复合材料学报
Acta Materiae Compositae Sinica
第 28 卷 第 5 期 10 月 2011 年
Vol. 28 No. 5 October 2011

文章编号：1000-3851(2011)05-0220-08

基于改进高斯径向基函数响应面方法的蜂窝板模型修正

孔宪仁*[1]，秦玉灵[1]，罗文波[2]

（1. 哈尔滨工业大学 卫星技术研究所，哈尔滨 150001；2. 中国空间技术研究院，北京 100086）

摘 要： 用等效板理论计算蜂窝板等效结构参数建立基准有限元模型，对基准模型中结构参数施加摄动量建立待修正有限元模型。根据均匀设计方法将等效参数分为不同水平的参数组，分别计算各参数组对应的模态频率响应，然后建立基于一次式-高斯组合径向基函数(Linear－Gaussian RBF)的响应面模型。引入变异算子的改进粒子群算法修正响应面模型，将搜索到的参数摄动量(优化解)代入待修正模型，得到修正后模型。通过比较基准模型与修正前后模型的结构参数和模态频率响应的接近程度，证实了修正方法的有效性。基于响应面的模型修正避免了迭代中重复调用有限元计算，可提高分析效率。

关键词： 蜂窝板；响应面；模型修正；一次式-高斯组合径向基函数；改进粒子群算法

中图分类号： V414.1；TB330.1 **文献标志码：** A

Improved Gaussian RBF response surface method-based model updating for the honeycomb sandwich panel

KONG Xianren *[1], QIN Yuling[1], LUO Wenbo[2]

(1. Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. China Academy of Space Technology, Beijing 100086, China)

Abstract: The equivalent panel theory was employed to calculate the equivalent parameters of the honeycomb sandwich panel to constitute the benchmark FEM, and the perturbations were added to the equivalent parameters to constitute the non-updated FEM. The equivalent parameters are divided into different groups to get the corresponding modal frequencies, and the Linear－Gaussian RBF response surface model is set up, which is updated by the particle swarm optimization algorithm with mutation operator, the updated parameters is introduced into the non-updated model and the updated model is attained. By comparing the similarity of the structure parameters and the modal frequencies of the benchmark model and the non-updated as well as the updated models, the validity of the updated model is proved.

Keywords: honeycomb sandwich panel; response surface; model updating; Linear－Gaussian RBF; improved particle swarm optimization (IPSO) algorithm

蜂窝板是航空航天中广泛采用的一种轻型结构材料，该结构通常由上下较薄的表层和中间较厚但质软的蜂窝芯层构成，具有较高的比强度和比刚度，是飞行器的主要承力部件[1-5]。MSC/NASTRAN、ANSYS等大型通用有限元程序没有蜂窝板的材料库，只能通过等效理论计算其等效结构参数，建立等效模型代替原结构进行分析。等效过程中的误差导致有限元计算值与实测值之间存在偏差，需要在实测值基础上对有限元模型进行修正，以提高模型分析精度。直接基于MSC/NASTRAN、ANSYS等优化功能的模型修正需随结构参数的变化多次调用有限元程序计算，降低了计算效率，且有限元软件中难以引入新兴的粒子群(Particle swarm optimization algorithm)等优化算法，降低了修正精度。响应面方法(RSM)起源于结构优化领域，近年来开始在模型修正领域中得到应用。该

收到初稿日期： 2010-07-06；**收到修改稿日期：** 2011-03-24；**网络出版时间：** 2011-05-13 10:07:00
网络出版地址： www.cnki.net/kcms/detail/11.1801.TB.20110513.1007.001.html
DOI： CNKI:11-1801/TB.20110513.1007.001
基金项目： “微小型航天器系统技术”长江学者创新团队发展计划(IRT0520)
通讯作者： 孔宪仁，教授，博士生导师，主要研究卫星动力学与热力学控制 E-mail：kongxr@hit.edu.cn

方法首先由 Box 和 Wilson 于 1951 年提出[6-7]，随即在优化领域得到迅速推广；Kaufman 等较早将 RSM 引入到结构与多学科优化领域[8]；Natasha E Sevant 等用 RSM 对机翼结构进行优化设计，证实了算法的优越性和有效性[9]；Haftka 等用 RSM 对复合材料进行优化和约束处理[10]；Drew Landman 等构造了飞行器风洞试验数据的 RSM 模型，算例证明该模型能以高精度模拟试验环境[11]；张立新等用 RSM 进行了结构碰撞优化的研究，算例表明该方法具有良好的求解效率和精度[12]；任伟新等用 RSM 对一座六跨连续桥梁进行模型修正，证实了算法能显著提高修正效率，易于工程实际应用[13]。响应面方法用显式函数拟合实际结构复杂的输出关系，易与优化算法结合，能以较少的计算量获得一定精度的计算结果，在工程中有实际应用价值。

本文中用等效板理论计算蜂窝板等效结构参数建立基准有限元模型 M_0，然后对基准模型 M_0 中结构参数施加摄动量 Δx 建立待修正有限元模型 M_1；根据均匀设计方法将等效参数分为不同水平的参数组，分别计算各参数组对应的模态频率响应，然后建立基于一次式-高斯组合径向基函数(Linear－Gaussian RBF)的响应面模型 S_0；再用引入变异算子的改进粒子群算法对响应面模型 S_0 进行修正，算法搜索得到的优化解即为参数摄动量 $\Delta x'$，将其代入待修正模型 M_1 得到修正后模型 M_2；通过比较基准模型 M_0 与修正前后模型 M_1、M_2 的结构参数和模态频率响应的接近程度，证实了修正方法的有效性。修正后模型质量得到提高，可用于进一步的分析计算。

