复合材料学报 Acta Materiae Compositae Sinica
第 26 卷 第 1 期 2 月 2009 年
Vol. 26 No. 1 February 2009

文章编号：1000-3851(2009)01-0168-06

含孔复合材料层合板孔边的应力集中

韩小平*，郭章新，朱西平，曹效昂
（西北工业大学 力学与土木建筑学院，西安 710072）

摘 要： 针对含孔有限宽复合材料层合板的应力集中问题，提出一种计算孔边应力分布及应力集中因子的方法：先利用经典层板理论，将复合材料层合板化归为各向异性板；再将各向异性板等效转换为一偏轴拉伸的单向纤维层板；最后利用含孔偏轴单向板的孔边应力计算公式来分析一般铺层层合板孔边应力集中情况。根据所推导的计算公式，分析讨论了板宽/孔径比、铺层比例、铺层方式、材料性能参数等因素对孔边应力集中的影响。

关键词： 含孔复合材料层合板；各向异性板；含孔偏轴单向板；孔边应力；应力集中因子
中图分类号： TB332 **文献标志码：** A

Stress distribution near the opening and stress concentration for composite laminates with a circular opening

HAN Xiaoping*, GUO Zhangxin, ZHU Xiping, CAO Xiaoang
(School of Mechanics, Civil Engineering & Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A theoretical calculation method for stress concentrations in anisotropic plates with a circular opening was suggested to composite laminates with a circular opening. Based on the classical laminated plate theory, the finite composite laminate with a circular opening was treated as an anisotropic plate. The anisotropic plate was equivalently transformed into a single-oriented fibers plate subjected to off-axial loading. The stress concentration factors of composite laminates with a circular opening can be obtained by means of a similar calculation formulas in the single-oriented fibers plate subjected to off-axial loading. Using the derived expressions, the effects of diameter (opening) to width(plate) ratio d/w on the stress concentration were compared and analyzed. The predicted stress concentration factors are verified with finite element simulation and the experimental results.

Keywords: composite laminates with holes; anisotropic plate; single-oriented fibers plate with holes; stress distribution near the opening; stress concentration factors

复合材料在工程实际中的应用日益增多，由于结构装配或功能方面的需求，常常需要在复合材料层合板上打孔或开口。对于开口结构来说，特别突出的一个问题是孔边区域的应力集中，在载荷作用下，孔口附近会产生分层开裂损伤，这些内部分层难以发现，对结构是一大潜在威胁，它可能会对复合材料结构的承载能力、使用寿命产生严重影响，因此，国内外许多学者进行了研究。

Wu 和 Mu[1]将各向同性含孔板的应力集中因子推广应用到正交各向异性含孔板和含孔圆柱壳，并提出一个计算应力集中因子的经验公式。Tan[2]建立了含椭圆孔正交各向异性复合材料板的近似应力分析方法，并推广应用到点应力破坏准则和平均应力破坏准则，预测含椭圆孔的纤维增强复合材料板的强度。Giulio[3]依据 Lekhnitskii[4]理论，采用综合变量法研究了同时承受双轴载荷和剪力的含矩形开口的各向异性板开口附近的应变分布，其结果与相关实验、有限元数值模拟相当吻合。Maa 和 Cheng[5]基于连续损伤力学理论，提出一种损伤模型，研究含孔层合板拉伸破坏强度。

在国内，王启智等[6-7]用近似解析方法和有限元法推导出拉伸正交各向异性有限宽板偏心圆孔的应力集中系数的显式表达式及有限域中高精度应力集中系数表达式。

收稿日期： 2008-01-21；**收修改稿日期：** 2008-04-29
通讯作者： 韩小平，教授，研究方向为复合材料及其结构的力学分析 E-mail：xphan@nwpu.edu.cn

本文作者针对含孔有限宽复合材料层合板的应力集中问题，提出一种计算孔边应力分布及应力集中因子的方法。根据所推导的计算公式，分析讨论了板宽/孔径比、铺层比例、铺层方式、材料性能参数等因素对孔边应力集中的影响。

