复合材料学报 第17卷 第3期 8月 2000年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol 17 No. 3 August 2000

文章编号: 1000-3851(2000)03-0078-05

双相介质界面附近裂纹的断裂力学特征

王利民[1], 陈浩然[1], 徐世烺[2], 赵光远[3]

(1. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024; 2. 大连理工大学 土木工程系, 大连 116024;
3. 山东工程学院 机械工程系, 淄博 255012)

摘 要: 复合材料界面附近的力学性态对于材料的性能和强韧化影响是非常重要的。首先研究和讨论了含裂纹的双相介质的 J 积分守恒定律的适用性问题, 采用有限元法证明了当裂纹平行靠近界面时, 其 J 积分数值与裂纹位置无关的假设。文中建立了一种双相介质界面附近存在斜裂纹的分析模型, 用有限元和数值拟合相结合的方法, 得到了在远场单轴拉应力作用下, 斜裂纹处在不同介质中, 近界面一端裂尖的Ⅰ型能量释放率近似计算公式, 和相应的应力强度因子的计算方法。

关键词: 双相介质; 界面; 裂纹; 能量释放率; J 积分守恒性

中图分类号: O 346.1; TB 330.1 **文献标识码**: A

CHARACTERS OF FRACTURE MECHANICS FOR A CRACK TIP NEAR BIMATERIAL INTERFACE

WANG Li-min[1], CHEN Hao-ran[1], XU Shi-lang[2], ZHAO Guang-yuan[3]

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. Department of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 3. Department of Mechanical Enginering, Sandong Institute of Technology, Zibo 255012, China)

Abstract: The scope of application of the path-independence of J-integral in bimaterial with a crack, which is parallel or vertical or inclined to the interface, is discussed in this paper. According to the conservative law of J-integral for the bimaterials with a crack paralleling the interface, a hypothesis about independence of the values of the type-Ⅰ fracture strain energy release rate (SERR) from the location of the crack paralleling and closely near the interface is forwarded. And it is verified with finite element method (FEM). A schematic model for a skew crack being near the bimaterial interface is provided. The variation law of SERR with the Dundur's parameters and the angle θ between the interface and the crack surface is calculated by FEM. A method for calculating the stress intensity factor through the SERR for a skew crack near the interface is also given in the paper.

Key words: bimaterials; interface; crack; strain energy release rate; conservation law of J-integral

为满足强度和功能上的需要, 工程中经常采用具有性质不同的两种或者多种介质构成的复合材料。该类材料在不同组分的结合处将形成界面或者界面层, 各种材料的界面层薄厚不一, 某些介质之间的界面层是非常薄的, 其厚度可以小到纳米量级[1], 例如 SiC_P/A Z80 镁基复合材料的界面是光滑的且无界面反应层[2]; 因此, 在某些情况下可以忽略不同介质结合处的界面层厚, 而把它视为几何界面进行力学分析。材料在制造和服役过程中经常在界面附近出现缺陷和裂纹, 其产生的原因是多种多样的, 有磨损、冲击和温度载荷等[3~6]。在不同情况下缺陷形态各异, 如裂纹可能位于界面上或者垂直于界面, 或弧形裂纹靠近界面等。由于界面附近的形态, 尤其是力学行为对材料的性能和强韧化影响是非常重要的, 因而吸引了不少关于多相介质界面邻域破坏行为的研究[7~9]。当多相介质靠近界面的缺陷尺寸相对于材料的层厚很小时, 可以采用含界面的多层介质无限大板力学模型进行分析研究, 文献[10~12]

收稿日期: 1999-03-30; **收修改稿日期**: 1999-06-20
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19672014, 59625814); 中国博士后科学基金资助项目
作者简介: 王利民(1962)男, 博士, 副教授, 主要从事多相介质的断裂分析等方面的研究。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

分别研究了在双相或多相介质中有限长度裂纹平行于界面时的断裂力学行为, 并且得到了有用的结果。为了深入了解多相介质材料界面附近的力学行为和破坏特征, 本文建立了双相介质界面附近存在与界面成任意角度裂纹的力学分析模型, 用理论和数值分析的方法研究和讨论了断裂力学参数 J 积分在多相介质的适用性问题, 提出方法并且计算了该模型在远场载荷作用下断裂力学特征。

