复合材料学报 第22卷 第6期 12月 2005年
Acta Materiae Compositae Sinica Vol. 22 No. 6 December 2005

文章编号: 1000-3851 (2005) 06-0091-07

RTM 充模过程的自适应隐式控制体积法

江顺亮*[1,2], 任 燕[1], 梁声灼[1]
(南昌大学 1. 计算机系, 2. 化工系, 南昌 330029)

摘 要: 提出了一种基于界面更新的 RTM 充模分析的自适应隐式控制体积法。该隐式方法的迭代方法只对已注满结点进行求解, 然后更新界面结点的体积函数以便决定是否要更新界面。依据"一时间步, 一单元层"的思想, 采用最小二乘递推法估算隐式方法的时间步长, 并依据压力估算每个控制体积的半注满时间, 从而可以重构任何时间的流动前锋。计算表明, 本文方法极大地提高了隐式方法的适用性, 并把 RTM 充模数值模拟的计算时间复杂度降到结点数的 2 阶。

关键词: RTM; 充模; 数值模拟; 隐式方法; 时间步长
中图分类号: TB332; V258 **文献标识码**: A

ADAPTIVE IMPLICIT ALGORITHM FOR RTM MOLD FILLING SIMULATION

JIANG Shunliang*[1,2], REN Yan[1], LIANG Shengzhuo[1]
(1. Dept. of Computer Science and Technology, 2. Dept. of Chemical Engineering,
Nanchang University, Nanchang 330029, China)

Abstract: An adaptive implicit algorithm was proposed for RTM mold filling simulation. The proposed implicit algorithm was based on the update of the interface in order to track the flow front. The governing equations of the filled nodes were solved to obtain the pressure distribution, and filling fractions of the front nodes were checked to determine if any node is needed to be added to the filled nodes or be removed from the filled nodes. Based on the criterion that the resin moves forward only one element-size distance at each time step, the Recursive Least Square (RLS) adaptive method was employed dynamically to update the time step. The half-filled time of control volumes was estimated by the pressures in order to construct the flow fronts at any given time. The case studies demonstrate that the adaptive implicit algorithm improves the performance and flexibility of the implicit algorithm. The computational time complexity of 2.5D is reduced to 2 order of the node number.

Keywords: RTM; mold filling; numerical method; implicit algorithm; time step

RTM 工艺已广泛应用于建筑、交通、电讯、卫生、航空航天等领域, 它是目前欧美树脂基复合材料低成本技术发展的两大主要方向之一。二十年来对 RTM 工艺的数值模拟一直是研究热点[1~8]。研究方法主要有纯控制体积法[2,4,6] (以下称控制体积法)、纯有限元方法[5]及控制体积有限元法[1,3,7,8]。

RTM 的数值模拟正在从显式方法[1,3,4,6]向隐式方法[2,5,6]过渡。现在的隐式方法[6,7]大都采用 Voller 及其合作者[2,9,10]的方法。该方法主要有两个缺点: (1)需要对全区域进行求解, 而不是仅仅对已注满的区域进行求解, 而且还要对所有结点进行体积函数的上下限检查; (2)每一次求解时要对矩阵系数进行修改, 求解完成后再恢复它。

另外, 绝大部分 RTM 数值模拟的隐式方法的文献都是采用等时间步长, 而且没有说明采用这个时间步长的理由。大的时间步长可以有效地减少计算时间, 但将有更多的区域被越过而没有获得详细分析; 而过小的时间步长就失去了隐式方法的计算方面的优势。另外, 等时间步长对于非均匀网格和等压注射的情况, 显然不太合适。Trochu 等采用非协调有限元进行 RTM 数值模拟时曾建议"只要

收稿日期: 2004-12-27; **收修改稿日期**: 2005-06-08
通讯作者: 江顺亮, 博士, 副教授, 主要研究过程的计算机模拟及控制、数值计算 E-mail: jackjsl@yahoo.com

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

不超过一层的单元被注满，大的时间步长可以采用”[11]，但没有说明如何做到这一点。

隐式方法的另外一个没有得到解决的问题是如何重构任意时间的流动前锋。流动前锋的重构有两种办法[12]：(1) 某一时间的体积函数的轮廓线；(2) 记录下每个结点的控制体积半注满时间，在这个半注满时间分布上，任何时间的等高线被认为是该时间的流动前锋。隐式方法可以采用第一种方法来重构离散时间点上的流动前锋，但无法象显式方法一样记录下每个结点的半注满时间，从而不易重构任意时间的流动前锋。

