复 合 材 料 学 报　　第24 卷　第2 期　4 月　2007 年
Acta Materiae Compositae Sinica　　Vol. 24　No. 2　April　2007

文章编号: 1000-3851(2007)02-0168-06

先进复合材料格栅加筋板的总体稳定性分析

吴德财, 徐元铭*, 万　青
(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

摘　要: 通过建立复合材料格栅结构单元的基本力学假设和分析模型, 推导了一种新的等效刚度计算方法, 用于分析复合材料格栅加筋板的总体稳定性。该方法充分考虑了筋条和面板的相互作用和中面偏移效应, 并具有通用性。结合Rayleigh-Ritz 能量近似法, 推导出了求解加筋板总体屈曲载荷的通用特征方程; 分析了多种算例, 并与修正平铺法进行了比较, 结果吻合得很好。

关键词: 复合材料格栅加筋结构; 总体稳定性; 平铺等效刚度法
中图分类号: V214; V414; TB330.1　　**文献标识码**: A

Global buckling load analysis of grid stiffened composite panels

WU Decai, XU Yuanming*, WAN Qing
(School of Aeronautic Science and Engineering Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the proposed mechanical hypothesis and the analytical model of the grid stiffened composite panels, a new smeared stiffened theory was derived for analysing the global stability of grid-stiffened panels. The theory fully considered the effects of shell-stiffener interaction and influence of mid-plane shift. In this theory, the method is applicable for different types of grid stiffened elements. A general eigen function was deduced for computing global buckling load combined with a Rayleigh-Ritz method. The testing sample results were compared with those from the existing smeared stiffener theory, and they exhibited in good agreement. This proves the effectiveness of the proposed method.

Keywords: grid-stiffened composite panels; global stability; smeared stiffener theory

复合材料格栅加筋结构(AGS)[1]是一种以纵横向和斜向筋条组合单元为骨架的加筋板壳结构。作为一种新型的结构, AGS 不仅继承了复合材料高比强度和比刚度以及隐身性和可设计性好等特点, 还具有稳定性好、结构效率高、生存力强等优点, 与金属材料板相比能大大减轻结构的重量和提高其承载特性, 因此受到工程界重视[2]。

目前, 针对 AGS 稳定性问题, 人们已经作了不少研究[3-8], 所采用的分析模型主要有离散加强筋模型(DSM)[9]、有限元模型(FEM)[10]和平铺加筋模型(SSM)[11,12]; 离散加筋模型仅适用于特定的加筋结构; 有限元模型是一种精确模型, 然而对于需要进行大量重复分析的优化设计, 其时间长, 成本过高; 以均匀化假设为基础并考虑结构总体抗失稳能力的平铺加筋模型则更加适用。然而, 传统的等效刚度法[11,13]由于没有考虑筋和面板的相互作用, 计算得到的失稳载荷往往偏高。Jaunky[3]提出了一种修正平铺等效刚度法(Improved smeared stiffener theory), 该方法考虑了筋和面板的相互作用, 但也仅适用于具有对称层合板壳面的加筋结构。Samuel[4]提出了等效刚度法, 忽略了中性面偏移效应。

本文作者针对 AGS 的结构特点, 运用新的假设, 考虑了筋和壳之间的相互作用, 推导出加筋板总体刚度和总体屈曲载荷计算通式, 用于分析各种形式的复合材料格栅加筋结构的稳定性问题。本文中所建立的分析模型对航空航天结构的设计非常有用。

收稿日期: 2006-05-23; 收修改稿日期: 2006-10-30
基金项目: 国家自然科学基金(10572012); 航空科学基金(05B51043)
通讯作者: 徐元铭, 教授, 博士生导师, 研究方向: 飞行器结构设计与分析, 复合材料结构优化设计, 智能化CAD 等
E-mail: xuymg@sina.com

1 格栅结构的力学模型

1.1 基本假设

本文中在经典层合板理论基本假设的基础上作如下4 点假设: (1) 由于筋条的横向模量相较纵向模量显得很小, 假设筋条内只承受筋向载荷; (2) 筋条很薄, 故假设筋条横截面上的应力沿宽度方向是均匀分布, 沿高度方向上呈线性分布; (3) 筋和面板通过剪切力互相传递载荷; (4) 筋条中性面位置只受到与它相接触的面板的影响。

