复合材料学报 第22卷 第1期 2月 2005年
Acta Materiae Compositae Sinica Vol. 22 No. 1 February 2005

文章编号: 1000-3851 (2005) 01-0108-06

二步法三维编织复合材料弹性性能的有限元法预报

孙 颖[1], 李嘉禄[2,*], 亢一澜[1]
(1. 天津大学 机械学院 力学系, 天津 300072;
2. 天津工业大学 复合材料研究所, 天津 300160)

摘 要: 用有限元法预测了二步法三维编织复合材料的有效弹性性能。在二步法方型三维编织复合材料细观结构大单胞模型的基础上, 考虑复合材料中纤维束的连续性及其空间的交织效应, 用离散杆单元构成的桁架结构有限元模型等效代替复合材料承受单轴拉伸载荷时的受力响应。同时, 以轴向拉伸性能测试试样为对象, 应用有限元软件包 MARC 的结构静力分析部分计算了轴向弹性模量和泊松比, 数值计算结果与实验结果一致性较好。参数分析结果表明, 轴向弹性模量随轴纱与编织纱线密度之比和节距长度的增加呈增加趋势。

关键词: 复合材料; 二步法三维编织; 大单胞; 有限元软件包 MARC; 弹性性能
中图分类号: TB330.1 **文献标识码**: A

FINITE ELEMENT PREDICTION OF ELASTIC PROPERTIES OF TWO-STEP THREE DIMENSIONAL BRAIDED COMPOSITES

SUN Ying[1], LI Jialu[2,*], KANG Yilan[1]
(1. Department of Mechanics, School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Institute of Textile Composites, Tianjin Polytechnics University, Tianjin 300160, China)

Abstract: On the basis of the large unit cell of two-step rectangular three-dimensional braided composites, the finite element model of a spatial truss consisting of beam elements is developed to model the effective mechanical properties of the composites under the uniaxial tension. Yarns and resin are treated as beam elements. The finite element method can be employed for predicting the mechanical properties of the composites. The uniaxial tensile tests of samples are simulated utilizing the software MARC. Results of the effective elastic properties and Poisson ratios predicted by this approach compare favorably with the experiment data. Parametric studies show that the axial elastic modulus of the composites increases with increasing the linear density ratio of axial yarn to braider yarns and pitch length.

Keywords: composite material; two-step three-dimensional braiding; large unit cell; finite element software MARC; elastic properties

三维预制件增强的纺织复合材料是先进复合材料发展的热点, 其整体的纤维空间网格结构给复合材料厚度方向提供了刚度和强度, 避免了传统层合板复合材料中的分层[1]。三维编织复合材料中的二步法三维编织复合材料在轴向具有高强度、高刚度和较低泊松比的特点, 特别适合于那些单方向力学性能要求很高的复合材料构件, 例如, 轴向强度很高的接头等。随着它的广泛应用, 深入研究其细观结构并预报材料力学性能显得尤为重要。

将编织预制件和基体作为复合材料基本组分, 三维编织复合材料不仅是一类材料, 也是一类结构, 应用细观力学方法可像研究结构的力学性能一样有效地预测三维编织复合材料的力学性能[2]。迄今为止, 由细观结构预测纺织复合材料宏观力学性能的分析方法主要分属两大类, 即解析法和数值法。解析法主要有三种分析模型: 修正层合板模型 (Corrective Laminar Theory)[3]、织物几何模型 (Fabric Geometry Model)[4]和加权平均模型 (Weighted

收稿日期: 2003-12-09; **收修改稿日期**: 2004-02-13
基金项目: 教育部科学技术研究重点项目 (00135)
通讯作者: 李嘉禄, 硕士, 教授, 从事纺织复合材料制造、性能分析与设计方面研究; 会员证号: E63020004GJ E-mail: fhcls@tjpu.edu.cn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Average Model)。[5]这些模型中采用了应力应变分布的等应力或等应变假设，侵害了单胞中层合板子系统之间的平衡和一致性条件[6]。数值法主要是指有限元法，有限元法大多是在解析法 FGM 模型的基础上，在不同尺度上进行有限元离散，离散单元尺度不同，进行有限元计算时要满足的连续性条件不同，预测结果的精确度就不同[7]。