1 双相介质中 J 积分守恒性的适用性

在断裂力学中能量释放率与应力强度因子是衡量材料抗断裂能力的两个重要指标。对于单一均质线弹性介质, J 积分是与能量释放率相等价的。Eshelby (1951) 首先给出了制约固体缺陷运动的能动量积分, 这些积分中的第一平移积分为 J 积分。Rice[13] 把 J 积分应用于断裂力学中, 可以证明该积分守恒性原理不仅适用于单一均质的线弹性介质, 而且也适用于非线性介质[14]。

J 积分守恒原理可以表达为: 对于无体积力的单一均质介质, 若满足下列本构关系:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \tag{1}$$

令 J 积分的表达式为

$$J = \int_{\Gamma} W \mathrm{d}x_2 - \int_{\Gamma} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \mathrm{d}s \tag{2}$$

式中, W 为变形能密度。则在均质无奇异点的区域内, 沿任意围线的上述积分值为零[4], 或者围绕裂纹一端的任意围线积分值是守恒的。

设图 1(a) 和 (b) 分别为具有裂纹平行于或者垂直于界面的双相介质分析模型。下面分别对上述两种模型的 J 积分守恒原理的适用性问题进行讨论。

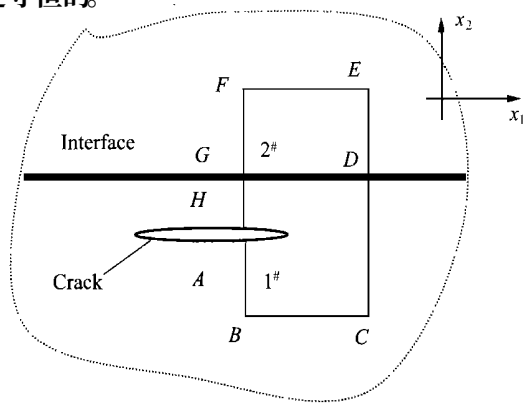
(a) 裂纹平行于界面时。若采用三种不同积分围道 $\Gamma = ABCDEFGH$, $\Gamma_1 = ABCDGH$ 和 $\Gamma_2 = GDEFG$, 其中 Γ 围线穿过界面, 如图 1(a) 所示。考虑到积分的方向性, 则 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_1 - DG - GD$。由于沿几何界面 $\mathrm{d}y = 0$, 沿界面两侧垂直于界面的边界上应力和位移均连续, 即 $T_2^+ = T_2^-$ 和 $u_2^+ = u_2^-$, 又 Γ_2 所围区域无奇异点, 则

$$J_{\Gamma} = J_{\Gamma_1} + J_{\Gamma_2} - J_{DG} - J_{GD} =$$

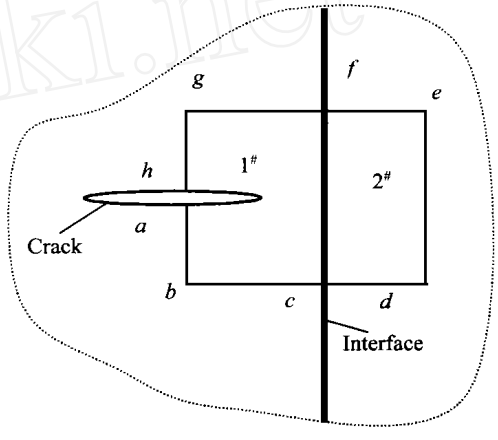
$$J_{\Gamma_1} + 0 - \int_{DG} T_2^- \frac{\partial u_2^-}{\partial x_1}(-\mathrm{d}x) -$$

$$\int_{GD} T_2^+ \frac{\partial u_2^+}{\partial x_1} \mathrm{d}x = J_{\Gamma_1} \tag{3}$$

式中, 上标 '-' 和 '+' 分别表示位于界面上侧和下侧的介质。由 (3) 式可知: 当裂纹与界面平行时, 无论积分路径是否穿过界面, 围绕裂纹一端的 J 积分数值是守恒的。



