复合材料学报 第17卷 第3期 8月 2000年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol 17 No. 3 August 2000

文章编号: 1000-3851(2000)03-0107-06

SH 波对圆形夹杂与裂纹的散射及其动应力集中

史守峡[1], 杨庆山[2], 刘殿魁[3], 齐 辉[3]
(1. 航天工业总公司二院25所, 北京 100854; 2. 北方交通大学土建学院, 北京 100044;
3. 哈尔滨工程大学 建筑工程系, 哈尔滨 150001)

摘 要: 采用Green函数的方法, 研究了介质中同时存在夹杂与裂纹时对SH波的散射, 构造了在含有半圆形夹杂的弹性半空间, 水平面上任一点承受时间谐和出平面线源载荷作用时的位移函数作为Green函数。并推导了SH波对夹杂与裂纹散射的定解积分方程组, 进而求得裂纹尖端的动应力因子。重点讨论了夹杂的存在对裂纹尖端动应力因子的影响, 给出了随夹杂介质参数及夹杂与裂纹距离对裂纹尖端动应力因子的分布曲线, 为工程设计提供参考依据。

关键词: SH波; 夹杂; Green函数; 动应力集中因子
中图分类号: O 23 **文献标识码**: A

DYNAMIC STRESS CONCENTRATION AND SCATTERING OF SH-WAVE BY CIRCLE INTERMIXION AND CRACK

SHI Shou-xia[1], YANG Qing-shan[2], LIU Dian-kui[3], QI Hui[3]
(1. Beijing Institute of Remote Sensing Equipment, China Changfeng Science Technology Industry (group) Co., Beijing 100854, China; 2. Institute of Building Engineering, North Jiaotong University, Beijing 100044, China;
3. Department of Building Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150006, China)

Abstract: The dynamic stress concentration and the scattering of SH-wave by intermixion and crack are studied by means of Green's function. In order to solve the problem, the first important work is to construct a suitable Green's function, which is the solution of displacement field for elastic half space with intermixion and crack by out-plane harmonic line source loading at horizontal surface. The integral equation for determining the unknown forces about the problem can be transformed into algebraic equation and solved numerically. So the dynamic stress concentration factor (DSCF) of crack may be determined. The influence of intermixion on crack DSCF is discussed emphatically, numerical results and discussion are given, so a kind of useful reference for engineering design is provided.

Key words: SH-wave; intermixion; Green's function; dynamic stress concentration factor

研究裂纹尖端应力强度因子, 是断裂力学的重要课题之一。对于工程材料而言, 特别是复合材料, 夹杂模型具有重要的实际意义。一方面, 复合材料中经常存在裂纹与掺杂等缺陷, 可视为裂纹与夹杂模型; 另一方面, 这些缺陷的存在对结构安全性的影响程度如何需要了解。在以往的研究中, 对材料中仅存在裂纹或仅存在夹杂时, 已取得重要进展[1,2], 但在材料中夹杂与裂纹同时存在, 并进行理论研究的报道不多见。

近来, 刘殿魁[3]等人对单个界面圆孔与SH波的散射进行了详细的讨论, 也是一种新的理论分析方法。本文也是在线性弹性断裂力学范畴内, 首先构造了在含有半圆形夹杂的弹性半空间水平面上, 取任意一点承受时间谐和出平面线源载荷作用的位移函数作为Green函数, 依SH波对夹杂的全空间介质的散射出发, 沿水平界面剖开, 利用"契合"的方法, 在欲出现裂纹处, 施加反平面力系, 满足裂纹面上应力自由的条件来"构造裂纹", 在其余剖面上施加待求未知力系, 最后使所建立的模型满足位移连续、应力平衡条件的定解积分方程组, 进而求得裂纹

收稿日期: 1999-06-09; 收修改稿日期: 1999-11-26
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59578003)
作者简介: 史守峡(1965), 男, 博士后, 高工, 主要从事结构振动与强度分析、飞行力学以及流体力学计算等方面的研究。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

