复合材料学报 第17卷 第2期 5月 2000年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol 17 No. 2 May 2000

文章编号: 1000-3851(2000)02-0079-05

任意结构三维机织复合材料弹性性能的计算机模拟

杨连贺, 邱冠雄, 黄 故
(天津工业大学 管理信息学院, 天津 300160)

摘 要: 提出纱态概念, 解决了任意结构三维机织预制件的结构表征问题, 提出了交叉等效曲面板模型, 借助三次多项式插值原理, 建立了反映三维机织复合材料本构关系的计算机模拟模型, 并以试验进行了验证。

关键词: 纱态; 交叉等效曲面板模型; 机织复合材料; 模量; 三次多项式插值
中图分类号: V258; TB330.1 **文献标识码**: A

COMPUTER SIMULATION OF ELASTIC PROPERTIES ON ANY STRUCTURE 3-D WOVEN COMPOSITE

YANG Lian-he, QIU Guan-xiong, HUANG Gu
(School of Management Information, Tianjin Polytechnical University, Tianjin 300160)

Abstract: This paper presents the concept of yarn state, solving the descriptive problem of preform structure of any 3-D woven composite. A cross equivalent curve board model is expounded, and with the help of cubic polynomial interpolation theory, the computer simulation model is developed which reflects the constitutive relation of 3-D woven composite. In addition, contrast tests are conducted to verify the model.

Key words: yarn states; across equivalent surface board model; woven composite; modulus; cubic polynomial interpolation

纺织技术向复合材料领域的渗透, 使纺织复合材料应运而生。复合材料本身力学性能的可设计性, 加之纺织结构的多样性, 使这一材料备受青睐。机织复合材料是其中的重要一族, 但早期多为二维结构, 因层间易开裂, 其应用颇受限制, 同时也推动了三维机织技术的发展。尽管该技术目前已较为成熟, 新的加工设备亦已商品化[1], 同时, 新的力学分析模型不时见诸报端[2], 但从机织物结构角度研究复合材料弹性性能的文献尚不多见, 即使偶有一二, 也仅是针对一种或数种特殊结构进行探讨。有的针对角联锁结构[3], 有的针对三向正交/角联锁结构[4], 还有的针对叠层式结构[5](加第三向纤维的方格布)。略具通用性的是将三维机织结构分门别类[6], 但此种方法仍不尽如人意, 因为力学性能的计算仍依赖于几种特殊结构, 而机织结构是千变万化的, 因此, 研究任意结构机织复合材料的弹性性能是当前国内外学者普遍关注的课题。

1 三维机织物拓扑结构的表征

欲借助计算机研究任意结构机织复合材料的弹性性能, 最为关键的一步乃是"量化"三维织物的结构。为此, 本文引入"纱态"这一概念[8]。

纱态, 即纱线的形态, 分为经态与纬态, 用于描述单胞内纱线的空间走向, 它用一个广义的五维向量表示。其中, 第一维代表纱线的类别, 经、纬纱分别以W、F表示; 第二维代表纱线段的升降, 上升段和下降段分别用+和-表示, 水平段用0表示; 第三维代表纱线段在织物厚度方向上的跨度(纵跨层数); 第四维则代表一根纱线横向交织另一类纱线的列数(横跨列数); 第五维代表同态纱线在单胞内的根数。因为第三维的大小对纱线的卷曲形状起决定性作用, 所以本文将第三维为 n 的纱线称为 n 态纱线。

现以角联锁组织为例, 说明三维织物结构的"量化"过程。图1为角联锁组织经纬纱交织状态示意图, 经态是显而易见的: 经纱1, 5均为1态, 在单胞内的升降段各一; 经纱2, 3, 4均为2态, 在单胞内的

收稿日期: 1999-03-22; 收修改稿日期: 1999-09-10
基金项目: 天津市21世纪青年科学基金资助项目(983701311)
作者介绍: 杨连贺(1964), 男, 工学博士, 硕士导师, 副教授, 研究方向: 计算机应用、复合材料。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