RTM 充模流动分析的另一个有效的计算方法是方程求解的局部 Cholesky 分解法。局部 Cholesky 分解法当矩阵在逐渐变大时，保留已经分解的部分，只对新增加的部分进行分解，因此在计算结束时，相当于只对最后也是最大的稀疏矩阵进行 Cholesky 分解，避免了对逐渐变大的稀疏矩阵进行反复分解，从而节省大量的计算时间，它的计算性能反而超过了迭代求解法[2]。

本文作者将局部分解法应用于控制体积法并对现有的隐式方法[1,4,9]进行改进，提出了一个基于界面更新的隐式迭代法。隐式方法的时间步长采用自适应参数识别方法自动选取，选取的标准是“一时间步，一单元层”，即在一个时间步长内，流动前锋向前推进了一个单元层。在这样的时间步长下，每个结点的半注满时间可以被准确地估算出来，从而可以顺利地重构任意时间的流动前锋。经过这些改进后，本文的 RTM 等温数值模拟的计算性能达到甚至超过国际同期水平，其计算时间复杂度对于 2.5 维的模型是 $O(N^2)$，对于 3 维模型是 $O(N^{2.33})$，其中 N 是网格结点数，并且在现有 PC 机配置(2.0 GHz CPU 及 512 M 内存)的条件下，一小时之内完成十万结点规模(2.5 维)的 RTM 数值模拟。

1　RTM 数学模型

在 RTM 充模过程中，树脂在膜腔中的流动一般简化成不可压缩牛顿流体在多孔介质中的流动，由于 RTM 充模速度比较低，注射过程被分为一系列的稳态流动，即拟稳态流假设。可以利用达西定律来模拟和分析这种流动，即

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu}\cdot\nabla P \tag{1}$$

其中：$\vec{v}$是速度矢量，∇P 是压力梯度，μ是粘度，K 是纤维布的渗透率张量。渗透率张量表征纤维布对树脂渗透纤维布容易与否的一个参数。

由于假设树脂和纤维的密度不变，连续性方程为

$$\nabla\cdot\vec{v} + q = 0 \tag{2}$$

其中，q 为流入控制体积的流率。

通过形函数假设压力在单元中的变化，把方程(1)代入方程(2)，并在整个控制体积内积分可以获得最后的控制方程

$$\Delta t\, a_i P_i = \Delta t \sum_{nb} a_{nb} P_{nb} + \varepsilon_i (f_i^{old} - f_i) V_i \tag{3}$$

其中：Δt 是时间步长，a 是压力方程的系数，P 是结点的压力，下标 i 指控制体积的中心结点，下标 nb 指相邻的结点，ε 是空隙率，V_i 是控制体积的体积，f_i^{old} 是前一时间步的体积函数值，f_i 是当前的体积函数值。

1.1　显式法

显式方法的时间步长选取原则是保证计算一次只有一个控制体积或最少的控制体积被充满。变换控制方程(3)可以获得时间步长

$$\Delta t_i = \frac{\varepsilon(1 - f_i^{old}) V_i}{\sum_{nb} a_{nb} P_{nb} - a_i P_i} \tag{4}$$

应用方程(4)于所有的流动前锋结点，计算获得的最小正时间是下一时间步长，这样的时间步长将保证一个时间步长注满一个结点或几个结点同时注满。因此显式方法的时间步长数与模型结点数非常接近，当结点比较多时，由于要对大量的时间步进行计算，非常耗时。

1.2　隐式法

把方程(1)中的 Δt 换成 dt 并在一时间区域(t, $t+\Delta t$)内进行积分，获得如下方程：

$$\Delta t\, a_i \tilde{P}_i = \Delta t \sum_{nb} a_{nb} \tilde{P}_{nb} + \varepsilon_i (f_i^{old} - f_i) V_i \tag{5}$$

方程(5)中的 $\tilde{P}$ 表示压力对时间的平均值。采用方程(5)，任何时间步长都可以用来进行计算，不过它的计算区域是未知的，必须通过迭代才能确定。

隐式方法并没有破坏稳态假设(或准静态假设)，而是把一系列的稳态流平均到一个时间步内或者相连的几个时间步内，计算获得的压力不同于显式方法的压力；但是体积函数值是相同的，从而保证了流动前锋的正确性。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2 求解方法