一般地，纺织复合材料的细观结构具有一定的周期性，通常采用代表性体积单元(单胞)对周期性变化的预制件及其复合材料进行结构分析和性能预测的建模。解析法和数值法都是在细观结构单胞的基础上进行计算的。1991 年，Byun 等人确定了影响二步法三维编织复合材料力学性能的纱线交织结构，同时，提出了应用经典层合板理论和刚度平均的方法计算复合材料面内刚度[8]。但是，二步法三维编织复合材料在横截面上并不存在细观结构单胞，其提出的单胞模型做了大大的简化，并不能全面准确地计算复合材料的弹性性能。

本文中以横截面为矩形的方型三维编织复合材料为研究对象，在具体细观结构实验观测的基础上，结合编织工艺，通过编织纱运动轨迹的水平投影，得到二步法三维编织复合材料特有的纱线交织结构[9]。考虑在外载作用下细观结构离散模型与复合材料具有相同的效应，同时，保证复合材料中纤维束的连续性和其在空间的交织效应，用离散杆单元构成的桁架结构模型等效代替复合材料，分析了有限元方法预测复合材料有效弹性性能的基本过程。借助有限元软件 MARC 对轴向拉伸性能实施了计算，实现了由纤维、基体材料的性能以及细观结构参数预测复合材料的轴向弹性模量和泊松比。数值预报结果和实验结果具有良好的一致性。进而，由有限元软件 MARC 计算分析了细观结构参数(轴纱与编织纱线密度之比、节距长度)对轴向弹性模量的影响，为二步法三维编织复合材料的后续优化设计奠定了基础。

1　有限元模型

图 1 为机器底盘上轴纱排列和编织纱运动轨迹的水平投影简图。可以看到，编织纱在预制件内部的走向呈直线状态，到表面以近似螺旋线形式包绕了轴纱后，再回到内部呈直线状态，这个转向作用正是编织纱对轴纱的捆绑交织。在一部分位置上，

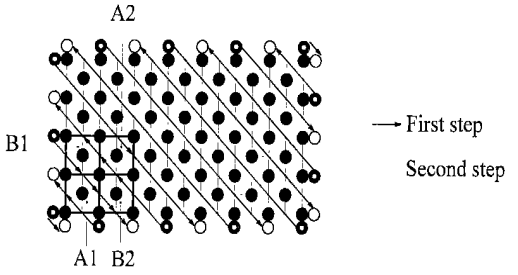

图 1　轴纱排列及编织纱运动轨迹的水平投影

Fig. 1　Projection of axial arrangements and braider movements on the machine bed

编织纱贯穿预制件整个厚度方向，另一部分位置上，编织纱并未完全贯穿预制件整个厚度方向，因此，每两根相邻轴纱的周围编织纱与其接触的位置和编织角都不尽相同。在二步法三维编织复合材料宽度和厚度方向上纱线结构不具有平移不变性。从严格意义上讲，二步法三维编织复合材料在横截面上并不存在细观结构的单胞模型，在轴向上具有周期性的细观结构，两个编织步骤形成的一个节距长度(h)内的纱线结构可以视为细观结构的单胞，其横截面大小等于复合材料制件的横截面，称之为大单胞模型。

考虑在单轴拉伸外载作用下细观结构离散模型与复合材料具有相同效应，在大单胞有限元模型中，纱线之间的相互作用可以视为二力杆铰接组成的桁架结构，纱线浸入树脂基体后成为横观各向同性的单向复合材料杆单元；纱线变形时基体受拉或受压，假设基体是各向同性的杆单元在大单胞中连接着纱线，限制了纱线的自由旋转和变形，起到了传递载荷的作用。图 2 为大单胞有限元模型，单向复合材料杆单元和基体杆单元由结点和轴线表示，其中，z 轴为复合材料轴向，x 轴为宽度方向，y 轴为厚度方向。对于桁架结构计算模型要作以下两条假设[10]：(1) 各杆单元两端通过无摩擦的理想铰链连接；(2) 单轴拉伸的承载条件下，变形主要是杆单元伸长(缩短)，弯曲和剪切的成分都很少，各杆单元只受沿杆轴线作用并施加于杆两端的集中力。这样，三维桁架有限元技术就可以应用了。由组分材料的弹性性能预测复合材料的有效宏观弹性性能时，用桁架结构模型等价原来的二步法三维编织复合材料，要确保纤维体积含量相等，在这一前提条件下，计算单向复合材料杆单元、基体杆单元的几何尺寸。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