1 有限宽度含孔正交各向异性板孔边应力及应力集中分析

1.1 含孔正交各向异性板孔边应力分析及应力集中因子

无限大各向异性板中圆孔周围应力问题的解已由多位学者给出，其中两种特殊情形特别重要。

(1) 含孔单向纤维层板在纤维方向上承受单轴拉伸载荷，如图 1(a)所示。孔边环向应力由下式给出[1]：

$$\sigma_{\theta L}=\left[\frac{(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)(1+\gamma_1+\gamma_2-\gamma_1\gamma_2-2\cos 2\theta)}{(1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2\theta)(1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2\theta)}\right]\sigma_L \tag{1}$$

式中

$$\gamma_1=\frac{\left[\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)+\sqrt{\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)^2-\frac{E_T}{E_L}}\right]^{1/2}-1}{\left[\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)+\sqrt{\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)^2-\frac{E_T}{E_L}}\right]^{1/2}+1} \tag{2}$$

$$\gamma_2=\frac{\left[\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)-\sqrt{\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)^2-\frac{E_T}{E_L}}\right]^{1/2}-1}{\left[\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)-\sqrt{\left(\frac{E_T}{2G_{LT}}-\nu_{TL}\right)^2-\frac{E_T}{E_L}}\right]^{1/2}+1} \tag{3}$$

其中：E_L为纤维方向弹性模量；E_T 为横向(垂直于纤维方向)弹性模量；G_{LT}、ν_{TL}分别为面内剪切模量和泊松比。

当圆孔足够小时，以上计算公式对有限宽板是足够精确的。一般认为，当板宽和孔径比值 $w/d\geqslant 6$，就属于小孔情形，可近似看作为含孔无限大板。设 σ 是远场的拉伸应力，则应力集中因子定义为 $K=\sigma_{\theta L}/\sigma$。

正交各向异性含孔无限大板的应力集中因子 K^{∞} 为

$$K^{\infty}=1+\sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_T}{E_L}}-\nu_{TL}+\frac{E_T}{2G_{TL}}\right)} \tag{4}$$

图 1(b)为含孔单向纤维层板在垂直于纤维方向上承受单轴拉伸载荷的情形，这时，孔边环向应力仍由式(1)、式(2)、式(3)给出，只需将 E_L 换为 E_T，将 ν_{TL}换为 ν_{LT}即可。

图 1(c)为含孔单向纤维层板同时承受双轴向拉伸载荷和剪切载荷的情形，这时，孔边环向应力见式(5)。

(2) 含孔单向纤维层板承受与纤维方向成 α 角的载荷，如图 2 所示，这一情况相当于各向异性板承受单轴拉伸载荷。将载荷分解成沿材料主方向的两个分量，在前面正交异性板孔边的应力计算公式的基础上，利用叠加原理，可得到含孔各向异性板应力计算公式，孔边任一位置 φ 处的环向应力由式(6)给出。

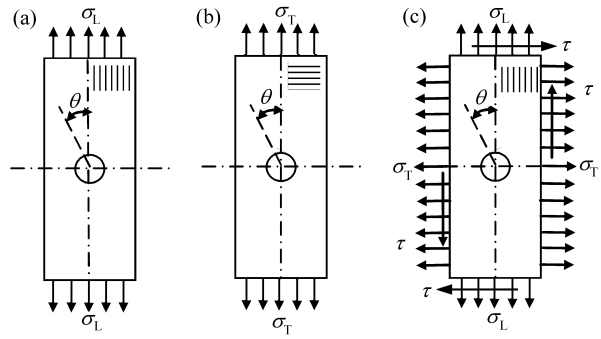

图 1 正交各向异性板承受不同类型载荷

Fig. 1 Orthotropic composite plates subjected to various types of loading

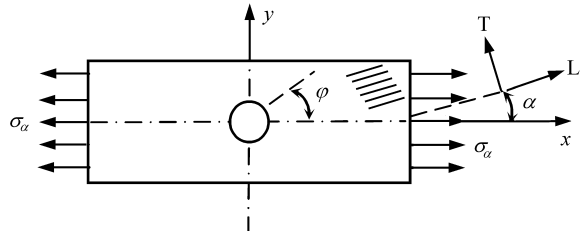

图 2 偏轴拉伸单向板

Fig. 2 Unidirectional plate with oriented fibers subjected to off-axial loading

$$\sigma_{\theta bs}=\frac{(\sigma_L+\sigma_T)(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)(1+\gamma_1+\gamma_2-\gamma_1\gamma_2-2\cos 2\theta)-4\sigma_T[\gamma_1+\gamma_2-(1+\gamma_1\gamma_2)\cos 2\theta]+4\sigma_L(\gamma_1\gamma_2-1)\sin 2\theta}{(1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2\theta)(1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2\theta)} \tag{5}$$