(a) A crack parallel to the interface



(b) A crack vertical to the interface

图 1 双相介质中的不同积分围道

Fig. 1 Different integral path in two media

(b) 裂纹与界面垂直时。若仍采用与 (a) 类似的三种积分围道, 即 $\Gamma' = abcdefgh$, $\Gamma_1' = abcfgh$, $\Gamma_2' = fcdef$, 并考虑到积分的方向性, 则 $\Gamma' = \Gamma_1' + \Gamma_2' - cf - fc$。虽然在沿界面两侧垂直于界面方向上, $T_1^+ = T_1^-$, $u_1^+ = u_1^-$ 且 $J_{\Gamma_2'} = 0$, 但是在沿界面两侧材料性质不同, 故 $\sigma_{22}^+ \neq \sigma_{22}^-$, 从而 $\int \sigma_{ij}^+ \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^+ \neq \int \sigma_{ij}^- \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^-$, 即 $W^+ \neq W^-$, 所以

$$J_{\Gamma'} = J_{\Gamma_1'} + J_{\Gamma_2'} - J_{cf} - J_{fc} =$$

$$J_{\Gamma_1'} + 0 - \int_{cf} W^- \mathrm{d}y - \int_{fc} W^+ \mathrm{d}y =$$

$$J_{\Gamma_1'} - \int_{cf} (W^- - W^+) \mathrm{d}y \neq J_{\Gamma_1'} \tag{4}$$

可见, 当裂纹与界面不平行 (即垂直或者倾斜) 时, 若积分路径穿过界面, 那么围绕裂纹一端的 J

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

积分值是不守恒的。

2　邻近界面的平行裂纹的Ⅰ型能量释放率近似守恒假设

由上一节的讨论,根据裂纹平行于界面时的J积分与路径无关的性质,可以推测:对于给定Dundur双材料参数(α, β)[15]的双相介质,若平行于界面的裂纹到界面的距离远小于裂纹的长度时,则无论该裂纹位于哪种介质内还是位于两介质间的界面上,其裂纹一端的Ⅰ型能量释放率可近似认为是不变的,即:

$$G_{\mathrm{I}}^{(1)} \approx G_{\mathrm{I}}^{(2)} \approx G_{\mathrm{I}}^{(0)} \tag{5}$$

公式中上标(1)、(2)和上标(0)分别表示裂纹在介质1#、2#中和裂纹位于双相介质的界面上的三种情况。

为了证明这一推测,对图1(a)所示的裂纹平行于界面的构型进行有限元数值计算。设一个裂纹分别在两种介质中,其到界面的平行距离均为0.02倍的裂纹长度。表1给出了在不同的双材料参数(α, β)情况下,裂纹在不同位置时的无量纲化J积分值:$G_{\mathrm{I}}^{(N)} = J^{(N)}/J_0 (N = 0, 1, 2)$,其中$J_0$为一个特定积分数值。由此表可以看出,对于三种不同的裂纹位置,在同一材料组合情况下,其所相应的Ⅰ型能量释放率的数值彼此相差很小,这就验证了本节假设的正确性。

对于裂纹十分接近且垂直于界面的双相介质,由文献[16]可知,当裂纹处于不同介质时,其裂尖应力场是完全不同的,故其能量释放率也是不同的。

表1　不同材料组合情况下的三种裂纹位置的能量释放率数值比较

Table 1　Comparison of the values for three kinds SERR in different bimaterials

α	β	$G_{\mathrm{I}}^{(0)}$	$G_{\mathrm{I}}^{(1)}$	$G_{\mathrm{I}}^{(2)}$
0.1111	0.03175	0.1274	0.1275	0.1272
0.6364	0.1818	0.8500	0.8439	0.8386
0.8518	0.2424	0.7390	0.7281	0.7298
0.9048	0.2585	0.7164	0.7044	0.7037
0.9355	0.2673	0.7031	0.6905	0.6868
0.9608	0.2745	0.6925	0.6794	0.6733

3　邻近界面的斜裂纹端部的Ⅰ型断裂力学特征

3.1　能量释放率

裂纹与界面成任意角度时,近界面裂纹端的断裂力学特征将取决于裂纹所处的介质性质和裂纹面与界面的夹角。本文采用有限元数值方法计算了与界面具有不同夹角的裂纹,其近界面端部的J积分数值,以寻求其能量释放率和应力强度因子数值随裂纹与界面夹角变化的规律。

