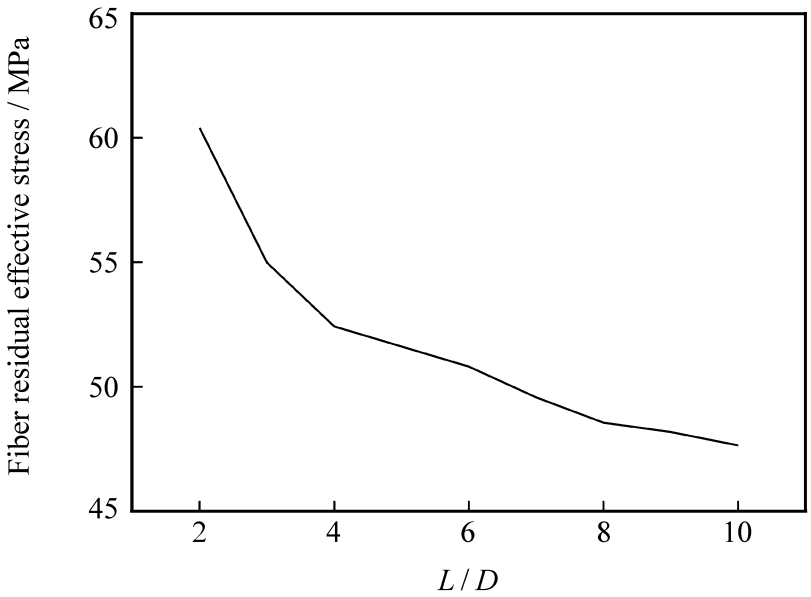

图12　纤维残余应力与纤维特征几何尺寸(L/ D) 的关系

Fig. 12　Fiber residual effective stress versus fiber aspect ratio

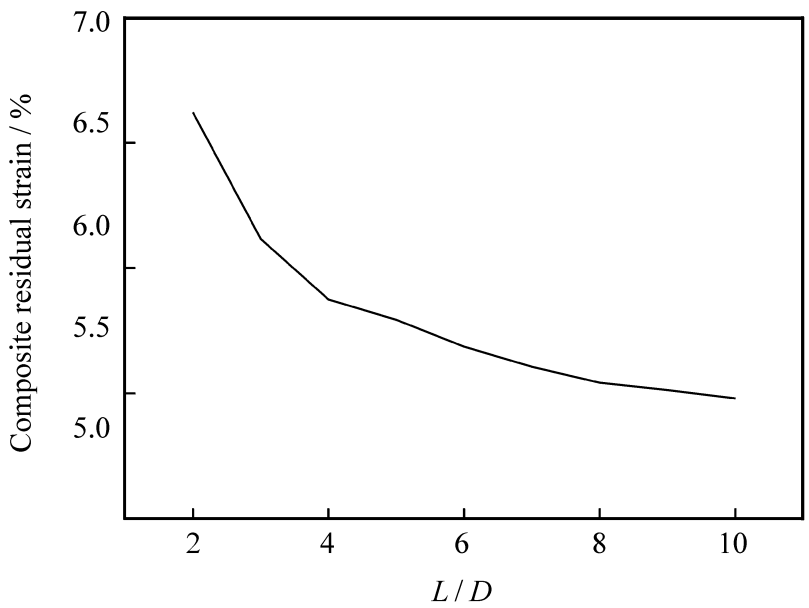

图13　复合材料残余应变和纤维特征几何尺寸(L/ D) 的关系

Fig. 13　Composite residual strain versus fiber aspect ratio

4　结　论

基于Eshelby 等效夹杂方法和 Mori-Tanaka 的平均化理论推导了针对SMA 短纤维增强弹塑性基体复合材料的细观力学模型，计算了复合材料在轴向应力下的力学响应，研究了温度、纤维体积分数以及纤维形状对复合材料中的残余应力和残余应变的影响，给出了一些定量的结论，为设计提供了依据。

参考文献:

[1]　hoi S, Lee J J. The shape control of a composite beam with embedded shape memory alloy wire actuators [J]. Smart Materials and Structures, 1998, 7(6): 759-770.

[2]　Reynaerts D, Brussel H V. Design aspects of shape memory actuators [J]. Mechatronics, 1998, 8(6): 635-656.

[3]　Sun G J, Sun S S, Xu X D, Wu J S. A study on thermomechanical deformation of elastic beam with embedded shape memory alloy wire [J]. Materials and Design, 2000, 21(6): 525-528.

[4]　Santo Y, Tanaka K. Estimation of energy dissipation in alloy due to stress-induced martensitic transformation [J]. Res Mechanica, 1988, 23(4): 381-93.

[5]　Boyd J G, Lagoudas D C. Thermomechanical response of shape memory composites [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1994, 5(3): 333-346.

[6]　Sullivan B J. Analysis of properties of fiber composites with shape memory alloy constituents [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1994, 5(6): 825-832.

[7]　Zhang Q, Su H C, Li M M, Lin Y. Thermomechanical behavior of shape memory alloy reinforced composite laminate (Ni-Ti glass-fibre/epoxy) [J]. Composite Structures, 1999, 47(1): 705-710.

[8]　Wang J, Shen Y P. Micromechanics of composites reinforced in the aligned SMA short fibers in uniform thermal fields [J]. Smart Materials and Structures, 2000, 9(1): 69-77.

[9]　Wang J, Sze K Y, Shen Y P. Studying the thermomechanical behavior of SMcomposites with aligned SMA short fibers by micromechanical approaches [J]. Smart Materials and Structures, 2001, 10(5): 990-999.

[10]　王　健，沈亚鹏. SMA 短纤维复合材料的热胀系数和相变应变系数 [J]. 固体力学学报, 2000, 21(4): 298-305.

[11]　Cherkaoui M, Sun Q P, Song G Q. Micromechanics modeling of composite with ductile matrix and shape memory alloy reinforcement [J]. International Journal of Solids and Structures, 2000, 37(11): 1577-1594.

[12]　Aboudi J. The response of shape memory alloy composites [J]. Smart Material and Structures, 1997, 6(1): 1-9.

[13]　朱祎国，吕和祥，杨大智. SMA 长纤维增强弹塑性基体复合材料的力学性能 [J]. 复合材料学报, 2002, 19(2): 89-93.

[14]　Liang C, Rogers C A. A one-dimensional thermomechanical constitutive relations of shape memory materials [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1997, 8(4): 285-302.

[15]　Liang C, Rogers C A. The multi-dimensional constitutive relations for shape memory alloys [J]. Journal of Engineering Mathematics, 1992, 26(5): 429-443.

[16]　Mura T. Mcromechanics of defects in solids [M]. Dordre: Martinus Nijhoff Publisher, 1987.

[17]　Lagoudas D C, Gavazzi A C, Nigam H. Elastoplastic behavior of metal matrix composites based on incremental plasticity and the Mori-Tanaka averaging scheme [J]. Computational Mechanics, 1991, 8(2): 193-203.

[18]　Dvorak G J, Bahei-El-Din Y A. A biomodal plasticity theory of fibrous composite material [J]. Acta Mechanica, 1987, 69(2): 219-241.