2.1 隐式方法的迭代方法

隐式方法必须迭代求出计算区域，本文中采用一种新的隐式方法的迭代方法。这种迭代方法基于界面更新，它只对已经注满的结点进行压力求解，对界面结点进行体积函数值的更新。为此，把结点分为三类，已注满的结点、界面的结点及空结点；根据更新的体积函数值决定该结点属于哪一类结点或者其相邻结点属于哪一类结点，具体规则如下：

(1) 上一轮的流动前锋结点为新的界面结点，并设 FF_SIGN = NO。

(2) 如果 $f > 1.0$，该结点成为已注满结点，同时修正 $f = 1$，并令 FF_SIGN = YES，$f = 0$ 的相邻结点成为界面结点。

(3) 如果 $f < 0$，保持该结点为界面结点，重置 $f = 0$；如果相邻结点中有已注满的结点且其压力小于零，把这样的结点变成界面的结点，同时令 FF_SIGN = YES。

(4) 如果 $0 < f < 1$，继续把该结点归入界面结点。

(5) 保持所有溢料口结点为界面结点。

(6) 更新完所有界面结点后，如果 FF_SIGN = YES，表明界面已经改变，需要新一轮循环的计算；FF_SIGN = NO，表明界面没有改变，是否需要新一轮的迭代计算取决于压力的计算精度；如果压力已经收敛，则可以进入下一时间步的计算；如果压力计算没有达到要求的精度，则必须进行新一轮的迭代计算。

(7) 收敛后的界面结点即为当前时间步的流动前锋结点。

采用以上界面结点的检查规则，可以更新界面，确定流动前锋，从而确定计算区域。

当采用迭代法求解压力时，可以放松求解的收敛条件，压力收敛的控制在界面收敛后进行。

该隐式方法能很好地与局部分解法结合，在某一时间步内如果没有出现注满的结点重新成为界面结点(规则(3))，局部分解可以一直向前进行；如果在某一轮界面的检查过程中出现了注满的结点重新成为界面结点，则从该结点在原矩阵位置及其以后的局部分解在下一轮要重新计算；这种情况出现非常少，对计算效率没有影响，但完全避免这种情况是不可能的。由于出现反复的结点比例很低，而且最终随着压力的收敛会稳定下来。因此这种情况的出现对计算效率的影响非常小，从计算时间上是看不出来的。

2.2 压力方程的求解方法

压力方程的求解方法有直接求解法的局部分解法和非直接求解的预条件共轭梯度法(PCG)和超松弛迭代法(SOR)。本文中把隐式方法与局部分解法结合起来，并与 PCG 法和 SOR 法进行比较。

控制体积法的控制方程(3)的矩阵对于某些单元类型不能保证对称[4]，但 Cholesky 分解法只能应用于对称的线性方程组，所以本文中采用三角分解法进行局部分解。

控制体积法的刚度矩阵虽然不对称，但与有限元法的刚度矩阵具有相同的非零位置，而且在对称位置上的值也相差不大。对控制体积法的矩阵进行三角分解时，下三角矩阵和上三角矩阵可以采用相同的存储结构，同时由于三角分解的特点，矩阵本身也可采用上、下两个相同结构的三角矩阵存储形式。由于计算域随着计算的进行在逐步增加，每增加一个结点，就对这个结点对应的行和列进行三角分解。

依据结点注满的顺序可以对刚度矩阵进行逐步分解，因此当充模过程的数值模拟完成时，总刚度矩阵只分解了一次，这是局部分解法优于迭代求解法的主要原因。在程序编制时，注意计算顺序尽量与存储顺序保持一致，这样不仅使程序更为简明而且计算性能也获得一定提高。

在充模过程中，流动前锋是不断向前流动的，不会出现注满的结点又变成部分注满或空结点的情况，因此矩阵的分解总是从已经分解的最后开始新的分解。但对于隐式时间步长的求解方法，在每个时间步长内，计算区域需要迭代才能确定，某个结点在某个循环中可能在计算区域内，但在下个迭代循环中有可能是处于流动前锋或是空结点，因此有可能分解从已经分解的某个位置重新开始分解。

