第 11 卷 第 3 期 复 合 材 料 学 报 Vol. 11 No. 3
1994 年 9 月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Sept. 1994

界面断裂

唐国宏 陈昌麒
（北京航空航天大学材料系， 北京 100083）

摘 要 本文分析了复合材料的界面断裂问题，阐述了有关界面裂纹的基本概念，并对界面裂纹的力学模型进行了比较和归纳，最后讨论了用断裂力学参量 G_c 和 K_c 评估界面结合强度的有效性及一般原则。

关键词 界面断裂，力学模型，修正函数，双材料体。

1 引 言

绝大多数复合材料的失效起源于界面裂纹，即界面断裂[1-7]。工程上常见的晶界断裂（沿晶断裂）可以视为界面断裂的一种特殊形式。因此，界面断裂具有普遍性。

相对于各向同性的均匀材料而言，复合材料的界面比较复杂。首先，由于组成材料之间热膨胀系数的差异在界面处产生严重的内应力；其次，由于组成材料的弹性性质不同致使界面的受力状态非常复杂；还有，组成材料的化学过程使界面结构变得复杂而不稳定。界面结构与应力状态的复杂性决定复合材料的界面断裂往往是复合型的。

现在的问题是，如何借助于弹性理论及断裂力学的辉煌成就，结合复合材料及其界面本身的特点，对界面裂纹的扩展与断裂给予准确地描述。现代先进材料（诸如精密陶瓷，高韧性复合材料，纳米材料等）的研制及微观结构设计均需要界面断裂力学理论的指导。

2 界面断裂的描述

2.1 基本概念

由单一材料组成的均质体视其单晶或多晶状态而表现出各向弹性异性或各向弹性同性。而由至少两种以上材料组成的非均质体、如片层复合体，则根据其每一层材料是否皆为各向弹性异性或各向弹性同性而成为异性复合体或同性复合体。其它状态为同性—异性复合体。按一般惯例，将由两种材料组成的片层复合体称为双材料体或材料偶。

由于复合体界面两 侧弹性性质不同，因此，大量的界面断裂本质上是非对称的复合型断裂。在断裂前，裂纹前方的界面上，既作用正应力，也作用剪应力，因而在裂纹面上既有张开位移也有滑开位移。这样一个二维几何的界面断裂，一般 说来包含张开型 和滑开型应力强 度因子。这是界面断裂的重要特征。

均匀且各向同性的材料的断裂问题，可以分为纯 Ⅰ 型断裂和纯 Ⅱ 型断裂，而界面裂纹的断

① 本文 1992 年 10 月收到，1993 年 6 月 13 日收到修改稿，航空基金支持项目

裂问题，只有当振荡奇性指数为零的时候，才有可能分为纯 I 型和纯 II 型 。多数情况下，两者总是耦合在一起。载荷的对称性及几何的对称性都无法抵消材料性质的非对称性。

2.2 界面断裂失效

有关界面断裂失效方面的研究现在可以在许多文献资料中找到，如玻璃纤维/还氧树脂[3] Al_2O_3/Nb[4]和 Si_3N_4/Al/钢层状复合体[2]，以及复相材料 Al_2O_3/ZrO_2 等[5]。晶界断裂方面的文献就更多了。毫无疑问，对界面断裂的深入研究必将对新材料的研制和发展有较大的推动。

尽管在多数场合下，存在沿界面断裂的自然趋势，但我们在实际研究中，往往要通过人为的设计如三点弯曲试验来加强或激励这种趋势，使这种趋势成为必然，借以考察界面断裂的某种行为和问题。在拉伸试验时，裂纹经常在近界面处出现，而且裂纹往往偏离界面扩展。如 Ti/Al_2O_3[8]和 Cu/T_iC[9]片层复合体，在近界面处出现的裂纹总是向陶瓷基体内深入而不是沿界面扩展。理论上讲，这种非正规的界面断裂要和纯界面断裂加以严格区分。

单就裂纹体而言，无论是均匀材料还是复合材料，首先要区分内裂纹和外裂纹。外裂纹发源于表面止于材料内部，内裂纹则起止于材料内部。对均匀材料，我们分别有 I 型载荷的内裂纹模型和外裂纹模型。而对复合材料界面裂纹的描述只能使用 I 型和 II 型混合载荷下的复应力强度因子。