$$\sigma_{\varphi\alpha}=\left\{\frac{(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)[1+\gamma_1+\gamma_2-\gamma_1\gamma_2-2\cos 2(\varphi-\alpha)]}{[1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2(\varphi-\alpha)][1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2(\varphi-\alpha)]}-\frac{4[\gamma_1+\gamma_2-(1+\gamma_1\gamma_2)\cos 2(\varphi-\alpha)]\sin^2\alpha+4(\gamma_1\gamma_2-1)\sin 2(\varphi-\alpha)\sin a\cos\alpha}{[1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2(\varphi-\alpha)][1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2(\varphi-\alpha)]}\right\}\sigma_\alpha \tag{6}$$

其中 γ_1、γ_2 由式(2)、式(3)给出。

1.2　有限宽度含孔正交各向异性板的修正系数

Tan[2]假定近似的应力分布，推导出单轴拉伸载荷下，正交各向异性有限宽板中心圆孔的应力集中因子的封闭表达式，即

$$\frac{K_{\mathrm{T}}^{\infty}}{K_{\mathrm{T}}}=\frac{3(1-d/w)}{2+(1-d/w)^3}+\frac{1}{2}\left(\frac{d}{w}M\right)^6(K_{\mathrm{T}}^{\infty}-3)\times\left[1-\left(\frac{d}{w}M\right)^2\right] \tag{7}$$

$$M^2=\frac{\sqrt{1-8\left[\frac{3(1-d/w)}{2+(1-d/w)^3}-1\right]}-1}{2(d/w)^2}$$

其中 M 为修正系数。

2　含孔层合板孔边应力、应力集中理论分析

2.1　含孔多向角铺设对称层合板孔边应力计算公式

先考虑一种特殊情况，即由 4 个纤维铺层角度分别为 $+\alpha$、$-\alpha$ 的单向板组合成的含孔双向层板，根据相关的层合板等效弹性理论，得到坐标轴方向的等效弹性常数，再利用含孔各向异性板应力计算公式，将式(2)、式(3)中材料主方向的弹性常数用坐标轴方向的等效弹性常数代替，就可以得到含孔双向层板孔边的环向应力计算公式。

再考虑含孔多向角铺设对称层合板。在含孔双向层板孔边的环向应力计算公式的基础上，利用叠加原理，就可得到含孔多向角铺设对称层合板孔边的环向应力计算公式。

2.2　一般铺层含孔层合板的孔边应力计算公式

单向纤维层板承受偏轴载荷时，其力学行为表现为各向异性，相当于各向异性板承受单轴拉伸载荷情况。复合材料层合板厚度方向的尺寸与其它两个方向相比要小得多。如果不考虑层合板的各个铺层之间界面上物性有突变的局部性质，忽略层板厚度方向上的层间应力作用，层合板从宏观上可看作为均质的各向异性板，其宏观弹性性质可以通过各个铺层的弹性常数来确定。

据此，提出以下研究思路：先利用经典层板理论，将复合材料层合板化归为各向异性板；再将各向异性板等效转换为一偏轴拉伸的单向纤维层板；最后利用含孔偏轴单向板的孔边应力计算公式来分析一般铺层层合板的孔边应力集中情况。

假设层合板的平均应力分量、平均应变分量分别为 $\bar{\sigma}_{ij}$、$\bar{\varepsilon}_{ij}$，将整个层合板看作一各向异性板，不考虑拉伸、弯曲耦合效应，其应力-应变关系为

$$\{\bar{\sigma}\}=\frac{1}{h}[A_{ij}]\{\bar{\varepsilon}\} \tag{8}$$

$$[A_{ij}]=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{26} \\ \mathrm{SYM} & & A_{66} \end{bmatrix},$$

$$A_{ij}=\int_{-h/2}^{h/2}\bar{Q}_{ij}^{(k)}\,\mathrm{d}z=\sum_{k=1}^{n}\bar{Q}_{ij}^{(k)}(h_k-h_{k-1}),\quad i,j=1,2,6.$$

其中：A_{ij} 为层合板面内刚度系数；$\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ 为第 k 个铺层的刚度系数，可根据各单层的材料性能参数计算得到；h 为层板的厚度。