2.3 流动前锋的重构方法

2.3.1 显式法的流动前锋重构

显式方法的流动前锋重构一般采用半注满时间等高线法，每个结点的半注满时间可以采用插值法计算，只有当结点的体积函数值从小于 0.5 到第一次大于 0.5 时才进行计算。计算公式如下：

$$t_{ft} = t_{pre} + \Delta t \frac{0.5 - f_{old}}{f_{new} - f_{old}} \tag{6}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

其中：t_{fr} 是结点半注满时间，并被认为是流动前锋到达该结点的时间；t_{pre} 是前一时间步的结束时间，也是当前时间步的起始时间；$f_{old} < 0.5$ 是前一步的体积函数值，$f_{new} \geq 0.5$ 是当前时间步的体积函数值。

2.3.2　隐式法的流动前锋重构

隐式方法的流动前锋重构也可以采用半注满时间等高线法。半注满时间如果采用公式(6)进行计算，由于时间步长比显式方法大很多，其精度无法保证。因此，本文中从方程(5)出发来估算结点的半注满时间。当结点的体积函数值从小于 0.5 变成大于 0.5 时，假设其平均压力为零，半注满时间可以计算如下：

$$t_{fr} = t_{pre} + \frac{\varepsilon(0.5 - f_i^{old}) V_i}{\sum_{j=nb} a_{ij} \tilde{P}_j} \tag{7}$$

要保证公式(7)计算的半注满时间的精度，时间步长必须不能过大，可以采用自适应时间步长方法来获得比较合理的时间步长。

2.4　时间步长的自适应调整方法

时间步长选取的标准是每时间步长内流动前锋向前推进一个单元的距离，即“一时间步，一单元层”。为了保证“一时间步，一单元层”，利用参数识别的最小二乘递推(RLS)法来进行时间步长的计算。为了估算时间步长，首先建立一个线性模型

$$\Phi = \sum_{k=1}^{m} w_k S_k \tag{8}$$

其中：Φ 是注射速度(%/s)，m 是注射口结点数，w_k 是待识别的参数；采用压力注射条件进行模拟时，$S_k = p_k / p_0$，p_0 是初始注射压力，p_k 是注射压力，可以是变化的；采用流率注射条件时，$S_k = q_k / q_0$，q_0 是初始注射流率，q_k 是注射流率，也可以是变化的。

RLS 方法是时变参数识别和跟踪的一种方法，它广泛应用于很多工程问题[13]。当有了新数据，根据模型的输出和期望值之间的误差，RLS 方法调整模型中的参数，具体公式如下：

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1} P(n-1) u(n)}{1 + \lambda^{-1} u^T(n) P(n-1) u(n)} \tag{9a}$$

$$y(n) = w^T(n-1) u(n) \tag{9b}$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \tag{9c}$$

$$w(n) = w(n-1) + k(n) e(n) \tag{9d}$$

$$P(n) = \lambda^{-1} P(n-1) - \lambda^{-1} k(n) u^T(n) P(n-1) \tag{9e}$$

其中：n 是信号采样的第 n 步，$u(n)$ 是输入信号，$P(n)$ 是协方差矩阵，$k(n)$ 是增益矢量，$y(n)$ 是输出响应，$d(n)$ 是期望的响应，$w(n)$ 是待识别的参数矢量，$e(n)$ 是误差矢量，λ 是遗忘因子。

本文的线性模型中，$w(n) = \{w_k\}$ 是识别参数，$u(n) = \{S_k\}$ 是输入信号，$y(n) = \Phi$ 是模型的输出，$d(n)$ 是数值模拟获得的 Φ 值；$\lambda = 0.99$；初值为，$w(0) = 0.0$，$P(0) = 10I$，I 是单位矩阵。

当计算机数值模拟获得新的数据时，采用 RLS 方法可以更新模型中的识别参数，该模型就可以用来估算下一步时间步长。为了建立起比较正确的模型，计算机数值模拟的前 10 步采用显式方法进行计算，然后才用模型来估算下一时间步长

$$\Delta t = \frac{\sum_{front} (\varepsilon_i V_i)}{k_{ac} \Phi V_m} = \frac{\sum_{front} (\varepsilon_i V_i)}{k_{ac} \sum_{k=1}^{m} w_k S_k V_m} \tag{10}$$

其中：$\sum_{front}$ 表示对所有流动前锋结点进行相加，V_m 是型腔的总空隙体积，k_{ac} 是精度控制因子，$k_{ac} = K$ 将获得大致满足“K 时间步，一单元层”的时间步长。

