复合材料学报 Acta Materiae Compositae Sinica
第29卷 第4期 8月 2012年
Vol. 29 No. 4 August 2012

文章编号：1000-3851(2012)04-0210-07

复合材料层合板的声辐射模态幅值分析

吴锦武*[1]，黄凌志[1]，李明俊[2]

（1. 南昌航空大学 飞行器工程学院，南昌 330063；2. 南昌航空大学 环境与化学工程学院，南昌 330063）

摘 要： 低频时，控制振动结构第一阶声辐射模态伴随系数可有效控制总声功率。通过分层有限元模型可以求解层合板的位移模式。对层合板的固有频率和动态响应进行了理论推导。结合声辐射模态理论，研究了层合板铺设角度、弹性模量比、跨厚比以及阻尼比等结构参数对层合板结构第一阶声辐射模态伴随系数的影响。计算结果表明，分层理论结合有限元方法可以较准确地计算层合板固有频率，而且铺设角度和跨厚比对层合板结构声辐射模态影响较大。

关键词： 层合板；固有频率；声辐射；噪声控制；数值分析

中图分类号： TB332 **文献标志码：** A

Analyses for acoustic radiation mode amplitude of laminated composite plates

WU Jinwu*[1], HUANG Lingzhi[1], LI Mingjun[2]

(1. School of Aircraft Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China;
2. School of Environmental & Chemical Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: Controlling the adjoint coefficient of the first order acoustic radiation mode of vibrating structure can reduce efficiently the total sound power at low frequency. The displacement of laminated composite plates can be obtained by using layerwise finite element models. A preliminary study was conducted for the natural frequency and dynamic response of the laminated composite plates. Based on the acoustic radiation mode, the effects of panel orientation angle, elastic modulus ratio, width-depth ratio and damping ratio on the adjoint coefficient of the first order acoustic radiation mode of the laminated composite plates were discussed. The results show that the natural frequency of laminated composite plates can be analyzed accurately by using the layerwise finite element models. The effects of panel orientation angle and width-depth ratio on the adjoint coefficient of the acoustic radiation mode of the laminated composite plates are significant.

Keywords: laminated composite plates; natural frequency; acoustic radiation; noise control; numerical analysi

由结构振动引起的辐射噪声一直是噪声控制研究领域的挑战性问题。复合材料层合板结构广泛应用于航空等工程领域，其结构低噪声设计与控制越来越引起人们关注。而基于声辐射模态进行结构声学控制研究有其突出特点：声辐射模态具有正交性，避免结构模态之间相互耦合；其次在中低频率时，对应的辐射效率随声辐射模态的增加而迅速降低，通过控制前几阶声辐射模态对应辐射声功率，就可使总声功率大大降低[1-3]。而复合材料层合结构振动一般恰恰都处于中低频振动，因此从工程应用角度看，基于声辐射模态理论分析复合材料层合板结构的低噪声设计和控制研究有其可行性。

近年来，对于复合材料层合板的声学特性研究也越来越多。如利用有限元/边界元法研究重流体介质中复合材料层合板结构的声辐射和声特征值问题[4-5]；对称角铺设、反对称角铺设等不同铺设方式对复合材料层合板传声损失的影响[6]；复合材料层合板振动与声分析控制等[7-10]。以上研究均是关于复合材料层合板结构声学性质的计算及其控制，而基于声辐射模态理论考虑复合材料层合板低噪声优化设计的研究却不多见。

复合材料层合板结构动力学特性是层合板结构

收到初稿日期： 2011-07-24；**收到修改稿日期：** 2011-11-08；**网络出版时间：** 2012-02-09 16:20:18
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20120209.1620.015.html
基金项目： 国家自然科学基金(10962006)；航空科学基金(2011ZA56002)
通讯作者： 吴锦武，博士，副教授，研究方向：结构振动与声控制 E-mail：jinwu.w@hotmail.com

噪声控制的基础。鉴于复合材料层合板振动特性研究理论较多，而且各种理论各有其优点和局限性。本文中利用分层理论结合有限元分析层合板的固有频率、表层结构的法向速度及其声辐射模态伴随系数，探讨复合材料层合板结构参数对声辐射模态伴随系数的影响。

