复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第 37 卷 第 7 期 7 月 2020 年
Vol. 37 No. 7 Jul 2020

DOI：10.13801/j.cnki.fhclxb.20190905.001

湿热环境对复合材料蜂窝板振动特性的影响

贾宝惠*，郝彤星，张刚，卢翔
（中国民航大学 航空工程学院，天津 300300）

摘 要：为了研究复合材料蜂窝板在湿热环境下的振动特性，针对由碳纤维/双马来酰亚胺复合材料层合板和 Nomex 芯层复合而成的蜂窝板进行了不同温湿度下固有频率的数值分析。基于分段剪切变形理论，分别考虑复合材料蜂窝薄板和厚板两种情况，利用湿度与温度的等效性，求解了复合材料蜂窝板的振动特征方程。利用有限元软件 ABAQUS，建立了四端固支的复合材料蜂窝板精细化模型。分别讨论了温度、湿度、温湿度联合作用对复合材料蜂窝薄板和厚板固有频率的影响。结果表明：相比于温度的升高，复合材料蜂窝板固有频率对吸湿量的增加更为敏感；相同的湿热环境下，复合材料蜂窝厚板结构的固有频率比薄板结构大，且阶次越高，固有频率上升的幅度越大；温湿度的联合作用比它们单独作用的叠加对复合材料蜂窝板固有频率的影响更大，且在复合材料蜂窝薄板中更加明显。

关键词：复合材料蜂窝板；薄板结构；厚板结构；湿热环境；精细化模型；振动特性
中图分类号：TB330.1 **文献标志码**：A **文章编号**：1000-3851(2020)07-1601-10

Effect of hygrothermal environment on vibration characteristic of composite honeycomb structure

JIA Baohui*, HAO Tongxing, ZHANG Gang, LU Xiang
(Aeronautical Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: In order to study the vibration characteristic of composite honeycomb structure under hygrothermal condition, the natural frequencies of honeycomb structure composed by carbon fiber/bismaleimide composite laminate and Nomex core were numerically analyzed under different temperatures and humidities. Based on the piecewise shear deformation theory, considering the honeycomb thin plate and thick plate respectively, the eigenvibration equation of composite honeycomb structure was solved by finite element method using the equivalence of temperature and humidity. A detailed model of composite honeycomb structure with four-edge clamped support was established by using finite element software ABAQUS. The effects of temperature, humidity, and combined temperature and humidity on the vibration characteristic of composite honeycomb thin plate and thick plate were discussed respectively. The numerical results show that compared with the increase of temperature, the natural frequencies of honeycomb structure are more sensitive to the increase of moisture concentration. Under the same humid and thermal environment, the natural frequency of the thick plate structure is larger than that of the thin plate, and the higher order of natural frequency, the greater the increase of natural frequency. The coupling effect of temperature and humidity has a greater effect on the natural frequency of composite honeycomb structure than the superposition of temperature and humidity when they act alone, and this effect is more obvious for the composite honeycomb thin plate.

Keywords: composite honeycomb structure; thin plate structure; thick plate structure; hygrothermal condition; detailed model; vibration characteristic

收稿日期：2019-07-12; **录用日期**：2019-09-02；**网络首发时间**：2019-09-06 09:06:08
网络首发地址：https://doi.org/10.13801/j.cnki.fhclxb.20190905.001
通信作者：贾宝惠，硕士，教授，硕士生导师，研究方向为航空器持续适航与维修工程 E-mail: jiabaohui@sina.com

引用格式：贾宝惠，郝彤星，张刚，等. 湿热环境对复合材料蜂窝板振动特性的影响 [J]. 复合材料学报，2020，37(7)：1601-1610.
JIA Baohui, HAO Tongxing, ZHANG Gang, et al. Effect of hygrothermal environment on vibration characteristic of composite honeycomb structure[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2020, 37(7): 1601-1610(in Chinese).

民用飞机的结构材料体系在追求性能的同时更兼顾着安全性、可靠性和经济性。先进复合材料蜂窝结构得以在民用客机上广泛应用，不仅由于其轻质高强的特点，更重要的是由于其整体成形技术能显著减少连接，在提高结构可靠性的同时更能降低生产成本；且复合材料蜂窝结构优异的抗疲劳耐腐蚀特性在降低维护成本的前提下，提高了民用客机的舒适性[1-2]。但复合材料特殊的结构形式导致其对环境的变化非常敏感，因此中国民用航空规章“CCAR25.603 材料”[3]中明确规定：要考虑服役中预期的环境条件，如温度和湿度的影响。据此，研究湿热环境对复合材料蜂窝板振动特性的影响，对于含蜂窝板结构件的设计可提供有价值的参考。

国外研究者对于复合材料蜂窝结构的振动特性进行了许多理论分析、相关试验及数值计算。Liu 等[4]采用低阶剪切变形理论建立了中等厚度夹芯板的固有频率分析模型。Liu 等[5-6]进一步研究发现低阶剪切变形理论过高地考虑了芯层的作用，遂提出了一种精细的高阶剪切变形模型，以更好地估算柔性芯层夹芯板的振动特性。Tanimoto 等[7]提出了一种新的蜂窝夹层板自由振动分析数值模型，通过与实验结果比较，研究了面板厚度对固有频率的影响。

Zhu 等[8]发现蜂窝夹层材料的频率响应会因结构出现破坏而改变，遂提出了一种基于单点频率响应函数的含脱粘蜂窝夹芯梁的无损检测方法。Burlayenko 等[9]建立了板/芯脱黏粘的蜂窝板有限元模型，研究了不同的脱粘类型对含损伤蜂窝板固有频率的影响。

Yeo 等[10]发现蜂窝结构中水分和热循环的组合可能导致蜂窝板产生一般湿环境下观察不到的强度等力学性能的恶化。Chen 等[11]通过建立三维湿度-位移有限元模型，研究了恒定和循环温湿度变化对夹层板弯曲蠕变的影响。 Padhi 等[12]采用高阶 Z 字形层合板理论，并利用九节点等参单元进行有限元计算，以探究不同温湿度对低密度芯层夹层板自由振动的影响。

近年来国内学者对于复合材料蜂窝结构的研究也越发关注。李向阳等[13]采用 Rayleigh-Ritz 法研究了不同湿热环境对面板含分层的复合材料夹层板屈曲性能的影响。Li 等[14]提出了新的分段低阶和高阶剪切变形理论，求得夹层复合材料固有频率的解析解。Li 等[15]考虑了环境因素，应用分段低阶剪切变形理论，得到了热应力作用下夹层复合材料的固有频率及相应模态的解析解。Zhao 等[16]综合分层理论和等效单层板理论的优点，提出了复合材料夹芯板的分段剪切变形理论，并建立了连续四节点四边形等参平板单元，用于复合材料夹芯板在热环境中的自由和受迫振动分析。

