复合材料学报 第17卷 第1期 2月 2000年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol. 17 No. 1 February 2000

文章编号: 1000-3851(2000)01-0098-04

三维多向编织复合材料非线性本构行为的细观数值模拟

庞宝君 杜善义 韩杰才 王 铎
(哈尔滨工业大学 复合材料研究所, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对三维多向编织复合材料, 在已建立的单胞几何模型及材料力学性能细观计算力学分析方法的基础上, 引入Murakami的几何损伤理论模拟纤维束的细观损伤行为, 建立了预报该类材料非线性本构行为数值模拟及细观损伤机理的有限元分析方法。结合实例预报了碳/环氧四向编织复合材料本构的非线性行为, 并与实验结果进行了对比。

关键词: 编织复合材料; 细观计算力学; 损伤力学
中图分类号: TB330.1 **文献标识码**: A

NONLINEAR BEHAVIOR OF THE CONSTITUTIVE SIMULATION OF MESO-SCOPIC COMPUTATIONAL MECHANICS FOR THREE-DIMENSIONAL MULTI-DIRECTIONAL BRAIDED COMPOSITES

PANG Bao-jun DU Shan-yi HAN Jie-cai WANG Duo
(Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Based on the geometric model of a unit cell and meso-scopic computational mechanics, the present paper predicts the nonlinear behavior of constitutive relation for three-dimensional multi-directional braided composites. Meso-scopic damage behavior is simulated by introducing Murakami's damage theory and using finite element method. Numerical examples are given and compared with experimental results to demonstrate the nonlinear constitutive relation of four-directional braided carbon/epoxy composites.

Key words: braided composites; meso-scopic computational mechanics; damage mechanics

三维编织复合材料因织物增强预制件的整体性, 使复合材料结构件的强度和刚度得到了显著提高, 并具有优良的耐烧蚀性能, 已经在航空、航天等高科技领域得到了广泛的应用。国内外对于这种新型结构材料的研究已取得了一定进展。有代表性的研究工作主要有: Yang[1]、Whitney[2]等基于二维层合板理论的分析模型; Hatta[3]的等效夹杂法; Ma[4]等构造的力学分析模型。这些研究大多以模量分析为中心, 很少涉及本构关系及强度问题。吴德隆等[5]针对五向编织复合材料讨论了材料的双模量、弹塑性本构关系及损伤对力学性能的影响等问题。Ishikawa等[6]对于平面编织复合材料的非线性行为进行了较为完整的研究。对于三维编织复合材料, Nagai等[7]采用结构力学的刚架模型进行了初步研究, 由于其模型复杂、影响分析结果的因素多及必需结合电子显微镜观察才能进行, 不便于工程应用。

针对三维多向编织复合材料, 在已建立的几何模型[8]及材料有效弹性模量细观计算力学分析方法[9]的基础上, 将几何损伤理论应用于纤维束的细观损伤分析中, 建立三维多向编织复合材料非线性本构行为数值模拟及细观损伤分析的细观计算力学研究方法。

1 纤维束及基体细观损伤分析

由Murakami等[10]创立的几何损伤理论认为, 材料的损伤是由材料内部的微裂纹和微空隙造成的, 即材料内部微裂纹和微空隙的三维分布导致有效承载面积减小, 材料的承载能力降低, 从而使材料

收稿日期: 1999-03-06; 收修改稿日期: 1999-05-31
作者介绍: 庞宝君(1963), 男, 工学博士, 教授, 研究方向为编织复合材料性能预报与优化设计研究

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

的力学性能劣化, 损伤的演化和损伤量的大小与材料中微裂纹和微空隙的发展及其大小、形状、密度和分布有关。几何损伤理论所定义的损伤张量 Ω 可以描述复合材料各向异性损伤状态。

由于有效面积减少, 作用于物体上的有效应力(净应力) σ^* 与名义应力 σ 及损伤张量 Ω 存在如下关系:

$$\sigma^* = \frac{1}{2}[(I - \Omega)^{-1}\sigma + \sigma(I - \Omega)^{-1}] \tag{1}$$