1 振动结构声辐射模态

假设振动平板表面积为 S，放置在无穷大刚性障板上，向上半空间辐射声。声场介质密度为 ρ，声速为 c。任意分布在振动表面的法向速度 $U_z(x,y,w)$ 均可由声辐射模态 $Q_k(x,y)$ 展开表示[2]：

$$U_z(x,y,\omega)=\sum_{i=1}^{\infty}y_i(\omega)Q_i(x,y)\qquad x,y\in S \tag{1}$$

其中：$y_i(\omega)$ 为展开系数，也称为声辐射模态伴随系数（或幅值）；ω 是激振圆频率，且

$$y_k(\omega)=\frac{1}{S}\iint_S U_z(x,y,\omega)Q_k(x,y)\mathrm{d}S\quad x,y\in S \tag{2}$$

振动结构辐射的总声功率 $\Pi(\omega)$ 可表示为

$$\Pi(\omega)=\frac{\rho cS}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k\left|y_k(\omega)\right|^2=\frac{\rho cS}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\Pi_k(\omega) \tag{3}$$

其中：λ_k 为声辐射模态 $Q_k(x,y)$ 对应的特征值，物理意义上表示了声辐射模态 $Q_k(x,y)$ 的辐射效率。

由声辐射模态理论可知：每阶声辐射模态辐射的声功率相互独立，总声功率为各阶声辐射模态辐射的声功率之和。低频时，第一阶声辐射模态辐射的声功率占总声功率绝大部分，第一阶声辐射模态伴随系数变化可大致反映总声功率的变化，控制第一阶声辐射模态幅值即可有效地控制总声功率[2]。因此第一阶声辐射模态伴随系数的取值对振动板结构辐射声功率的控制至关重要。

由式(2)可知，声辐射模态伴随系数与振动结构表面法向速度有关。而复合材料层合板振动特性研究相对复杂，其中有经典理论、一阶理论、高阶理论、三维理论[11]等。经典理论求解简单，忽略了横向剪力，一阶理论横向应力沿板厚方向呈线性分布与实际不符，高阶理论未知数多，需引入剪切因子，三维理论求解精确，但求解困难。分层理论可视为准三维理论，有着很高的精度[12]。分层理论与有限元理论相结合可以较好地适应各种边界条件，同时解决由于铺设角度和边界条件造成的求解精确解困难的问题。

本文中利用分层理论结合有限元计算层合板的固有频率、表层结构的法向速度，进而分析其声辐射模态伴随系数。

2 层合板表层结构的法向速度

通过分层理论，对每一层板在板厚方向采取二次插值，如图 1 所示。层合板位移场可表达为[13]

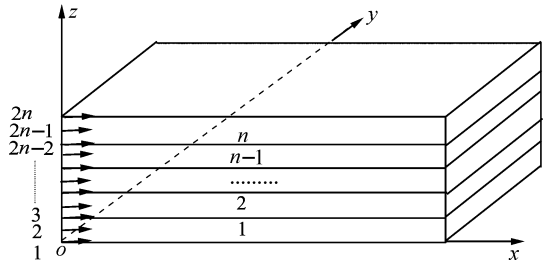

图 1 层合板的物理模型和坐标关系

Fig. 1 Laminated plate geometry and coordinate system

$$U(x,y,z,t)=\sum_{i=1}^{2n+1}u_i(x,y,t)\Psi_i(z),$$
$$V(x,y,z,t)=\sum_{i=1}^{2n+1}v_i(x,y,t)\Psi_i(z),$$
$$W(x,y,z,t)=\sum_{i=1}^{2n+1}w_i(x,y,t)\Psi_i(z). \tag{4}$$

式中：$U(x,y,z,t)$、$V(x,y,z,t)$、$W(x,y,z,t)$ 分别为 x、y、z 方向位移；n 为铺设层数，$2n+1$ 为插值面数；$u_i(x,y,t)$、$v_i(x,y,t)$、$w_i(x,y,t)$ 为第 i 个插值平面内 x、y、z 方向位移；$\Psi_i(z)$ 为插值展开系数，其取值为[13]

$$\Psi_i(z)=\phi_{1i}(z)\qquad(z_{2(j-1)}\leqslant z\leqslant z_{2(j+1)}),$$
$$\Psi_i(z)=\phi_{2i}(z)\qquad(z_{2j-1}\leqslant z\leqslant z_{2j+1}),$$
$$\Psi_i(z)=\phi_{3i}(z)\qquad(z_{2j}\leqslant z\leqslant z_{2(j+1)}). \tag{5}$$