1 均匀设计及 Gaussian RBF 响应面模型

均匀试验设计方法(Uniform design)是将样本点在设计空间均匀分散，能以较少的试验次数获得较高精度的试验结果，该方法一经提出就在工程中得到了迅速推广。采用均匀设计进行试验，参照均匀设计表及相应的使用表计算各参数下结构响应，参数的每个水平只需进行一次试验，极大地提高了计算效率[14]。

响应面方法(Response Surface Methodology，简称 RSM)的原理是根据试验设计方法对设计空间中的样本点(结构参数)分组，计算各组样本点对应的结构响应，然后用最小二乘法拟合响应面系数，建立具有明确的显式函数表达式的响应面模型代替原结构进行分析。响应面模型形式简洁，计算效率高，易与多种算法融合，在工程中能获得可接受精度的计算结果，近年来成为研究的热点[15]。

根据响应面逼近函数形式的不同，响应面建模方法主要可分为多项式回归法、神经网络法、Kriging函数法和径向基函数法。其中高斯径向基函数(Gaussian RBF)响应面具有良好的适应性和精确度，可广泛用于拟合低阶或高阶非线性模型。

Gaussian RBF 响应面形式如下：

$$y(x)=\sum_{i=1}^{n}a_i\exp\left(-\frac{\|x_i-\bar{x}_i\|^2}{(2\sigma)^2}\right) \tag{1}$$

其中：$x=[x_1, x_2, \cdots, x_n]$为样本点(结构参数)个数；$\bar{x}_i$ 为第 i 个样本(参数)均值；$\sigma>0$ 为高斯核的宽度参数；$a=[a_1, a_2, \cdots, a_n]$为系数向量，一般由最小二乘法则确定。

分析 Gaussian RBF 响应面式(1)可知，对于固定的核宽度参数 $\sigma>0$，样本点 x 距其均值 $\bar{x}$ 越远，对结构响应影响越小；反之影响越大。因而高斯核具有细致的局部(均值点附近)拟合能力。将具有良好非线性拟合能力的高斯核与线性拟合能力的一次式结合，得到一次式－高斯组合径向基函数(Linear－Gaussian RBF)的响应面如下：

$$y(x)=a_0+\sum_{i=1}^{n}a_ix_i+\sum_{i=1}^{n}b_i\exp\left(-\frac{\|x_i-\bar{x}_i\|^2}{(2\sigma)^2}\right) \tag{2}$$

各参数意义同式(1)。核宽度参数 σ 的取值是影响响应面精度的关键因素。一般根据经验和多次计算试凑，在对多个算例进行分析的基础上，发现 σ 取设计空间半径时能取得良好的拟合精度。对于多个设计参数(结构参数)的响应面模型，各参数设计空间半径不同，甚至相差几个数量级，因此可以将各参数对应的 σ 设定为对应其设计空间半径的不同值，也可以将各设计参数归一化，从而各参数取共同的设计空间半径 σ。本文中采用后一种计算方式。

响应面模型有效性一般由相对均方根误差 $RMSE$(Root mean squared error)和决定系数 R^2 进行检验如下[16]：

$$RMSE=\frac{1}{k\bar{y}}\sqrt{\sum_{i=1}^{k}(y_i-\hat{y}_i)^2} \tag{3}$$

相对均方根误差 $RMSE$ 表示响应面模型计算值 $\hat{y}_i$ 与有限元计算值 y_i 的误差($\bar{y}$ 为有限元计算值

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{k}(y_i - \bar{y})^2} \tag{4}$$

的平均值），决定系数 R^2 代表响应面模型与原结构的相似程度，因此 $RMSE \to 0$ 和 $R^2 \to 1$ 表示精确的响应面模型应能在与原结构输入一致的情况下得到一致的响应。

2　带变异算子的改进粒子群算法

粒子群算法是通过模拟鸟类（粒子，即参数）觅食（优化解）行为实现对问题的优化。该算法具有明确的表达式，形式简洁，计算简便，能高效搜索优化解，算法一经提出就在优化领域得到了推广[17-18]，各种改进算法层出不穷，近年来开始应用于模型修正领域。为增加粒子多样性，对第 i 个粒子的 d 维位置进行变异操作，采用增加随机扰动的方式如下：

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_{id}^{t+1} = \chi[\boldsymbol{v}_{id}^{t} + c_1 r_1(\boldsymbol{p}_{id} - \boldsymbol{x}_{id}^{t}) + c_2 r_2(\boldsymbol{p}_{gd} - \boldsymbol{x}_{gd}^{t})] \\ \boldsymbol{x}_{id}^{t+1} = x_{id}^{t}(1 + \eta^{*} N(0,1)) + \boldsymbol{v}_{id}^{t+1} \end{cases} \tag{5}$$

其中：χ 为收缩因子，且 $\chi = \dfrac{2}{\left|2-\varphi-\sqrt{\varphi^2-4\varphi}\right|}$，一般取 $\varphi = c_1 + c_2 > 4$，$\chi = 0.729$ 时，能取得良好的计算结果。$\boldsymbol{p}_{id}$ 和 $\boldsymbol{p}_{gd}$ 分别为第 t 次迭代终止时第 i 个粒子的最优位置和群体最优位置；c_1 和 c_2 为大于 0 的常数，分别代表对自身经历的最优位置和种群最优位置的记忆能力；r_1 和 r_2 为[0,1]之间均匀分布的随机数；η 为常数，用来控制扰动步长；$N(0,1)$为服从 Gaussian(0,1)分布的随机变量。η 的计算公式如下：

$$\eta = \eta_{\max} - \frac{(\eta_{\max} - \eta_{\min})t}{t_{\max}} \tag{6}$$

其中：t 为当前迭代次数；$t_{\max}$ 为最大迭代次数；$\eta_{\max}$和 $\eta_{\min}$为 η 取值上下限。经多次试验，取 $\eta_{\max} = 2.3$、$\eta_{\min} = 1.1$ 时，算法性能得到明显改善。