胡建平等[17]对不同类型的 Nomex 蜂窝夹层复合材料进行湿热处理，发现湿热环境对夹层复合材料性能参数造成了不同程度的负面影响。白云鹤等[18]针对复合材料蜂窝板进行了不同温度下的模态试验，观察到在加热过程中结构面板与芯层脱离，向外凸出，并对该损伤形式的成因进行了分析。东巳宙[19]对由芳纶纸蜂窝芯层构成的复合材料蜂窝板进行高温环境下力学性能试验研究和仿真分析，测定其拉伸模量、固有频率、响应幅值随温度的变化情况。Bai 等[20]进行了温度对复合蜂窝结构模态特性影响的实验和仿真研究。结果表明，面板的温度依赖性被认为是模态参数变化的主要因素。

Jiang 等[21]提出了一种利用实验模态数据确定蜂窝芯等效材料参数的方法。刘健等[22]利用仿真软件研究了长厚比对铝蜂窝夹层板等效板模型动力学计算精度的影响，发现层合板低阶剪切理论模型是计算精度较高的等效板模型。韩敬永等[23]利用三种不同等效理论对整流罩整尺度结构进行统计能量分析建模，分析表明，三明治夹芯板理论更适用于研究蜂窝板的高频振动特性。

综上可知，热效应或蜂窝板面板厚度的不同都会显著影响复合材料蜂窝板的振动特性。随着温度的升高，复合材料蜂窝板结构内部会产生热应力；不同的面板厚度改变了蜂窝板的结构特性，这些都会改变蜂窝板的振动特性。且复合材料蜂窝板的厚度是设计蜂窝板时不可或缺的参数。但对于复合材料蜂窝薄板和厚板在湿热环境下振动特性的研究鲜有公开报道。本文考虑民用客机在服役期间可能接触的湿热环境 (吸湿量在 1% 以内、高温在 375 K 以内)，对四边固支复合材料蜂窝板的振动特性展开研究，分析温湿度的变化对复合材料蜂窝薄板和厚板振动特性的影响。

1　数学模型

1.1　复合材料蜂窝板湿热膨胀等效

假定复合材料蜂窝板中温度和湿度都均匀分

布，且复合材料蜂窝板由一种平衡状态变化到另一种平衡状态，只考虑由温度和湿度变化引起的湿热应变。复合材料蜂窝板面板横向和纵向的热膨胀系数 α_{f1} 和 α_{f2} 分别为 $0.28\times10^{-6}\,K^{-1}$ 和 $29.92\times10^{-6}\,K^{-1}$，面板材料横向和纵向的湿膨胀系数 β_{f1} 和 β_{f2} 分别为 0.08×10^{-3} 和 3.4×10^{-3}；蜂窝板芯层为各向同性材料，其湿膨胀系数 β_c 和热膨胀系数 α_c 分别为 $1.6\times10^{-3}\,K^{-1}$ 和 $2.95\times10^{-5}\,K^{-1}$。材料的吸湿量 C 定义为材料吸湿后增加的质量与材料烘干质量之比。温度变化量定义为 $\Delta T=T-T_0$，T 为当前温度，T_0 为初始温度，为 300 K。

依据湿度场相似于温度场的理论，对于湿度场中任一节点的湿度会有温度场中相应节点的温度与之对应。因此，可以将复合材料蜂窝板的湿膨胀系数 β_{f1}、β_{f2}、β_c 等价为相应的热膨胀系数，则总的等效热膨胀系数 α'_{f1}、α'_{f2}、α'_c 分别为

$$\begin{aligned}\alpha'_{f1}&=\alpha_{f1}+\frac{C}{\Delta T}\beta_{f1}\\ \alpha'_{f2}&=\alpha_{f2}+\frac{C}{\Delta T}\beta_{f2}\\ \alpha'_{c}&=\alpha_{c}+\frac{C}{\Delta T}\beta_{c}\end{aligned}\tag{1}$$

1.2 复合材料蜂窝板湿热本构关系

考虑尺寸为 $a\times b\times h$ 的矩形复合材料蜂窝板，如图 1 所示，全局坐标系的选取使 x-y 平面与复合材料蜂窝板中面重合。复合材料蜂窝板上下面板为完全相同且对称铺层的碳纤维/双马来酰亚胺复合材料层合板，芯层为 Nomex 蜂窝芯。

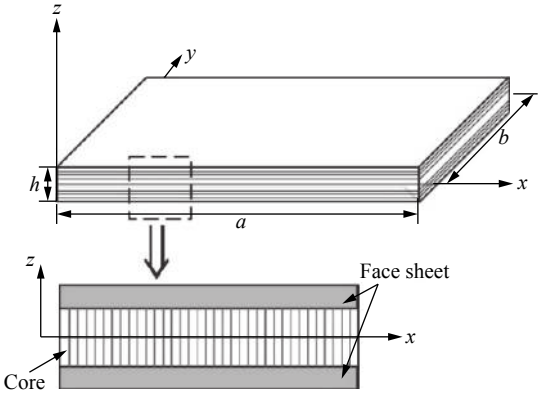

图 1 碳纤维/双马树脂复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板示意图

Fig. 1 Diagram of carbon fiber/bismaleimide resin-Nomex honeycomb plate

利用分段剪切变形理论描述复合材料蜂窝板沿坐标轴方向的位移[16]。为了简化计算，本文将复合材料蜂窝板结构分为三个部分，如图 2 所示。部分 1、2、3 分别对应于复合材料蜂窝板的上面板、蜂窝芯、下面板，其厚度分别为 h_1、h_2、h_3(其中 $h_1=h_3$)。