将复合材料层合板化归为各向异性板后，用弹性常数表示柔度系数 α_{ij}（i，$j=1,2,6$），则应变-应力关系表示为

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_y} & -\frac{m_x}{E_x}\\ -\frac{\nu_{yx}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{m_y}{E_y}\\ -\frac{m_x}{E_x} & -\frac{m_y}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix} \tag{9}$$

其中：E_x、E_y 为自然坐标轴 x、y 方向的杨氏模量；G_{xy} 为 $x-y$ 平面的剪切模量；ν_{xy}、ν_{yx} 为相应方向的泊松比；m_x、m_y 是在 x、y 方向出现的无量纲系数。

接下来，再将各向异性板等效转换为偏轴拉伸的单向纤维层板，相当于用材料主方向弹性常数 E_1、E_2、ν_{12}，G_{12} 表示弹性常数 E_x、E_y、G_{xy}。其偏转角 φ 的计算公式如下：

$$\frac{1}{E_x}=\frac{1}{E_1}\cos^4\varphi+\frac{1}{E_2}\sin^4\varphi+\left(\frac{1}{G_{12}}-\frac{2\nu_{12}}{E_1}\right)\cos^2\varphi\sin^2\varphi \tag{10}$$

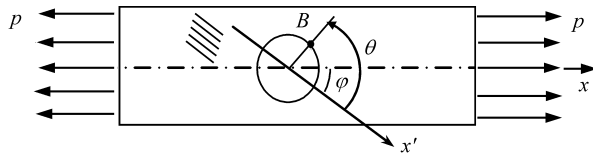

图 3　拉伸等效偏轴单向板

Fig. 3　The equivalent tension unidirectional composite laminate with oriented fibers

图 3 为由一层合板等效而成的单向板。对于图 3 所示的简单载荷情况，φ 为单向板纤维方向 x' 与加载方向 x 之间的夹角，即式(10)中所表示的等效单向板的偏转角。

2.3 有限宽含孔层合板孔边应力集中因子计算方法

根据图 3，孔边任意一点 B 从 x' 轴算起的极角为 θ，则 B 点的应力为[4]

$$\sigma_\theta = p\frac{E_\theta}{E_1}\{[-\cos^2\varphi+(k+n)\sin^2\varphi]k\cos^2\theta + [(1+n)\cos^2\varphi - k\sin^2\varphi]\sin^2\theta - n(1+k+n)\sin\varphi\cos\varphi\sin\theta\cos\theta\} \tag{11}$$

式中，E_θ 是极角为 θ 且与孔边相切方向上的杨氏模量，且

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\sin^4\theta}{E_1} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1}\right)\sin^2\theta\cos^2\theta + \frac{\cos^4\theta}{E_2},$$

$$n = \sqrt{2\left(\frac{E_1}{E_2} - \nu_{12}\right) + \frac{E_1}{G_{12}}}, \qquad k = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}. \tag{12}$$

p 为单向板拉伸时远离孔边的横截面上的应力，而应力集中系数定义为 σ_θ/p，由图 3 可知，此时最小截面处 $\theta=90°+\varphi$，则可由式(11)得到仅含 φ 的最小截面处孔边应力集中因子的表达式：

$$K^\infty = \frac{\sigma_\theta}{p} = \frac{E_\theta}{E_1}[k(k+n)\sin^4\varphi + (1+n)\cos^4\varphi + (n^2+n+kn-2k)\sin^2\varphi\cos^2\varphi] \tag{13}$$

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\cos^4\varphi}{E_1} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1}\right)\sin^2\varphi\cos^2\varphi + \frac{\sin^4\varphi}{E_2}$$

上式为无限宽含孔层合板的孔边应力集中因子计算公式。对有限宽板，计算应力集中因子时需要加一个修正系数。采用式(13)计算出 K^∞，再利用 Tan 给出的宽度修正公式(7)，就可得到有限宽含孔层合板孔边应力集中因子 K_σ。

3 算例分析和近似计算公式的考核

考虑一含孔复合材料层合板，铺层为$[45/0_2/-45/90/45/0_2/-45/0]_S$，材料为 T300/QY9512，层板长 300 mm，宽 200 mm，厚 3 mm，中心圆孔的直径为 60 mm，层板在长度方向上承受面内拉伸载荷。单层板的弹性常数为：$E_1=135.4$ GPa，$E_2=9.84$ GPa，$G_{12}=4.9$ GPa，$\nu_{12}=0.289$。单轴拉伸实验测试得到孔边最小截面处应力集中因子 $K=3.51$[8]。