1.2 筋条和面板的相互作用

根据假设(4), 受筋条影响的面板(壳) 范围仅取为与筋条相接触的那部分面板(条状), 现把筋和这部分面板一起分离出来, 如图1 所示。当加筋和面板一起纯弯变形时, 筋/壳结合部分横截面上各点处的法向微内力组图成一空间平行力系, 此时横截面上轴向(l 向) 合力为零, 即

$$\int_A \sigma_l \mathrm{d}A = \int_{-(h_0+t_{sh})}^{-h_0} t_{st} E_{shl} \kappa z \mathrm{d}z + \int_{-h_0}^{h_{st}-h_0} t_{st} E_l \kappa z \mathrm{d}z = 0 \tag{1}$$

从式(1) 可确定筋/壳结合部分的中性面 z_0 的位置

$$h_0 = (E_l h_{st}^2 - E_{shl} t_{sh}^2)/2(E_l h_{st} + E_{shl} t_{sh}) \tag{2}$$

其中: E_l 和 E_{shl} 分别为筋条和面板l 向(筋向) 弹性模量; κ 为中性面 z_0 的l 向曲率。为了使中性面位置 h_0 不随筋向角 θ 变化, h_0 取在所有筋向角上的平均值, 即 $h_{0av} = \sum v_i h_0(\theta_i)$。其中 v_i 是筋向角为 θ 的筋条占筋条总体积比。

如图1 所示, 根据假设(2), 筋条横截面上各点的应变 $\varepsilon = \varepsilon^0 + \kappa z$, 且以 z_0 为实际中性面产生拉弯变形, 则筋/壳结合部分中筋条筋向总拉力为

$$F_l^* = \int_{A_{st}} \sigma_l \mathrm{d}A = \int_{-h_0}^{h_{st}-h_0} E_l \varepsilon_l t_{st} \mathrm{d}z$$

$$= E_l t_{st} h_{st} \varepsilon^0 + \frac{1}{2} E_l t_{st}(h_{st}^2 - 2h_{st}h_0)\kappa \tag{3}$$

筋/壳结合部中筋所引起的总弯矩为

$$M_l^* = \int_{A_{st}} \sigma_l z \mathrm{d}A = \int_{-h_0}^{h_{st}-h_0} E_l \varepsilon_l t_{st} z \mathrm{d}z$$

$$= \frac{1}{2} E_l t_{st}(h_{st}^2 - 2h_{st}h_0)\varepsilon^0 + E_l I_{zst}\kappa + E_l A_{st}\left(\frac{h_{st}}{2} - h_0\right)^2 \kappa \tag{4}$$

其中: 中性面 z_0 的l 向拉伸应变 ε^0 可经坐标转换为 $\varepsilon^0 = \varepsilon_x^0 c^2 + \varepsilon_y^0 s^2 + \gamma_{xy}^0 sc$; $I_{zst} = t_{st} h_{st}^3/12$; A_{st} 为筋条横截面积; $s = \sin\theta$, $c = \cos\theta$, 下同。式(4) 右边的第三分量是由于筋条中面 z_{st} 受壳影响而发生偏移所引起的附加弯矩。式(2)、式(3) 和式(4) 右边除了弹性模量 E_{shl} 和曲率 κ 与筋向角 θ 有关外, 其他各物理量都是常量。为了确定 E_{shl} 和 κ, 现把层合板壳面等效成为一横观各向同性的单层板, 其等效拉伸刚度与等效前相等, 即