采用以上方法，隐式方法的时间步长将会随着计算的进行而改变。而且当流动前锋到达网格密的区域时时间步长会自动减小，结点数多的网格其时间步长也会变小，所有这些变化大致能保证“一时间步，一单元层”或“多时间步，一单元层”。

3　计算结果和分析

根据以上算法，采用 FORTRAN 90 编制了计算机数值模拟程序。该程序包括六种单元，即一维的杆单元、二维的三角形单元和四边形单元[14]、三维的四面体单元、五面体单元和六面体单元[15]，求解方法包括局部三角分解法和 PCG 法，为了比较各种算法，也把 SOR 迭代求解法加入到程序中。迭代求解的精度控制是计算的压力相对误差小于 1.0×10^{-6}。所有计算在目前比较普通的 PC 机上进行(2.0 GHz CPU，512 M 内存)。

3.1　算例 1

四分之一的圆板，内半径 0.05 m，外半径 0.5 m，厚度 0.01 m，孔隙率 0.5，各向同性的渗透率 $5.0 \times 10^{-9}\ m^2$，注射口在内半径处，注射流率 $1.0 \times 10^{-5}\ m^3/s$，总注射时间 97.193，解析解参考文献[6]。有限元模型见图 1，1226 个结点，2324 个三角形单元。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

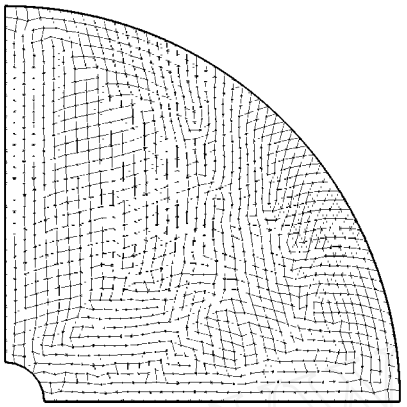


图 1　四分之一圆板的有限元网格

Fig. 1　Finite element mesh of a quarter of a disk

采用局部三角分解法，数值解与解析解的比较见图 2 及图 3。图 2 表明，与解析解相比，隐式方法的流动前锋只有单元尺寸上的很小误差，这主要得益于自适应方法对时间步长的成功调整，而且当 $k_{ac}=2$ 时，隐式方法的流动前锋非常光滑且非常接近解析解的结果。即使当 $k_{ac}=1$ 时，隐式方法的流动模式与解析解的流动模式也是一致的，因此建议采用 $k_{ac}=1$ 来进行 RTM 数值模拟。图 3 给出了数值计算和解析解的填充率随填充时间的曲线，可以看出，数值解和解析解吻合得非常好。

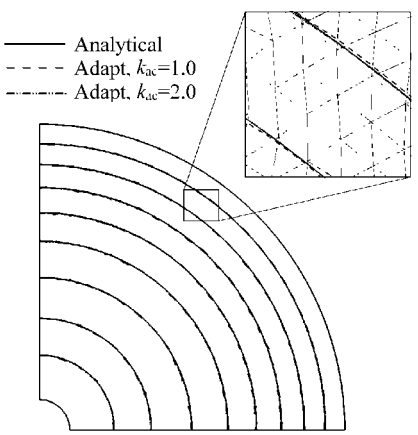


图 2　流动前锋位置的比较(半注满时间法)

Fig. 2　Comparison of the flow fronts (half-filled time method)

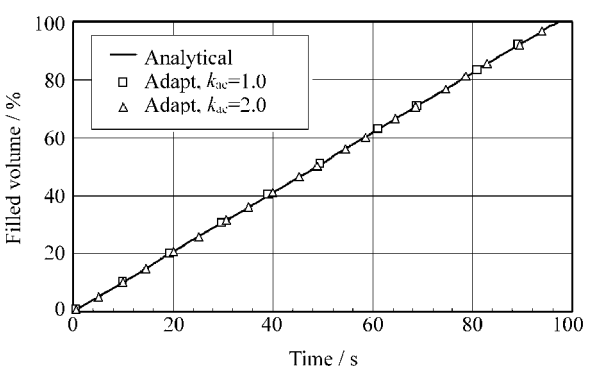


图 3　数值解和解析解的填充率

Fig. 3　Numerical and analytical filled volume

3.2　算例 2

该圆柱壳体取自文献[8]，半径 1 m，高 0.4 m，厚度 0.01 m，孔隙率 0.5，各向同性的渗透率 6.752×10^{-10} m^2，树脂黏度 0.08 Pa ·s。在中心设有一半径为 0.05 m 的圆形注射口，排气口设在四个角点。注射流率 4.0×10^{-5} m^3/s，总注射时间为 156.085 s。采用局部三角分解法求解。