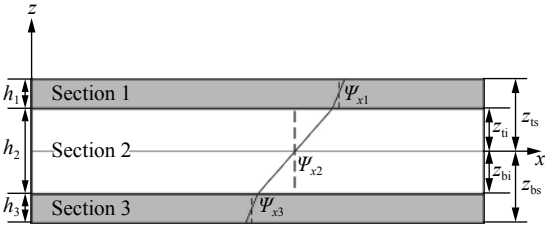

图 2 复合材料蜂窝板分段剪切变形一维示意图

Fig. 2 One-dimensional diagram of piecewise shear deformation of honeycomb plate

复合材料蜂窝板面板上、下表面的 z 坐标可表示为

$$z_{ts}=\frac{h_1+h_2+h_3}{2},\ z_{bs}=-\frac{h_1+h_2+h_3}{2}\tag{2}$$

两个相邻部分界面的 z 坐标可表示为

$$z_{ti}=\frac{h_3+h_2-h_1}{2},\ z_{bi}=-\frac{h_1+h_2-h_3}{2}\tag{3}$$

复合材料蜂窝板分段剪切变形的示意图如图 2 所示。设定复合材料蜂窝板沿厚度方向的横向位移为常数，两个相邻部分界面的位移连续。因此，部分 1、2、3 的位移场分别为

$$\begin{aligned}u_1&=u_0+z_{ti}\Psi_{x2}+(z-z_{ti})\Psi_{x1},\\ v_1&=v_0+z_{ti}\Psi_{y2}+(z-z_{ti})\Psi_{y1},\ w_1=w_0\end{aligned}\tag{4}$$

$$u_2=u_0+z\Psi_{x2},\ v_2=v_0+z\Psi_{y2},\ w_2=w_0\tag{5}$$

$$\begin{aligned}u_3&=u_0+z_{bi}\Psi_{x2}+(z-z_{bi})\Psi_{x3},\\ v_3&=v_0+z_{bi}\Psi_{y2}+(z-z_{bi})\Psi_{y3},\ w_3=w_0\end{aligned}\tag{6}$$

式中：u_0、v_0 和 w_0 分别为复合材料蜂窝板中面上任意一点沿 x、y 和 z 轴的位移；u_j、v_j、w_j 分别为复合材料蜂窝板第 $j(j=1,2,3)$ 个部分中任意一点沿 x、y 和 z 轴的位移；Ψ_{xj} 和 Ψ_{yj} 是复合材料蜂窝板第 $j(j=1,2,3)$ 个部分的中面法线变形后绕 y 轴和 x 轴的转角。

由位移场可得到复合材料蜂窝板在全局坐标系下的面内应变 $\bar{\varepsilon}$ 和横向剪切应变 $\bar{\gamma}$ 分别为

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}=\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{L}+\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{NL},\ \bar{\boldsymbol{\gamma}}=\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{L}+\bar{\boldsymbol{\gamma}}_{NL}\tag{7}$$

式中：带有短横线上标的变量为全局坐标系中的变量；下标“L 和 NL”分别为应变的线性和非线性部分。

根据线弹性理论和平面应力假设，在湿热环境下，各向异性单层板在全局坐标系下的本构关系为

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}=\bar{\boldsymbol{C}}_{in}(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}-\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0)+\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0,\ \bar{\boldsymbol{\tau}}=\bar{\boldsymbol{C}}_{tr}\bar{\boldsymbol{\gamma}}\tag{8}$$

其中：$\bar{\boldsymbol{\sigma}}=\left[\sigma_{xx}\ \sigma_{yy}\ \tau_{xy}\right]^{\mathrm{T}}$、$\bar{\boldsymbol{\tau}}=\left[\tau_{yz}\ \tau_{xz}\right]^{\mathrm{T}}$分别为面内和横向应力向量；$\bar{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{in}}$、$\bar{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{tr}}$分别为平面应力折减刚度矩阵和横向剪切刚度矩阵；$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0=\left[\sigma_{xx}^0\ \sigma_{yy}^0\ \tau_{xy}^0\right]^{\mathrm{T}}$、$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0=\left[\varepsilon_{xx}^0\ \varepsilon_{yy}^0\ \gamma_{xy}^0\right]^{\mathrm{T}}$分别为由湿热效应引起的面内初始应力、应变向量，$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0$为

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_0&=\left[\boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^0\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy}^0\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^0\right]^{\mathrm{T}}\\&=\boldsymbol{T}[\alpha_1\ \alpha_2\ 0]^{\mathrm{T}}\Delta T+\boldsymbol{T}[\beta_1\ \beta_2\ 0]^{\mathrm{T}}C\\&=\boldsymbol{T}[\alpha'_1\ \alpha'_2\ 0]^{\mathrm{T}}\Delta T\end{aligned}\tag{9}$$

式中，$\boldsymbol{T}$为面内坐标转换矩阵。

由以上方程可以看出，湿热效应通过产生面内初始应力和应变而改变复合材料蜂窝板的本构关系。

1.3　复合材料蜂窝板湿热振动有限元列式

针对目前的复合材料蜂窝板在湿热环境下的自由振动问题，选用连续四节点四边形等参数单元进行有限元计算，每个节点考虑九个自由度[16]。因此，单元的节点位移向量为

$$\boldsymbol{\delta}=[\boldsymbol{\delta}_{N1}\ \boldsymbol{\delta}_{N2}\ \boldsymbol{\delta}_{N3}\ \boldsymbol{\delta}_{N4}]^{\mathrm{T}}\tag{10}$$

其中第 i 个节点的位移向量为

$$\boldsymbol{\delta}_{Ni}=\left\{u_{0i},v_{0i},w_{0i},\psi_{y2i},\psi_{x2i},\psi_{y3i},\psi_{x3i},\psi_{y1i},\psi_{x1i}\right\}\tag{11}$$

广义应变向量可由节点位移向量表示为

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{\delta}\tag{12}$$

式中，矩阵 $\boldsymbol{B}$ 是由单元形状函数组成的广义应变-节点位移函数矩阵。

由此可得到结构的单元质量矩阵 $\boldsymbol{M}^e$、单元结构刚度矩阵$\boldsymbol{K}_{\mathrm{in}}^e$和$\boldsymbol{K}_{\mathrm{tr}}^e$及单元几何刚度矩阵$\boldsymbol{K}_{\sigma 0}^e$和$\boldsymbol{K}_{\varepsilon 0}^e$，矩阵中的下标“in“和”tr”分别为面内变形和横向剪切变形，表达式分别为

$$\boldsymbol{M}^e=\iint_e\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{B}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\tag{13}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_{\mathrm{in}}^e&=\iint_e\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{in}}\boldsymbol{B}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\\boldsymbol{K}_{\mathrm{tr}}^e&=\iint_e\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{\mathrm{tr}}\boldsymbol{B}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_{\sigma 0}^e&=\iint_e\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{\sigma 0}\boldsymbol{B}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\\boldsymbol{K}_{\varepsilon 0}^e&=\iint_e\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{\varepsilon 0}\boldsymbol{B}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\end{aligned}\tag{15}$$