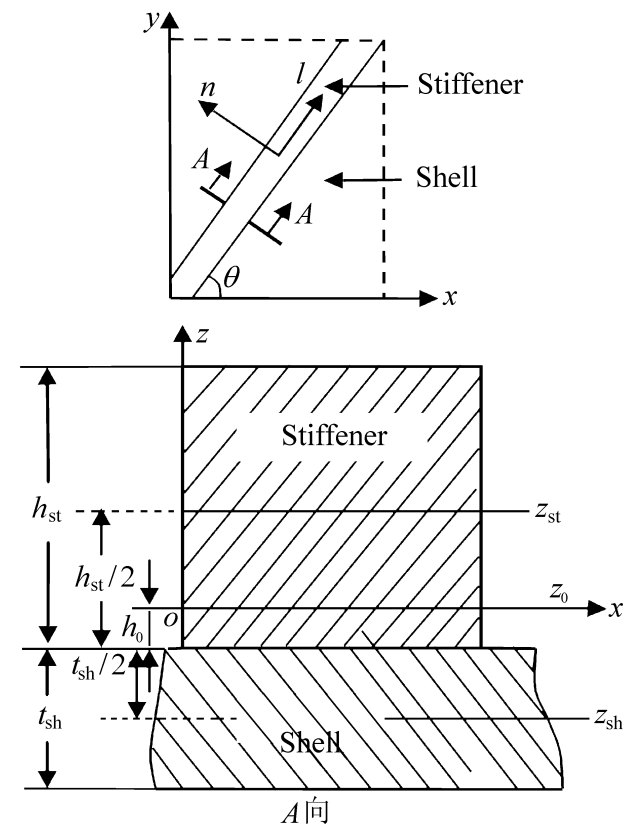

图1 筋/壳结合部分截面

Fig.1 Cross section of stiffener/shell interface

$$[A_{ij}^{sm}] = \begin{bmatrix} A_{11}^{sm} & A_{12}^{sm} & 0 \\ A_{12}^{sm} & A_{22}^{sm} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66}^{sm} \end{bmatrix}$$

在单轴拉伸时, 应变 $\sigma_l = \tau_{lt} = 0$, $\varepsilon \neq 0$, 得面板的l 向的弹性模量

$$E_{shl} = \sigma_l/\varepsilon = (Q_{11}^* - 2Q_{12}^* + Q_{22}^* - 4Q_{66}^*)c^4 + 2(Q_{12}^* - Q_{22}^* + 2Q_{66}^*)c^2 + Q_{22}^* \tag{5}$$

其中: $Q_{ij}^* = A_{ij}^{sm}/t_{sh}$。设中性面 z_0 的挠度函数为 $w(x, y)$, 则其l 向曲率为

$$\kappa = \kappa_x c^2 + \kappa_{xy} sc + \kappa_y s^2 \tag{6}$$

式中: z_0 的曲率 $\kappa_x = -w_{,xx}$, $\kappa_y = -w_{,yy}$; 扭曲率 $\kappa_{xy} = -2w_{,xy}$。本文中 $w_{,xx} = \partial^2 w/\partial x^2$, $w_{,xy} = \partial^2 w/\partial x\partial y$, $w_{,yy} = \partial^2 w/\partial y^2$, 下同。

1.3 典型单元体上格栅加筋的合力和合力矩分析

复合材料格栅加筋板结构是某一加筋单元经过循环重复得到的, 因此, 推导结构的等效刚度时, 只需截取一典型单元体作为对象分析即可。现取如图2 所示的典型单元体, 并对其各筋编号。各筋条所受力如图3 所示。各拉力方向与各筋条方向一致, 各筋所受弯矩与受力相似。为了对筋的存在与否进行参数化处理, 将各筋的力和力矩分量乘以相