圆柱壳体的有限元网格有 633 个结点和 552 个四边形单元(如图 4)。数值计算的填充率与解析解的填充率吻合得非常好，数值计算的结果精确到 4 位有效数字。图 5 给出了数值计算的填充率与解析解的填充率的相对误差，所有误差小于 0.03 %，而且不会随计算的进行误差增大，说明本文的数值方法具有良好计算精度和稳定性。图 6 给出了不同时刻的流动前锋，与文献[8]的结果完全相同。

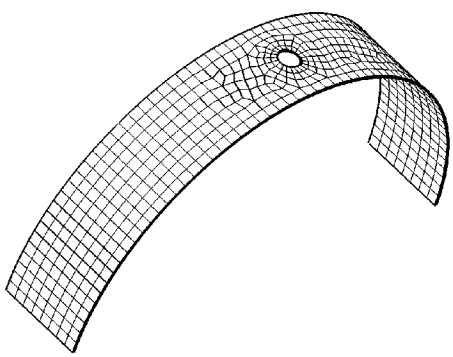


图 4　圆柱壳体的有限元网格

Fig. 4　Finite element mesh of the cylindrical shell

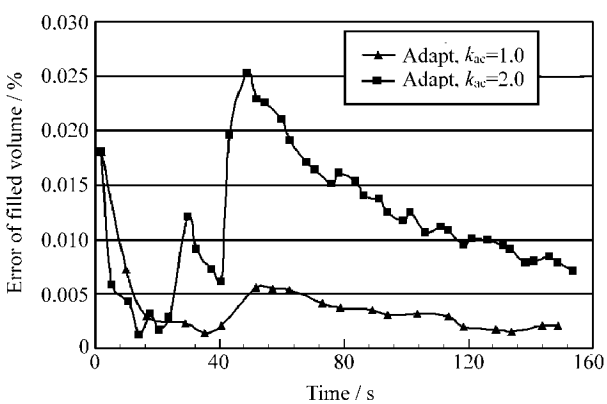


图 5　数值计算的填充率与解析解的填充率的相对误差

Fig. 5　Relative errors of numerical and analytical filled volume

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

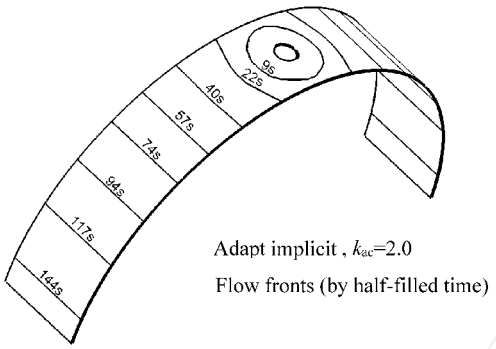


图 6　圆柱壳体不同时刻的流动前锋

Fig. 6　Flow fronts at various times for the cylindrical shell

图 7 显示了自适应隐式方法计算的由 f = 0. 5 重构的离散时间点上的流动前锋，从图中基本上可以看出每一时间步流动前锋大致前进了一个单元层。当 k_{ac} = 2，计算的时间步数基本上是 k_{ac} = 1 的两倍。如果精度控制因子 k_{ac} = 1，自适应时间步长计算的总时间步数应该与网格的单元层数(单元层数从注射口开始计算)基本相同。多种网格的计算表明，二维网格的总时间步数与单元层数之比在 0. 88～0. 94 之间，三维网格的总时间步数与单元层数之比在 1. 03～1. 14 之间。可以说达到了“一时间步，一单元层”的目的。

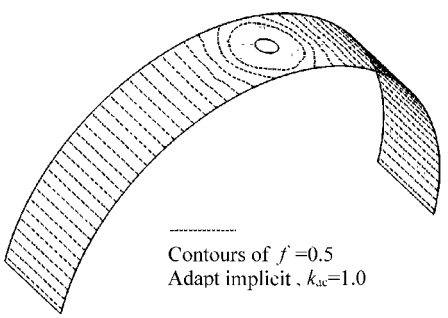


图 7　“一时间步，一单元层”计算的离散流动前锋

Fig. 7　Flow fronts of “one time step , one element layer”