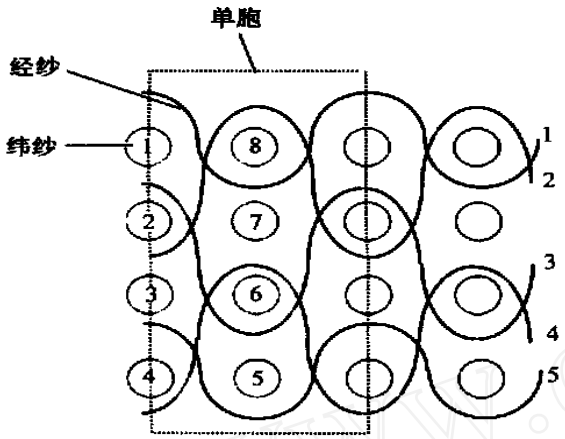

图 1　角联锁组织

Fig. 1　Angle-interlock tissue

升降段亦各一。纬态虽不甚直观, 但极易判断: 纬纱 3, 7 不与经纱交织, 故不发生卷曲, 为 0 态(视为 4 段); 其余纬纱均发生卷曲, 但仅限于单层内, 故均为 1 态, 且上升段与下降段均为 6 段。由此可见, 该种组织的一个单胞内有四种形态的经纱和三种形态的纬纱, 如表 1 所示。

表 1　单胞内代表性纱线

Table 1　Representative yarns in cell

纱线类别	单调升降	纵跨层数	横跨列数	根数	备注
W	+	1	2	2	经纱 1, 5 上升段
W	-	1	2	2	经纱 1, 5 下降段
W	+	2	2	3	经纱 2, 3, 4 上升段
W	-	2	2	3	经纱 2, 3, 4 下降段
F	0	0	2	4	纬纱 3, 7 共 4 小段水平段
F	+	1	2	6	纬纱 1, 2, 4, 5, 6, 8 上升段
F	-	1	2	6	纬纱 1, 2, 4, 5, 6, 8 下降段

一旦采用上述方法将三维结构"量化"为二维表格并存入数据库, 便可由计算机构造单胞模型、拟合纱芯曲线、进行刚度计算。

2　三维机织物的单胞/巨胞模型

早期学者大都忽略纱线的卷曲, 将机织复合材料的单胞视为多个相互交叉的理想单向板, 此即"单向板组合模型"。这种模型尽管简单, 但误差较大。本文考虑纱线的卷曲, 提出交叉等效曲面板模型。

为便于叙述, 不妨将纬纱方向上若干个连续单胞的集合体称为巨胞。巨胞内有多条形态完全相同的纱线, 这些同态纱线可视为一块等效曲面板。当三维织物层数较多时, 其单胞内的纱线数目非常之多, 但代表性纱线的数目甚为有限。单胞内有几根代表性纱线, 巨胞内就有几块等效曲面板。这些等效曲面板在空间相互交叉, 构成交叉等效曲面板模型, 如图 2 所示(为作图方便, 图中仅画出经纬两方向的曲面板各一块)。

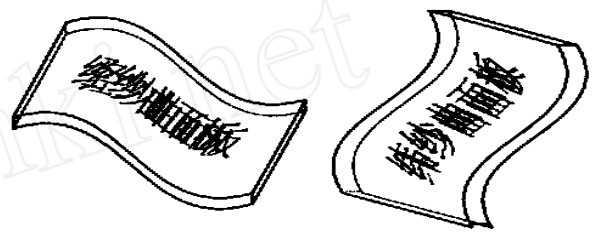

图 2　交叉等效曲面板模型

Fig. 2　Criss-cross equivalent surface board model

3　三维机织复合材料力学分析模型

计算力学性能的关键是计算巨胞内每块等效曲面板的力学性能, 亦即单胞内每根代表性纱线的力学性能。为此, 须首先考虑如何拟合纱芯曲线。

3.1　纱芯曲线的拟合

以正弦曲线拟合纱芯曲线似乎更为精确, 但织物复合成型时, 模具挤压使纱线形状发生了改变, 规则的正弦曲线不复存在, 但纱芯曲线仍是一个连续函数。任何连续函数, 至少在一个比较小的邻域内可以用多项式任意逼近。权衡计算精度与稳定性, 以三次插值多项式拟合为宜。现以经纱为例简述其拟合过程。

某根经纱在一个循环内的卷曲形状示于图 3。设单胞长度为 V (由工艺参数决定), 经纱的波峰、波谷间距(峰谷值)为

$$H_t = \text{经态} \times \text{材料厚度} / \text{纬纱层数}$$

曲线应经过四个点: $(0, H_t/2)$, $(V/4, 0)$, $(3V/4, 0)$ 和 $(V, H_t/2)$, 如图 3 所示。

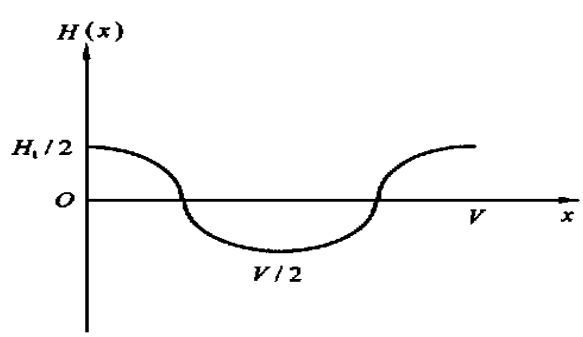

图 3　纱线卷曲示意图

Fig. 3　Schematic diagram of crimped yarn

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

设三次插值多项式为 $H(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, 由四点坐标通过 Vandermonde 行列式可求得各系数。在平面直角坐标系中, 它代表一条曲线, 而在空间直角坐标系中, 它代表一块曲面板。纬纱纱芯曲线插值多项式可按类似方法求得。