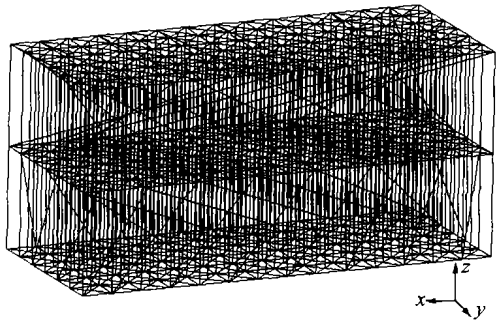

图 2　大单胞桁架结构模型

Fig. 2　Truss structure of a large unit cell

2　有限元位移法分析

大单胞桁架模型中单向复合材料杆单元和基体杆单元代替了经典位移法中的“基本结构”。这是最简单的有限元法的应用[11]。

杆单元位移模式$\{u\}$由形函数矩阵$[N]$和局部坐标系下的单元结点位移$\{a\}$表示为

$$\{u\} = [N] \cdot \{a\}^e \tag{1}$$

基本未知量是结点位移，可以由转换矩阵建立由整体坐标系下的结点位移向量$\{\bar{a}\}^e$到局部坐标系下的转换关系，如式(2)所示

$$\{a\}^e = [\lambda]\begin{Bmatrix}\bar{a}_i\\ \bar{a}_j\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\lambda_0 & 0\\ 0 & \lambda_0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\bar{a}_i\\ \bar{a}_j\end{Bmatrix} \tag{2}$$

其中：转换矩阵$[\lambda]$称为结点位移转换矩阵，矩阵元素λ_0为局部坐标(ξ, η, ζ)与整体坐标(x, y, z)之间的九个方向余弦，如式(3)所示

$$\lambda_0 = \begin{bmatrix}\cos(\xi, x) & \cos(\xi, y) & \cos(\xi, z)\\ \cos(\eta, x) & \cos(\eta, y) & \cos(\eta, z)\\ \cos(\zeta, x) & \cos(\zeta, y) & \cos(\zeta, z)\end{bmatrix} \tag{3}$$

利用弹性力学几何方程和物理方程，单元应变列阵和应力列阵分别为：$\{\varepsilon\} = [B]\{a\}^e$、$\{\sigma\} = E \cdot [B]\{a\}^e$；其中，$[B]$为应变矩阵，$E$是弹性模量。由虚位移原理，杆单元上局部坐标系中结点力列阵$\{F\}^e$和结点位移的关系为$[k]^e\{a\}^e + \{F\}^e = 0$；其中，$[k]^e$为单元刚度矩阵。整体坐标系下的单元刚度阵$[\bar{k}]^e$和载荷列阵$[\bar{F}]^e$，与局部坐标系中各向量的转换关系由式(2)中的转换矩阵$[\lambda]$导出。各杆单元的刚度矩阵集合成大单胞有限元桁架结构的整体刚度矩阵。

3　数值计算结果与实验对比

有限元软件 MARC 进行计算分析的过程为：建立几何模型、分析模型递交分析、评价分析结果。单向复合材料杆单元是横观各向同性的，9 个工程常数是由细观力学分析法计算得到的。当编织纱与轴纱所选类型相同时，单向复合材料杆单元的横截面积用平均法确定。这样，外形尺寸为$C_w \times C_t \times H$的试样，单向复合材料杆单元的横截面积(A_f)和基体杆单元的横截面积(A_m)见式(4)和式(5)，其中，m，n是轴纱排列数，V_f是纤维体积含量，V_m为基体体积含量，纱线填充因子为k_{fA}，α为编织角

$$A_f = \frac{C_w C_t V_f}{k_{fA}[(mn - 0.5m + 0.5) + (0.5m + n + 0.5)/\cos\alpha]} \tag{4}$$

$$A_m = \frac{2C_w C_t H[V_m - V_f \times (1 - k_{fA}]}{[(m+1)(n-1) + 4\sqrt{2}(m-1)n]b(\frac{2H}{h} + 1)} \tag{5}$$