其中：j 为层合板的层数；z_k 表示第 k 个插值层的纵坐标；而 ϕ_{1i}、ϕ_{2i}、ϕ_{3i} 分别为

$$\phi_{1j}(z)=(1-zz/h_j)(1-2zz/h_j)$$
$$\phi_{2j}(z)=4zz/h_j(1-zz/h_j)$$
$$\phi_{3j}(z)=-zz/h_j(1-2zz/h_j)$$
$$j=(1,2,\cdots,n) \tag{6}$$

式(6)中 h_j 为第 j 层的厚度，对于各层厚度不同的层合板，需取不同 h_j 代入求解，zz 为板厚内的局部坐标。

根据有限元理论，式(4)中的 $u_i(x,y,t)$、$v_i(x,y,t)$、$w_i(x,y,t)$ 可表示为

$$u_i(x,y,t)=\sum_{k=1}^{m}N_k(x,y)u_kT(t),$$

$$v_i(x,y,t)=\sum_{k=1}^{m}N_k(x,y)v_kT(t),$$

$$w_i(x,y,t)=\sum_{k=1}^{m}N_k(x,y)w_kT(t). \tag{7}$$

其中：式(7)中 m 为有限元单元节点数；$N_k(x,y)$ 为形函数表达式；u_k、v_k、w_k 为有限元节点 k 处的 x、y、z 坐标；$T(t)$ 为时间函数。本文中采用八节点矩形单元，八节点矩形单元尺寸长宽分别为 $2a\times 2b$。八节点单元的形函数表达如下[13]：

$$N_1=(1-x/a)(1-y/b)(-x/a-y/b-1)/4,$$
$$N_2=[1-(x/a)^2](1-y/b)/2,$$
$$N_3=(1+x/a)(1-y/b)(x/a-y/b-1)/4,$$
$$N_4=[1-(y/b)^2](1+x/a)/2,$$
$$N_5=(1+x/a)(1+y/b)(x/a+y/b-1)/4,$$
$$N_6=[1-(x/a)^2](1+y/b)/2,$$
$$N_7=(1-x/a)(1+y/b)(-x/a+y/b-1)/4,$$
$$N_8=[1-(y/b)^2](1-x/a)/2. \tag{8}$$

将式(7)和式(8)代入式(4)，可得单元形函数矩阵 $\boldsymbol{N}$：

$$\boldsymbol{N}=[\boldsymbol{N}_{11},\boldsymbol{N}_{12},\cdots,\boldsymbol{N}_{lk},\cdots,\boldsymbol{N}_{38}]$$
$$(l=1,2,3;\ k=1,2,...,8) \tag{9}$$

其中：

$$\boldsymbol{N}_{lk}=\begin{bmatrix} N_k\phi_{ik} & & \\ & N_k\phi_{ik} & \\ & & N_k\phi_{ik}\end{bmatrix}$$

根据弹性力学位移-应变关系，可得单元应变矩阵

$$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{B}_{11},\boldsymbol{B}_{12},\cdots,\boldsymbol{B}_{lk},\cdots,\boldsymbol{B}_{38}] \tag{10}$$

其中

$$\boldsymbol{B}_{lk}=\begin{bmatrix} \frac{\partial N_k}{\partial x}\phi_{ik} & & \\ & \frac{\partial N_k}{\partial y}\phi_{ik} & \\ & & N_k\frac{\partial\phi_{ik}}{\partial z} \\ & N_k\frac{\partial\phi_{ik}}{\partial z} & \frac{\partial N_k}{\partial y}\phi_{ik} \\ N_k\frac{\partial\phi_{ik}}{\partial z} & & \frac{\partial N_k}{\partial x}\phi_{ik} \\ \frac{\partial N_k}{\partial y}\phi_{ik} & \frac{\partial N_k}{\partial x}\phi_{ik} & \end{bmatrix} \tag{11}$$