式中：上标“e”代表复合材料蜂窝板的一个单元；$\boldsymbol{I}$是与复合材料蜂窝板密度相关的矩阵；$\boldsymbol{D}_{\mathrm{in}}$ 和 $\boldsymbol{D}_{\mathrm{tr}}$ 分别是由$\bar{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{in}}$和$\bar{\boldsymbol{C}}_{\mathrm{tr}}$组成的矩阵；$\boldsymbol{G}_{\sigma 0}$ 和 $\boldsymbol{G}_{\varepsilon 0}$ 分别是由面内初始应力和应变构成的矩阵。

通过高斯求积法对式 (13) ~ (15) 进行积分可得到各自的全局矩阵。

1.4　复合材料蜂窝板湿热振动控制方程

利用 Hamilton 原理建立复合材料蜂窝板在湿热环境下的振动控制方程为

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(T_{\mathrm{K}}-V)\mathrm{d}t=0\tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{T}_{\mathrm{K}}$ 为蜂窝板总动能；$\boldsymbol{V}$是蜂窝板总势能，$\boldsymbol{T}_{\mathrm{K}}$ 和 $\boldsymbol{V}$分别为

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{K}}=\sum\boldsymbol{T}^e=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\chi}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{\chi}}\tag{17}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}&=\boldsymbol{U}_{\mathrm{in}}+\boldsymbol{U}_{\mathrm{tr}}+\boldsymbol{V}_{\sigma 0}+\boldsymbol{V}_{\varepsilon 0}\\&=\sum\boldsymbol{U}_{\mathrm{in}}^e+\sum\boldsymbol{U}_{\mathrm{tr}}^e+\sum\boldsymbol{V}_{\sigma 0}^e+\sum\boldsymbol{V}_{\varepsilon 0}^e\\&=\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\mathrm{in}}\boldsymbol{\chi}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\mathrm{tr}}\boldsymbol{\chi}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\sigma 0}\boldsymbol{\chi}+\frac{1}{2}\boldsymbol{\chi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\varepsilon 0}\boldsymbol{\chi}\end{aligned}\tag{18}$$

式中：$\boldsymbol{\chi}$是整个有限元模型的全局节点位移向量；$\boldsymbol{U}_{\mathrm{in}}$ 和 $\boldsymbol{U}_{\mathrm{tr}}$ 分别为面内变形和横向剪切变形引起的总应变能；$\boldsymbol{V}_{\sigma 0}$ 和 $\boldsymbol{V}_{\varepsilon 0}$ 分别为面内初始应力和应变引起的总势能。

求解式 (18) 即可得到复合材料蜂窝板的自由振动控制方程，也称动力特性方程，为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\chi}}+(\boldsymbol{K}+\boldsymbol{K}_{\sigma 0}+\boldsymbol{K}_{\varepsilon 0})\boldsymbol{\chi}=0\tag{19}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{\chi}}$、$\ddot{\boldsymbol{\chi}}$分别为全局节点位移速度与加速度；$\boldsymbol{K}$=$\boldsymbol{K}_{\mathrm{in}}$+$\boldsymbol{K}_{\mathrm{tr}}$ 为全局结构刚度矩阵。

在自由振动分析中，根据小变形假设，忽略式 (19) 中与初始应变有关的项，即 $\boldsymbol{K}_{\varepsilon 0}$=0。求解上述动力特性方程可得到结构自由振动特征方程为

$$\left[(\boldsymbol{K}+\boldsymbol{K}_{\sigma 0})-\omega_i^2\boldsymbol{M}\right]\boldsymbol{\Phi}_i=0\tag{20}$$

式 (20) 通过子空间迭代法进行求解，即可得到湿热环境下复合材料蜂窝板结构的固有频率。

从上述方程可以看出，湿热初始应力对复合材料蜂窝板振动行为的影响是通过全局几何刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_{\sigma 0}$ 来反映的。即由湿热效应引起的初始应力分布将会改变复合材料蜂窝板的刚度特性，进而影响其固有频率。

2　有限元模型

2.1　复合材料蜂窝板热振动有限元模型验证

首先，考虑长方形复合材料蜂窝板的振动模型，模型在有限元软件 ABAQUS 中建立。复合材料蜂窝板的材料、尺寸及铺层顺序等参数取自文献 [19]。为了最大程度模拟实际结构，提高计算的精确度，建模时按照复合材料蜂窝板实际构型建立原始模型。复合材料蜂窝板面板和芯层均为壳单元，两者之间选用 tie 接触，约束方式为一端

固支。图 3 为有限元计算所得的复合材料蜂窝板精细化模型的振型示意图。为验证本文精细化建模的正确性，将本文的有限元解与文献 [19] 的试验结果进行比较，如表 1 所示。表中的误差项定义为 $(|f_1-f_2|/f_1)\times100\%$，其中 f_1 和 f_2 分别为文献 [19] 结果和本文的有限元解。可见本文模型和文献的前三阶固有频率十分吻合，表明本文的精细化模型建模方法正确。

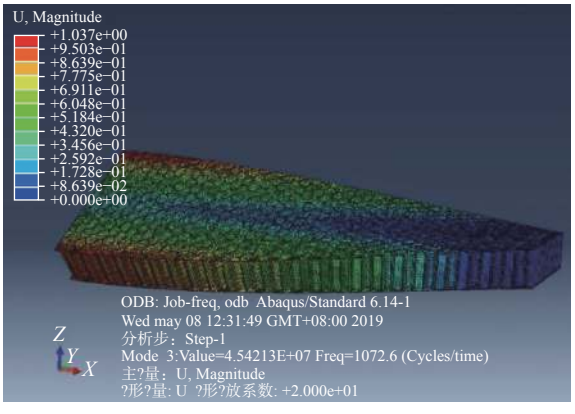

图 3 复合材料蜂窝板精细化模型的振型示意图

Fig. 3 Modal diagram of detailed model of composite honeycomb plate

表 1 复合材料蜂窝板前三阶固有频率

Table 1 The first three natural frequencies of composite honeycomb plate

Modal	Natural frequency/Hz		Error/%
	Reference [19]	FEM	
1	313.92	324.64	3.4
2	1 107.33	1 072.60	3.1
3	1 367.39	1 329.30	2.8

Note: FEM—Numerical results of this work.