尖端动应力强度因子。讨论了夹杂的存在对裂纹尖端动应力因子的影响, 结果表明低频共振峰是存在的。

1　Green 函数

1.1　控制方程

本文研究的Green 函数是取含有半圆形夹杂的弹性半空间水平面上、作用一时间谐和出平面线源载荷的基本解(如图 1 所示), 位移函数 G 与时间的依赖关系 $e^{-i\omega t}$, 在各向同性的弹性介质中, 满足基本控制方程(以下分析均略去时间谐和因子 $e^{-i\omega t}$)

$$\frac{\partial^2 G}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} + K^2 G = 0 \tag{1}$$

其中: $K = \omega/C_s$; ω 为圆频率; C_s 为介质的剪切波速, $C_s = \sqrt{\mu/\rho}$; ρ、μ 分别为介质的密度和切变模量。

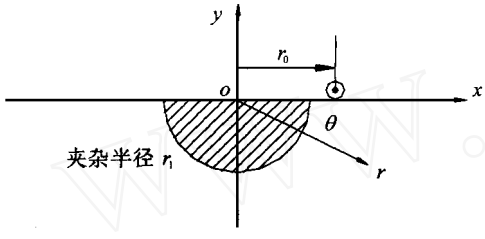

图 1　线源载荷作用于含有半圆形夹杂的半空间

Fig. 1　Half space with intermixion impacted by a line loading located on the surface

应力与应变的关系为

$$\left.\begin{aligned} \tau_{rz} &= \mu\frac{\partial G}{\partial r} \\ \tau_{\theta z} &= \frac{\mu}{r}\cdot\frac{\partial G}{\partial \theta} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

边界条件为

$$\left.\begin{aligned} \tau_{rz}^{\mathrm{I}} &= \tau_{rz}^{\mathrm{II}} \\ G^{\mathrm{I}} &= G^{\mathrm{II}} \\ r &= r_1 \\ \tau_{\theta z} &= \delta(r - r_0) \\ \theta &= 0 \text{ 或 } = \pi \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中: r_1 表示半圆形夹杂的半径; δ 为 Dirac-Delta 符号; r_0 表示线源载荷的作用点。

1.2　Green 函数

1.2.1　当线源载荷作用点 $|r_0| > r_1$ 时

对于Ⅰ区　满足控制方程(1)和边界条件式(3)的位移函数 G, 可以看成由水平面上作用的线源载荷引起的位移 $G^{(i)}$ 和夹杂介质边界激发的散射波 $G^{(s)}$, 在一个完整的弹性半空间上, 位于水平面上所产生的波场为

$$G^{(i)} = \frac{i}{2\mu_1}H_0^{(1)}(K_1|r - r_0|) \tag{4}$$

其中, $H_0^{(1)}(\cdot)$ 为第一类 Hankel 函数, 利用 Bessel 函数的 Graf 公式, 式(4)变为

$$G^{(i)} = \frac{i}{2\mu_1}\cdot\sum_{m=0}^{\infty}\epsilon_m\cos m\theta\cdot\cos m\theta_0\cdot \begin{cases} J_m(K_1 r_0)\cdot H_m^{(1)}(K_1|r|) & |r| > r_0 \\ J_m(K_1|r|)\cdot H_m^{(1)}(K_1 r_0) & |r| < r_0 \end{cases} \tag{5}$$

其中: $J_m(\cdot)$ 为 m 阶 Bessel 函数; ϵ_m 为常数, 当 $m = 0$ 时, $\epsilon_m = 1$, 当 $m \geq 1$ 时, $\epsilon_m = 2$。

由半圆形夹杂介质Ⅱ边界激发在介质Ⅰ中满足水平面上边界条件的散射波 $G^{(s)}$

$$G^{(s)} = \sum_{m=0}^{\infty}A_m H_m^{(1)}(K_1|r|)\cdot\cos m\theta \tag{6}$$

则Ⅰ区的总位移场为

$$G^{\mathrm{I}} = G^{(i)} + G^{(s)} \tag{7}$$

对于Ⅱ区　由半圆形夹杂介质Ⅱ边界激发在介质Ⅱ中满足水平面边界条件上的驻波 $G^{(t)}$

$$G^{(t)} = \sum_{m=0}^{\infty}B_m J_m(K_2|r|)\cdot\cos m\theta \tag{8}$$

Ⅱ区的总位移场为

$$G^{\mathrm{II}} = G^{(t)}$$

满足边界条件式(3)可得

$$\left.\begin{aligned} A_m &= D_1/D \\ B_m &= D_2/D \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