3.2 单块曲面板刚度的计算

巨胞内单块曲面板刚度的计算, 也就是单胞内单个纱线刚度的计算。前面已求得某纱线的纱芯曲线函数, 可通过计算定积分的方法计算其刚度。其方法是, 把卷曲的纱线理想化为许多纱线段微元, 视每个微元为复合材料单向板, 求出每个微元的刚度矩阵并进行叠加, 即可得到该纱线的刚度。现以 j 态代表性经纱为例详述其计算过程。设单胞中此类经纱段有 n_j 根, 所拟合的纱芯曲线函数为 $H(x)$。

第 1 步, 微分。将纱线沿 x 向分成 n 等份, 每一份长度为 $\Delta = V/n$。

第 2 步, 积分。进行 n 次循环求和运算, 每次在 $x_i = (i-1)\Delta$ 位置取纱线第 i 段微元, 其取向角为 $\theta = \mathrm{tg}^{-1}[\mathrm{d}H(x)/\mathrm{d}x]\big|_{x=x_i}$, 方位角为 0, 纱线段微元长度 $L_i = \sqrt{1+[H(x)]^2}\Delta$, 微元体积 $V_i = AL_in_j$, 其中 A 为纱线截面面积。

前面已设 V 为单胞的长度(单胞在经向上的跨度), 现设 U 为单胞宽度(单胞在纬向上的跨度), 并设 W 为单胞高度(材料厚度)。这样, 微元单向板纤维体积含量和各弹性常数为[7]

$$\left.\begin{aligned}
&V_f(x_i) = AL_in_j/(UVW)\\
&E_{11}(x_i) = V_f(x_i)E_f + (1-V_f(x_i))E_m\\
&E_{22}(x_i) = E_mE_f/[V_f(x_i)E_m + (1-V_f(x_i))E_f]\\
&G_{12}(x_i) = G_{13}(x_i) = G_mG_f/[V_f(x_i)G_m + (1-V_f(x_i))G_f]\\
&G_{23}(x_i) = G_m/[1-V_f^{1/2}(x_i)(1-G_m/G_f)]\\
&\nu_{12}(x_i) = V_f(x_i)\nu_f + (1-V_f(x_i))\nu_m\\
&\nu_{21}(x_i) = \nu_{12}(x_i)E_{22}(x_i)/E_{11}(x_i)\\
&\nu_{23}(x_i) = V_f(x_i)\nu_f + V_m(x_i)(2\nu_m - \nu_{21}(x_i))
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

单向板的正轴刚度矩阵(每一元素均为 x_i 的函数)为

$$[C(x_i)] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,

$C_{11}(x_i) = (1-\nu_{23}^2(x_i))E_{11}(x_i)/K(x_i)$;

$C_{22}(x_i) = C_{33}(x_i) = (1-\nu_{12}(x_i)\nu_{21}(x_i))E_{22}(x_i)/K(x_i)$;

$C_{23}(x_i) = (\nu_{23}(x_i) + \nu_{12}(x_i)\nu_{21}(x_i))E_{22}(x_i)/K(x_i)$;

$C_{12}(x_i) = C_{13}(x_i) = (1+\nu_{23}(x_i))\nu_{21}(x_i)E_{11}(x_i)/K(x_i)$;

$C_{44}(x_i) = G_{23}(x_i)$;

$C_{55}(x_i) = G_{13}(x_i)$;

$C_{66}(x_i) = G_{12}(x_i)$;