其中, I 为二阶单位张量, σ^* 为有效应力张量, 是对称张量。

将纤维束视为具有正交异性性质的单向纤维增强复合材料, 选取坐标系 $L-T-Z$ 沿材料主轴方向(L 沿纤维方向, T、Z 与 L 垂直)。设损伤主向与材料主轴方向重合, 则损伤张量可写成

$$[\Omega]_{LTZ} = \begin{bmatrix} \Omega_L & \Omega_{LT} & \Omega_{ZL} \\ \Omega_{LT} & \Omega_T & \Omega_{TZ} \\ \Omega_{ZL} & \Omega_{TZ} & \Omega_Z \end{bmatrix} \tag{2}$$

由(1)式及(2)式, 并将张量形式改为矩阵形式, 则坐标系 $L-T-Z$ 下的有效应力矢量、名义应力矢量及该坐标系下的损伤张量间的关系可表示为

$$\{\sigma^*\} = [T]\{\sigma\} \tag{3}$$

其中, 矩阵 $[T]$ 的分量 $T_{ij}(i, j = 1, \cdots, 6)$ 是 $L-T-Z$ 坐标系下损伤张量诸分量的函数。

正交异性材料应力应变关系为

$$\{\sigma^*\} = [D]\{\epsilon\} \tag{4}$$

则名义应力与应变间的关系可写为

$$\{\sigma\} = [D^*]\{\epsilon\} \tag{5}$$

其中 $[D^*] = [T]^{-1}[D]$ 为损伤状态下的等效弹性矩阵。

纤维束内部损伤模式用四种状态来描述, 各损伤模式的损伤张量主值与应力状态有关, 如表 1 所示。其中, L 型损伤表示垂直于纤维方向横断面的破断, T 及 LT 型损伤分别表示垂直于 T 向与纤维方向平行横断面的拉断及剪断, Z 型损伤及 ZL 型损伤分别表示垂直于 Z 向与纤维方向平行横断面的拉断及剪断, 而 TZ 型损伤表示横向剪切破断。如材料出现损伤, 则其刚度发生衰减, 刚度衰减的程度与损伤模式及应力状态有关。

纤维束内部损伤的发生及发展可以采用不同的强度准则进行判断。例如, 采用 Hoffman 强度准则[11]式(6), 如果 $F \geq 1$, 则材料发生损伤。

$$F = C_1(\sigma_T - \sigma_Z)^2 + C_2(\sigma_Z - \sigma_L)^2 + C_3(\sigma_L - \sigma_T)^2 + C_4\sigma_L + C_5\sigma_T + C_6\sigma_Z + C_7\tau_{TZ}^2 + C_8\tau_{ZL}^2 + C_9\tau_{LT}^2 \tag{6}$$

上式中 C_i 为由单向纤维增强复合材料强度参数所确定的系数。

损伤模式由式(7)所定义的各方向应力分量与其强度比值来确定, 比值最大的方向为破断方向。譬如, 如果式(7)中的 σ_L^2/X^tX^c 值为最大, 则其损伤模式为 L 型损伤。

$$\left\{\frac{\sigma_L^2}{X^tX^c}, \frac{\sigma_T^2}{Y^tY^c}, \frac{\sigma_Z^2}{Z^tZ^c}, \left(\frac{\tau_{TZ}}{S_{TZ}}\right)^2, \left(\frac{\tau_{ZL}}{S_{ZL}}\right)^2, \left(\frac{\tau_{LT}}{S_{LT}}\right)^2\right\} \tag{7}$$

其中, X、Y、Z 分别表示 L、T、Z 方向的强度, t、c、S 分别表示拉伸、压缩、剪切变形。

表 1 损伤类型及参量

Table 1 Damage pattern and values of damage parameters

Damage pattern	Stress condition	Ω_L	Ω_T	Ω_Z
L	$\sigma_L > 0$	1.0	0.0	0.0
	$\sigma_L \leq 0$	0.0	0.0	0.0
T 或 LT	$\sigma_T > 0$	0.0	1.0	0.0
	$\sigma_T \leq 0$	0.0	0.0	0.0
Z 或 ZL	$\sigma_Z > 0$	0.0	0.0	1.0
	$\sigma_Z \leq 0$	0.0	0.0	0.0
TZ	$\sigma_T > 0$, $\sigma_Z > 0$	0.0	1.0	1.0
	$\sigma_T > 0$, $\sigma_Z \leq 0$	0.0	1.0	0.0
	$\sigma_T \leq 0$, $\sigma_Z > 0$	0.0	0.0	1.0
	$\sigma_T \leq 0$, $\sigma_Z \leq 0$	0.0	0.0	0.0