3　蜂窝板模型修正

基于响应面方法的蜂窝板模型修正过程中，首先根据等效板理论计算蜂窝板等效结构参数，建立等效的基准有限元模型 M_0，然后对基准模型 M_0 中的 n 个结构参数 $x^0 = [x_1^0, x_2^0, \cdots, x_n^0]$ 施加摄动量 $\Delta x = [\Delta x_1, \Delta x_2, \cdots, \Delta x_n]$，建立待修正有限元模型 M_1，再根据均匀设计方法将等效参数分为 k 个不同水平的参数组 $X = [x_{1j}, x_{2j}, \cdots, x_{ij}, \cdots, x_{nj}]$（$i = 1, 2, \cdots, n$，$j = 1, 2, \cdots, k$），分别计算各参数组对应的 k 组模态频率响应 $Y = [y_1, y_2, \cdots, y_k]$（$k \geqslant 2n+1$），然后建立基于一次式-高斯组合径向基函数（Linear－Gaussian RBF）的响应面模型 S_0，用最小二乘方法拟合响应面系数，再用带变异算子的改进粒子群算法对响应面模型 S_0 进行修正，算法搜索得到的优化解即为参数摄动量 $\Delta x'$，将其代入待修正模型 M_1，得到修正后模型 M_2，通过比较修正前模型 M_1 结构参数 $x^1 = [x_1^1, x_2^1, \cdots, x_n^1]$、修正后模型 M_2 结构参数 $x^2 = [x_1^2, x_2^2, \cdots, x_n^2]$与基准模型 M_0 结构参数 $x^0 = [x_1^0, x_2^0, \cdots, x_n^0]$的接近程度，及各模型计算所得模态频率响应的偏差对修正后模型质量进行评价。流程见图 1。

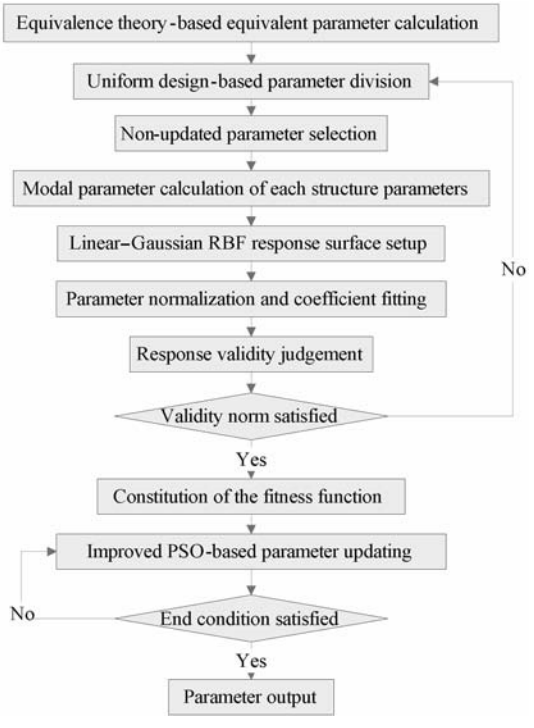

图 1　蜂窝板模型修正

Fig. 1　Model updating of the honeycomb sandwich panel

3.1　蜂窝板有限元建模

某小卫星太阳电池帆板是尺寸为 1000 mm×1000 mm 的单夹芯蜂窝夹层板。

由图 2 可见，蜂窝板表层厚度为 $d = 0.3$ mm，夹芯高度为 $2h = 24.4$ mm，则蜂窝板总厚度为 $2H = 2h + 2d = 25$ mm，夹芯为正六边形铝蜂窝，夹

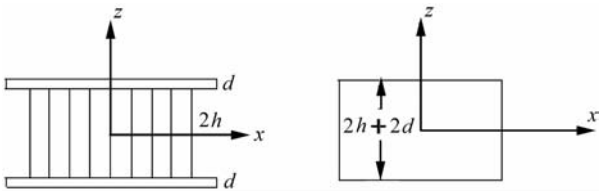

图 2 蜂窝板和等效板

Fig. 2 Honeycomb sandwich plate and the equivalent plate

芯边长为 $l=4$ mm，壁厚为 $t=0.04$ mm，铝的弹性模量为 $E=70$ GPa，密度为 $\rho=2.7\times10^3$ kg/m^3，泊松比为 $\mu=0.3$。由等效板理论[19-20]可知，蜂窝板等效厚度 t_{eq}、等效弹性模量 E_{eq}、等效密度 ρ_{eq}和等效泊松比 μ_{eq}计算公式如下：

$$t_{eq}=\sqrt{d^2+12(H-\frac{d}{2})^2} \tag{7}$$

$$E_{eq}=\frac{2Ed}{t_{eq}} \tag{8}$$

$$\rho_{eq}=\frac{2\rho_f d+2\rho_c(H-d)}{t_{eq}} \tag{9}$$

$$\mu_{eq}=\mu \tag{10}$$

计算结果如表 1 所示。

表 1 等效板结构参数

Table 1 Structure parameters of the equivalent panel

Equivalent parameters	t_{eq}/mm	E_{eq}/GPa	ρ_{eq}/(10^3kg·m^{-3})	μ_{eq}
Value	42.78	0.98	1.58	0.3