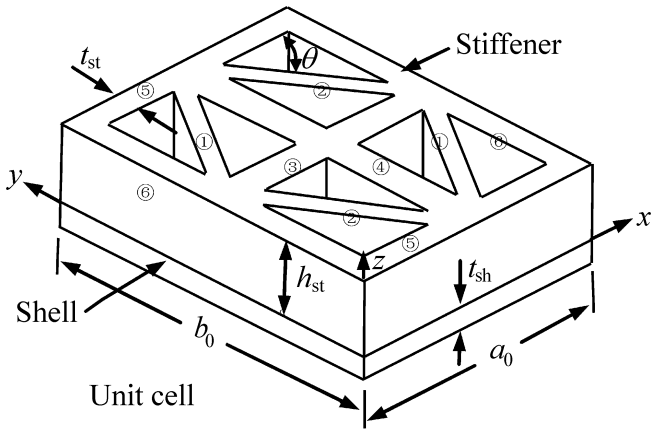

图2　典型单元体及其各筋条编号

Fig.2　Unit cell and the stiffener numbering

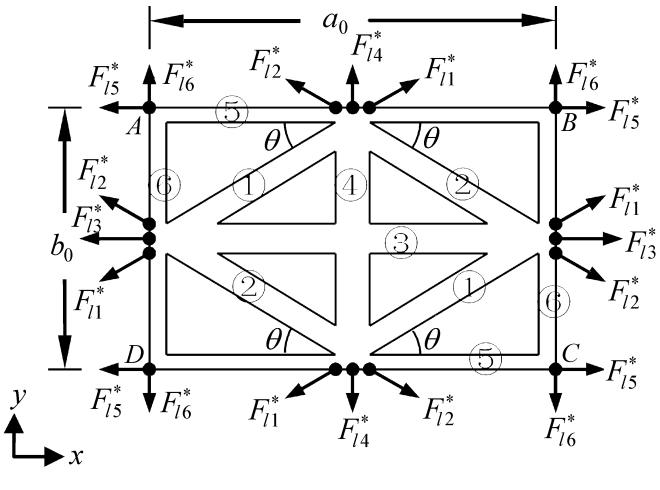

图3　典型单元体上各筋轴向力

Fig.3　The axial forces of stiffeners on the unit cell

应的布局系数 k_i，它的数值代表筋条的宽度和存在与否，即通过控制布局系数 k_i 就能得到各种加筋布局形式的典型单元体。现将各筋的铺设角分别代入式(3)、式(4)，可得到各筋所引起的拉力和弯矩为

$$
\begin{aligned}
F_{li}^{*} &= k_i F_l^{*}(\theta_i) \\
&= k_i R_a \varepsilon_x^0(\theta_i) + k_i R_b \kappa_x(\theta_i), \\
M_{li}^{*} &= k_i M_l^{*}(\theta_i) \\
&= k_i R_b \varepsilon_x^0(\theta_i) + k_i R_c \kappa_x(\theta_i). \\
i &= 1,2,3,4,5,6
\end{aligned}
\tag{7}
$$

其中：$\theta_1 = \theta$，$\theta_2 = -\theta$，$\theta_3 = \theta_4 = 0$，$\theta_5 = \theta_6 = \pi/2$；$R_a = E_l t_{st} h_{st}$；$R_b = E_l t_{st}(h_{st}^2 - 2h_{st}h_0)/2$；$R_c = E_l[I_{zst} + A_{st}(h_{st}/2 - h_0)^2]$；$k_1 = k_2$。通过格栅单元体各边上的力的叠加，可得到单元体各边上法向和切向的合力和合力矩，即

在 AD 边或 BC 边的法向上(外法向为正)

$$
\begin{aligned}
F_x &= F_{l1}^{*}c + F_{l2}^{*}c + F_{l3}^{*} + 2F_{l5}^{*}, \\
M_x &= M_{l1}^{*}c + M_{l2}^{*}c + M_{l3}^{*} + 2M_{l5}^{*}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

在 AB 边或 CD 边的法向上(外法向为正)

$$
\begin{aligned}
F_y &= F_{l1}^{*}s + F_{l2}^{*}s + F_{l4}^{*} + 2F_{l6}^{*}, \\
M_y &= M_{l1}^{*}s + M_{l2}^{*}s + M_{l4}^{*} + 2M_{l6}^{*}.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

剪切合力可通过单元体任一边上的切向力叠加得到，扭矩可通过单元体任意一边的切向弯矩叠加得到。现取 BC 边分析，有

$$
\begin{aligned}
F_{xy} &= F_{l1}^{*}s - F_{l2}^{*}s, \\
M_{xy} &= M_{l1}^{*}s - M_{l2}^{*}s.
\end{aligned}
\tag{10}
$$