Piva 等人[10]在界面裂纹弹性解的基础上曾提出用最大周向应力 $\sigma_{\theta\theta}$作为界面裂纹扩展的判据。裂纹扩展的先决条件是周向应力超过相关的强度。如果材料的强度和界面强度相等，则断裂失效应起源于最大的 $\sigma_{\theta\theta}$处。当裂纹直线扩展时，该最大周向应力准则与最大能量释放率准则吻合较好；如果裂纹扩展偏离其原始基面，则能量释放率值更可靠[11]。

2.3 复合材料参数

以后会发现，用著名的 Dundus 参数 α 和 β[12]来描述双材料体将是非常有用的。

$$\alpha = \frac{k(k_1+1)-(k_2+1)}{k(k_1+1)+(k_2+1)} \tag{1}$$

$$\beta = \frac{k(k_1-1)-(k_2-1)}{k(k_1+1)+(k_2+1)} \tag{2}$$

式中 $k=\frac{G_2}{G_1}$，G_2 和 G_1 分别是材料 II 和材料 I 的剪切摸量。$k_i=3-4\upsilon_i$（i=1.2，平面应力状态），$k_i=(3-\upsilon_i)/(1+\upsilon_i)$（i=1.2，平面应变状态）。

另外两个描述界面裂纹要用到的重要参数是双材料参数 ε（也称振荡奇性指数）和有效弹性摸量 E^*

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} ln[(k_1G_2+G_1)/(k_2G_1+G_2)] \tag{3}$$

$$\frac{1}{E^*} = \left(\frac{1}{E_1^+}+\frac{1}{E_2^+}\right)/2 \tag{4}$$

这里 $E_i^+=E_i$（$i=1.2$，平面应力状态），$E_i^+=E_i/(1-\upsilon_i^2$（$i=1.2$，平面应变状态）。

如果将一些重要的材料偶的 α 和 β 作图，就会得到 $\beta\approx\alpha/4$ 这样的关系式。其实这种近似关系式在以下的假设中也能得到：

如果有
$$v_1 = v_2 = v$$
$$k_1 = k_2 = k \tag{5}$$
即有
$$\beta = \frac{1-2v}{2(1-v)}\alpha \tag{6}$$
取
$$v = \frac{1}{3}$$
则
$$\beta = \alpha/4 \tag{7}$$

该关系式说明，α 与 β 并不象以往所认为的那样彼此完全无关。

3　界面裂纹力学模型

3.1　基本问题

根据线弹性断裂力学理论，在裂纹尖端附近的应力场应取以下的形式：

$$\sigma_{ij}(r \cdot \theta) = \frac{K_{\mathrm{I}}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \tag{8}$$

这里，K_{I} 为 I 型载荷下的应力强度因子，它表征裂纹尖端弹性应力场的大小。K_{I} 的基本表达式为：

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma\sqrt{\pi a}\text{（无限平板）} \tag{9}$$
$$K_{\mathrm{I}} = \sigma\sqrt{\pi a} f(a/w)\text{（有限宽度平板）} \tag{10}$$

线弹性断裂力学中另一个控制断裂的参量是弹性能量释放率 G，它是通过能量平衡方法得到的，其表达形式为：

$$G = \frac{du}{da} = \frac{\pi\sigma^2 a}{E^+} \tag{11}$$

对比公式(9)和(11)，即得到极为重要的欧文关系式，

$$G = \frac{K_{\mathrm{I}}^2}{E^+} \tag{12}$$

式中 $E^+ = E$（平面应力状态），$E^+ = E/1-v^2$

欧文关系式表明，在线弹性断裂力学条件下，用能量平衡方法和应力场理论分别得出的两个断裂力学参量是等效的，即临界强度因子 K_{IC} 和临界能量释放率 G_C 均可用于对裂纹扩展和断裂过程的推算。但就实际而言，应力强度因子方法在解决具体的断裂问题时更得力一些。