单轴拉伸实验的边界条件为：一端固定，一端受拉。对与拉伸轴垂直的下端面上所有的结点施加 1kN 的 z 向载荷。赋予了材料特性、几何特性和边界条件的二步法方型三维编织复合材料拉伸试样的有限元模型如图 3 所示。

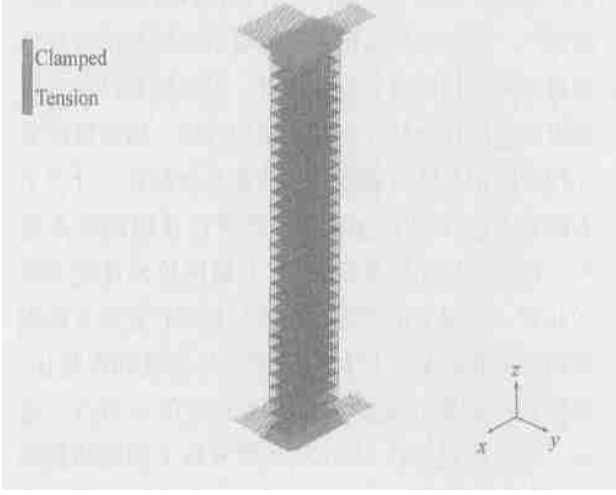

图 3　施加边界条件后的有限元分析模型

Fig. 3　Finite element analysis model with boundary conditions

表 1 给出了纤维和树脂的性能参数，表 2 给出了用于数值计算和实验对比的 6 组试样结构参数，每组取 5 个试样的平均值。图 4 给出了第 4 组试样的有限元模型承载变形后网格及 z、x、和 y 方向的位移等值线图。各单元的 z 方向位移与施加的拉伸载荷方向相同，x 和 y 方向位移分布关于中心 z 轴成对称分布，同时，y 方向位移的绝对值比 x 方向位移的绝对值大。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 1　纤维和树脂基体的性能参数[12]

Table 1　Parameters of fibers and resin

Material	E_{f1}/ GPa	E_{f2}/ GPa	G_{f12}/ GPa	G_{f23}/ GPa	ν_{f12}	k_{f0}	ρ/ (kg·m^{-3})
Carbon T-300	221.0	40.0	24.0	14.3	0.26	0.75	1760
Glass S-G	72.0	72.0	27.7	27.7	0.30	0.75	2490
Epoxy TDE85#	3.38		1.26		0.34		1170

表 2　六组试样参数平均值

Table 2　Average value of parameters of samples

No.	λ_b/ (g·m^{-1})	λ_a/ λ_b	$m \times n$	h/ mm	α/ (°)	$C_w \times C_t \times H$/ mm ×mm ×mm
C1	2.4	0.5	13 ×13	15	61.57	20.11 ×8.43 ×250
C2	1.2	1	13 ×15	15	60.01	20.04 ×7.23 ×250
C3	0.24	5	15 ×17	15	58.57	20.06 ×8.07 ×250
C4	0.8	1.5	13 ×15	10	70.40	20.09 ×8.21 ×250
C5	0.8	1.5	13 ×15	15	61.80	20.09 ×8.11 ×250
C6	0.8	1.5	13 ×15	20	54.05	20.10 ×8.02 ×250