正交各向异性材料的应变-应力关系：

$$[\boldsymbol{\varepsilon}]^i=[\boldsymbol{S}]^i\times[\boldsymbol{\sigma}]^i \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{S}$ 矩阵为：

$$\begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_2 & -\nu_{13}/E_3 & & & \\ -\nu_{12}/E_2 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_3 & & & \\ -\nu_{31}/E_1 & -\nu_{23}/E_3 & 1/E_3 & & & \\ & & & 1/G_{23} & & \\ & & & & 1/G_{31} & \\ & & & & & 1/G_{12}\end{bmatrix}^j \tag{13}$$

若层合板中夹杂了黏弹性层，黏弹性层的弹性模量可表达为：$E=E\times(1+\eta l)$，$l=\sqrt{-1}$，η 为损耗系数。根据转轴公式，当 x、y、z 坐标系与材料正轴坐标存在偏轴角时，位移-应变关系可以表达为

$$[\boldsymbol{\sigma}]^i=[\boldsymbol{D}]^i\times[\boldsymbol{\varepsilon}]^i \tag{14}$$

其中：$\boldsymbol{D}$ 为刚度矩阵。

通过式(10)和式(14)得到矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{D}$，单元刚度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 可表示为

$$\boldsymbol{K}=\iiint_V \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{15}$$

单元质量矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{M}=\iiint_V \rho\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{16}$$

通常情况下，复合材料层合板的阻尼值在低阶模态里的变化范围与板的各向异性程度以及各阶模态有关，本文中假设层合板阻尼采用 Rayleigh 阻尼模型，即阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}$ 为

$$\boldsymbol{C}=\alpha\boldsymbol{M}+\beta\boldsymbol{K} \tag{17}$$

其中 α、β 分别为质量和刚度的比例系数。单元等效节点力可表示为

$$\boldsymbol{F}=\iiint_V \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}p_{\mathrm{v}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{18}$$

式(18)中 p_{v} 表示单位节点等效力。

将单元刚度矩阵、单元质量矩阵、阻尼矩阵和单元节点力按照网格划分组装后可得到总动力方程：

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{F} \tag{19}$$

从式(19)中可以求解得到表层板的表面法向位移向量 $\boldsymbol{X}$，进而得到表面法向速度 $U_{\boldsymbol{X}}(x,y,\omega)$；固有频率 ω 可以从行列式 $|\boldsymbol{K}-\omega^2\boldsymbol{M}|=0$ 中求得。

3　数值分析与讨论

固有频率是振动结构的一个重要参数，固有频率准确性可判断本文求解的层合板振动特性精确度。

3.1 固有频率计算

对于普通单层钢板，假设其长 $L_x=300$ mm，宽 $L_y=300$ mm，厚度 $h=2$ mm，弹性模量 $E=200$ GPa，泊松比 $\nu=0.3$。通过经典理论求得的精确解与本文结果如表 1 所示。

表 1 单层钢板的固有频率

Table 1 Natural frequency of single steel plate Hz

Method	Mode				
	(1,1)	(1,2)	(2,1)	(2,2)	(1,3)
Exact	106.9	267.4	267.4	427.9	534.9
Present	106.9	268.2	268.6	429.3	540.2

由表 1 可知：对于普通单层板结构，本文方法得到的固有频率与经典理论得到的精确值误差很小，说明本文方法同样可求得普通板结构振动参数。

对于黏弹性层合板，假设长 $L_x=304.8$ mm，宽 $L_y=348$ mm，厚 $h_1=h_3=7.62$ mm，$h_2=2.54$ mm，弹性模量 $E_1=E_3=68.9$ GPa，剪切模量 $G_2=0.869$ MPa，泊松比 $\nu_1=\nu_3=0.3$，$\nu_2=0.49$。损耗系数 $\eta=0.5$，$\rho_1=2740$ kg/cm^3，$\rho_2=999$ kg/cm^3。黏弹性层合板的固有频率和损耗因子分别为[14]：$\omega'=\sqrt{\mathrm{Re}(\omega)^2}$，$\eta'=\mathrm{Im}(\omega)^2/\mathrm{Re}(\omega)^2$；表 2 为式(16)得到的结果与文献[15]和文献[16]的结果对比。