针对上面给定的复合材料层合板，采用本文方法，先将层合板划归为各向异性板，再将各向异性板等效为一偏轴拉伸的单向纤维板。经过计算，得到等效单向板的偏转角为 $\varphi=4.21°$，在最小截面处 $\theta=90°+\varphi$，根据公式(12)计算出相关参数 n、k 以及 E_θ 值，即

$n=5.87$，$k=3.71$，$E_\theta=67.73$ GPa

再根据式(13)以及式(7)，可得到有限宽含孔层合板孔边应力集中因子的近似理论值 $K_\sigma=3.94$。本文的公式解与实验结果之间偏差为 11%，其原因分析如下：当外载荷增大到一定程度后，复合材料内部会出现损伤，随着损伤的积累，材料刚度可能发生变化，会小于初始刚度。但本文的求解方法是基于线弹性分析，材料刚度保持不变，因此，出现偏差。

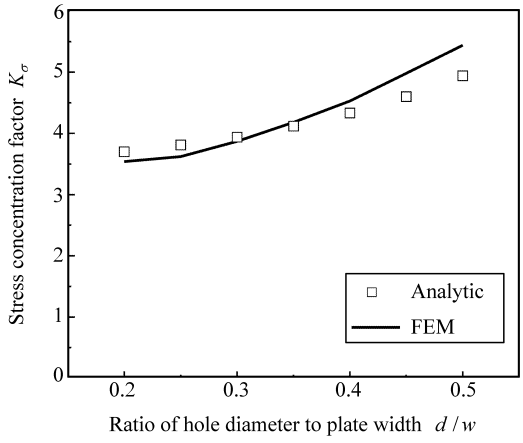

图 4 孔径/板宽比对孔边应力集中的影响

Fig. 4 Effect of ratio of hole diameter to plate width on the stress concentration factor

进一步将本文计算方法应用于分析计算不同孔径、不同宽度层合板的应力集中因子，并与有限元计算结果比较。含孔复合材料层合板材料为 T300/QY9512，铺层为$[45/0_2/-45/90/45/0_2/-45/0]_S$，承受单轴拉伸载荷作用，图 4 描述了试件最小截面上孔边应力集中因子随孔径/板宽比变化的规律。

可以看出，公式解与有限元解吻合很好(最大偏差小于 10%)。孔径/板宽比(d/w)对孔边应力集中影响很大。随着 d/w 的减小，应力集中因子减小；当 $d/w=0.25$ 时，其结果与无限大板的精确值基本一致，因此，当 $d/w\leqslant0.25$ 时，就可以认为是小孔洞情况，近似按无限大板处理。

4 含孔复合材料层合板的应力集中分析

4.1 铺层比例对孔边应力集中的影响

为便于工程应用，图 5 给出了各种铺层比例的含孔层板$(0_\alpha/\pm45_\beta/90_\gamma)_S$ 受单轴拉伸载荷时，孔边应力集中因子的变化规律。材料为 T300/QY9512，层板长 300 mm，宽 200 mm，厚 3 mm，中心圆孔的直径为 60 mm。单层板的弹性常数为：$E_1=135.4$ GPa，$E_2=9.84$ GPa，$G_{12}=4.9$ GPa，$\nu_{12}=0.289$。