其次，文献 [15] 考虑了环境因素，研究了一块四边简支方形复合材料夹芯板在热环境下的固有频率。利用有限元软件 ABAQUS 建立了热环境下复合材料夹芯板自由振动有限元模型如图 4 所示。模型几何尺寸、材料参数、温度条件与文献 [15] 保持一致。表 2 为环境温度分别在 T=273 K、T=298 K、T=323 K、T=348 K 时复合材料夹芯板前三阶固有频率的有限元解与文献 [15] 中的解析解。设 $(|f_1-f_2|/f_1)\times100\%$ 为表中的误差项，其中 f_1 和 f_2 分别为文献结果和本文的有限元解。

从表 2 可以看出，考虑了温度影响的复合材料夹层板前三阶固有频率的有限元解与文献的解析解吻合良好。

综合以上模型验证的结果，证明本文建立的

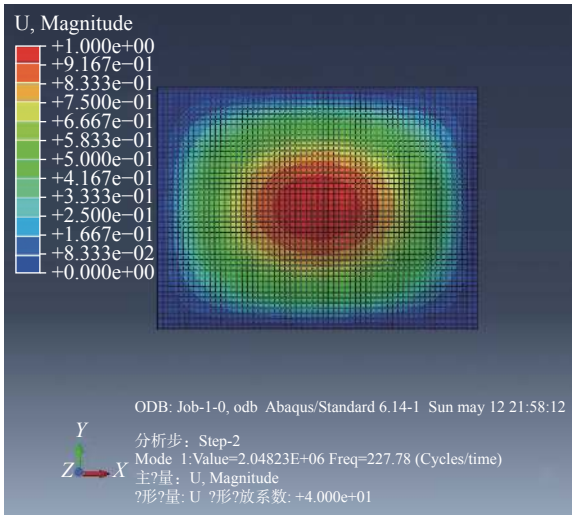

图 4 复合材料夹芯板在热环境下自由振动有限元模型

Fig. 4 Finite element model of free vibration of composite sandwich plate in thermal environment

表 2 热环境下复合材料夹芯板前三阶固有频率 (Hz)

Table 2 The first three natural frequencies of composite sandwich plate in thermal environment(Hz)

Modal	T/K	273	298	323	348
1	Reference [15]	235.09	204.32	168.00	121.26
	FEM	227.78	195.92	157.65	110.38
	Error/%	3.1	4.1	6.2	8.9
2	Reference [15]	397.25	361.73	322.32	272.78
	FEM	387.25	350.88	310.06	262.95
	Error/%	2.5	3.0	3.8	3.6
3	Reference [15]	443.16	394.62	339.22	277.37
	FEM	439.59	391.08	334.93	267.22
	Error/%	0.8	0.9	1.3	3.7

Note: T—Kelvin temperature.

模型有效。因此，依据蜂窝板湿热膨胀的等效性，可以在蜂窝板精细化模型的基础上探讨温湿度的变化对蜂窝薄板和厚板振动特性的影响。

2.2 湿热环境下复合材料蜂窝板有限元模型建立

本文研究的 Nomex 蜂窝芯为均匀壁厚的正六边形各向同性材料，其杨氏模量 E_c 为 12 GPa,，泊松比 μ_c 为 0.3，密度 ρ_c 为 56 kg/m^3，芯层几何参数 t=0.1 mm，l=2.75 mm，如图 5 所示。复合材料蜂窝板上下面板选用碳纤维/双马来酰亚胺复合材料层合板，其几何尺寸和铺层顺序分别为 200 mm×50 mm×0.8mm、$[0/90/45/-45]_S$，材料为T300/QY8911，材料性能参数如表 3 所示。本文计算模型的建模方式与文献 [19] 保持一致，面板厚度不变，改变芯层厚度，以分析不同板厚类型对湿热环境下复合材料蜂窝板振动特性的影响。为便于分析，现引入长厚比 λ：

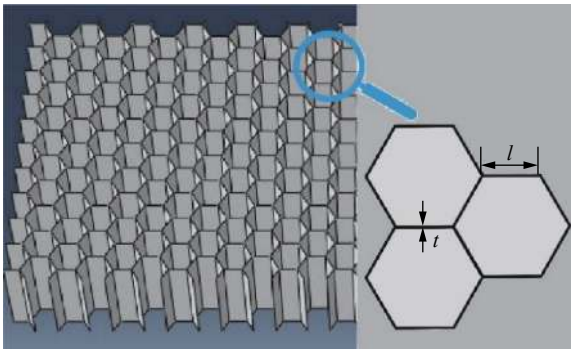

图 5　Nomex 蜂窝芯层的几何参数

Fig. 5　Geometric parameters of Nomex honeycomb core

$$\lambda = \frac{b}{H} \tag{21}$$

式中：$H=h_1+h_2+h_3$，为复合材料蜂窝板总厚度。在工程应用中，将 λ 大于 5 的板材称为薄板，否则称为厚板[24]。

基于以上描述，建立两种芯层厚度 (h_2 分别为 7 mm 和 14 mm) 的复合材料蜂窝板精细化模型。在四边固支的边界条件下研究温度、湿度、温湿度联合作用对复合材料蜂窝薄板 (λ=5.81) 和厚板 (λ=3.21) 振动特性的影响。

表 3　碳纤维/双马来酰亚胺树脂复合材料层合板的材料性能参数

Table 3　Material performance parameters of carbon fiber/bismaleimide resin composite laminate

E_1/GPa	E_2/GPa	E_3/GPa	μ_{12}	μ_{13}	μ_{23}	G_{12}/GPa	G_{13}/GPa	G_{23}/GPa	ρ/(kg·m^{-3})
150	8.8	8.8	0.22	0.22	0.3	4.47	4.47	1.13	1 570

Notes: E_1, E_2, E_3—Young's modulus; μ_{12}, μ_{13}, μ_{23}—Poisson's ratio; G_{12},G_{13},G_{23}—Shear modulus; ρ—Density.