其中

$$D = J_m(K_2 r_1)\cdot H_m'^{(1)}(K_1 r_1) - \mu_2/\mu_1\cdot K_2/K_1\cdot J_m'(K_2 r_1)\cdot H_m^{(1)}(K_1 r_1) \tag{11}$$

$$D_1 = P_1\cdot\{J_m'(K_1 r_1)\cdot J_m(K_2 r_1) - \mu_2/\mu_1\cdot K_2/K_1\cdot J_m'(K_2 r_1)\cdot J_m(K_1 r_1)\} \tag{12}$$

$$D_2 = P_1\cdot\{J_m'(K_1 r_1)\cdot H_m^{(1)}(K_1 r_1) - H_m'^{(1)}(K_1 r_1)\cdot J_m(K_1 r_1)\} \tag{13}$$

$$P_1 = \frac{i}{2\mu_1}\epsilon_m\cdot\cos m\theta_0 H_m^{(1)}(K_1 r_0) \tag{14}$$

1.2.2　当线源载荷作用点 $|r_0| < r_1$ 时

对于Ⅰ区　由半圆形夹杂边界激发在介质Ⅰ中满足水平面上边界条件的散射波 $G^{(s)}$

$$G^{(s)} = \sum_{m=0}^{\infty}A_m H_m^{(1)}(K_1|r|)\cdot\cos m\theta \tag{15}$$

则Ⅰ区总位移场

$$G^{\mathrm{I}} = G^{(s)}$$

对于Ⅱ区　由于线源载荷作用在Ⅱ区, 总位移场由两部分组成: 水平面线源载荷的扰动和夹杂边

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

界的驻波, 类似分析有

$$G^{(i)} = \frac{i}{2\mu_2} H_0^{(1)}(K_2 |r - r_0|) \tag{17}$$

$$G^{(t)} = \sum_{m=0}^{\infty} B_m J_m(K_2 |r|) \cdot \cos m\theta \tag{18}$$

则Ⅱ区总位移场

$$G^{\mathrm{II}} = G^{(i)} + G^{(t)} \tag{19}$$

同理, 据边界条件式(3)定出待定系数

$$\left.\begin{aligned} A_m &= E_1/D \\ B_m &= E_2/D \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

其中, D 同式(11), 而 E_1、E_2 为

$$E_1 = P_2 \cdot \mu_2/\mu_1 \cdot K_2/K_1 \cdot \{J_m'(K_2 r_1) \cdot H_m^{(1)}(K_2 r_1) - H_m'^{(1)}(K_2 r_1) \cdot J_m(K_2 r_1)\} \tag{21}$$

$$E_2 = P_2 \cdot \{H_m'^{(1)}(K_1 r_1) \cdot H_m(K_2 r_1) - \mu_2/\mu_1 \cdot K_2/K_1 \cdot H_m'^{(1)}(K_2 r_1) \cdot H_m^{(1)}(K_1 r_1)\} \tag{22}$$

$$P_2 = -\frac{i}{2\mu_2} \epsilon_m \cdot \cos m\theta_0 J_m(K_2 r_0) \tag{23}$$

综上所述, 由式(7)、式(9)、式(16)、式(19)可得到含夹杂半平面上任意一点 r_0 的 Green 函数。

2 SH 波对仅含圆形夹杂介质的散射

一稳态谐和的 SH 波, 入射到含有夹杂介质Ⅱ的全空间介质Ⅰ中, 入射波 $W^{(i)}$ 为

$$W^{(i)} = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} i^m \cos m(\theta - \alpha_0) J_m(K_1 |r|) \tag{24}$$