表 2 黏弹性层合板的固有频率和损耗因子

Table 2 Natural frequency and loss factor of laminated plate

Mode	Natural frequency/Hz			Loss factor		
	Ref.[15]	Ref.[16]	Present	Ref.[15]	Ref.[16]	Present
(1,1)	60.3	60.2	58.3	0.190	0.190	0.172
(2,1)	115.4	115.2	114.5	0.203	0.203	0.192
(1,2)	130.6	130.4	130.0	0.199	0.199	0.172
(2,2)	178.7	178.4	178.3	0.181	0.181	0.170
(3,1)	195.7	195.4	196.6	0.174	0.174	0.156

由表 2 可知：文献[15]采用了比较精确的高阶插值解法，文献[16]是分层理论的解析解，而对于夹杂了黏弹性层的层合板结构的固有频率和损耗因子计算，利用本文计算方法有较好精度。

对于六层反对称 45°铺设层合板(无纲量频率)，其中 $L_x/h=10$，层合板铺设材料为石墨/环氧材料。材料参数为：弹性模量比 $E_1/E_2=40$，剪切模量 $G_{23}=0.5E_2$，泊松比 $\nu_{21}=0.25$，剪切模量 $G_{21}=G_{13}=0.6E_2$。引入无纲量频率：$\bar{\omega}=\omega(a^2/h)\sqrt{\rho/E_2}$；表 3 为本文中结果与文献[17]的结果对比。

表 3 六层反对称 45°铺设层合板的固有频率

Table 3 Natural frequency of anti-symmetrically six layers laminated plate with 45° orientation angle Hz

Method	Angle/(°)			
	10	20	30	45
Ref.[17]	15.2999	16.7881	18.1763	19.0299
Present	17.2852	18.0073	18.7492	19.0283

由表 3 可知：文献[17]采用的是高阶理论，有较好的精度，而本文计算结果与文献[17]较接近。

综合表 1～表 3 可知，本文中分层理论和有限元算法对薄板和厚板以及夹杂了黏弹性层的层合板的计算均能获得较好的精度。

3.2 声辐射模态伴随系数影响因素

以 16 层铺设四边简支层合板为例，其长 $L_x=400$ mm，宽 $L_y=250$ mm，单层厚 0.125 mm，总厚度 $h=2$ mm，$E_1=181$ GPa，$\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=0.28$。在复合材料层合板中心处施加 10 N 简谐激励力。

3.2.1 铺设角度的影响

取层合板阻尼系数为 0.2，$G_{23}=G_{21}=G_{13}=7.17$ GPa，铺设角度分别为$(-15/15)_8$、$(-30/30)_8$、$(-45/45)_8$、$(-0/90)_8$。表 4 和图 2 分别为不同铺设角度下层合板的固有频率和第一阶声辐射模态伴随系数。

表 4 不同铺设角度下层合板的固有频率

Table 4 Natural frequency of laminated plate with different orientation angles Hz

Mode	Angle/(°)			
	15	30	45	0/90
(1,1)	96.3	127	152	130
(2,1)	187	291	288	230
(1,2)	278	301	427	442
(3,1)	327	507	480	470
(2,2)	383	544	604	522
(3,2)	520	571	735	661
(1,3)	538	790	844	756
(2,3)	557	806	876	793
(3,3)	577	852	885	917

从图 2 和表 4 可知：首先，四边简支的层合板第一阶声辐射模态伴随系数只与(奇，奇)阶结构模态有关，伴随系数峰值对应的频率值是(奇，奇)阶结构模态的固有频率，这与普通单层板结构声辐射特性一致[3]，而且也从另外一个角度反映了声辐射模态由辐射体的几何形状决定，而与辐射体本身的

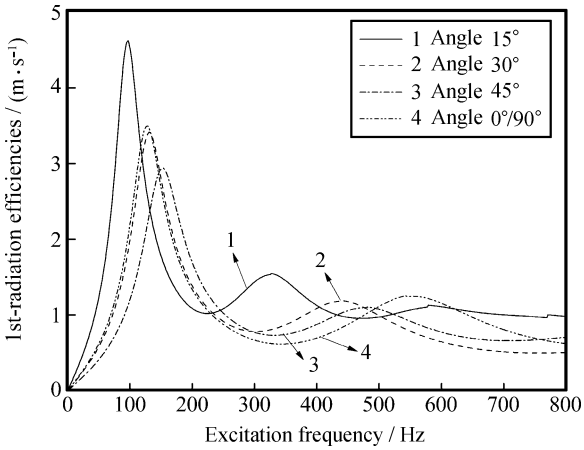

图 2　铺设角度对第一阶声辐射模态伴随系数的影响

Fig. 2　Effect of orientation angle on the adjoint coefficient of the first order acoustic radiation mode