3　结果与讨论

3.1　温度对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板振动特性的影响

在四端固支的约束条件下，温度对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板振动特性的影响如图 6 所示。可知，在吸湿量 C=0%、长厚比 λ=5.81 的条件下，随着温度的升高，复合材料蜂窝板的各阶固有频率逐渐降低。对于复合材料蜂窝薄板结构而言，375 K 下的前三阶固有频率值比 300 K 下的降低比率如表 4 所示。可以发现，温度对复合材料蜂窝薄板第二、三阶固有频率的影响稍大于第一阶。

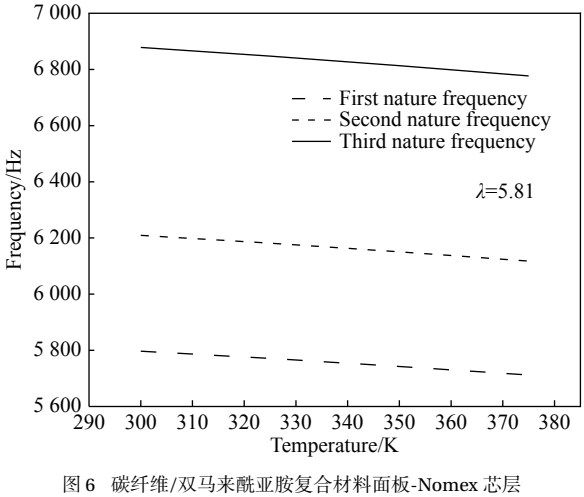

图 6　碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板热振动特性 (吸湿量 C=0%)

Fig. 6　Vibration characteristic of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb thin plate(Moisture content C=0%; λ—Length-thickness ratio)

表 4　碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板 375 K 下的前三阶固有频率值比 300 K 下的降低比率

Table 4　Decrease ratios of the first three natural frequencies of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb plate under 375 K compared with 300 K

Modal	Thin plate (λ=5.81)	Thick plate (λ=3.21)
1	1.46%	0.81%
2	1.48%	0.82%
3	1.48%	0.81%

3.2　温度对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝厚板振动特性的影响

四端固支的约束条件下，温度对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝厚板振动特性的影响如图 7 所示。可见，当 C=0%、λ=3.21 时，随着温度的升高，复合材料蜂窝板的各阶固有频率逐渐降低。对于复合材料蜂窝厚板结构，375 K 下前三阶固有频率值比 300 K 下降低的比率如表 4 所示。对比图 6 可以发现，相同的温度变化范围内，复合材料蜂窝薄板与厚板表现出的振动特性相似。在热效应相同时，复合材料蜂窝厚板的固有频率比蜂窝薄板的大，且阶次越高，固有频率升高的幅度越大。

3.3　湿度对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板振动特性的影响

温度 T=300 K 时碳纤维/双马来酰亚胺复合材

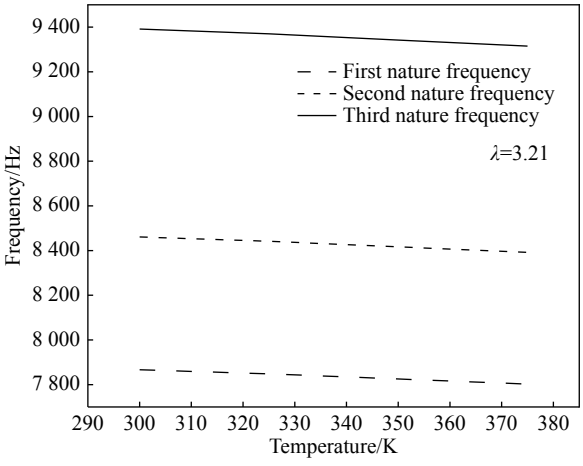

图 7 碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝厚板热振动特性 (C=0%)

Fig. 7 Vibration characteristic of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb thick plate(C=0%)

料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板湿振动特性如图 8 所示。可以发现，当 λ=5.81 时，吸湿量 C 从 0% 增加到 0.75%，各阶固有频率逐渐降低，降幅如表 5

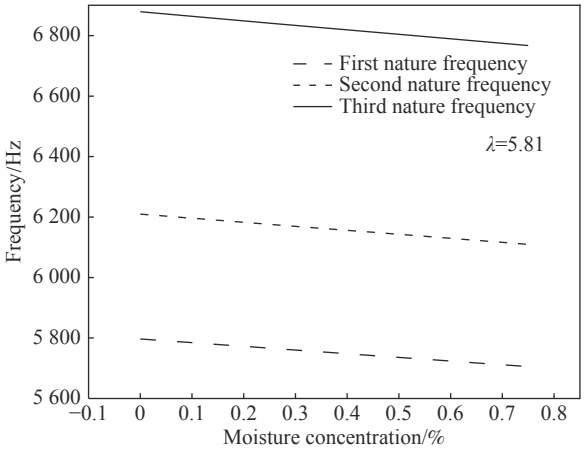

图 8 温度 T=300 K 时碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板湿振动特性

Fig. 8 Vibration characteristic of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb thin plate under Kelvin temperature T=300 K

表 5 碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板 0.75% 吸湿量时的前三阶固有频率值比 0% 吸湿量时的降低比率

Table 5 Decrease ratios of the first three natural frequencies of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb plate under 0.75% moisture content compared with 0% moisture content

Modal	Thin plate(λ=5.81)	Thick plate(λ=3.21)
1	1.58%	0.83%
2	1.61%	0.84%
3	1.62%	0.84%

所示。对比图 6 发现，厚度相同时，相比于温度的升高，复合材料蜂窝板固有频率因吸湿量的增加而下降更多。究其原因，对于本文所选用材料，吸湿量从 0% 增加到 0.75% 引起的应变相当于温度从 300 K 增加到 451 K 引起的应变，此温度范围显然涵盖了本文所讨论的温度范围。因此在本文讨论的温度 (300~375 K) 和湿度 (0%~0.75%)范围内，对于复合材料蜂窝板固有频率来说，吸湿量每增加 0.1% 比温度每升高 10 K 更敏感。

3.4 湿度对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝厚板振动特性的影响

图 9 为湿效应对四端固支情况下碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝厚板振动特性的影响。结果发现，当 T=300 K、λ=3.21 时，C=0.75% 下的前三阶固有频率值比 C=0% 时降低的比率如表 5 所示。对比图 7 发现，吸湿量比温度对复合材料蜂窝厚板振动特性的影响显著；复合材料蜂窝厚板在温度或湿度单独作用时，其前三阶固有频率的下降比率基本一致。

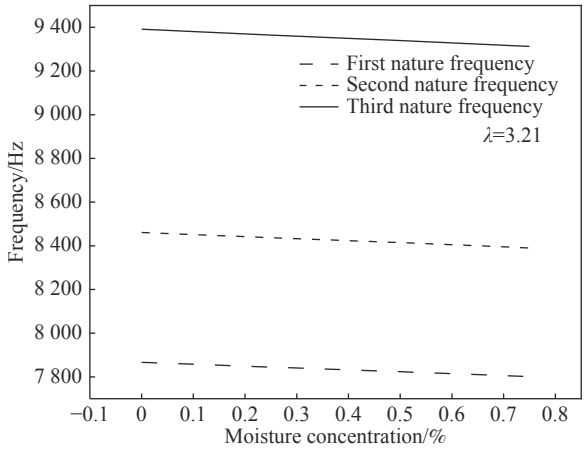

图 9 T=300 K 碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝厚板湿振动特性

Fig. 9 Humid vibration characteristic of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb thick plate under T=300 K