其中: W_0 为位移幅值; α_0 为入射角; K_1 为波数, 且 $K_1 = \omega/C_1$, C_1 为介质Ⅰ的剪切波速。

由于夹杂介质Ⅱ的存在, 在介质Ⅰ中存在散射波 $W^{(is)}$, 在介质Ⅱ中产生驻波 $W^{(it)}$, 其形式分别为

$$W^{(is)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(is)} \cdot H_m^{(1)}(K_1 |r|) \cdot \cos m(\theta - \alpha_0) \tag{25}$$

$$W^{(it)} = \sum_{m=0}^{\infty} B_m^{(it)} \cdot J_m(K_2 |r|) \cdot \cos m(\theta - \alpha_0) \tag{26}$$

其中待定系数 $A_m^{(is)}$、$B_m^{(it)}$ 由边界条件类似定出, 得

$$\left.\begin{aligned} A_m^{(is)} &= E_3/D \\ B_m^{(it)} &= E_4/D \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

$$E_3 = P_3 \cdot \{J_m'(K_1 r_1) \cdot J_m(K_2 r_1) - \mu_2/\mu_1 \cdot K_2/K_1 \cdot J_m'(K_2 r_1) \cdot J_m(K_1 r_1)\} \tag{28}$$

$$E_4 = P_3 \cdot \{J_m'(K_1 r_1) \cdot H_m^{(1)}(K_1 r_1) - H_m'^{(1)}(K_1 r_1) \cdot J_m(K_1 r_1)\} \tag{29}$$

$$P_3 = -W_0 \cdot \epsilon_m \cdot i^m \tag{30}$$

其中 D 同式(11)。

3 裂纹对 SH 波的散射及定解积分方程组

利用求得的 Green 函数及入射波、散射波、驻波, 类似于文献[3]的"契合"方法, 同时, 在欲出现裂纹处进行裂纹切割, 得到含有夹杂和裂纹的散射模型(如图 2 所示), 从而求出定解积分方程组, 具体方法是:

首先把入射波 $W^{(i)}$ 作用的含有圆形夹杂介质Ⅱ的全空间介质Ⅰ沿轴 x 剖开, 在剖面 $\theta = 0$ 或 $= \pi$ 上构成的总位移为

$$W^{\mathrm{I}1} = W^{(i)} + W^{(is)} \qquad |r| > r_1 \tag{31}$$

$$W^{\mathrm{I}2} = W^{(it)} \qquad |r| < r_1 \tag{32}$$

在剖面上构成的总应力为

$$\tau_{\theta z}^{\mathrm{I}1} = \tau_{\theta z}^{(i)} + \tau_{\theta z}^{(is)} \qquad |r| > r_1 \tag{33}$$

$$\tau_{\theta z}^{\mathrm{I}2} = \tau_{\theta z}^{(it)} \qquad |r| < r_1 \tag{34}$$

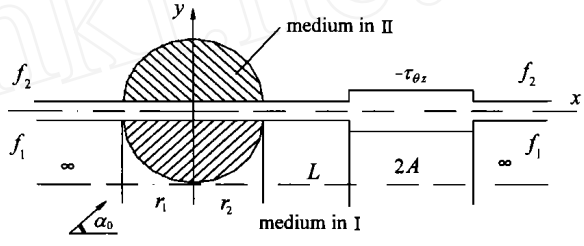

图 2 构成 SH 波对含有夹杂和裂纹散射的"契合"模型

Fig. 2 Harmonization model with intermixion and crack by SH-wave in infinite homogenous medium

在上下剖面上与出现裂纹处施加一对大小相等、方向相反的出平面载荷, 大小为 $-\tau_{\theta z}^{\mathrm{I}1}$, 该处的总应力为零, 即认为是裂纹。

其次把上下半空间"契合"在一起, 为满足在剖面 $\theta = 0$ 或 $= \pi$ 裂纹以外部分的位移连续条件及应力平衡条件, 在上、下剖面上施加待定的外力系 $f_2(r_0, \theta_0)$、$f_1(r_0, \theta_0)$, 利用剖面上的应力平衡条件得

$$f_1(r_0, \theta_0) = f_2(r_0, \theta_0) \qquad \theta_0 = 0 \text{ 或 } = \pi \tag{35}$$