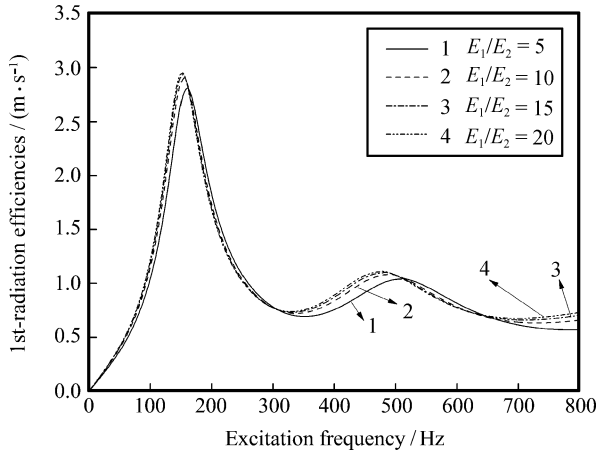

图 3　弹性模量比对第一阶声辐射模态伴随系数的影响

Fig. 3　Effect of E_1/E_2 on the adjoint coefficient of the first order acoustic radiation mode

材料特性无关。其次，除$(-0/90)_8$外，层合板铺设角度越小，相应结构模态对应的固有频率数值越小，这意味着在相同外激励频率内，包含固有频率数量越多，第一阶声辐射模态伴随系数也越大，相应辐射声功率值也越大。因此从层合板降噪角度出发，层合板以 45°铺设为佳。

3.2.2　弹性模量比的影响

假设层合板铺设角度为$(-45/45)_8$，阻尼系数取 0.2，$G_{23}=G_{21}=G_{13}=0.6E_2$，$E_2=E_3$，弹性模量比 E_1/E_2 分别为 5、10、15、20。表 5 和图 3 分别为不同弹性模量比时层合板的固有频率和第一阶声辐射模态伴随系数。

从图 3 和表 5 可知：不同弹性模量比，同阶结构模态的固有频率差别很小，这意味着第一阶声辐射模态伴随系数峰值对应的频率也几乎一致，这点在图 3 中得到体现。另外，从图 3 可知，弹性模量比对声辐射伴随系数的影响不大。

3.2.3　跨厚比的影响

层合板铺设角度为$(-45/45)_8$，$E_2=E_3=10.3$ GPa，$G_{23}=G_{21}=G_{13}=0.6E_2$，跨厚比 b/h 分别为 150、125、100、75。表 6 和图 4 分别为不同跨厚比时层合板的固有频率和第一阶声辐射模态伴随系数。

从图 4 和表 6 可知：跨厚比对声辐射伴随系数影响很大。首先，不同跨厚比，同阶模态对应的固有频率相差较大，而且跨厚比越大，同阶模态对应的固有频率越小。其次，层合板跨厚比越大，相应结构模态对应的固有频率数值越小，这意味着在相同外激励频率内，包含固有频率数量越多，第一阶声辐射模态伴随系数也越大，相应辐射声功率值也

表 5　不同弹性模量比时层合板的固有频率

Table 5　Natural frequency of laminated plate with different E_1/E_2　　Hz

Mode	E_1/E_2			
	5	10	15	20
(1,1)	159	154	152	151
(2,1)	298	291	288	287
(1,2)	476	442	429	442
(3,1)	510	489	481	477
(2,2)	635	614	605	601
(3,2)	803	755	737	728
(1,3)	871	853	845	824
(2,3)	1001	912	880	841
(3,3)	1152	945	887	862

表 6　不同跨厚比时层合板的固有频率

Table 6　Natural frequency of laminated plate with different b/h　　Hz

Mode	b/h			
	75	100	125	150
(1,1)	251	190	152	127
(2,1)	476	359	288	240
(1,2)	476	534	428	357
(3,1)	793	598	480	401
(2,2)	884	753	605	505
(3,2)	997	885	735	605
(1,3)	1186	916	844	706
(2,3)	1214	1050	886	732
(3,3)	1389	1092	885	885