在 ANSYS 中建立蜂窝板等效板模型，用 SHELL63 单元将等效板划分为 400 个单元见图 3。

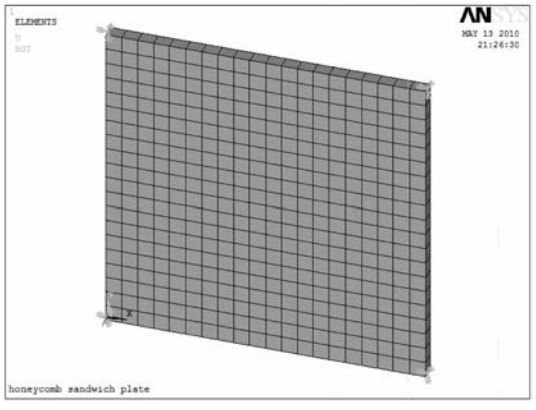

图 3 等效板有限元模型

Fig. 3 FEM of the equivalent plate

3.2 均匀试验设计及响应面模型建立

3.2.1 均匀试验设计

蜂窝板建模过程中等效参数为 4 个，由分析可知其中泊松比 μ_{eq}对结构模态频率响应影响最小，故选择等效板建模过程中的 3 个等效参数 t_{eq}、E_{eq}、ρ_{eq} 为待修正参数。选择均匀设计表 $U_7(7^6)$ 进行试验设计，设计空间设定为原值上下 30%范围，即每个参数在原值上下 30%变动，每个参数取 7 个水平[(−0.3)，(−0.2)，(−0.1)，(0)，(0.1)，(0.2)，(0.3)]。其中参数组 1 对应水平(−0.3，−0.2，−0.1)，其参数取值为[(1−30%)t_{eq}，(1−20%)E_{eq}，(1−10%)ρ_{eq}]。同理可知其余水平对应的参数取值。

3.2.2 Linear-Gaussian RBF 响应面模型建立

表 2 为各水平等效结构参数。由表 1 和表 2 可知，3 个结构参数 t_{eq}、E_{eq}、ρ_{eq} 取值差异过大，直接用来构造设计矩阵进行最小二乘系数求解可能造成矩阵奇异从而导致无解，同时为使高斯核的宽度参数 σ 对每个设计参数均能取相同值，将各参数作(0，1)之间的归一化如下：

表 2 各水平等效结构参数

Table 2 Equivalent structure parameters of different level

Parameter division	t_{eq}/mm	E_{eq}/GPa	ρ_{eq}/(10^3kg·m^{-3})	Parameter level
1	29.95	0.78	1.42	(−0.3，−0.2，−0.1)
2	34.22	0.98	1.90	(−0.2，0.0，0.2)
3	38.50	1.18	1.26	(−0.1，0.2，−0.2)
4	42.78	0.69	1.74	(0.0，−0.3，0.1)
5	47.06	0.88	1.11	(0.1，−0.1，−0.3)
6	51.34	1.08	1.58	(0.2，0.1，0.0)
7	55.61	1.27	2.05	(0.3，0.3，0.3)

$$\tilde{x}_i=\frac{x_i-x_{i\min}}{x_{i\max}-x_{i\min}} \tag{11}$$

其中 $\tilde{x}_i$ 为与原设计空间中结构参数 x_i 对应的归一化参数，易知 $\tilde{x}_i\in(0,1)$，由此取值为设计空间半径的核宽度参数为 $\sigma=0.5$，进而建立 Linear-Gaussian RBF 响应面模型如下：

$$y(\tilde{x})=a_0+\sum_{i=1}^{n}a_i\tilde{x}_i+\sum_{i=1}^{n}b_i\exp\left(-\frac{\|\tilde{x}_i-\overline{\tilde{x}}_i\|^2}{(2\sigma)^2}\right) \tag{12}$$

其中：$n=3$ 表示待修正结构参数为 3 个；$\tilde{x}=[\tilde{t}_{eq},\tilde{E}_{eq},\tilde{\rho}_{eq}]$为归一化后结构参数；系数矩阵 $A=[a_0,a_1,a_2,a_3,b_1,b_2,b_3]$由最小二乘法则确定如下：

$$A=(X'X)^{-1}X'Y \tag{13}$$

其中：$X=[x_{1j},x_{2j},x_{3j}](k\in(1,7))$为由均匀设

计方法将 3 个等效参数分为 7 个水平的参数组；$Y=[y_1, y_2, \cdots, y_7]$为各组参数对应的 7 组模态频率响应(每组 6 阶)。

分别用线性多项式(一次式 Linear)、高斯核(Gaussian)函数及一次式-高斯核函数(Linear - Gaussian RBF)的组合响应面 3 种响应面形式计算 7 组结构参数下蜂窝板前 6 阶模态频率响应($\hat{f}_1^d$, $\hat{f}_2^d$, …, $\hat{f}_6^d$)($d=1, 2, 3$ 表示 3 种响应面)，并与用 FEM 模型计算所得对应 7 组结构参数下的蜂窝板前 6 阶模态频率响应(f_1, f_2, …, f_6)进行比较，拟合条形图如图 4 所示。由图可知，3 种形式的响应面均能以一定精度复现 FEM 计算所得模态频率值，其中 Linear - Gaussian RBF 组合响应面拟合曲线与 FEM 计算值几乎重合，具有最高的拟合精度；线性多项式(一次式 Linear)响应面次之；高斯核函数精度相对最低。用相对均方根误差 $RMSE$ 和决定系数 R^2 对响应面有效性进行评价，由图 5 可以看出，Linear - Gaussian RBF 组合响应面的相对均方根误差 $RMSE=0$，$R^2=1$，意即该响应面计算所得模态频率能以 0 误差逼近 FEM 计算频率，与后者相似度为 1，具有最高的精确度。同理分析线性多项式和高斯核函数的相对均方根误差 $RMSE$ 和决定系数 R^2 可知，线性多项式拟合质量优于高斯核函数，因此本文中采用 Linear - Gaussian RBF 组合响应面对蜂窝板有限元模型进行修正。