满足剖面上的位移连续条件, 最终得到确定外力系 $f_1(r_0, \theta_0)$ 的定解积分方程组

$$\int_1^{1} f_1(r_0, 0) \cdot G^*(r, \theta, r_0, 0)\, dr_0 + \int_1^{1+L} f_1(r_0, 0) \cdot G(r, \theta, r_0, 0)\, dr_0 + \int_{1+L+2*A}^{\infty} f_1(r_0, 0) \cdot G(r, \theta, r_0, 0)\, dr_0 + \int^{1} f_1(r_0, \pi) \cdot G^*(r, \theta, r_0, \pi)\, dr_0 +$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\int_{1}^{\infty} f_1(r_0, \pi) \cdot G(r, \theta, r_0, \pi) \mathrm{d}r_0 = \int_{1}^{+L} \tau_{\theta z}^{\mathrm{I}} \cdot G(r, \theta, r_0, 0) \mathrm{d}r_0 \tag{36}$$

其中, G^* 和 G 分别为线源载荷点 r_0 位于夹杂介质内、外的 Green 函数。

4　裂纹尖端动应力因子(DSCF)的确定

据动应力强度因子的定义[4], 则

$$K_c = \lim_{r \to r_1 + L} \sqrt{2\pi(r - r_1 - L)} f_c \tag{37}$$

其中: f_c 为裂纹尖端的外力; r_1、L 为夹杂半径及其离裂纹尖端的距离。通常定义一个无量纲动应力强度因子 k_3 为

$$k_3 = K_c / (\tau_0 Q) \tag{38}$$

式中: Q 为特征尺寸[5], 取 $Q = \sqrt{A}$, A 为裂纹的长度一半; τ_0 为在介质Ⅰ中, 有一谐和的 SH 波, 沿 α_0 方向入射, 所产生的应力最大幅值, 即

$$\tau_0 = \left| \tau_{rz}^{(i)} \right| = \mu_1 K_1 W_0 \tag{39}$$

5　计算与讨论

式(36)为无限域上含对数奇异性核的第一类 Fredholm 积分方程组, 采用数值离散的方法进行求解, 通过变换可直接求得裂纹尖端的动应力强度因子, 进而得到裂纹尖端的无量纲动应力强度因子 k_3, μ_1、K_1 及 μ_2、K_2 为介质Ⅰ、介质Ⅱ的材料常数, 令 $\mu^* = \mu_2/\mu_1$、$K^* = K_2/K_1$; L 为夹杂外边缘与裂纹近端的距离, $2A$ 为裂纹的总长度, 计算结果如下:

(1) 当 $\mu^* = 1$、$K^* = 1$ 时, 表明夹杂介质Ⅱ与材料介质Ⅰ相同, 裂纹与夹杂模型简化为材料仅含有长度为 $2A$ 的直裂纹模型, 当 SH 波垂直入射时, 图 3 给出了裂纹尖端无量纲动应力因子 DSCF 随入射波波数 $K_1 r_1$ 的变化, 当波数接近于 1 时, DSCF 值最大, 约为 1.25, 则与文献采用对偶积分方法十分接近[5], 图 4 给出了四组不同入射波数时, DSCF 值随入射角的变化, 波数较小时, DSCF 的峰值分布在入射角为 90 附近, 波数较高时, DSCF 的分布复杂。

(2) 图 5 给出了当裂纹长度 $2A$、介质Ⅱ与介质Ⅰ的 $\mu^* = 1$, $L/r_1 = 0.3$, 波数 $K_1 r_1$ 较低时, 随 K^* 的增大, 裂纹尖端动应力因子 DSCF 值的变化规律, DSCF 有"低频共振"现象, 即在低频时, 裂纹尖端的 DSCF 值急剧增大, 当入射角为 90 时最大, 可达 30 左右, 而远离夹杂端的共振幅值要小得多, 最大在 10 左右。另外, 随入射角减小, 共振幅值也减小, 当水平入射时, DSCF 值为 0, 且随距离 L 的增大, "低频共振"现象逐渐减弱。