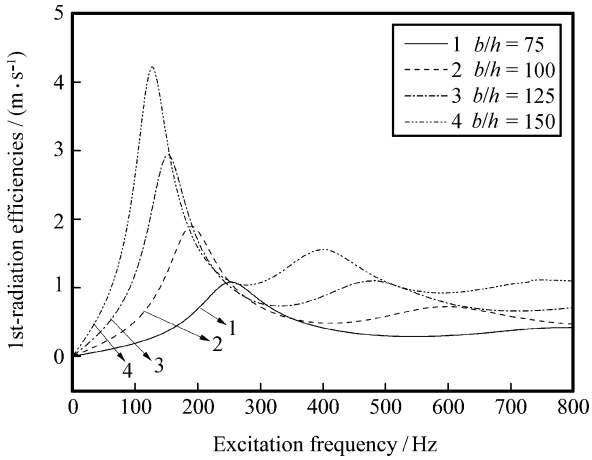

图 4　跨厚比对第一阶声辐射模态伴随系数的影响

Fig. 4　Effect of b/h on the adjoint coefficient of the first order acoustic radiation mode

越大。相反随着厚度的增加，声辐射伴随系数相应减小，峰值对应频率随之增大，辐射总声功率相应降低。因此从层合板降噪角度出发，层合板的跨厚比越小越好，但厚度的增加受材料和工艺限制。

3.2.4　阻尼比的影响

假设层合板 $E_2=E_3=10.3$ GPa，　$G_{23}=G_{21}=G_{13}=0.6E_2$，铺设角度为$(-45/45)_8$。图 5 为不同阻尼比时层合板第一阶声辐射模态伴随系数和辐射总声功率。

众所周知，阻尼不影响结构固有频率，这点从图 5 亦可反映出来。另外由图 5 可知：阻尼比越大，同一外激励频率时的第一阶声辐射模态幅值越小，对应的层合板辐射总声功率也就越小。但阻尼比受结构材料影响限制。

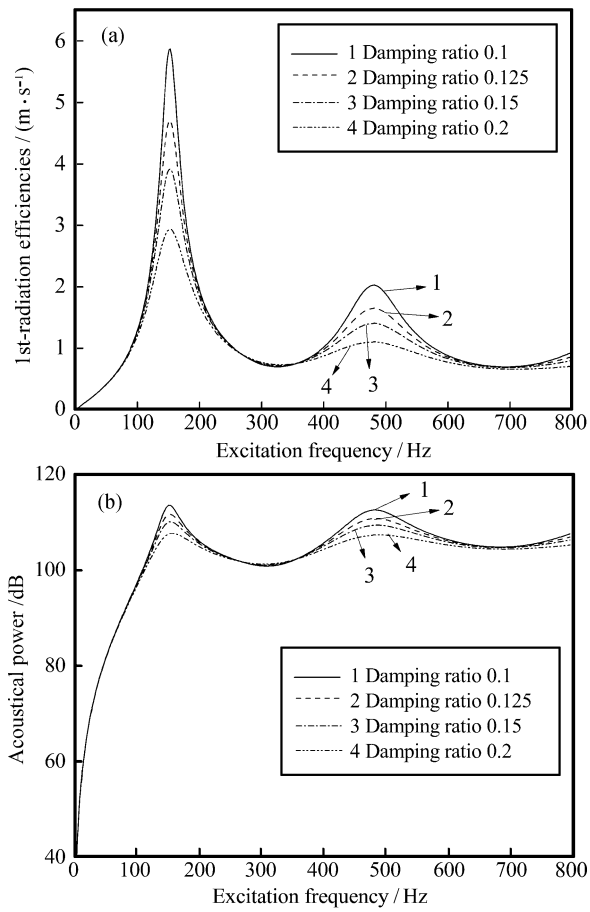

图 5　阻尼比对第一阶声辐射模态伴随系数和总声功率的影响

Fig. 5　Effects of damping ratio on the adjoint coefficient of the first order acoustic radiation mode and power

4　结　论

（1）采用分层理论结合有限元方法分析了层合板结构固有频率以及表层板表面法向速度，进而得到层合板结构声辐射模态幅值和声功率。

（2）实例详细分析了分层理论结合有限元方法计算固有频率的准确性。

（3）着重讨论了层合板铺设角度、弹性模量比、跨厚比以及阻尼比等结构参数对层合板结构声辐射模态的影响，提出了层合板降噪优化设计中参数选择问题，为层合板结构的降噪提供理论依据。

参考文献：

[1]　Elliott S J, Johnson M E. Radiation modes and the active control of sound power [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1993, 94(4): 2194-2204.