3. 3　算例 3 和算例 4

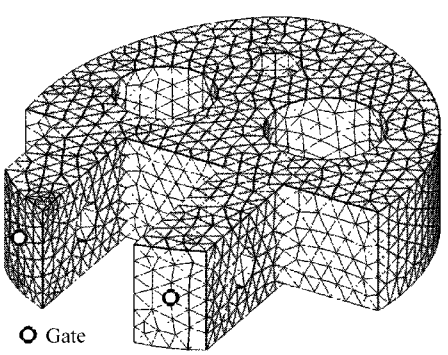
算例 3 是比较复杂的接头(如图 8)，采用四面体单元，结点数从 3042 到 51658 不等；算例 4 是复杂的平板结构，单元是四边形单元，结点数从 3150 到 96817 不等。这两个例子主要用于考察本文方法的计算效率。

采用各向同性的渗透率，接头采用双点注射，注射点在两个突起柄外表面的中间，平板的单个注射点在右上部顶点，注射点的选取只是为了进行数值模拟。采取等流量注射方式，这样可以获得理想的总充模时间；自适应步长方法完全可以处理其它注射条件。计算结果见表 1，计算时间不包括前后处理时间。三维网格的计算时间明显小于文献[6]的计算时间，有文献[7]报道：在 PC 机上，3 min 之内完成 7000 结点模型的数值模拟，几秒可以完成 500～1000 结点模型的数值计算。自适应隐式方法 + 局部三角分解法的计算性能是：3 维模型，7000 结点模型只需 30 s；2. 5 维模型，7000 结点只需 10 s，1000 结点只需 0. 5 s。因此本文方法的计算性能非常好，适合于优化与实时控制。

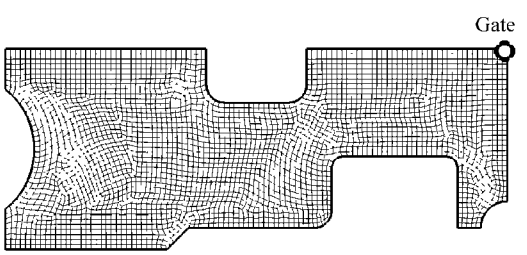
表 1　不同网格、不同方法的计算时间

Table 1　Running time of different meshes and pressure solvers

Number of nodes	Time for jointer/ s			Number of nodes	Time for plane/ s	
	Local LU	PCG	SOR		Local LU	SOR
3042	5. 1	12	49	3150	2. 5	388
6217	24	50	207	6145	8. 9	1861
11008	81	138	692	12523	37	6636
25848	526	743	3972	24246	139	—
51658	—	3321	—	49482	570	
				96817	2144	—
Complexity	$O(N^{2.16})$	$O(N^{2.01})$	$O(N^{2.06})$	Complexity	$O(N^{1.96})$	$O(N^{2.13})$



(a) Jointer (3042 nodes)



(b) Plane (3150 nodes)

图 8　接头和平板的有限元网格

Fig. 8　Finite element meshes of the jointer and the plane

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

为了进一步分析自适应隐式方法 + 局部三角分解法的计算性能，假设：流动前锋结点数是 $O(N^c)$ (2.5 维 $c = 1/2$ 及 3 维 $c = 2/3$)，则矩阵带宽 $O(N^c)$ 及总时间步数为 $O(N^{1-c})$；三角分解方法的计算量与上下三角矩阵的数据量成正比。根据这些假设可以进行如下的分析：

循环 $k = k_1, k_2, \cdots, k_m$ $(k_i = iN^c, k_m = N, m = N^{1-c})$

对 $O(N^c)$ 个新结点进行 LU 分解 $O(N^{3c})$，

LU 求解法求解压力 $O(kN^c)$，

更新时间步长及体积函数值 $O(N^c)$，

更新流动前锋与计算区域 $O(N^c)$，

循环直至结束。

总的三角分解计算量 $O(N^{1+2c}) = O(N^{2.33})$ (3 维) 及 $O(N^2)$ (2.5 维)，三角分解求解压力的计算量是 $\sum_{i=1}^{m} O(i N^c N^c) = O(m^2 N^{2c}) = O(N^2)$，3 维及 2.5 维是相同的，其它计算量都小于 $O(N^2)$。因此总的时间复杂度是 $O(N^{2.33})$ (3 维) 及 $O(N^2)$ (2.5 维)，实际计算结果与之基本吻合，比文献[3]降低了半阶。由于迭代法求解不易估计求解的计算量，其时间复杂度很难估计，但从实际计算来看，3 维及 2.5 维都是 $O(N^{2.0})$。