把以上得到的合力和合力矩分别除以它们各自所对应的单元体边长，并把式(7)代入整理，用矩阵表示为中性面 z_0 应变量的函数，得到单元体边上单位长度所受到的合力和合力矩为

$$
\begin{bmatrix}
\overline{N_x^{st}} \\ \overline{N_y^{st}} \\ \overline{N_{xy}^{st}} \\ \overline{M_x^{st}} \\ \overline{M_y^{st}} \\ \overline{M_{xy}^{st}}
\end{bmatrix}
=
\frac{\begin{bmatrix}
R_a(2k_1c^3 + k_3 + 2k_5)/b_0 & 2R_ak_1s^2c/b_0 & 0 \\
2R_ak_1sc^2/a_0 & R_a(2k_1s^3 + k_4 + 2k_6)/a_0 & 0 \\
0 & 0 & 2R_ak_1s^2c/b_0 \\
R_b(2k_1c^3 + k_3 + 2k_5)/b_0 & 2R_bk_1s^2c/b_0 & 0 \\
2R_bk_1sc^2/a_0 & R_b(2k_1s^3 + k_4 + 2k_6)/a_0 & 0 \\
0 & 0 & 2R_bk_1s^2c/b_0
\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}
R_b(2k_1c^3 + k_3 + 2k_5)/b_0 & 2R_bk_1s^2c/b_0 & 0 \\
2R_bk_1sc^2/a_0 & R_b(2k_1s^3 + k_4 + 2k_6)/a_0 & 0 \\
0 & 0 & 2R_bk_1s^2c/b_0 \\
R_c(2k_1c^3 + k_3 + 2k_5)/b_0 & 2R_ck_1s^2c/b_0 & 0 \\
2R_ck_1sc^2/a_0 & R_c(2k_1s^3 + k_4 + 2k_6)/a_0 & 0 \\
0 & 0 & 2R_ck_1s^2c/b_0
\end{bmatrix}}
\begin{bmatrix}
\varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy}
\end{bmatrix}
\tag{11}
$$

式(11) 右边的系数矩阵就是格栅加筋所引起的刚度矩阵，包括拉伸刚度子阵 A_{ij}^{st}、耦合刚度子阵 B_{ij}^{st} 及弯曲刚度子阵 D_{ij}^{st}，且它们都是角对称矩阵。

1.4 典型单元体上面板的合力和合力矩分析

由于筋条的存在，格栅加筋结构的中性面位置在筋条附近会偏离面板中面，如图4 所示。z_0 是格栅加筋结构的实际中性面，z_{st} 和 z_{sh} 分别为格栅加筋和面板各自的中面。结构变形时，面板和格栅加筋都以 z_0 为中性面发生形变；由于中性面 z_0 是一曲面，难于确定面板以其为参考面的本构关系，故须取一平面来等效中性面 z_0。为此把格栅加筋和面板分别等效成一层同体积的横观各向同性复合材料单层板，等效后的两单层板的中面位置仍为 z_{st} 和 z_{sh}，其长宽与等效前相等，加筋等效板的等效拉伸刚度为 A_{ij}^{st}，面板的等效拉伸刚度由经典层合板理论计算得到。如图4 所示为等效过程，其中 x 轴所在位置 z_{0sm} 为实际中性面 z_0 的等效位置。为了确定等效中性面 z_{0sm} 的位置，现假设在 y 方向上由两单层板组成的层合板有一纯弯曲变形，弯曲率为 κ_y^p，此时横截面的轴向(y 向) 合力为零，即

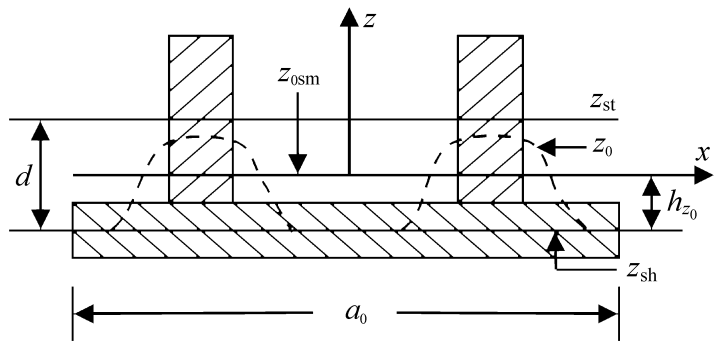

图4 含筋面板的等效中性面

Fig.4 Equivalent neutral plane of shell

$$\int_A \sigma_y \mathrm{d}A = \int_{A_{smst}} E_{st}\kappa_y^p z\,\mathrm{d}A + \int_{A_{smsh}} E_{sh}\kappa_y^p z\,\mathrm{d}A = 0.$$