对于基体材料, 一般可将其视作各向同性材料。上述 Hoffman 强度准则式(6)退化为 Mises 强度准则。类似地, 如果 $F \geq 1$ 则基体材料发生损伤而丧失承载能力, 其等效刚度衰减为 0。

在数值模拟研究中, 认为单元内某积分点处的纤维束或基体破坏对于整个材料单胞来说是一局部问题, 为了表明材料有无破坏及使其分析简单化, 将损伤张量的主值按开关式方法进行选取, 即分别取作 1 或 0。

2 本构关系非线性行为及细观损伤分析计算力学研究

基于几何损伤理论的三维多向编织复合材料非线性本构行为数值模拟及细观损伤有限元分析以四向编织复合材料为例, 其材料单胞有限元网格划分如图 1 所示。按文献[9]给出的方法形成混合单元刚度矩阵, 但如积分点处材料发生损伤则材料弹性矩

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

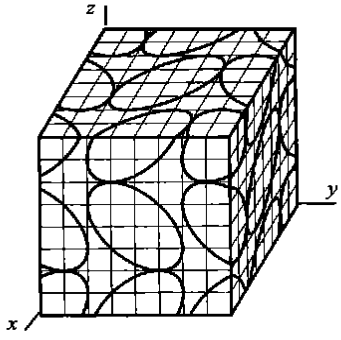

图 1 有限元网格划分图

Fig. 1 The finite element mesh

阵发生衰减。为预报编织复合材料应力-应变曲线,根据复合材料细观计算力学理论[12],给定适当的边界条件,采用位移增量法,对每一位移增量步,计算单胞内细观应力、应变场,并确定其各点的损伤状态与刚度衰减,利用平均化理论确定其对应的作用于材料单胞上的宏观应力及应变。

对于每一位移增量步,可求出材料单胞模型内的应力、应变场,并判断单元内各积分点处材料是否损伤,如有损伤则确定其损伤类型,进行刚度衰减处理,重新计算应力、应变,并进一步进行损伤判定,再重新计算应力、应变,……,如此迭代直到不再有损伤继续发生为止,同时记录单胞内各单元每一积分点的损伤状态。

3 四向编织复合材料非线性本构行为数值模拟算例

3.1 组分材料的性能参数

算例以天津纺织工学院研制的三维四向碳/环氧编织复合材料为对象,其弹性性能参数如表 2 所示。纤维束纵向拉伸、压缩及剪切强度根据其单向纤维增强复合材料模拟试件实验确定,横向取基体材料的强度,有关参数如表 3 所示(表中 L 表示纤维束纵向,T 为横向)。

表 2 单向纤维束和纯树脂弹性参数[13]

Table 2 Material properties of unidirectional fiber bundle and pure epoxy

GPa

Unidirectional fiber bundle					Pure epoxy	
E_L	E_T	G_{LT}	ν_{TL}	ν_{TT}	E_m	ν_m
173.58	10.74	8.78	0.32	0.41	4.32	0.37

表 3 单向纤维束和纯树脂强度参数[13]

Table 3 Strength parameter of unidirectional fiber bundle and pure epoxy

MPa

Unidirectional fiber bundle					Pure epoxy
σ_L^+	σ_L^-	σ_T^+	σ_T^-	τ_{LT}	σ_m
1168.0	740.0	99.0	99.0	68.6	99.0