图2表示一种邻近界面的斜裂纹分析模型。设在远场作用有垂直于裂纹的单轴拉应力,X轴位于两介质1#和2#中间的界面上;斜裂纹与X轴的交点为坐标原点,近界面的裂纹一端到原点的距离和裂纹长度分别为d和$2a$。裂纹面与X轴之间的夹角为θ,如果介质1#的弹性模量E_1大于介质2#的弹性模量E_2,则定义裂纹位于介质1#时的夹角θ为正,而裂纹位于介质2#时的夹角θ为负。为了讨论方便起见,令$E_1/E_2 = 6$。这里的J积分路径限于某一介质中围绕靠界面裂纹端的范围内。

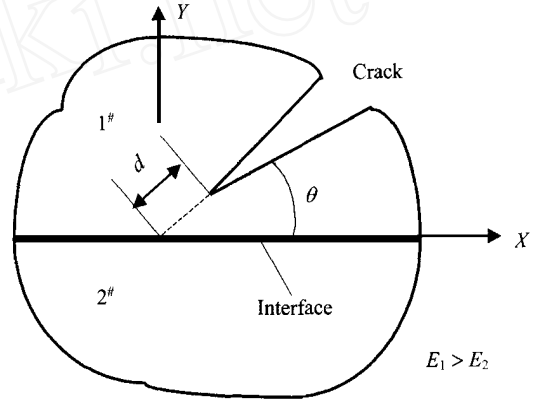


图2　双材料界面近处的斜裂纹模型

Fig. 2　Schematic model of a skew crack near bimaterial interface

图3给出了在不同比值(d/a)下,围绕裂纹近界面端J积分数值随θ变化的有限元法计算结果。其中角度θ的单位是弧度,所采用的积分围道不穿越界面。若对所得数值结果进行曲线拟合可以得到下式:

$$G_{\mathrm{I}} = G_{\mathrm{I}}^{(0)} \mathrm{e}^{w\theta^3} \tag{6}$$

式中:$G_{\mathrm{I}}^{(0)}$为裂纹位于界面时的J积值,其大小可由文献[17]所列公式得到;w为裂纹一端到界面距离的无量纲数(d/a)的函数,表2给出了相应于上列材料组合时w与(d/a)之间对应数值。由图3结果可以看出,位于弱介质中的裂纹,当其裂纹面从垂直于界面到平行于界面过渡时,其裂尖能量释放率大小将随之增加;与此相反,当裂纹位于硬介质中,其裂纹面从垂直于界面向平行于界面过渡时,其能量释放率将逐渐减小。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

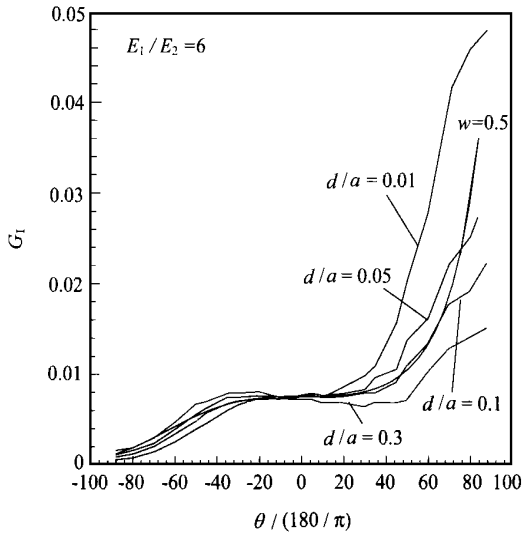


图 3 J 积分随 θ 变化曲线与拟合规律曲线的对比

Fig. 3 The variation law of the values of the J-integral with θ

表 2 拟合曲线指数 w 与 d/a 的对应关系

Table 2 The relationship between the index w and d/a

d/a	0.01	0.05	0.10	0.30
w	0.99	0.55	0.45	0.31

图 4 给出了当裂纹距离双相介质界面比较远时, 其近界面端的 Ⅰ 型能量释放率(J 积分值) 随 θ 和 d/a 的变化规律。由该图可以看出, 裂纹位于比较硬的介质中时, 裂纹离界面愈远则能量释放率的值愈小, 且随 θ 变化愈缓慢; 而当裂纹位于软介质中时, 裂纹离界面愈远, 则其能量释放率的值愈大。