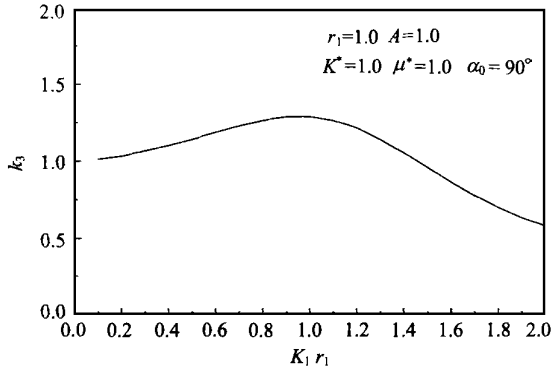

图 3　SH 波垂直入射裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随入射波数 $K_1 r_1$ 的变化

Fig. 3　Variation of crack DSCF *vs* incident wave number $K_1 r_1$ impacted by SH-wave vertically

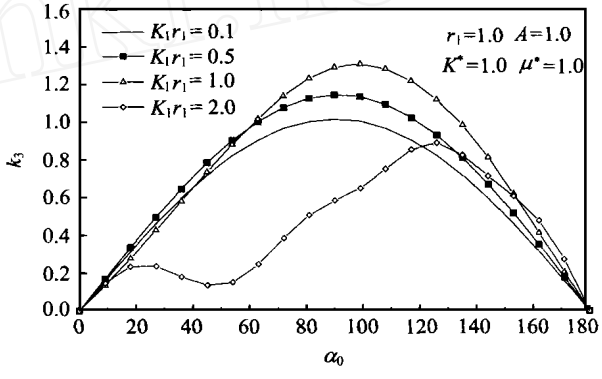

图 4　不同入射波数 $K_1 r_1$ 时, 裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随入射角 α_0 的变化

Fig. 4　Variation of crack DSCF *vs* incident angel α_0 under different incident number $K_1 r_1$

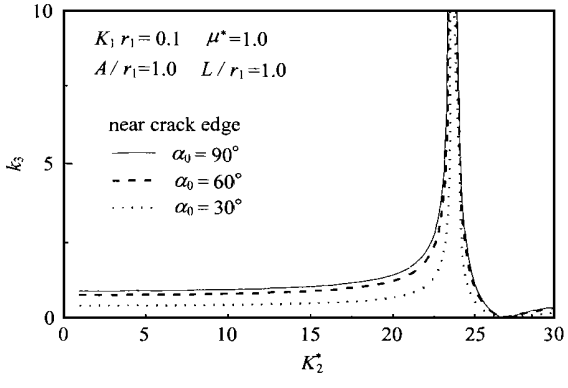

图 5　不同入射角 α_0 时, 裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随波数比 K^* 的变化($\mu^* = 1$, $L/r_1 = 0.3$)

Fig. 5　Variation of crack DSCF *vs* ratio of wave number K^* under different incident angel α_0

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(3) 图 6～图 8 给出了当 $L/r_1 = 0.3$, μ^* 或 K^* 不变时, 裂纹尖端动应力因子 DSCF 随无量纲波数 K_1r_1 的变化规律, 当 μ^* 不变, $K^* < 1$ 时, DSCF 值变化不明显, 当 $K^* > 1$ 时, 入射波数较小, 随 K^* 的增大, 裂纹尖端的 DSCF 值也增大; 入射波数较高, 随 K^* 的增大, 裂纹尖端的 DSCF 值也减小; 当 K^* 不变时, 随 μ^* 增大, 入射波数较小, 裂纹尖端 DSCF 值变小; 入射波数较高, 裂纹尖端 DSCF 值变化不大, 对于远离夹杂端的裂纹尖端 DSCF 值略有不同(如图 8 所示)。