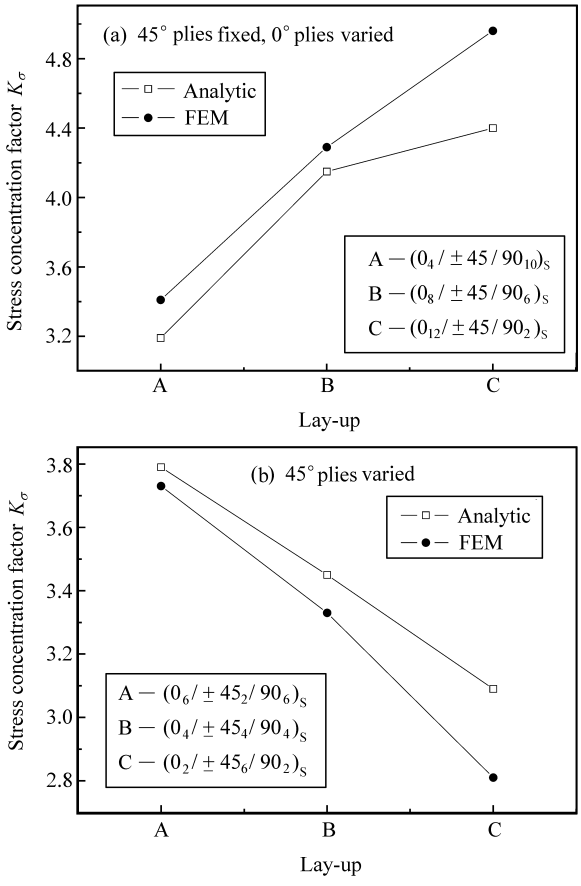

图 5　铺层比例对孔边应力集中的影响

Fig. 5　Effect of ply proportion on the stress concentration factor

一般认为，0°铺层所占比例愈大，层板各向异性程度愈严重，而 90°铺层所占比例较大时，层板各向异性程度会降低，可用 0°铺层或 90°铺层所占比例大致衡量层板的各向异性程度。从图 5 可看到，层板中各铺设方向所含比例 α、β、γ 对应力集中影响很大。当 0°铺层比例加大，或 90°铺层比例减小时，层板各向异性程度增大，应力集中也愈严重。还可看到，随着±45°铺层比例的增加，应力集中因子减小，即±45°铺层能缓和层板的各向异性程度，因而增加±45°铺层比例，有助于降低应力集中。

4.2　铺层角度对孔边应力集中的影响

对于 5 种斜交铺设复合材料层合板，分别利用所推导的公式和有限元方法计算了孔边应力集中因子，以研究铺层角度对应力集中因子的影响，计算结果如图 6 所示。

由图 6 可见，对于斜交对称铺层板，孔边应力集中因子 K_σ 随铺层角度 θ 的增大而降低。当 $\theta=$

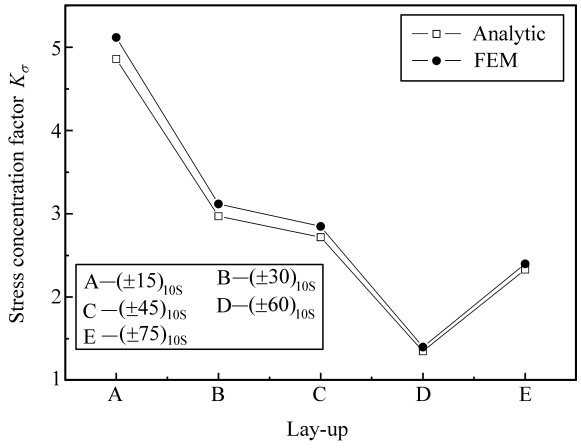

图 6　铺层角度对孔边应力集中的影响

Fig. 6　Effect of lay-up angle on the stress concentration factor

60°时，K_σ最小。本文公式解与有限元解基本一致。

一般认为，复合材料层合板的 0°铺层对提高层合板的强度、刚度是有利的。从图 6 的结果可以看到，45°～60°的斜交铺层能降低含孔层合板的应力集中系数。因此，构造具有足够百分比的 0°铺层和 45°～60°铺层的含孔层合板是较为理想的。