$K(x_i) = 1 - 2\nu_{12}(x_i)\nu_{21}(x_i)(1+\nu_{23}(x_i)) - \nu_{23}^2(x_i)$。

由(1)式得单向板微元偏轴刚度矩阵

$$[\bar{C}(x_i)] = [T_\sigma]_i[C(x_i)][T_\sigma]_i^{-1} \quad (3)$$

式中, $[T_\sigma]_i$ 为 Hamiltonian 张量转换矩阵。其中, l_1, l_2, l_3, m_1, m_2, m_3, n_1, n_2, n_3 分别为新坐标轴对原坐标轴的方向余弦, 计算方法如下:

$$[T_\sigma]_i = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & 2m_1n_1 & 2n_1l_1 & 2l_1m_1\\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2m_2n_2 & 2n_2l_2 & 2l_2m_2\\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2m_3n_3 & 2n_3l_3 & 2l_3m_3\\ l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & m_2n_3+m_3n_2 & n_2l_3+n_3l_2 & l_2m_3+l_3m_2\\ l_3n_1 & m_3m_1 & n_3n_1 & m_3n_1+m_1n_3 & n_3l_1+n_1l_3 & l_3m_1+l_1m_3\\ l_1l_2 & m_1m_2 & n_1n_2 & m_1n_2+m_2n_1 & n_1l_2+n_2l_1 & l_1m_2+l_2m_1 \end{bmatrix}$$

其中: $l_1 = \sin\theta\cos\beta$, $m_1 = -\sin\beta$, $n_1 = -\cos\theta\cos\beta$,
$l_2 = \sin\theta\sin\beta$, $m_2 = \cos\beta$, $n_2 = -\cos\theta\sin\beta$,
$l_3 = \cos\theta$, $m_3 = 0$, $n_3 = \sin\theta$

微元刚度贡献系数 $k_i = AL_in_j/(UVWV_f)$, 其中 V_f 为单胞纤维体积含量。

重复第 2 步 n 次, 则求得单胞中 j 态代表性经纱的刚度矩阵:

$$[C]_{wj} = \sum_{i=1}^{n} k_i[\bar{C}(x_i)]$$

第 3 步 求代表性经纱刚度贡献系数。这一系数等于该类经纱的体积与单胞内纤维的总体积之比, 即 $k_j = AL_jn_j/(UVWV_f)$, 其中

$$L_j = \int\sqrt{1+[H(x)]^2}\,\mathrm{d}x$$

为 j 态代表性经纱的长度。

至此已求得单胞内一根代表性经纱的刚度矩阵 $[C]_{wj}$, 以及它对单胞的刚度贡献系数 k_j。从巨胞的角度看, $[C]_{wj}$ 和 k_j 分别是等效曲面板的刚度矩阵和刚度贡献系数, 因而最为关键的问题已迎刃而解。

3.3 复合材料整体刚度的计算

设单胞内有 m 根代表性经纱段, 它们对单胞的刚度贡献系数分别为 k_j ($j = 1, \ldots, m$), 则经纱总体刚度矩阵为

$$[C]_{wz} = \sum_{j=1}^{m} k_j[C]_{wj}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

经纱对单胞的刚度贡献系数为

$$k_w = \sum_{j=1}^{m} AL_j n_j / (UVWV_f)$$

类似地, 可求得纬纱总体刚度矩阵$[C]_{fz}$及对单胞的刚度贡献系数k_f。依刚度叠加原理, 复合材料总体刚度矩阵为

$$[C]_z = k_w [C]_{wz} + k_f [C]_{fz}$$

3.4　复合材料工程弹性常数的计算

设已求得的复合材料总体刚度矩阵及求逆之后的总体柔度矩阵分别为

$$[C]_z = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & 0 & 0 & 0 \\ W_{12} & W_{22} & W_{23} & 0 & 0 & 0 \\ W_{13} & W_{23} & W_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{66} \end{bmatrix}$$

$$[S]_z = [C]_z^{-1} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}$$

其中：

$$S_{11} = [W_{22}W_{33} - (W_{23})^2]/K^*$$

$$S_{12} = (W_{13}W_{23} - W_{12}W_{33})/K^*$$

$$S_{22} = [W_{33}W_{11} - (W_{13})^2]/K^*$$

$$S_{13} = (W_{12}W_{23} - W_{13}W_{22})/K^*$$

$$S_{33} = [W_{22}W_{11} - (W_{12})^2]/K^*$$

$$S_{23} = (W_{13}W_{12} - W_{23}W_{11})/K^*$$

$$S_{44} = 1/W_{44}, S_{55} = 1/W_{55}, S_{66} = 1/W_{66}$$

$$K^* = W_{11}W_{12}W_{33} + 2W_{12}W_{23}W_{13} - W_{11}(W_{23})^2 - W_{22}(W_{13})^2 - W_{33}(W_{12})^2$$

于是, 复合材料的九个工程弹性常数分别为:

$E_x = 1/S_{11}$; $E_y = 1/S_{22}$; $E_z = 1/S_{33}$;

$G_{yz} = 1/S_{44}$; $G_{xz} = 1/S_{55}$; $G_{xy} = 1/S_{66}$;