3.3　蜂窝板模型修正及有效性检验

以原等效结构参数 $x^0=[x_1^0, x_2^0, x_3^0]=[t_{eq}, E_{eq}, \rho_{eq}]$ 所建有限元模型为基准模型 M_0，将对各参数施加 30%扰动量后所得参数组 7 对应水平(0.3, 0.3, 0.3)的结构参数 $x^1=[x_1^1, x_2^1, x_3^1]=(1+30\%)[t_{eq}, E_{eq}, \rho_{eq}]$ 所建有限元模型为待修正模型 M_1，两组结构参数的关系为 $x^1=x^0(1+30\%)=x^0(1+\Delta x)$，其中 $\Delta x=[\Delta t_{eq}, \Delta E_{eq}, \Delta \rho_{eq}]$ 为待修正量的偏差量，亦即带变异算子的改进粒子群算法搜索的目标解。

用带变异算子的改进粒子群算法进行模型修正的过程中，通常设定粒子群规模 $N=30$，粒子维数 $D=3$(对应 3 个待修正量)，迭代次数 $T=25$，同时考虑到算法的随机性，将算法重复执行 20 次取各次计算所得最优适应度函数的平均值构造平均适应度函数曲线，并取各次搜索所得最优解的平均值作为结构参数待修正量 $\Delta\tilde{x}$。粒子群中的粒子位置 x 和速度 v 范围即为待修正参数的变化范围，由于响应面构造过程中已将各参数作(0, 1)之间的归一化处理，故设定 $x\in(0, 1)$，$v\in(0, 1)$。改进粒子群算法中的适应度函数由各阶模态频率的最小相对误差构造如下：

$$\min f(x)=\min\sum_{i=1}^{N} ER(f_i^0, \hat{f}_i)=\min\sum_{i=1}^{N}\left|\frac{f_i^0-\hat{f}_i}{f_i^0}\right| \tag{14}$$