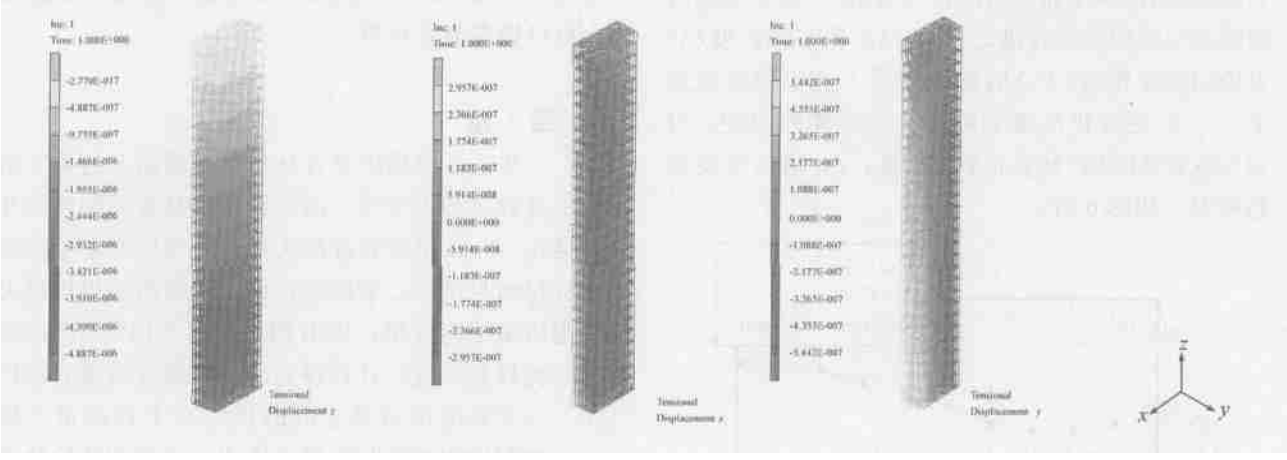

图 4　有限元模型承载变形后网格及 z、x、y 方向位移等值线图

Fig. 4　Beam contour lines of displacements in three directions

表 3　轴向弹性模量和泊松比有限元预测值与测试值的比较

Table 3　Comparison between experimental and numerical results from MARC of tensile modulus and Poisson ratios

	No.	C1	C2	C3	C4	C5	C6
E_x/ GPa	计算值	45.23	42.36	61.36	48.16	53.23	53.89
	测试值	47.26	41.80	64.28	50.45	54.50	56.24
	误差/ %	4.30	1.33	4.54	4.53	2.33	4.17
ν_{xy}	计算值	0.40	0.37	0.37	0.38	0.37	0.39
	测试值	0.42	0.38	0.39	0.40	0.39	0.41
	误差/ %	4.76	2.62	5.12	5.00	5.13	4.87

可以通过结点路径分别绘制 x、y、z 三个方向结点位移分量变化曲线图, 图 5 为结点路径长度与 z 方向结点位移关系曲线。应变分量等于结点位移量与结点路径长度之比; 应力分量等于载荷分量与单元承载面积之比。这样通过逐级加载计算出轴向弹性模量 E_x 和宽度方向泊松比 ν_{xy}, 如表 3 所示, 数值计算结果和实验结果吻合较好。有限元模型计算结果比测试结果低, ν_{xy} 与测试值之间的误差平均约 5 %。有限元模型中单向复合材料杆和基体杆之间的载荷传递模式并不能完全地反映复合材料中各组分材料承载的真实情况是导致有限元模型预测结果偏低的主要原因。

4　细观结构参数分析

编织复合材料中三组独立的细观结构参数为: 纱线几何参数(纤维排列分数、轴纱和编织纱的线

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

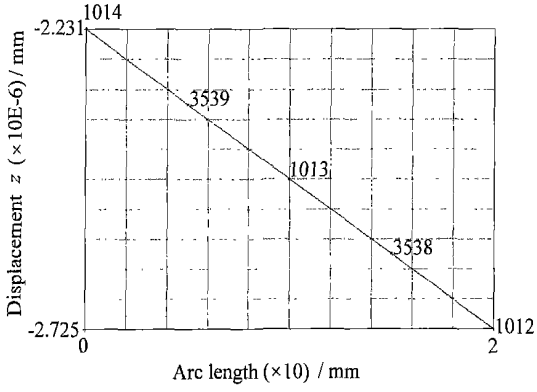

图 5　结点路径长度与结点 z 方向位移关系曲线

Fig. 5　Curve of node path length and displacement in z direction

密度)、复合材料的几何参数(编织角、节距长度)和材料常数(纱线和树脂的弹性常数)。这里主要考察轴纱与编织纱线密度之比(λ_a/λ_b)和节距长度(h)对轴向弹性模量(E_x)的影响情况。选定轴纱线密度，λ_a/λ_b 的变化反映了编织纱线密度的改变。有限元软件 MARC 计算得到 E_x 随 λ_a/λ_b 和 h 变化的趋势图，如图 6 所示。