$\nu_{12} = -S_{12}/S_{11}$; $\nu_{13} = -S_{13}/S_{11}$; $\nu_{23} = -S_{23}/S_{22}$。

4　试验验证

为了验证理论模型的正确性, 笔者采用1200tex中碱玻璃纤维无捻粗纱作增强材料, 织造了三种不同结构的三维预制件, 以306s不饱和聚酯树脂作基体材料, 采用RTM工艺进行复合, 制得复合材料, 并在岛津试验机上测试了最重要的弹性参数——拉伸弹性模量, 测试执行标准为GB1447-83。三种结构的织物设计参数、E_x理论计算值与测试结果分别列于表2、表3和表4。

可以看出, E_x的测试结果与理论计算值吻合得很好, 这说明交叉等效曲面板模型在一定程度上反映了三维机织复合材料的本质特征。

表2　预报结果与实验结果的比较(三向正交)

Table 2　Comparison between prediction and experiment (Orthogonal)

工艺参数(根/10cm, tex)				测试模量	理论模量	偏差
经密	纬密	经纱特数	纬纱特数	/GPa	/GPa	/%
45	40	1200	1200	5.88	6.24	6.12
45	47	1200	1200	5.83	6.17	5.83
22.5	47	1200	1200	4.22	4.58	8.53

表3　预报结果与实验结果的比较(角联锁)

Table 3　Comparison between prediction and experiment (Angle-interlock)

工艺参数(根/10cm, tex)				测试模量	理论模量	偏差
经密	纬密	经纱特数	纬纱特数	/GPa	/GPa	/%
45	47	1200	1200	4.84	5.01	5.70
45	49	1200	1200	4.81	5.00	3.95
22.5	40	1200	1200	3.80	4.04	6.32

表4　预报结果与实验结果的比较(角联锁经纱夹层)

Table 4　Comparison between prediction and experiment (Angle-interlock with warp filling)

工艺参数(根/10cm, tex)				测试模量	理论模量	偏差
经密	纬密	经纱特数	纬纱特数	/GPa	/GPa	/%
45	47	1200	1200	5.69	5.87	3.16
45	50	1200	1200	5.47	5.84	6.76
22.5	50	1200	1200	4.50	4.42	-1.78

进一步分析表明, 理论值与计算值的偏差主要来源于: (1) 预制件在复合过程中, 模具压力导致部分纤维断裂; (2) 树脂中的杂质在复合材料内部产生少量气泡; (3) 模型本身亦带来误差, 例如, 0°态纱线并非完全处于伸直状态, 视为直纱线来处理势必带来偏差; (4) 纱线之间相互交织、相互挤压, 也是引起误差的原因之一。

5　结束语

本文在细观力学的基础上, 采用结构力学分析方法, 建立了反映三维机织复合材料本构关系的计

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

算机模拟模型, 讨论了弹性性能的计算方法, 而这一切都基于对三维织物结构的表征方法——纱态法。

纺织复合材料预制件结构因需而异, 变幻莫测。无疑, 在工程应用中, 其结构不胜枚举。本文从纱态这一概念出发, 找到了一种独立于具体结构的通用方法, 从而使弹性性能的计算不再依赖于特殊的预制件结构。

参 考 文 献

[1] Neate J A. Low-cost mold with low pressure molding compound [J]. *Composites in Manufacturing*, 1995, 11(1): 1～4.

[2] Tan P, Tong L, Steven G P. Modeling for predicting the mechanical properties of textile composites—A review [J]. *Composites, Part A*, 1997, 28A (12): 903～922.

[3] Byun J H, Chou T W. Elastic properties of three-dimensional angle-interlock fabric performs[J]. *J Text Inst*, 1990, 81(4): 538～548.

[4] Hewitt J A, Brown D, Clarke R B. Computer modeling of woven composite materials [J]. *Composites*, 1995, 26 (2): 134～140.

[5] 晏石林, 沈大荣, 王满廷. 一种三维纺织复合材料的本构关系及其性能分析[J]. 复合材料学报, 1995, 12(2): 83～88.

[6] 易洪雷, 丁 辛. 多层机织物增强复合材料的拉伸与剪切性能研究[J]. 玻璃钢/复合材料, 1997, 24(2): 13～18.

[7] Chou T W, Ko F K. Textile Structural Composites, Composites Materials Series[M]. Amsterdam: Elsevier Science Publisher B V, 1989. 221.

[8] 杨连贺. 三维机织复合材料弹性性能研究与计算机模拟[D]. 天津: 天津纺织工学院, 1998. 13～25.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net