3.2 应力强度因子

双介质界面裂纹问题的应力强度因子 Ⅰ 型和 Ⅱ 型分量是耦合的, 例如中心裂纹板在远场拉应力 σ_{22}^{∞} 和剪应力载荷 σ_{12}^{∞} 作用下的应力强度因子值, 可由下式计算[17]:

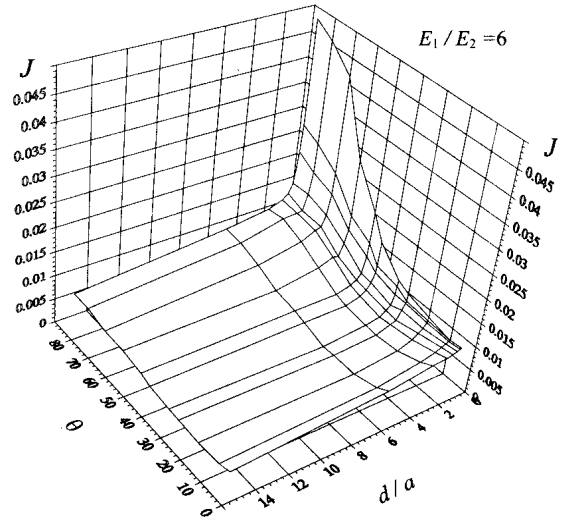
$$K_{\mathrm{I}}+\mathrm{i}K_{\mathrm{II}}=(\sigma_{22}^{\infty}+\mathrm{i}\sigma_{12}^{\infty})\cdot(1+2\mathrm{i}\epsilon)(\pi L/2)^{1/2}L^{-\mathrm{i}\epsilon} \tag{7}$$

在平面应变情况下其能量释放率可表示为:

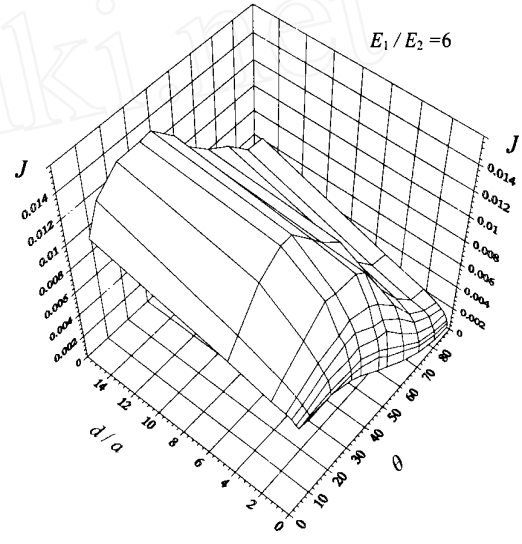
$$G_{\mathrm{I}}^{(0)}+G_{\mathrm{II}}^{(0)}=\frac{(1-\nu_1)/\mu+(1-\nu_2)/\mu_2}{4\cosh^2\pi\epsilon}[K_{\mathrm{I}}^2+K_{\mathrm{II}}^2] \tag{8}$$

式中: L 为裂纹长度; μ, ν 分别为剪切弹性模量与泊松比; $\epsilon=\ln[(1-\beta)/(1+\beta)]/(2\pi)$ 为双材料弹性常数, 其中 β 为 Dundur 双材料参数。

在单一介质中能量释放率与应力强度因子的关系可表示为:



(a) The crack is in the harder medium



(b) the crack is in the softer medium

图 4 界面近处斜裂纹尖端的能量释放律随着 θ 与 d/a 的变化情况

Fig. 4 The variation law of the values of J-integral for a skew crack near interface with θ and d/a

$$K_1^2+K_2^2=\frac{2\mu_n}{1-\nu_n}[G_1^{(n)}+G_2^{(n)}]\qquad n=1,2 \tag{9}$$

对于一般的双相介质其 ϵ 数值是很小的。例如泊松比均为 0.3, 弹性模量之比为 6 的材料组合, 其 ϵ 数值仅为 0.06589。由公式(7)计算可知, 在单轴远场拉应力下, 其 Ⅱ 型应力强度因子数值仅为 Ⅰ 型的百分之几, Ⅱ 型与 Ⅰ 型能量释放率之比仅为百分之零点几。为此, 在远场 Ⅰ 型载荷作用下, 对于界面邻域的斜裂纹近界面端部的应力强度因子可以通过文