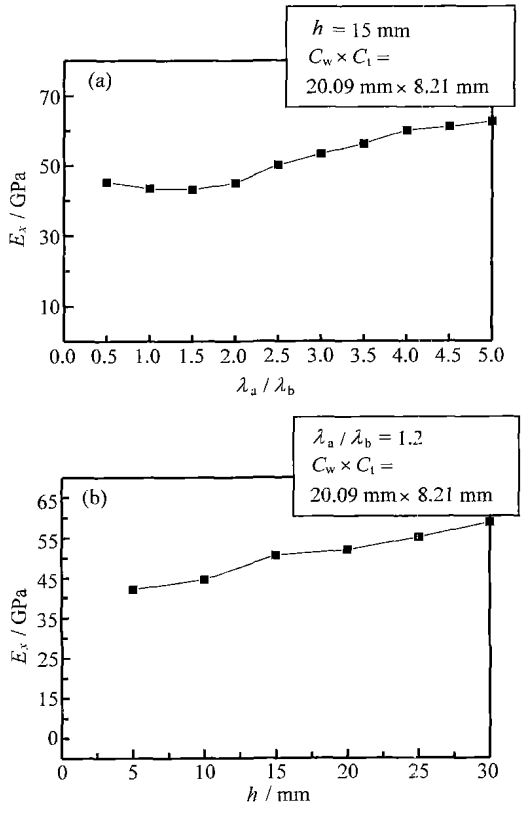

图 6　轴向弹性模量随 λ_a/λ_b 和 h 变化的预测结果

Fig. 6　Predicted axial elastic constant considering the effect of λ_a/λ_b and h

从图 6 (a) 可以看到，λ_a/λ_b 对 E_x 的影响主要存在两个区域：(1) 当 $\lambda_a/\lambda_b \leq 1$ 时，编织纱比轴纱粗，编织纱越细，E_x 越小。因为 λ_b 减小时，复合材料的纤维体积含量减小，E_x 也随之减小。(2) 当 $\lambda_a/\lambda_b \geq 1$ 时，编织纱比轴纱细，编织纱越细，E_x 越大。根据理论计算，λ_b 减小，轴纱排列数(m，n)有所增加，轴纱占复合材料总体的纤维体积含量的比例增加，E_x 随之增加。因此，在可以选择的范围内，λ_b 越小，E_x 越高。

从图 6 (b) 可以看到，E_x 随着 h 的增加而增大，h 在 10～15 mm 范围内 E_x 增加幅度渐缓。因为 h 增加，内部编织角减小，编织纱对轴向性能的贡献增大。在一定范围内，h 增加，轴纱的体积含量相对降低，E_x 的变化不大明显。总之，h 的增大可以提高复合材料 E_x。

5　结　论

二步法三维编织复合材料在横截面上的纱线结构不具有平移不变性，而沿轴向是具有周期性的几何结构。一个节距长度的大单胞才可以完全反映复合材料细观结构。采取细观结构离散的思想构建大单胞桁架结构模型，由有限元软件 MARC 模拟单轴拉伸静载实验，计算得到的轴向弹性模量和泊松比，与实验测试结果之间的误差在工程许可范围内。细观结构参数分析结果表明，当编织纱比轴纱粗时，编织纱越细，轴向弹性模量越小；当编织纱比轴纱细时，编织纱越细，轴向弹性模量越大；轴向弹性模量随节距长度的增加而增大。

参考文献：

[1]　李嘉禄，孙　颖. 二步法方型三维编织预制件编织结构参数与工艺参数 [J]. 复合材料学报，2003，20 (2)，81 - 87.
Li J L，Sun Y. Braiding structure parameters and process parameters of the two-step rectangle 3D braided preform [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*，2003，20 (2)：81 - 87

[2]　Chou T W，Ko F K. Textile Structural Composites [M]. Amsterdam：Elsevier Science Publishers，1989. 129 - 171.

[3]　Norman T，Allison P，Baldwin J W，*et al*. Effect of tow alignment on the mechanical performance of 3D woven textile composites [J]. *Compos Manufacturing*，1993，4 (4)：209 - 215.

[4]　Pastore C M，Gowayed Y A. A self-consistent fabric geometric model：Modification and application of a fabric geometry model to predict the elastic properties of textile composites [J]. *J Compos Technol Res*，1994，16 (1)：32 - 36.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

[5] Kalidindi S R, Abusafieh A. Longitudinal and transverse moduli and strength of low angle 3-D braided composites [J]. *J Compos Mater*, 1996, 30 (8): 885 - 905.