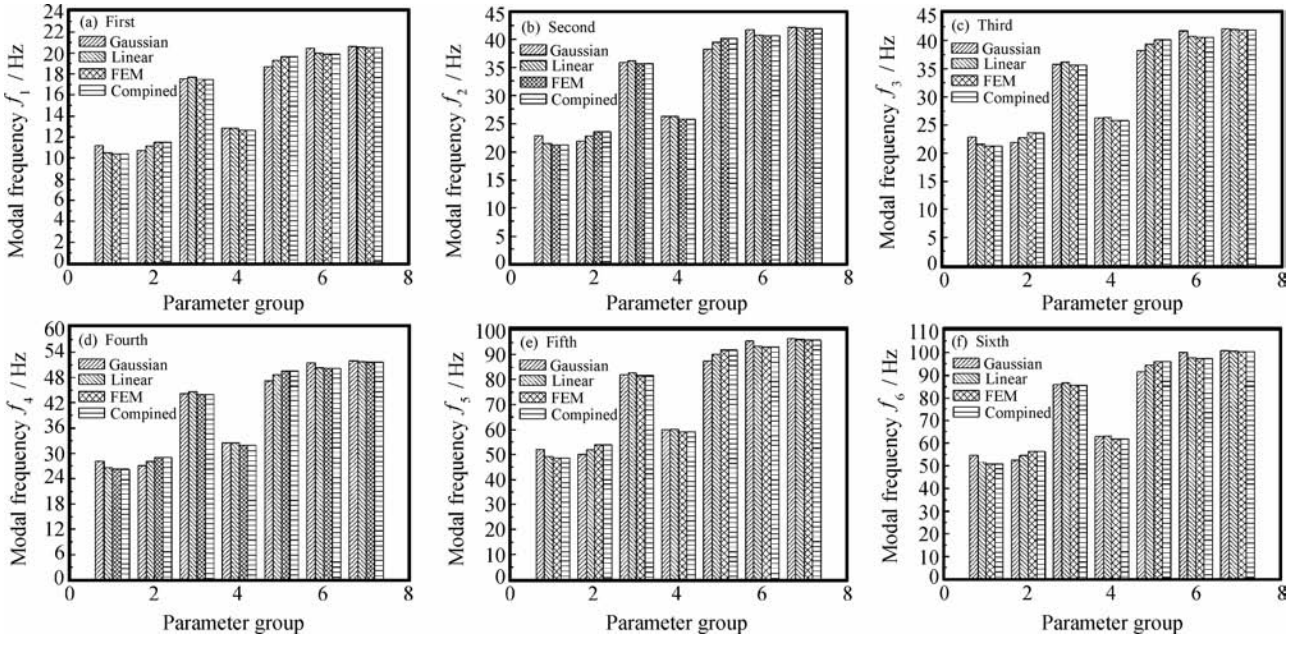

图 4　6 个模态频率拟合图

Fig. 4　Fitting figure of the six modals frequencies

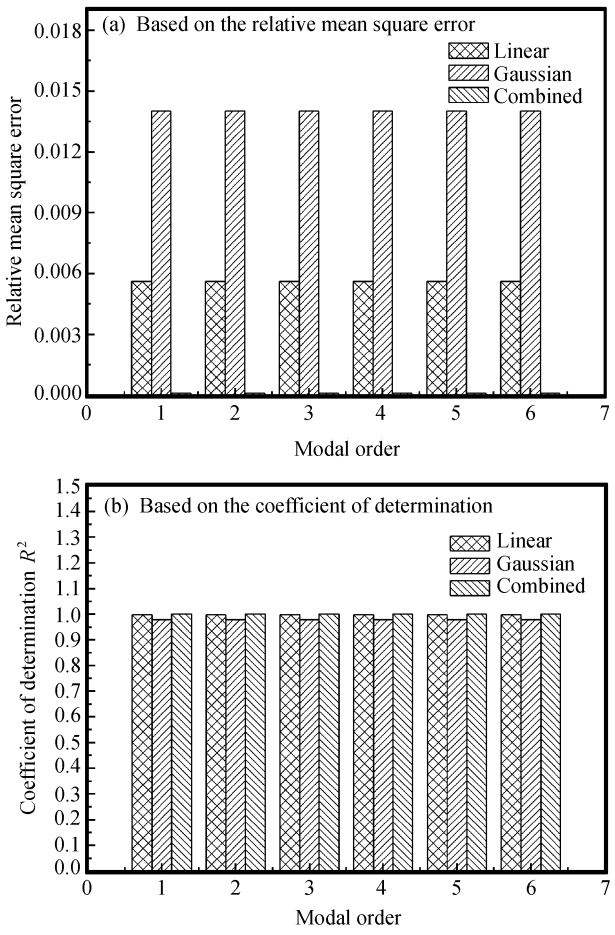

图 5 基于相对均方根误差(a)和决定系数(b)的响应面有效性检验

Fig. 5 Validity evaluation of response surfaces based on the relative mean square error (a) and the coefficient of determination (b)

其中：$N=6$ 为模态频率阶数；$f_i^0(i=1, 2, \cdots, 6)$ 为基准模型 M_1 计算所得模态频率(确定值)；$\hat{f}_i(i=1, 2, \cdots, 6)$为 Linear－Gaussian RBF 组合响应面模型计算频率值，$\hat{f}_i$ 随待修正量 $\Delta\tilde{x}=[\Delta\tilde{t}_{eq}, \Delta\tilde{E}_{eq}, \Delta\tilde{\rho}_{eq}]$ 的不断变化(由粒子群算法迭代搜索获得)而变化，至适应度函数值达到设定精度或粒子群算法达到搜索终止条件时，待修正量 $\Delta\tilde{x}$ 得到确定。$\Delta\tilde{x}=[\Delta\tilde{t}_{eq}, \Delta\tilde{E}_{eq}, \Delta\tilde{\rho}_{eq}]$为归一化后的待修正参数摄动量，将其映射回原设计空间，即得到待修正参数真实偏移量 $\Delta x=[\Delta t_{eq}, \Delta E_{eq}, \Delta\rho_{eq}]$。将 Δx 代入待修正模型 M_1，得到修正后模型 M_2，计算修正前后模型 M_1、M_2 与基准模型 M_0 的前 6 阶模态频率，通过比较其接近程度，对模型的修正效果进行评价；同时将修正后模型 M_2 的结构参数 $x^2=[x_1^2, x_2^2, x_3^2]$、待修正模型 M_1 的结构参数 $x^1=[x_1^1, x_2^1, x_3^1]$和基准模型 M_0 的结构参数 $x^0=[x_1^0, x_2^0, x_3^0]$进行对比，分析修正后结构参数 x^2 与基准参数 x^0 的接近程度，以明确修正意义；然后计算 M_2 和 M_0 的 7～10 阶模态频率并比较其相似度，以评价修正后模型 M_2 对测试频段外模态频率的预测能力。

由表 3 可知，修正后模型 M_2 的 3 个待修正结构参数较修正前模型 M_1 更接近基准模型 M_0，具体为：等效厚度 t_{eq}的相对误差从修正前的 29.99% 降低到了修正后的 0.09%，等效弹性模量 E_{eq}的相对误差从 29.59% 降低到了 0(修正所得结果为精确值)，等效密度 ρ_{eq}相对误差从 29.75% 降低到了 －1.27%，修正前后模型计算所得模态频率如表 4 所示。

表 3 模型参数对比

Table 3 Comparison of the model parameters

Model parameters	t_{eq}/mm	E_{eq}/GPa	ρ_{eq}/(10^3 kg·m^{-3})
Benchmark model M_0	42.78	0.98	1.58
Non-updated model M_1	55.61	1.27	2.05
Updated model M_2	42.82	0.98	1.56

表 4 修正前后模型计算模态频率

Table 4 Modal frequencies of the updated and non-updated models

Modal frequency f/Hz	Benchmark model M_0	Non-updated model M_1	Updated response surface model S	Updated model M_2	Relative error e/%
f_1	15.792	20.516	15.831	15.908	0.73
f_2	32.268	41.921	32.476	32.505	0.73
f_3	32.268	41.921	32.476	32.505	0.73
f_4	39.832	51.748	39.953	40.124	0.73
f_5	73.784	95.855	74.196	74.325	0.73
f_6	77.234	100.34	77.520	77.801	0.73
f_7	92.022	114.36	—	92.696	0.73
f_8	92.022	114.36	—	92.696	0.73
f_9	114.43	119.55	—	115.16	0.64
f_{10}	114.43	119.55	—	115.16	0.64