从表中还可看出，迭代法更适合 3 维的计算，这也许是由于 3 维的对角线元素更占优势。另外，采用局部三角分解法，由于内存的限制，本文中使用的计算机无法直接求解规模超过 30000 结点的 3 维模型。因此，当进行等温 RTM 充模分析时，建议 3 维采用迭代法求解，2.5 维采用局部分解法。

4 结 论

RTM 充模的控制体积法数值模拟经过一系列改进后，获得以下结论：

(1) 本文中提出的隐式方法的迭代方法能很好地与各种求解方法相结合。

(2) RLS 方法能很好地保证“一时间步，一单元层”。

(3) 当 $k_{ac} = 1$，隐式方法重构的流动前锋与显式方法相比，只有单元尺寸的小误差，而当 $k_{ac} = 2$，两者吻合非常好。

(4) 自适应隐式方法 + LU 局部分解法，2.5 维的计算时间复杂度是 $O(N^2)$，3 维的计算时间复杂度是 $O(N^{2.33})$。

(5) 自适应隐式方法 + LU 局部分解法的计算性能可以达到：3 维模型，7000 结点只需 30 s；2.5 维模型，7000 结点只需 10 s，1000 结点只需 0.5 s。

参考文献：

[1] Bruschke M V, Advani S G. A finite element/control volume approach to mold filling in anisotropic porous media [J]. *Polymer Composites*, 1990, 11(6): 398 - 405.

[2] Voller V R, Peng S. An algorithm for analysis of polymer filling of molds [J]. *Polymer Engineering and Science*, 1995, 35(22): 1758 - 1765.

[3] Maier R S, Rohaly T F, Advani S G, Fickie K D. A fast numerical method for isothermal resin transfer mold filling [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1996, 39(11): 1405 - 1417.

[4] Phelan F R Jr. Simulation of the injection process in resin transfer molding [J]. *Polymer Composites*, 1997, 18 (4): 460 - 476.

[5] Mohan R V, Ngo N D, Tamma K K. On a pure finite-element-based methodology for resin transfer mold filling simulation [J]. *Polymer Engineering and Science*, 1999, 39 (1): 26 - 44.

[6] Shojaei A, Ghaffariana S R, Karimian S M H. Numerical simulation of three-dimensional mold filling in resin transfer molding [J]. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2003, 22(16): 1479 - 1529.

[7] Simacek P, Advani S G. Desirable features in mold filling simulations for liquid composite molding processes [J]. *Polymer Composites*, 2004, 25(4): 355 - 367.

[8] 戴福洪，张博明，杜善义，武湛君. 复杂形状三维薄壁构件 RTM 制造工艺注模过程模拟 [J]. 复合材料学报，2004，21(2)：87 - 91.

[9] Swaminathan C R, Voller V R. A time-implicit filling algorithm [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 1994, 18(2): 101 - 108.

[10] Luoma J A, Voller V R. An explicit scheme for tracking the filling front during polymer mold filling [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2000, 24(4): 575 - 590.

[11] Trochu F, Gauvin R, Gao D M. Numerical analysis of the resin transfer molding process by the finite element method [J]. *Advances in Polymer Technology*, 1993, 12(4): 329 - 342.

[12] Osswald T A, Tucker C L. Compression mold filling simulations for non-planar parts [J]. *International Polymer Processing*, 1990, 5(2): 79 - 87.

[13] Astrom A, Wittenmark B. Adaptive Control [M]. New York: Addison Wesley, 1994. 51 - 84.

[14] 江顺亮. RTM 加工工艺充模过程的计算机模拟 [J]. 复合材料学报，2002，19(2)：13 - 17.

[15] Jiang S L. Integrated three-dimensional mold filling simulations in resin transfer molding [A]. In: 13th International Conference on Composite Materials [C]. Beijing: Scientific and Technical Documents Publishing House, 2001. 235.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net