由上式可确定 x 轴的位置为

$$h_{z_0} = d\Big/\left(1 + \frac{E_{sh}}{E_{st}}\frac{A_{smsh}}{A_{smst}}\right) = d\Big/\left(1 + \frac{V_{sh}}{V_{st}}c_p\right)$$

其中：A_{smsh} 和 A_{smst} 是两等效单层板的横截面积；两中面间距 $d = t_{sh}/2 + h_{st}/2$；$c_p = E_{sh}/E_{st}$ 分别为两等效单层板在横截面法向上的弹性模量比，大小可由式(5) 决定；V_{st}、V_{sh} 分别为筋条和面板的总体积。为了使中性面位置 h_{z_0} 不随角度 θ 变化，h_{z_0} 取在所有筋向角上的平均值，即 $h_{z_0av} = \sum v_i h_{z_0}(\theta)$。面板是一般的复合材料层合板结构，依经典层合板理论，它所受合力和合力矩可表示为加筋结构等效中性面 z_{0sm} 应变的函数，用于等效替代以曲面 z_0 为实际中性面的本构关系，即

$$\begin{bmatrix}\overline{N^{sh}}\\ \overline{M^{sh}}\end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A^{sh} & B^{sh}\\ \hline B^{sh} & D^{sh}\end{array}\right]\begin{bmatrix}\varepsilon^0\\ \kappa\end{bmatrix}. \tag{12}$$

1.5 格栅加筋板结构的总体刚度分析

从式(11) 和式(12) 可知，格栅加筋和面板的受力分量都已经表示成加筋板实际中性面 z_0 应变量的函数。现可以把这两式直接叠加，得到整个典型单元体的合力和合力矩：

$$\begin{bmatrix}\overline{N}\\ \overline{M}\end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A^{sh}+A^{st} & B^{sh}+B^{st}\\ \hline B^{sh}+B^{st} & D^{sh}+D^{st}\end{array}\right]\begin{bmatrix}\varepsilon^0\\ \kappa\end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A & B\\ \hline B & D\end{array}\right]\begin{bmatrix}\varepsilon^0\\ \kappa\end{bmatrix} \tag{13}$$

式(13) 右边的系数矩阵就是复合材料格栅加筋板的总体刚度矩阵。其中 A 为面内拉伸刚度矩阵；B 为耦合刚度矩阵；D 为弯曲刚度矩阵。可以看出总体刚度矩阵和其各分块子矩阵都是角对称矩阵，这与层合板理论推导得到的结果形式是吻合的，证明上述推导过程的合理性。

1.6 格栅加筋板的总体屈曲分析

从式(13) 可以看出，复合材料格栅加筋板已经等效成为一般的复合材料层合板。如图5 所示为等效板的受力模型。

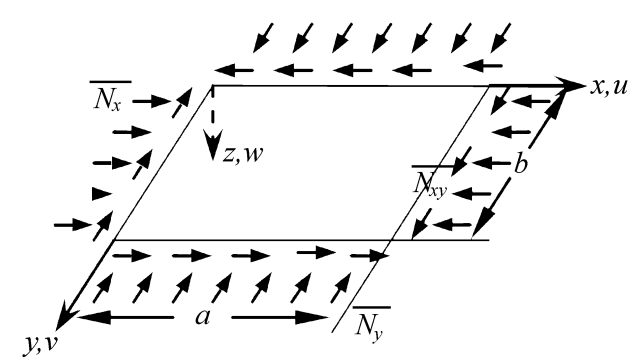

图5 等效层合平板所受的面内载荷

Fig.5 The equivalent panel subjected to the in-plane forces

现采用瑞利-里兹(Rayleigh-Ritz) 能量法求解。假设上述等效板是四边简支的，四边承受着均匀的组合面内载荷的作用，薄板在临界状态屈曲变形前的总势能为一定值，则当其进入屈曲状态时，所贮存的弯曲应变能为