3.2 数值模拟及实验结果

图 2 为四向碳/环氧编织复合材料(编织角 θ= 48.84°)沿编织方向拉伸与压缩应力-应变曲线数值模拟预报与实验结果的对比图。由图可见,在线性阶

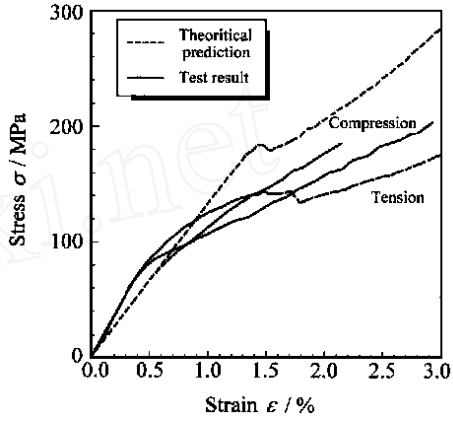

图 2 数值模拟预报与实验结果对比

Fig. 2 Comparison of simulation prediction with experiment

段应力-应变曲线重合,表明沿编织方向拉伸模量与压缩模量相同。随应变增加,应力-应变曲线出现非线性并互相分离,压缩应力-应变曲线高于拉伸应力-应变曲线,具有明显的拉压异性。这意味着,在拉伸与压缩受力状态下,复合材料内部有不同的损伤机理,从而导致其具有不同的非线性行为。为便于比较,对图中拉、压实验曲线进行了归一化处理,使其线弹性段相重合。由图可见,数值模拟预报曲线基本反映了应力应变关系实验曲线的各项特征,如线弹性阶段、非线性变形阶段及拉压异性行为。弹性阶段理论曲线与实验曲线的差异,反映了弹性模量的预报偏差。文献[14]中曾对弹性模量随编织角的变化规律进行了实验研究,实验结果发现,实验点较为分散,并呈带状分布。

图 3 为编织角 θ= 48.84°的拉伸应力应变曲线及其材料单胞内细观损伤状态的数值模拟预报结果。3(a)为应力-应变曲线,3(b)为与其对应的单胞内各种损伤类型及数目随应变的增加而变化的情况。由图 3(a)及 3(b)的对比可见,应力-应变曲线的

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

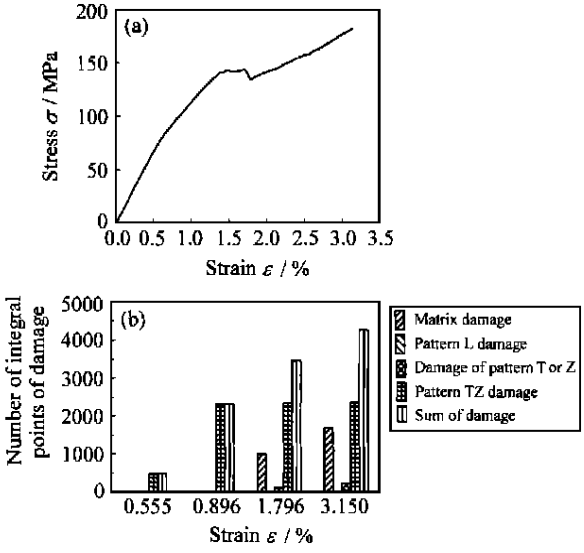

图 3 拉伸应力-应变曲线与损伤类型及数目

Fig. 3 The stress-strain curves and damage analysis

非线性行为与材料单胞内细观损伤的发生和发展直接相关, 细观损伤导致材料应力应变关系的非线性。由图 3(b) 可见, 单胞内总损伤数目随变形的增加而增加, 在应力应变曲线出现非线性的最初阶段, 纤维束的横向剪切型损伤首先得到发展, 然后趋于稳定, 当变形达到一定程度时, 基体材料开始发生损伤破坏。