表 6 为在湿热环境下碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板和厚板的前三阶固有频率。可以看出，相较于薄板结构，复合材料蜂窝厚板的各阶固有频率更高。对于复合材料蜂窝厚板和薄板结构前三阶固有频率的差值，吸湿量的上升使上述差值变得更大。温度和温湿度联合作用对固有频率的影响也表现出相似的机制。

以上结果表明，温度和湿度与板材厚度对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂

表 6　湿热环境下碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄/厚板前三阶固有频率

Table 6　The first three natural frequencies of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb thin/thick plate under hygrothermal condition

Environment condition			Thick plate (λ=3.21)	Thin plate (λ=5.81)
	T/K	C/%		
Thermal environment	300	0	7 866.3	5 796.8
			8 460.9	6 209.4
			9 391.5	6 878.5
	325	0	7 848.1	5 771.0
			8 441.4	6 181.4
			9 370.1	6 847.4
	350	0	7 825.1	5 742.5
			8 416.4	6 150.6
			9 342.2	6 813.5
	375	0	7 802.2	5 712.0
			8 391.8	6 117.6
			9 315.0	6 776.8
Humid environment	300	0.25	7 844.5	5 766.2
			8 437.0	6 175.8
			9 364.6	6 840.8
	300	0.5	7 823.6	5 735.9
			8 414.5	6 142.8
			9 339.7	6 804.0
	300	0.75	7 801.2	5 705.4
			8 390.2	6 109.6
			9 312.6	6 766.9
Hygrothermal condition	325	0.25	7 789.6	5 692.8
			8 377.8	6 096.2
			9 298.8	6 752.5
	350	0.5	7 738.2	5 621.9
			8 322.3	6 019.4
			9 237.3	6 667.1
	375	0.75	7 687.0	5 549.5
			8 267.0	5 941.0
			9 176.0	6 580.0

Note: C—Moisture concentration.

窝板固有频率的影响不是孤立的，而是相互影响的。因此，本文还考虑了温度和湿度联合作用对复合材料蜂窝板振动特性的影响。

3.5　湿热环境对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板振动特性的影响

四端固支的约束条件下，湿热联合作用对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝薄板与厚板振动特性的影响如图 10 所示。可见，随着湿热情况的加剧，两种厚度的复合材料蜂窝板一阶固有频率都逐渐降低。两种厚度的复合材料蜂窝板在 375 K、C=0.75% 下的前三阶固有频率值较 300 K、C=0% 时的下降比率如表 7 所示。可以发现，相比于复合材料蜂窝薄板，温湿度对厚板结构一阶固有频率的影响逐渐变小，二、三阶

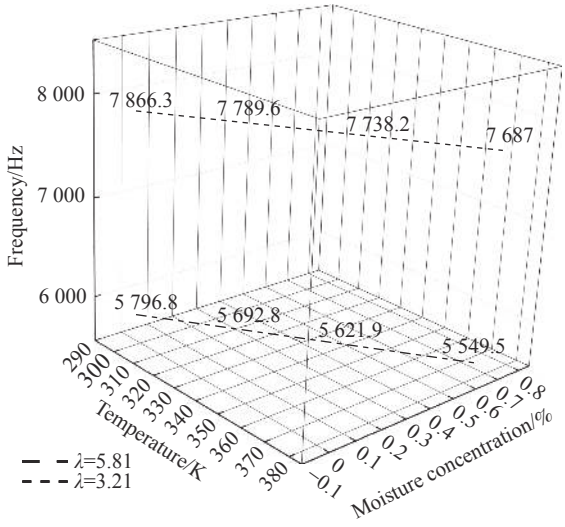

图 10　碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板湿热振动特性

Fig. 10　Vibration characteristic of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb plate under hygrothermal environment

表 7　碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板在 375 K、C=0.75% 下的前三阶固有频率较 300 K、C=0% 时的下降比率

Table 7　Decrease ratios of the first three natural frequencies of carbon fiber/bismaleimide composite plate-Nomex honeycomb plate under 375 K, C=0.75% condition compared with 300 K, C=0% condition

Modal	Thin plate (λ=5.81)	Thick plate (λ=3.21)
1	4.27%	2.28%
2	4.32%	2.29%
3	4.34%	2.29%

固有频率也表现出相同的趋势；对比表 4 和表 5 发现，对于两种厚度的复合材料蜂窝板，在 T=375 K、C=0.75% 的环境下，其前三阶固有频率的下降比率比 T=375 K、C=0% 与 T=300 K、C=0.75% 单独作用的叠加还要多，说明温湿度联合作用是相互影响的，温度增加促使复合材料蜂窝板吸湿，因此产生更大的湿热应力，进而对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板振动特性的影响更大。

4　结 论

建立湿热环境 (吸湿量在 0.75% 以内、温度范围为 300~375 K) 下两种板厚类型的碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex 芯层蜂窝板有限元模型，分析不同湿热效应对复合材料蜂窝薄板和厚板振动特性的影响。

(1) 温度和湿度对碳纤维/双马来酰亚胺复合

材料面板-Nomex芯层蜂窝板振动特性的影响。热应力和湿应力的增大，使复合材料蜂窝板结构变形量增加，导致复合材料蜂窝板的全局刚度矩阵下降；且湿膨胀变形比热膨胀变形大。因此对于复合材料蜂窝板固有频率，吸湿量每增加0.1%比温度升每高10 K更敏感。

(2) 不同的板厚类型对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex芯层蜂窝板振动特性的影响。当温度升高或吸湿量增加时，复合材料蜂窝薄板和厚板的固有频率都逐渐减小。在相同的湿热条件下，复合材料蜂窝厚板结构的固有频率比薄板结构大，且阶次越高，固有频率增加的幅度越大；对于复合材料蜂窝厚板和薄板结构前三阶固有频率的差值而言，温度和吸湿量的增加，使上述差值变得更大。

(3) 湿热环境联合作用对碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex芯层蜂窝板振动特性的影响。温度和湿度的联合作用比其单独作用于复合材料蜂窝板的叠加对固有频率降低的影响更大，且这种影响在复合材料蜂窝板薄板中更加明显。

(4) 在四端固支、长厚比 λ=5.81 的情况下，碳纤维/双马来酰亚胺复合材料面板-Nomex芯层蜂窝板的固有频率最小，受湿热环境的影响最敏感。因此，对于含复合材料蜂窝板结构件的设计，不仅要考虑湿热环境，板材厚度的选取同样不可忽视。

参考文献：

[1] 杜善义. 先进复合材料与航空航天[J]. 复合材料学报, 2007, 24(1)：1-12.
DU Shanyi. Advanced composite materials and aerospace engineering[J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2007，24(1)：1-12(in Chinese).