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}\int_S \{\kappa\}^T[D]\{\kappa\}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ &= \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b [D_{11}(\delta w_{,xx})^2 + 2D_{12}\delta w_{,xx}\delta w_{,yy} + \\ &\quad D_{22}(\delta w_{,yy})^2 + 4D_{66}(\delta w_{,xy})^2 + \\ &\quad 4D_{16}\delta w_{,xx}\delta w_{,xy} + 4D_{26}\delta w_{,yy}\delta w_{,xy}]\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y \end{aligned} \tag{14}$$

板屈曲时外载 $\overline{N_x}$、$\overline{N_y}$ 和 $\overline{N_{xy}}$ 所做的功为

$$W = -\frac{1}{2}\overline{N_x}\int_S(\delta w_{,x})^2 dxdy - \frac{1}{2}\overline{N_y}\int_S(\delta w_{,y})^2 dxdy - \overline{N_{xy}}\int_S(\delta w_{,x})(\delta w_{,y})dxdy \qquad (15)$$

现取满足几何边界条件的屈曲位形函数 δw 为

$$\delta w = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (16)$$

外力势能为 $V = -W$，总势能 $\Pi = U + V$。通过选择待定参数 C_{mn} 使总势能 Π 为最小，亦即满足条件 $\frac{\Pi}{C_{mn}} = 0$ $\begin{matrix} m=1,2,\cdots,i \\ n=1,2,\cdots,j \end{matrix}$，从而可得到总体屈曲线性特征方程

$$C_{mn}[Em^4 + H\lambda^2 m^2 n^2 + \lambda^4 n^4 + (m^2 + e\lambda^2 n^2)P_x] + \sum_p\sum_q(G\lambda m^2 + I\lambda^3 n^2 + fP_x)\times\frac{mnpq}{(m^2-p^2)(q^2-n^2)} = 0 \qquad (17)$$

其中：$\lambda = \frac{a}{b}$；$E = \frac{D_{11}}{D_{22}}$；$H = \frac{2(D_{12}+2D_{66})}{D_{22}}$；$G = \frac{32D_{16}}{\pi^2 D_{22}}$；$I = \frac{32D_{26}}{\pi^2 D_{22}}$；$P_x = \frac{a^2}{\pi^2 D_{22}}\overline{N_x}$；$e = \frac{\overline{N_y}}{\overline{N_x}}$；$f = \frac{16\lambda}{\pi^2}\frac{\overline{N_{xy}}}{\overline{N_x}} = \frac{16\lambda}{\pi^2}f_e$.

从式(17)可以看出，在各材料参数和加载比例系数 e、f_e 已知的条件下，它是一个关于 C_{mn} 的齐次线性方程组。为使 δw 有非零解(C_{mn} 有非零解)，须满足方程组的系数行列式为零，从而得到求解屈曲临界载荷的特征方程；此特征方程的根理论上有 m×n 个，包括实根和虚根，但在实际求解时只需取有限项 C_{mn} 即可，在所有根当中最小的实数根就是等效板的总体屈曲载荷；在编程计算时，m、n 最大取值同时取12，即取前12×12 = 144 项 C_{mn} 进行算例验算。

2　算例验证和分析

应用本文中所述方法，采用 Matlab 语言编程，实现对加筋板的总体失稳载荷计算。现对文献[7]中的格栅加筋结构进行算例验算，并与本文中的计算结果进行对比，对比结果见表1。

表1 中的各加筋板的材料属性：E_{11} = 139.3 GPa，E_{22} = 13.1 GPa，μ_2 = 0.3，G_{12} = 5.0 GPa，面板铺层均为[±45°/90°/0°]s，铺层厚均为0.1524 mm，各板总长宽为 a = 508 mm，b = 1422 mm，外载均为 N_x = 70076 N/m，筋条均为0度(筋向)纤维铺层。