表 4 列出了待修正模型 M_1、修正后模型 M_2 与基准模型 M_0 计算所得结构前 10 阶模态频率，其中 1～6 阶频率为模型修正过程中所用的测试频率，而 7～10 阶频率则用来对修正后模型的预测能力进行评价。可知修正后模型 M_2 在测试频段内外均能将与基准模型 M_0 计算所得模态频率的相对误差降低到 1%以内，较修正前模型 M_1 计算精度有了明显提高，证实了响应面方法修正后的有限元模型 M_2 能以高精度复现和预测基准模型 M_0 在测试频段内外的模态频率，用 Linear－Gaussian RBF 组合响应面对蜂窝板有限元模型进行修正的方法是有效的。同时修正后响应面模型 S(结构参数与修正后模型 M_2 相同)计算所得结构前 6 阶模态频率与基准模型 M_0 接近且近似度高于修正后模型 M_2，原因在于基于响应面方法进行模型修正时采用的改进粒子群算法中的适应度函数由响应面模型 S 计算频率 $\hat{f}$ 与基准模型 M_0 计算频率 f 依相对误差最小原则构造，因而两者之间差异小于 M_2 与 M_0 计算所得模态频率之差。

由图 6 修正前后模型计算所得模态频率曲线可以看出，对基准模型 M_0 施加扰动量后所得待修正模型 M_1 的模态频率明显偏离 M_0，修正后模型 M_2 计算频率与基准模型 M_0 几乎重合，证实了 M_2 能以高精度复现测试频段内结构模态频率并预测测试频段外频率。图 7 为用粒子群算法(PSO)和带变异算子的改进粒子群算法(IPSO)重复执行 20 次所得平均适应度函数收敛曲线。可知引入变异算子后的 IPSO 搜索精度高于 PSO，且在变异算子的作用下粒子群体保持了种群的多样性，适应度函数值不断

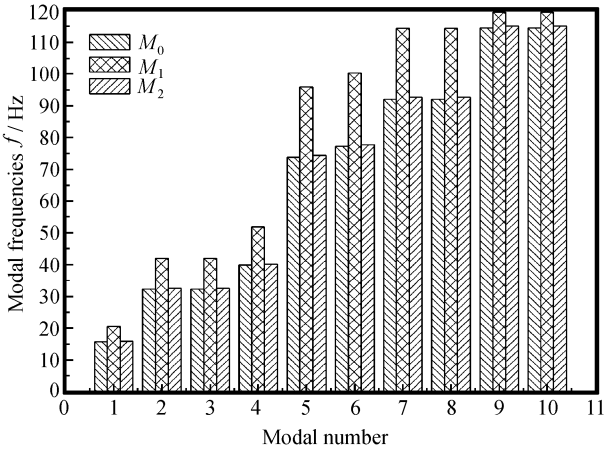

图 6　模态频率对比

Fig. 6　Comparison of the modal frequencies

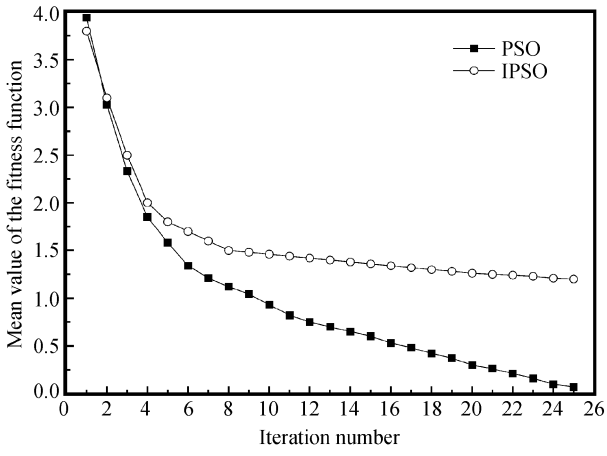

图 7　平均适应度函数收敛曲线

Fig. 7　Mean convergence curve of the fitness function

减小意味着搜索过程中所得优化解代入响应面模型 S 后计算所得模态频率 $\hat{f}$ 与基准模型 M_0 频率 f 之间的差值不断减小，直至达到迭代终止条件。IPSO搜索精度和效率明显高于 PSO 算法，因此在 PSO 算法中加入的变异算子可以在一定程度上避免自身陷入局部最优，保持种群多样性，从而增大全局寻优概率。

4　结　论

(1) 基于响应面的模型修正方法可以避免修正过程中多次调用有限元程序，节约计算时间，且该方法易于与多种优化算法结合，能够提高分析效率和计算精度。本文中提出的 Linear－Gaussian RBF 组合响应面能以高精度拟合蜂窝板等效结构参数与模态频率之间的关系，可用于对复杂结构的进一步分析计算。

(2) 将变异算子引入粒子群算法，可以增加种群多样性，减小陷入局部最优概率，用带变异算子的改进粒子群算法(IPSO)搜索所得待修正量精度高于 PSO(由平均适应度函数值判断)，证实了改进算法的有效性。

(3) 响应面方法的局限性在于一组响应面只能模拟结构参数与一组响应的输入输出关系，因此将响应面方法与优化算法结合所得修正量代入原有限元模型，可以进行多种分析计算，节约计算成本，提高分析效率。

(4) 对复杂的工程实际问题，应在研究问题性质的基础上，将工程问题转化为数学问题，并研究与之适用的响应面形式，改进 PSO 算法和响应面

形式，最终实现响应面模拟计算的模块化，提高搜索效率和模拟精度。

参考文献：

[1] 徐胜今，孔宪仁，王本利，等. 正交异性蜂窝夹层板动、静力学问题的等效分析方法 [J]. 复合材料学报，2000，17(3)：92-95.
Xu Shengjin，Kong Xianren，Wang Benli，et al. Method of equivalent analysis for statics and dynamics behavior of orthotropic honeycomb sandwich plates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2000，17(3)：92-95.