然而，尽管 K—方法在解决均匀材料的断裂问题上已取得了非常令人满意的结果，但是如果直接地用来处理界面裂纹的断裂，还存在一定的困难。归纳起来有以下几个方面：

(1) 界面裂纹模型—不同的模型给出的裂纹尖端应力场差别较大。

(2) K 的表达式—由于界面两侧弹性性质不同导致裂纹尖端应力强度因子的复数化。

(3) G-K 关系—由于 K 表达式的复杂化，G-K 关系在原来基础上要加以修正。

(4) K_c 和 G_c—是否仍然可以作为推断界面裂纹扩展与断裂的材料常数。

3.2 应力强度因子 K

传统的界面裂纹力学模型如图 1①。即两个不同的弹性材料沿 x 轴理想地接连在一起，界面处有一条裂纹(裂纹表面应力为零)。William(1959)[13]首先分析了这种界面裂纹尖端的奇异特性。他利用应力函数的分离变量形式求得奇性指数和奇性场。令人惊奇的是该奇性指数不是实数而是虚数，从而导致裂纹尖端应力场的振荡奇性和裂纹面互相嵌入。Rice 等人[14-16]分析了各种界面裂纹问题，进一步证实了这种奇特的现象。裂纹尖端的应力表示为：

$$(\sigma_y - i\tau_{xy})_{\theta=0} = \frac{\overline{K}}{\sqrt{2\pi r}} r^{-i\varepsilon}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \overline{K} L^{i\varepsilon} \left\{ \cos\left(\varepsilon \ln \frac{r}{L}\right) + i\sin\left(\varepsilon \ln \frac{r}{L}\right) \right\} \tag{13}$$

式中，$\overline{K}$ 是复应力强度因子，ε 是振荡奇性指数。当 $r \to 0$ 时，应力场不仅表现出 $\frac{1}{\sqrt{r}}$ 的奇异性而且不断改变正负号。这种振荡奇异性导致界面裂纹尖端应力强度因子的表达式复杂化。归纳起来有以下几种形式($\overline{K} = K_{\mathrm{I}} - iK_{\mathrm{II}}$)：

England (1965)[16] $\overline{K} = \sigma\sqrt{\pi\alpha}(1-2i\varepsilon)(2\alpha)^{i\varepsilon}$

Erdogan (1971)[17] $\overline{K} = \sigma\sqrt{\pi\alpha}(1-2i\varepsilon)$ (14)

Piva (1972)[10] $\overline{K} = \sigma\sqrt{\pi\alpha}(1+4\varepsilon^2)^{1/2}$

Wu (1974)[18] $\overline{K} = \sigma\sqrt{\pi\alpha}(1-\beta^2)^{1/2}$

值得指出的是，界面裂纹应力强度因子的量纲为 MPa $\sqrt{\mathrm{m}^{-i\varepsilon}}$。这种量纲既复杂又奇特，在物理学中实为罕见。

界面裂纹尖端应力场的振荡奇性，裂纹面的相互咬合及应力强度因子量纲上的复杂性从物理上讲都是值得质疑的，这使人们怀疑将界面看作是理想的几何面和裂纹面是理想的自由面是否合适，并提出了各种模型，力图消除这些问题。

至今为止，已提出 5 种模型。限于篇幅，这里只介绍比较重要的接触区模型和非均匀层模型(见图 2 和图 3)。

接触区模型 M. Cominou 首先提出了接触区模型[19,20]。该模型认为裂纹面不完全张开而是在裂纹尖端附近存在一个裂纹面相互接触的区域。在接触区域上，法向张开位移为零，摩擦切应力对充分光滑的裂纹面可以忽略不计。

如果采用位错连续分布的方法处理裂纹问题，将导出一组奇性积分方程。该方程组在一定的条件下($\beta = 0.8454$)给出这样的解答：即真实裂纹尖端应力场存在 $r^{\frac{1}{2}}$ 的奇异性，但无振荡奇性；而且这种应力场奇性在裂纹延伸线只表现为剪应力奇性，正应力并无奇性而为有限值。

根据接触区模型、裂纹尖端应力场及应力强度因子可表示为($\overline{K} = K_{\mathrm{I}} - iK_{\mathrm{II}}$)：

$$(\sigma_y - i\tau_{xy}) = \overline{K} / \sqrt{2\pi r} \tag{15}$$

Cominou(1977)[19] $K_{\mathrm{I}} = \sigma\sqrt{\pi\alpha(1+4\varepsilon^2)}$ (16)

Mak(1980)[20] $K_{\mathrm{I}} = -\beta K_{\mathrm{II}}$ (17)

Suga (1983)[4] $\overline{K} = \sigma\sqrt{\pi\alpha}(1-2i\varepsilon)$ (18)

① 本文图略。图 3 见文献[21]，其余见[22]