[6] Sun H Y, Di S L, Zhang N, *et al*. Micromechanics of Braided Composites via Multivariable FE [J]. *Computers and Structures*, 2003, 81: 2021 - 2027.

[7] Amato E D. Finite element modeling of textile composites [J]. *Composite Structures*, 2001, 54: 467 - 475.

[8] Byun J H, Whitney T J, Du G W, *et al*. Analytical characterization of 2-step braided composites [J]. *J Comp Mater*, 1991, 25: 1599 - 1618.

[9] 李嘉禄，孙　颖. 二步法方型三维编织复合材料的细观结构 [J]. 复合材料学报，2002, 19 (4): 69 - 75.
Li J L, Sun Y. Microstructure of the two-step rectangle 3D braided composites [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2002, 19 (4): 69 - 75.

[10] 龚尧南. 结构力学基础 [M]. 北京：北京航空航天大学出版社，2002. 45.

[11] 王世忠，孟庆元，高维成. 结构力学与有限元法 [M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2003. 112 - 113.

[12] 陈　利. 三维编织复合材料细观结构及其弹性性能预报 [D]. 天津：天津工业大学，1997. 78.

Ei 数据库文摘要求

据来自美国工程信息公司中国信息部在“中国地区美国工程信息公司数据库工作会议”消息，2003 年 10 月 Amsterdam Ei 总部对 Ei 数据库收录的中国期刊和收录的条数进行了较大的调整，其中包括：(1) Ei 核心数据库《Ei Compendex》调整了 40 多种中国期刊(进、出分别为 20 多种，原 107 种，现 109 种)，以后每年调整一次；(2) 对进入《Ei Compendex》的期刊，原则上所刊登的论文全部收录。论文被收录条件：(1) 符合收录范围；(2)“Abstract”撰写质量高；(3) 博士生以上的论文。

这次调整后，《复合材料学报》仍是《Ei Compendex》收录刊。为了使本刊所刊登的论文尽可能多的被《Ei Compendex》收录，在此把 Ei 对文章摘要撰写的有关要求提供给作者。

一. 写好中英文摘要的重要性

1. 中文文摘是沟通国内读者和作者之间的桥梁：在知识爆炸的今天，读者不可能通过直接浏览刊物的方式去获取全面的信息。只能通过专业的二次文献数据库，检到相应文章的文摘，再提取原文。

2. 英文文摘是作者和国际同行进行交流的必经之路：在当今的科技领域，英语已经成为事实上的国际交流语言。世界各国学者想追踪了解某一学科的发展情况，多会用英文工具书、数据库进行检索。

二. 如何写好中英文摘要

1. 文摘应包含正文的要点。一般来说，文摘应包含研究对象(目的)，研究方法(所用的设备、材料)，结果和结论。写英文文摘时，不能因为某些内容不好翻译就弃掉要点。
2. 文摘要尽量简短，尽可能删掉课题研究的背景信息。
3. 文摘中出现的数据应该是最重要，最关键的数据。
4. 不需要自己标榜自己的研究结果。
5. 二次文献信息将脱离原文而独立存在，因此文摘中不能出现图表参数据。
6. 文摘中的内容应在正文中出现，文摘不能对原文进行补充和修改。
7. 文摘中的缩写名称在第一次出现时要有全称（众所周知的缩写词除外）。
8. 文摘的句子应尽量简短，主谓语要搭配。
9. 文章作者是写好文摘的最佳人选。随着科学专业的细分，编辑人员不可能了解每一个专业，不能就文摘关于专业知识方面的论述进行修改，这就要求作者掌握写文摘的要领，自己写好文摘。

三. Ei 数据库文摘要求（www.ei.org.cn)

对于科技期刊的文章，文摘主要由三部分组成，即：研究的问题、过程和方法、结果。

文摘只有写得正确，写得好，才能起到帮助读者了解原文的作用。因此必须对文献进行认真的主题分析，找出文献的主题概念，正确地组织好这些主题内容，简明准确完整地写出文摘来。

文摘最好要有具体内容，以下是三篇不成功的文摘：（下转第 132 页）

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net