[2] 夏利娟，金咸定，汪痒宝. 卫星结构蜂窝夹层板的等效计算 [J]. 上海交通大学学学报，2003，37(7)：999-1001.
Xia Lijuan，Jin Xianding，Wang Yangbao. Equivalent analysis of honeycomb sandwich plates for satellite structure [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University，2003，37(7)：999-1001.

[3] 蓝元沛，关志东，孟庆春. 复合材料飞机结构技术成熟度评价方法 [J]. 复合材料学报，2010，27(3)：150-154.
Lan Yuanpei，Guan Zhidong，Meng Qingchun. Evaluation method for technology maturity of composite aircraft structure [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2010，27(3)：150-154.

[4] 胡宇达，吕书锋，杜国君. 复合材料层合板的非线性组合共振特性及分岔 [J]. 复合材料学报，2010，27(2)：176-182.
Hu Yuda，Lü Shufeng，Du Guojun. Nonlinear combination resonances and bifurcation of orthotropic laminated plates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2010，27(2)：176-182.

[5] 周光明，薄晓莉，匡　宁. 整体中空夹层复合材料的弹性性能分析 [J]. 复合材料学报，2010，27(1)：185-189.
Zhou Guangming，Bo Xiaoli，Kuang Ning. Analysis of elastic property for hollow integrated sandwich composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica，2010，27(1)：185-189.

[6] Roux W J，Stander N，Haftka R T. Response surface approximations for structural optimization [J]. International Journal of Numerical Methods in Engineering，1998，42：517-534.

[7] 邓苗毅，任伟新. 基于响应面方法的结构有限元模型修正研究进展 [J]. 铁道科学与工程学报，2008，5(3)：42-45.
Deng Miaoyi，Ren Weixin. Study on structure finite element model updating based on response surface methodology [J]. Journal of Railway Science and Engineering，2008，5(3)：42-45.

[8] Kaufman M，Balabanov V，Burgee S L，et al. Variable-complexity response surface approximations for wing structural weight in HSCT design [J]. Computational Mechanics，1996，18(2)：112-126.

[9] Sevant N E，Bloor M G，Wilson M J. Aerodynamic design of a flying wing using response surface methodology [J]. Journal of Aircraft，2000，37(4)：562-569.

[10] Liu B，Haftka R T，Akgun M A. Single-level composite wing optimization based on flexural lamination parameters [J]. Structural and Multidisciplinary Optimizaion，2004，26(1)：111-120.

[11] Landman D，Simpson J，Mariani R，et al. A high performance aircraft wind tunnel test using response surface methodologies [J]. AIAA，2005，7602：1-12.

[12] 张立新，隋允康，杜家政. 基于响应面方法的结构耐撞性优化 [J]. 北京工业大学学报，2007，33(2)：129-133.
Zhang Lixin，Sui Yunkang，Du Jiazheng. Structural crashworthiness optimization based on response surface methodology [J]. Journal of Beijing University of Technology，2007，33(2)：129-133.

[13] 任伟新，陈华斌. 基于响应面的桥梁有限元模型修正 [J]. 土木工程学报，2008，41(12)：73-78.
Ren Weixin，Chen Huabin. Response-surface based on finite element model updating of bridge structures [J]. China Civil Engineering Journal，2008，41(12)：73-78.

[14] 方开泰. 均匀设计与均匀设计表 [M]. 北京：科学出版社，1994：65-68.
Fang Kaitai. Uniform design and uniform design table [M]. Beijing：Science Press，1994：65-68.

[15] 丁继峰，李为吉，张　勇，等. 基于响应面的翼型稳健设计研究 [J]. 空气动力学学报，2007，25(1)：19-23.
Ding Jifeng，Li Weiji，Zhang Yong，et al. Robust airfoil optimization based on response method [J]. Acta Aerodynamica Sinica，2007，25(1)：19-23.

[16] 窦毅芳，刘　飞，张为华. 响应面建模方法的比较分析 [J]. 工程设计学报，2007，14(5)：359-363.
Dou Yifang，Liu Fei，Zhang Weihua. Research on comparetive analysis of response surface methods [J]. Journal of Engineering Design，2007，14(5)：359-363.

[17] 高岳林，任子晖. 带有变异算子的自适应粒子群优化算法 [J]. 计算机工程与应用，2007，43(25)：43-47.
Gao Yuelin，Ren Zihui. Particle swarm optimization algorithm with mutation operator [J]. Computer Engineering and Application，2007，43(25)：43-47.

[18] Wang Yong，Li Lin，Ni Jun，et al. Form tolerance evaluation of toroidal surfaces using particle swarm optimization [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering，2009，131：1-9.

[19] 梁　森，陈花玲，陈天宇. 蜂窝夹芯结构面内等效弹性参数的分析研究 [J]. 航空材料学报，2004，24(3)：26-31.
Liang Sen，Chen Hualing，Chen Tianyu. Analytical study of the equivalent elastic parameters for a honeycomb core [J]. Journal of Aeronautical Materials，2004，24(3)：26-31.

[20] Gibson L J，Ashby M F，Schajer G S. The mechanics of two-dimension cellular materials [J]. Proceedings of the Royal Society of London (A)，1982，382(1782)：25-42.