非均匀层模型[21] F. Erdgon 等人(1988)认为将界面看成理想的几何面，界面两侧材料的弹性常数发生间断跃迁是不符合实际情况的。由于在界面处不可避免地发生原子的扩散和迁移过程，因此从原子的角度来观察两种材料的结合机制，必然把界面看作是有一定厚度(纳米级以上)和细观结构的界面层(interlayer)。他们把界面层视为厚度相同的非均匀材料层，其弹性模量随厚度连续变化。裂纹平行于界面层而处于层内任意位置(见图 3)。界面层的设想对两种材料之一或两者都是高分子材料时，特别合适。

在该模型基础上得到的解答表明，界面裂纹尖端有通常意义上的平方根奇性。

3.3 能量释放率

对于界面裂纹，裂纹尖端应力强度因子 K 与能量释放率 G 的关系则是人们比较关心的另一个问题。

Rice[14]
$$G=\frac{\sigma^2\pi a(1+\varepsilon^2)(l-\beta^2)}{E^*} \tag{19}$$

Piva and viola[10]
$$G=\frac{K_I^2(1-\beta)}{E^*} \tag{20}$$

Cominou[19]
$$G=\frac{K_I^2(1-\beta^2)}{E^*} \tag{21}$$

Mak[20]
$$G=\frac{K_I^2(1-\beta^2)}{E^*} \tag{22}$$

Suga[4]
$$G=\frac{\overline{K}^2(1-\beta^2)}{E^*} \tag{23}$$

显然，如果将界面的应力强度因子统一用 K 表示，那么就会得到一般的关系式，即

$$G=\frac{K^2(1-\beta^2)}{E^*} \text{ 或 } G_c=\frac{K_c^2(1-\beta^2)}{E^*} \tag{24a,b}$$

该关系式与具体模型无关，而且与欧文关系式相比只多了一项修正函数$(1-\beta^2)$，基本形式并没有改变。令人庆幸的是，能量释放率的量纲与均匀材料的能量释放率量纲一致。由于应力强度因子 K_c 可以准确反映出界面局部断裂行为(由于应力集中)，因此常常把能量参数 G_c (反映裂纹尖端过程区总的能量消耗)转化为 K_c 来比较和评估不同材料偶的界面强度。

4 模型的实验验证与修正函数

4.1 模型的验证

以自由裂纹表面为主要特征的传统界面裂纹力学模型只有当 $\varepsilon\to 0$ 时才有较明确的物理意义。由 $\varepsilon\to 0$ 则会引出 $\beta\to 0$ 和 $\alpha\to 0$。而这一般是不可能的。因此，将物理意义很不清楚的传统界面裂纹模型用于描述界面断裂本身就值得质疑。

由 Cominou 和 Mak 等人分别发展起来的接触区模型仅限于 $K_I>>K_{II}$ 和裂纹表面互相嵌合以及裂纹在界面层中扩展等特殊场合。

由 Suga 最近修正的接触区模型似乎不受一些特殊条件的限制。但其闭合的裂纹尖端假设尚待于实验验证。该模型的先进之处在于将 Cominou 模型和 Mak 模型作为其特殊形式来处理。

按一般的规律，较高的断裂能 G_c 就意味着较高的断裂阻力 K_c。然而，对界面断裂有时却违反这个原则。下面是我们的一组实验数据[22]。实验结果：断裂发生于界面。

	G_c(J/m^2)	K_c(MN/m$^{\frac{3}{2}}$)
Al_2O_3	26	3.3
Nb	1477	13.4
Al_2O_3/Nb	43	2.9

这组实验数据告诉我们，如果以临界能量释放率作为失效的判据，断裂应发生在 Al_2O_3 基体内而不应是界面 。这显然与实验结果不符。如果将 G_c 换算成 K_c，并以 K_c 作为判据，则发现界面实际是 Al_2O_3/Nb 连接体最弱的地方。断裂应沿界面发生。用 K_c 评价界面强度的有效性在许多重要的材料偶中也得到证明[4]。

4.2 修正函数

以下的修正函数对描述 G_c 和 K_c 的关系是必要的[4]：

(1) $y=(1-\beta^2)$ 无中间层的双材料体

(2) $y=f(\alpha\beta)$ 有厚中间层的双材料体

(3) $y=Y(1+\alpha)$或 $Y(1-\alpha)$ 有薄中间层的双材料体

非常有趣的结论是，对于第一种情况，修正函数只依赖于 β；对于第三种情况，修正函数只与 α 有关；而第二种情况，修正函数同时受 α 和 β 的影响。但这只是对完全不同的材料组成的材料偶而言。而一般情况下，存在近似关系式 $\beta=\frac{\alpha}{4}$ 。这就是说，无论是哪一种情况，修正函数取决于 β 或 α。