[2] 马立敏, 张嘉振, 岳广全, 等. 复合材料在新一代大型民用飞机中的应用[J]. 复合材料学报, 2015, 32(2)：317-322.
MA Limin, ZHANG Jiazhen, YUE Guangquan, et al. Application of composites in new generation of large civil aircraft[J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2015，32(2)：317-322(in Chinese).

[3] 中国民用航空局. 运输类飞机适航标准: CCAR-25-R4[S]. 北京: 中国民航出版社, 2016.
Civil Aviation Administration of China. Airworthiness standards for transport aircraft: CCAR-25-R4[S]. Beijing: China Civil Aviation Publishing House, 2016(in Chinese).

[4] LIU Q L, ZHAO Y. Prediction of natural frequencies of a sandwich panel using thick plate theory[J]. Journal of Sandwich Structures & Materials，2001，3(4)：289-309.

[5] LIU Q L, ZHAO Y, ESLAMI H. Effect of soft honeycomb core on flexural vibration of sandwich panel[C]//46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Austin: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.

[6] LIU Q L, ZHAO Y. Effect of soft honeycomb core on flexural vibration of sandwich panel using low order and high order shear deformation models[J]. Journal of Sandwich Structures And Materials，2007，9(1)：95-108.

[7] TANIMOTO T, NISHIWAKI T, SHIOMI T, et al. A numerical modeling for eigenvibration analysis of honeycomb sandwich panels[J]. Composite Interfaces，2001，6(8)：393-402.

[8] ZHU K G, CHEN M J, LU Q H, et al. Debonding detection of honeycomb sandwich structures using frequency response functions[J]. Journal of Sound and Vibration，2014，333(21)：5299-5311.

[9] BURLAYENKO V N, SADOWSKI T. Influence of skin/core debonding on free vibration behavior of foam and honeycomb cored sandwich plates[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics，2010，45(10)：959-968.

[10] YEO E S Y, WANG J, MIRABELLA L, et al. Effect of humidity and thermal cycling on carbon-epoxy skin/aramid honeycomb structure[J]. Materials Science Forum，2010，654-656：2600-2603.

[11] CHEN Z, YAN N, DENG J, et al. Influence of environmental humidity and temperature on the creep behavior of sandwich panel[J]. International Journal of Mechanical Sciences，2017，134：216-223.

[12] PADHI A, PANDIT M K. Bending and free vibration response of sandwich laminate under hygrothermal load using improved zigzag theory[J]. Journal of Strain Analysis，2017，52(5)：288-297.

[13] 李向阳, 蒋莉, 张志民. 湿热环境对损伤分层复合材料夹层板屈曲性能的影响[J]. 复合材料学报, 2000, 17(4)：110-113.
LI Xiangyang, JIANG Li, ZHANG Zhimin. Hygrothermal effect on buckling of composite sandwich with delamination[J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2000，17(4)：110-113(in Chinese).

[14] LI X Y, YU K P, HAN J Y, et al. A piecewise shear deformation theory for free vibration of composite and sandwich panels[J]. Composite Structures，2015，124：111-119.

[15] LI X Y, YU K P. Vibration and acoustic responses of composite and sandwich panels under thermal environment[J]. Composite Structures，2015，131：1040-1049.

[16] ZHAO R, YU K P, HULBERT G M, et al. Piecewise shear deformation theory and finite element formulation for vibration analysis of laminated composite and sandwich plates in thermal environments[J]. Composite Structures，2017，

160：1060-1083.

[17] 胡建平, 蔡吉喆, 肇研, 等. 湿热环境对蜂窝夹层复合材料性能的影响[J]. 材料工程, 2010, 20(11)：43-47.
HU Jianping, CAI Jizhe, ZHAO Yan, et al. Effects of hygrothermal environment on properties of nomex sandwich composite[J]. Journal of Materials Engineering, 2010, 20(11)：43-47(in Chinese).

[18] 白云鹤, 于开平, 赵锐, 等. 高温与脱粘对复合材料蜂窝板模态特性影响的试验[J]. 复合材料学报, 2018, 35(4)：885-895.
BAI Yunhe, YU Kaiping, ZHAO Rui, et al. Experimental investigation on the effects of the high temperature and debonding on the modal characteristics of the composite honeycomb structure[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(4)：885-895(in Chinese).

[19] 东巳宙. 高温环境下复合材料层合板与蜂窝板力学性能分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
DONG Sizhou. The analysis of mechanical proper-ties on composite laminated plate and honeycomb plate under the environment of high temperature[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016(in Chinese).

[20] BAI Y H, YU K P, ZHAO J, et al. Experimental and simulation investigate on of temperature effects on modal characteristics of composite honeycomb structure[J]. Composite Structures, 2018, 201：816-827.

[21] JIANG D, ZHANG D H, FEI Q G, et al. An approach on identification of equivalent properties of honeycomb core using experimental modal data[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2014, 90：84-92.

[22] 刘健, 周春燕. 长厚比对正六边形铝蜂窝夹层板等效板模型动力学计算精度的影响[J]. 复合材料学报, 2016, 33(8)：1838-1847.
LIU Jian, ZHOU Chunyan. Influence of length-thickness ratio on dynamics calculation accuracy of equivalent plate model of hexagonal aluminum honeycomb sandwich plate[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2016, 33(8)：1838-1847(in Chinese).

[23] 韩敬永, 于开平, 宋海洋, 等. 整流罩声振试验蜂窝夹层板建模方法[J]. 噪声与振动控制, 2015, 35(5)：65-68.
HAN Jingyong, YU Kaiping, SONG Haiyang, et al. Study on the modeling methods of honeycomb sandwich panels based on fairing vibroacoustic experiments[J]. Noise and Vibration Control, 2015, 35(5)：65-68(in Chinese).

[24] 黄克智, 夏之熙, 薛明德, 等. 板壳理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987.
HUANG Kezhi, XIA Zhixi, XUE Mingde, et al. Theory of plate and shell[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1987(in Chinese).