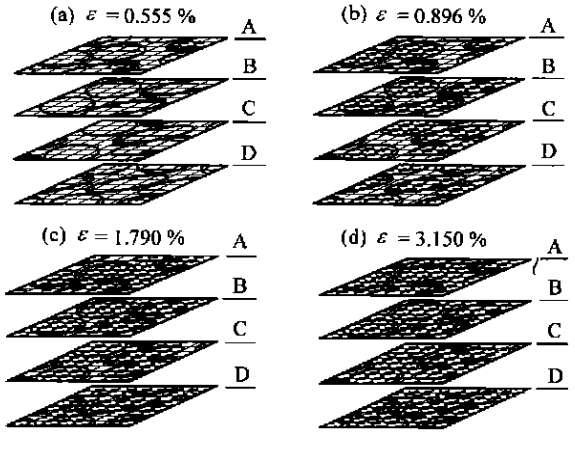

图 4 复合材料单胞内部损伤分布图

Fig. 4 The micro-mechanical damage analysis within the cell of the composites

图 4 为与图 3 (b) 相对应的各变形量下材料单胞内部损伤数值模拟结果。图中给出了材料单胞内沿四个剖面 A、B、C、D 的损伤分布情况, 四个剖面的坐标分别为: A 剖面, $z = 0.525 \times c$; B 剖面, $z = 0.650 \times c$; C 剖面, $z = 0.775 \times c$; D 剖面, $z = 0.900 \times c$。其中, 坐标系的选取如图 1 所示, z 向为沿编织方向, c 为材料单胞的 z 向尺寸。由图可见, 材料内部的细观损伤首先发生在纤维束并在纤维束内发展, 然后逐渐扩展到基体中。损伤的发生与发展具有区域化的特点。

复合材料本构关系的非线性行为及强度问题具有协同效应, 与材料的细观非均匀性、相材料的各种就位特性等密切相关。由以上结果可见, 本文中所建立的以细观损伤理论作为基础的数值模拟方法能够预报编织复合材料应力应变关系的非线性行为, 同时解释其非线性行为的机理。

4 结 束 语

从材料设计的思想出发, 引入Murakami 的几何损伤理论模拟纤维束的细观损伤行为, 将编织复合材料宏观力学性能与织物细观结构相联系, 建立了预报三维多向编织复合材料非线性本构行为的数值模拟方法, 通过模拟可以揭示此类材料内部细观损伤机制及损伤演化过程。通过计算机仿真技术, 可以进一步实现三维多向编织复合材料在细观编织结构及组分材料性能选取层次上的材料优化设计。结合实例模拟预报了碳/环氧三维四向编织复合材料的非线性本构行为, 并与实验结果进行了对比, 吻合较好。本文中所建立的方法, 为通过数值模拟与实验研究相结合预报三维多向编织复合材料的强度特性奠定了基础。但是, 由于复合材料强度预报问题的复杂性, 还需进行深入的理论与实验研究。

参 考 文 献

[1] Yang J M, Ma C L, Chou T W. Fiber inclination model of three dimensional textile structural composite [J]. *J Comp Mater*, 1986, 20: 472～483.

[2] Whitney T J, Chou T W. Modeling of 3-D angle-interlock textile structural composite [J]. *J Comp Mater*, 1989, 23: 890～911.

[3] Hatta H. Elastic moduli and thermal expansion coefficients of three dimensional fabric composites [J]. *Journal of the Japan Society for Composites Materials*, 1988, 14(2): 73～80.

[4] Ma C L, Yang J M, Chou T W. Elastic stiffness of three-dimensional textile structural composite [C]. In: Composite Materials: Testing and Design (Seventh Conference). Philadelphia: American Society for Testing Materials, 1986. 402～421.

[5] 吴德龙, 郝兆平. 五向编织结构复合材料的分析模型 [J]. 宇航学报, 1993, 14(3): 40～51.

[6] Ishikawa T, Chou T W. Nonlinear behavior of woven fabric

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

composites [J]. *J Comp Mater*, 1983, 17(5): 393～413.

[7] Nagai K, Yokoyama A. The study of analytical method for three-dimensional composite materials [J]. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers* (*A*), 1992, 58 (11): 2099- 2013; 1994, 60(2): 514～519.

[8] 庞宝君, 杜善义, 韩杰才. 三维四向编织复合材料细观组织及分析模型 [J]. 复合材料学报, 1999, 16(3): 135～139.

[9] 庞宝君, 杜善义, 等. 见: 党嘉立, 主编: 世纪之交复合材料的现状与发展 [M]. 湖南: 湖南科技出版社, 1998. 517～521.

[10] Murakami S, Ohno N. A creep damage tensor for microscopic cavities [J]. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers* (*A*), 1980, 46: 940～946.

[11] Hoffman O. The brittle strength of orthotropic materials [J]. *J of Comp Mater*, 1967: 200～206.

[12] 周 履, 范赋群. 复合材料力学. 北京: 高等教育出版社, 1991. 220～229.

[13] 庞宝君. 三维多向编织复合材料力学性能预报与优化设计研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1997.

[14] 庞宝君, 杜善义, 韩杰才. 三维四向编织复合材料实验研究. 复合材料学报, 1999, 16(4): 136～141.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net