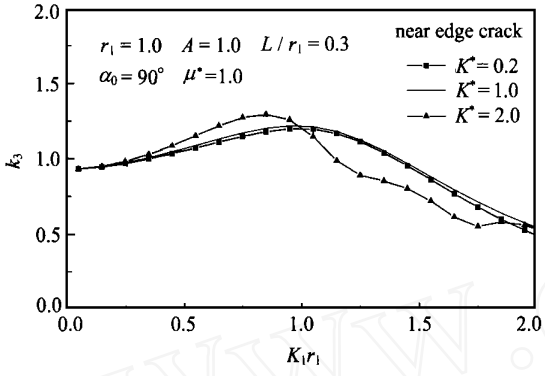

图 6 当 SH 波垂直入射时, 裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随波数比 K^* 的变化($\mu^* = 1$, $L/r_1 = 0.3$)

Fig. 6 Variation of crack DSCF *vs* ratio of wave number K^* impacted by SH-wave vertically

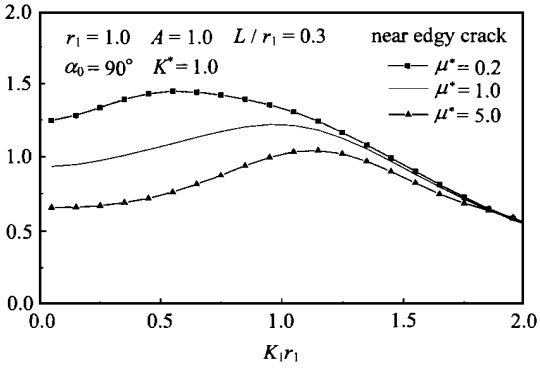

图 7 当 SH 波垂直入射时, 近端裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随入射波数 K_1r_1 的变化($K^* = 1$, $L/r_1 = 0.3$)

Fig. 7 Variation of near crack DSCF *vs* wave number K_1r_1 impacted by SH-wave vertically

(4) 图 9、图 10 给出了随距离 L/r_1 的变化对裂纹尖端动应力因子 DSCF 值的影响。计算表明: L/r_1 的大小对 DSCF 值影响是明显的, 当 $K^* = 1$, $\mu^* < 1$ 时, 夹杂与裂纹距离较近, 当入射波数 K_1r_1 较小时, 裂纹尖端 DSCF 值增加明显, 与裂纹单独存在时相比其值增加大约 20%～30%, 当入射波数 K_1r_1 较大时, 裂纹尖端 DSCF 值增加大约 10%～15%, 当

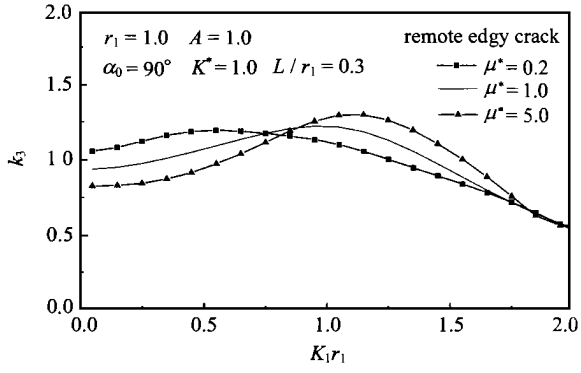

图 8 当 SH 波垂直入射时, 远端裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随入射波数 K_1r_1 的变化($K^* = 1$, $L/r_1 = 0.3$)

Fig. 8 Variation of remote crack DSCF *vs* wave number K_1r_1 impacted by SH-wave vertically

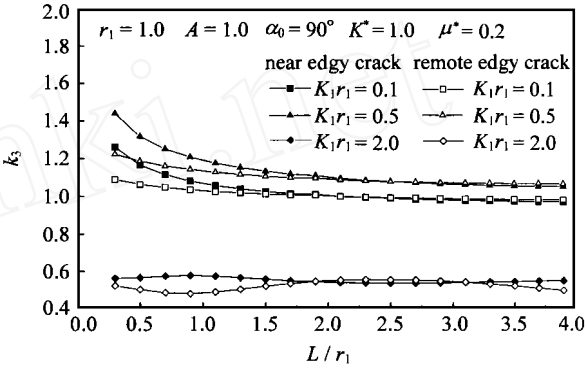

图 9 当 SH 波垂直入射时, 裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随距离 L/r_1 的变化($K^* = 1$, $\mu^* < 1$)