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

献[17]所给出的公式计算界面裂纹的应力强度因子,并且用式(8)计算其能量释放率 $G_{\mathrm{I}}^{(0)}$,然后把 $G_{\mathrm{I}}^{(0)}$ 代入公式(6)得到界面邻域斜裂纹的能量释放率 G_{I},然后由式(9)计算得到裂纹在不同介质中与界面成任意角度时的近界面端的应力强度因子。

4 结 论

通过以上的理论与数值分析得到如下结论:

(1) 用于金属均质介质中的断裂力学指标 J 积分可以应用到由多相介质构成的复合材料结构中,当裂纹与两相介质的界面平行时,其裂纹端部的 J 积分是守恒的,否则是不守恒的;

(2) 在界面附近,无论与界面平行的裂纹位于何种介质中,或者是在界面上,其裂纹端部的 I 型能量释放率变化不大,但其相应的应力强度因子却与裂纹所在的介质性质密切相关;

(3) 当裂纹在界面附近与其夹角为 θ 时,张开型能量释放率与 θ 的三次幂成自然指数关系,裂纹位于较硬的介质中时 θ 为正值,位于软介质中时为负值;

(4) 双相介质界面附近裂纹端部的断裂力学特征还与裂端到界面的距离密切相关。

参考文献:

[1] 吴人洁. 金属基复合材料的现状与展望[J]. 金属学报, 1997, 33(1): 78-84.

[2] 蔡　叶, 苏华钦. SiC_P/ZA Z80 镁基复合材料的界面与断口特征[J]. 复合材料学报, 1997, 14(2): 76-79.

[3] 郝　远, 陈休军, 寇生中. 铸造成 Grp. SiC_P/ZA 27 混杂复合材料磨损行为的研究[J]. 复合材料学报, 1998, 15(1): 56-61.

[4] 刘　宁, 徐根应, 许育东, 等. 金属陶瓷热冲击疲劳裂纹形成机理[J]. 复合材料学报, 1998, 15(2): 36-41.

[5] Lammerant L, Vorpoest I. The interaction between matrix cracks and delaminations during quasi-static impact of composites[J]. *Composites Science and Technology*, 1994, 51: 505-516.

[6] Liu Gang, Shang J K. Subcritical crack growth at bimaterial interface: Part II. Microstructural effects on fracture resistance of metal/ceramic interfaces[J]. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 1996, 27A: 213-219.

[7] Akisanya A K, Fleck N A. Brittle fracture of adhesive joints[J]. *Int J Fracture*, 1992, 58: 93-114.

[8] Yu H, Yang W. Mechanics of transonic debonding of a bimaterial interface: the in-plane case[J]. *J Mech Phys Solids*, 1995, 43(2): 207-232.

[9] Evans A G, Hutchinson J W. The thermomechanical integrity of thin films and multilayers[J]. *Acta MetallMater*, 1995, 43(7): 2507-2530.

[10] Hutchinson J W, Mear M E, Rice J R. Crack paralleling an interface between dissimilar materials[J]. *J Appl Mech*, 1987, 54: 828-832.

[11] Chen Haoran, Wang Limin, Karihaloo B L, *et al*. Fracture mechanics for multi-materials with interface crack[J]. *Comput Mate Science*, 1998, 12: 1-8.

[12] Zuo Z, Hutchinson J W. Sandwich test specimen for measuring interface crack toughness[J]. *Material Science and Engineering*, 1989, A107: 135-143.

[13] Rice J R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks[J]. *J Appl Mech*, 1968, 35: 379-386.

[14] Hutchinson J W. Fundamentals of the phenomenological theory of nonlinear fracture mechanics[J]. *J Appl Mech*, 1983, 50: 1042-1050.

[15] Dundur J. Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading[J]. *J Appl Mech*, 1969, 36: 650-652.

[16] Romeo A, Ballarini R. A crack very close to a bimaterial interface[J]. *J Appl Mech*, 1995, 62: 614-619.

[17] Shih C F, Asaro R. Elastic-plastic analysis of cracks on bimaterial interfaces: Part 1. Small scale yielding[J]. *J Appl Mech*, 1988, 55: 299-316.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net