表1　各加筋板稳定性分析结果比较

Table 1　The results of the grid stiffened panels

Size of unit cell/ mm				Global buckling load factors		
a_0	b_0	h_{st}	t_{st}	λ_1 Ref.[7]	λ_2 Present method	(λ_2/λ_1)/ %
127.0	218.8	13.65	1.524	0.995	0.909	91.4
112.9	203.2	13.65	1.524	1.047	1.006	96.1
112.9	189.7	13.02	1.829	1.139	1.075	94.4
112.9	203.2	13.65	1.829	1.207	1.203	99.7

从表1 中3 组数据对比结果都表明，本文中方法和Jaunky 等人[3] 提出的修正平铺等效法计算结果相当。这是因为本文中方法和修正平铺法都考虑了筋条和面板的相互作用，因此分析结果吻合得很好，充分说明本计算方法的有效性。

3　结　论

(1) 在分析复合材料格栅加筋板结构稳定性过程中，本文中所作的假设和推导过程是合理的，所提出的总体刚度计算模型和屈曲载荷计算通式具有较高的精度。

(2) 本方法适用于分析各种格栅布局形式的复合材料加筋板壳，因此，对于需要大量重复计算的加筋结构优化设计，具有很高的工程应用价值。

参考文献：

[1] 张志峰，陈浩然，李　煊，等. 先进复合材料格栅圆柱壳优化设计的混合遗传算法[J]. 复合材料学报，2005，22(2)：166-171.
Zhang Zhifeng, Chen Haoran, Li Xuan, et al. Hybrid genetic algorithm for optimum design of advanced grid composite circular cylinders [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2005, 22(2): 166-171.

[2] Meink T E, Gregoreck G. Composite grid vs composite sandwich: A comparison based on payload shroud requirements [C] // IEEE Aerospace Conference Proceedings. Manhattan Beach: IEEE Aerospace and Electronics Systems Society, 1998, 4: 215-220.

[3] Jaunky N, Knight N F, Ambur D R. Formulation of an improved smeared theory for buckling analysis of grid-stiffened composite panels [J]. Composite Part B, 1996, 27B(5): 519-

526 .

[4] Kidane S, Li G Q, Helms J, et al. Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders [J]. Composites, 2003, 34: 1-9.

[5] Jaunky N, Knight N F, Ambur D R, et al. Buckling of arbitrary quardrilateral anisotropic plates [J]. AIAA Journal, 1995, 33(5): 938-944.

[6] Jaunky N, Knight N F, Ambur D R, et al. Buckling analysis of general triangular anisotropic plates using polynomials [J]. AIAA Journal, 1995, 33(12): 2414-2417.

[7] Jaunky N, Knight N F, Ambur D. Optimal design of grid-stiffened composite panels using global and local buckling analyses [J]. J Aircr, 1998, 35(3): 478-486.

[8] Collier C, Yarrington P. Composite grid-stiffened panel design for post buckling using hypersizer, AIAA-2002-1222 [R]. Denver Colorado, 2002: 1-9.

[9] Wang J T S, Hsu T M. Discrete analysis of stiffened composite cylindrical shells [J]. AIAA J, 1985, 23(3): 1753-1761.

[10] endron G, Gurdal Z. Optimal design of geodesically stiffened composite cylindrical shells, AIAA Paper No. 92-2306-CP [R]. 1992: 2431-2441.

[11] Troitsky M. Stiffened plates: Bending, stability and vibration [M]. Amsterdam: Elsevier Science Publishing Company, 1976: 36-120.

[12] Reddy A D, Valisetty Rao R, Rehfield L W. Continuous filament wound composites concepts for aircraft fuselage structures [J]. AIAA Journal of Aircraft, 1985, 22(3): 249-255.

[13] Phillips J L, Gural Z. Structural analysis and optimum design geodesically stiffened composite panels, NASA CCMS-90-50 (VPI-E-90-08), Grant NAG-1-643 [R]. 1990: 1-268.