5 其它重要参数

毫无疑问，界面的化学行为、界面结构以及界面内应力对界面断裂有举足轻重的影响。最近的研究结果表明[22]，由 Al_2O_3 多晶体和 Nb 单晶组成的连接偶，当 Nb 以不同的晶面和 Al_2O_3 偶和时，表现出的界面断裂力学行为有很大的不同，如 Nb 以(100)晶面和 Al_2O_3 偶和时，对短界面裂纹异常敏感。界面内应力是一个非常棘手的问题。甚至现在还没有完全清楚，由热膨胀失配内应力引起的界面断裂到底是通过 I 型载荷还是 II 型载荷引起的。理论计算结果[23]倾向于剪应力(II 型载荷)对热膨胀失配应力引起的界面断裂负有直接的责任。

6 结束语

影响界面断裂失效的因素有很多，有外部的(如宏观结构、受力状态)，也有内部的(如细观结构、应力状态)，其中界面热膨胀失配内应力和界面反应层(常常是脆性的)则是最不能忽视的因素。

迄今为止的界面力学模型基本是连续介质模型，没有考虑界面的细观结构，这至少是不全面和客观的。随着对界面结构和相界结构的研究不断深入，吸取这方面的成果以提出新的界面力学模型，则是今后材料学家和力学家共同研究的重要课题。

尽管关于界面裂纹问题已有大量的文献发表，但就界面断裂准则和断裂机理的研究却是零碎的，极不系统。界面断裂呈现出的复杂性和多样性决定了今后研究也必然是多层次的和多样化的。

参 考 文 献

1 Saxena A. Fibre Sci & Tech. 1989;(12):121-125
2 Suqanuma K. J Mat Sci let. 1985;(4):648-650
3 Wang T T, Kwei T K. J Fract Mech. 1990;(6):127-137
4 Suga T. Dissertation. University Stuttgart, 1983
5 Muller M, Claussen N. J Am Ceram Soc. 1986; 69 (1):195-199
6 Ogura T, Honada S. Metall Trans. 1985; 416(3):441-443
7 Vogel W D, Kromp K, Festigkeits der keramischen werkstoffen, Stuttqart: MPI, 1990
8 Burger K. Z. f. zahnarztliche Implantologie, 1992;(3):14-19
9 Suganuma K. High Temp Sci, 1991;20(1):127-139
10 Piva A. Eng Fract Mech, 1980;13(1):143-174
11 Hussain M A. ASTM 560, 1974:2-28
12 Dundurs J. J Appl Mech, 1969;36(4):650-652
13 Williams M L. Bull Sei Soc Am, 1959; 49(2):199-204
14 Rice J. J Appl Mech, 1965;32(3):418-423
15 Erdogan F. J Appl Mech, 1965;32(3):403-410
16 England A H. J Appl Mech, 1965;32(3):400-402
17 Erdogan F. Int J Solids Structures, 1971;7(1):36-61
18 Wu E M. Composite Materials. Newyork: Academic press, 1974:191-247
19 Cominou M. J Appl Mech, 1977; E44(5):631-636
20 Mak A F. J Appl Mech, 1980;47(2):347-350
21 Deale F, Erdogan F. J Appl Mech, 1988;55(2): 317-324
22 高伟. 北京航空般天大学硕士论文. 1994
23 Schmauber S. Proceedings of 10th Int Finite Element Conference. Stuttgart, 1987:215-262

INTERFACE FRACTURE

Tang Guohong　　Chen Changqi

(Beijing University of aeronautics & Astronauties, Beijing 100083 China)

Abstract Some basic Problems concerning interface fracture of composites, especially of bimaterial combination, and questions resulting from the assumption of different boundary conditions of interface crack models are discussed. Commonly used analytical formulas are unified and different models are summerized and compared by relating well-know parameters used in the discription of an interface. Finaly an availability of using Kc-concept to evaluate the bonding strength of different material combinations is presented.

Key words bimaterial combination, interface fracture, interface crack models correct function