Fig. 9 Variation of crack DSCF *vs* ratio of distance L/r_1 impacted by SH-wave vertically

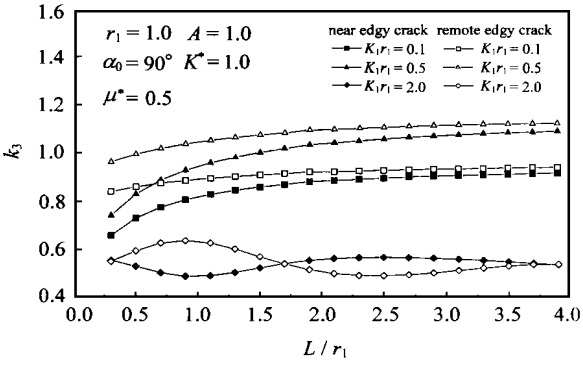

图 10 当 SH 波垂直入射时, 裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随距离 L/r_1 的变化($K^* = 1$, $\mu^* > 1$)

Fig. 10 Variation of crack DSCF *vs* ratio of distance L/r_1 impacted by SH-wave vertically

$L/r_1 > 2.5$ 时, 夹杂对裂纹尖端 DSCF 值影响才消失; 当 $K^* = 1$、$\mu^* > 1$ 时, 夹杂与裂纹距离较近, 当入射波数 K_1r_1 较小时, 裂纹尖端 DSCF 值反而有所减小, 与裂纹单独存在时相比减小大约 20%～

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

30%, 当入射波数 $K_1 r_1$ 较大时, 裂纹尖端DSCF 值变化不明显; 当 $L/r_1 > 4$ 时, 夹杂对裂纹尖端DSCF 值影响在减小, 其影响要消失, L/r_1 值还要更大一些。图 11 给出了不同入射波数 $K_1 r_1$, $K^* = 1$, $\mu^* \ll 1$, 夹杂相当于软介质, 即空腔, 此时对裂纹尖端DSCF 值影响最大, 大约增加 30%～45%, 即软介质夹杂比硬介质夹杂更不安全。

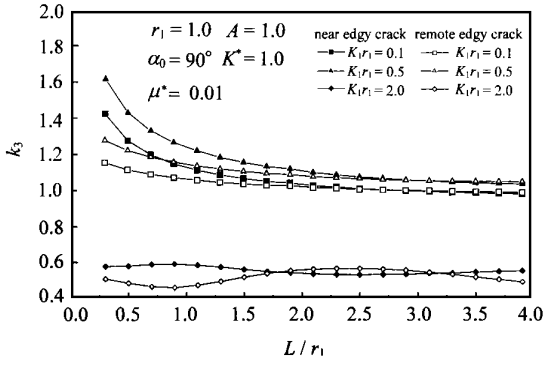

图 11　当 SH 波垂直入射时, 裂纹尖端动应力强度因子 DSCF 随距离 L/r_1 的变化($K^* = 1$, $\mu^* << 1$)

Fig. 11　Variation of crack DSCF *vs* ratio of distance L/r_1 impacted by SH-wave vertically

参考文献:

[1] Sih G C, *et al*. Mechanics of Fracture. Vol. 1[M], Leyden: Nordoff, 1973.

[2] Sih G C, *et al*. Mechanics of Fracture. Vol. 6[M], Crack in Composite Materials. Leyden: Nordoff, 1977.

[3] 刘殿魁, 刘宏伟. SH 波散射与界面园孔的动应力集中[J]. 力学学报, 1998, 30(5): 597-604.

[4] Pao Y H, Mow C C. Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations[M]. Crane US: Russak Company Inc, 1973.

[5] Lober J F, Sih G C. Diffraction of Antiplane Shear Waves by a Finite Crack[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1968, 44(1): 90-98.

[6] 黎在良, 刘殿魁. 固体中的波[M]. 北京: 科学出版社, 1995.

[7] 王　铎, 汪越胜. 界面动力学研究近况[J]. 上海力学, 1993, 14(4): 1-15.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net