[2]　姜　哲. 声辐射问题中的模态分析 I：理论 [J]. 声学学报, 2004, 29(4): 373-378
Jiang Zhe. A model analysis for the acoustic radiation problems: Theory [J]. Acta Acustica, 2004, 29(4): 373-378.

[3]　李　双，陈克安. 结构振动模态和声辐射模态之间的对应关系及其应用 [J]. 声学学报, 2007, 32(2): 171-178.
Li Shuang, Chen Ke'an. The relationship between acoustic radiation modes and structural modes and its applications [J]. Acta Acustica, 2007, 32(2): 171-178.

[4]　Yin X W, Liu L J, Hua H X, et al. Acoustic radiation from a laminated composite plate reinforced by doubly periodic parallel stiffeners [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 306(3-5): 877-889.

[5]　邹元杰，赵德有. 水中阻尼复合箱体结构的振动声辐射特性研究 [J]. 声学学报, 2006, 31(4): 56-63.
Zou Yuanjie, Zhao Deyou. A study on vibro-acoustical characteristics of damped composite shells in water [J]. Acta

Acustica，2006，31(4)：56-63.

[6] 黎　胜，赵德有. 复合材料层合板的铺层几何对结构声传输的影响 [J]. 振动与冲击，2001，20(2)：86-88.
Li Sheng，Zhao Deyou. Influence of stacking geometry on sound transmission through laminated composite plates [J]. Journal of Vibration and Shock，2001，20(2)：86-88.

[7] 杨和振，Park Han-il，李华军. 温度变化下复合材料层合板的试验模态分析 [J]. 复合材料学报，2008，25(2)：149-155.
Yang Hezhen，Park Han-il，Li Huajun. Experimental modal analysis of the composite laminates with temperature variation [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2008，25(2)：149-155.

[8] Niu B，Olhoff N，Lund E. Discrete material optimization of vibrating laminated composite plates for minimum sound radiation [J]. International Journal of Solids and Structures，2010，47(16)：2097-2114.

[9] 李鸿顺，钱　坤，曹海建，等. 整体中空复合材料隔声性能的实验研究 [J]. 复合材料学报，2011，28(4)：167-170.
Li Hongshun，Qian Kun，Cao Haijian，et al. Experimental study on the sound insulation property of integrated hollow core sandwich composite [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2011，28(4)：167-170.

[10] Li S，Zhao D Y. Numerical simulation of active control of structural vibration and acoustic radiation of a fluid-loaded laminated plate [J]. Journal of Sound and Vibration，2004，272(1/2)：109-124.

[11] Qatu M S，Sullivan R W，Wang W C. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells：2000—2009 [J]. Composite Structures，2010，93(1)：14-31.

[12] Ferreira A J M，Roque C M C，Jorge R M N. Static deformations and vibration analysis of composite and sandwich plates using a layerwise theory and multiquadrics discretizations [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements，2005，29(12)：1104-1114.

[13] Reddy J N. Theories and computational models for composite laminate [J]. Applied Mechanics Reviews，1994，47(6)：147-169.

[14] 吕恩琳. 复合材料力学 [M]. 重庆：重庆大学出版社，1992：31-33.

[15] Cupial P，Niziol J. Vibration and damping analysis of a three-layered composite plate with a viscoelastic mid-layer [J]. Journal of Sound and Vibration，1995，183(1)：99-114.

[16] 胡明勇，王安稳，章向明. 约束阻尼层合板的稳态响应 [J]. 应用力学学报，2010，27(1)：214-218.
Hu Mingyong，Wang Anwen，Zhang Xiangming. Steady state response and stress analysis of constrained damping laminated plates [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics，2010，27(1)：214-218.

[17] Reddy J N. Free vibration of antisymmetric angle-ply laminated plates including transverse shear deformation by the finite element method [J]. Journal of Sound and Vibration，1979，66(4)：565-576.