4.3　材料性能参数对孔边应力集中的影响

图 7 给出 3 种常用复合材料、4 种铺层的应力集中情况。3 种复合材料的材料参数为

CFRP：$E_1=135$ GPa，$E_2=8.8$ GPa，

$G_{12}=4.5$ GPa，$\nu_{12}=0.33$

GFRP：$E_1=42$ GPa，$E_2=15$ GPa，

$G_{12}=5$ GPa，$\nu_{12}=0.23$

KFRP：$E_1=78.5$ GPa，$E_2=5.5$ GPa，

$G_{12}=2.1$ GPa，$\nu_{12}=0.34$

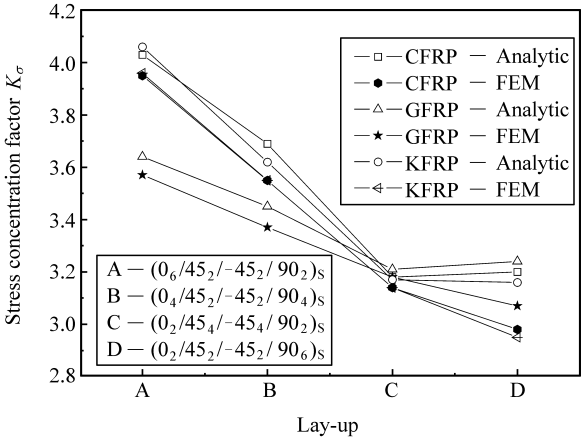

图 7　材料性能参数对孔边应力集中的影响

Fig. 7　Effect of material properties on the stress concentration factor

从图 7 可以看到，对于一般铺层层合板，K 与材料弹性常数有关，当材料主方向性能参数差异较大时，K 的差异也较大，材料性能参数对应力集中具有明显的影响。

还可以看到，对准各向同性层合板$(0_2/45_2/-45_2/90_6)_S$，K 几乎与材料性能参数无关，仅与含孔板几何参数有关，具有金属材料的性质。

5 结 论

（1）本文中提出一种计算孔边应力分布及应力集中因子的方法，并推导出相应的计算公式。通过有限元模拟计算，对所推导的计算公式进行了考核和验证，结果表明，采用公式预测的应力集中因子与有限元解以及实验结果吻合很好。

（2）孔径/板宽比（d/w）对孔边应力集中影响很大。随着 d/w 的减小，应力集中因子减小；当 $d/w=0.25$ 时，其结果与无限大板的精确值基本一致，因此，当 $d/w\leqslant 0.25$ 时，就可以认为是小孔洞情况，近似按无限大板处理。

（3）层板中各铺设方向所含比例对应力集中影响很大。当 0°铺层比例加大，或 90°铺层比例减小时，应力集中严重；增加±45°铺层比例，应力集中减小。

（4）对于斜交对称铺层板，孔边应力集中因子 K_σ随铺层角度θ 的增大而降低。45°～60°的斜交铺层能降低含孔层合板的应力集中系数；当 $\theta=60°$ 时，K_σ最小；构造具有足够百分比的 0°铺层和 45°～60°铺层的含孔层合板是较为理想的。

（5）孔边应力集中因子 K_σ与材料弹性常数有关，当材料主方向性能参数差异较大时，K_σ的差异也较大，材料性能参数对应力集中具有明显的影响。

参考文献：

[1] Wu Hwai-Chung, Mu Bin. On stress concentrations for isotropic / orthotropic plates and cylinders with a circular hole [J]. Composites Part B, 2003, 34(2): 127-134.

[2] Tan S C. Stress concentrations around holes [M]. Lancaster: Technomic, 1994.

[3] Giulio Romeo. Analytical and experimental behaviour of laminated panels with rectangular opening under biaxial tension, compression and shear loads [J]. Journal of Composite Materials, 2001, 35(8): 639-663.

[4] Lekhnitskii S G. Theory of elasticity of an anisotropic body [M]. San Francisco: Mir Publisher, 1981.

[5] Maa R H, Cheng J H. A CDM-based failure model for predicting strength of notched composite laminates [J]. Composites Part B, 2002, 33(6): 479-489.

[6] 王启智，有限域中高精度应力集中系数和应力强度因子表达式 [J]. 机械强度，2001，23(3)：358-361.
Wang Qizhi. High accuracy expression of stress concentration factor and stress intensity factor in finite domains [J]. Journal of Mechanical Strength, 2001, 23(3): 358-361.

[7] 王启智，宋小林. 拉伸正交各向异性有限宽板偏心圆孔的应力集中系数表达式 [J]. 复合材料学报，2003，20(6)：80-86.
Wang Qizhi, Song Xiaolin. Expressions of stress concentration factor for an eccentric circular hole in a tension orthotropic finite width strip [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2003, 20(6): 80-86.

[8] 韩小平，曹效昂，朱西平，岳珠峰. 孔口缝合补强对含孔层板应变集中影响的实验研究[J]. 复合材料学报，2006，23(4)：169-174.
Han Xiaoping, Cao Xiao'ang, Zhu Xiping, Yue Zhufeng. Experimental investigation on strain concentration in composite laminates with a circular hole [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2006, 23(4): 169-174.