复合材料学报 第17卷 第2期 5月 2000年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol 17 No. 2 May 2000

文章编号: 1000-3851(2000)02-0060-06

残余应力对复合材料弹-塑性变形的影响

胡更开, 黄国良
(北京理工大学 应用力学系, 北京 100081)

摘 要: 从细观力学的角度给出了分析残余应力对一般复合材料塑性性能影响的一种解析方法, 该方法基于应力二阶矩的割线模量法及 Ponte Castaneda 和 Willis 给出的弹性细观模型。有残余应力时, 所提的细观解析模型能够同时考虑纤维形状, 体积百分比, 纤维取向及纤维的分布对复合材料变形的影响。计算结果表明, 残余应力的存在会引起复合材料拉压变形的不对称, 材料宏观的拉压硬化曲线又与复合材料的细观结构参数密切相关。对单向复合材料, 本文作者对其等效割线热膨胀系数, 拉压应力-应变曲线的有限元分析结果与给出的细观解析模型定量吻合。

关键词: 残余应力; 复合材料; 细观力学; 弹塑性
中图分类号: TB330.1 **文献标识码**: A

INFLUENCE OF RESIDUAL STRESS ON ELASTIC-PLASTIC DEFORMATION OF COMPOSITE MATERIALS

HU Geng-kai, HUANG Guo-liang
(Department of Applied Mechanics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Abstract: A micro-mechanical method is proposed to account for the influence of thermal residual stress on elastic-plastic deformation of composites. The method is based on the secant modulim method with second order stress moment and the elastic micro-mechanical method proposed by Ponte Castaneda and Willis. This model can account for the influence of volume fraction, shape, orientation, and distribution of inclusions on macroscopic properties of composites with or without thermal stress. Finite element calculations are also carried out for unidirectional composites and compared with the proposed model.

Key words: residual stress; composite materials; micro-mechanics; elasto-plasticity

在金属基复合材料制造过程中, 由于温度的变化和热膨胀系数的差异, 会导致复合材料残余应力的存在。这样的残余应力常常会引起材料性能发生变化: 如材料拉压变形的不对称, 在界面处产生塑性变形, 以及复合材料微裂纹的萌生等现象。因此前人在残余应力对复合材料弹塑性能的影响方面做了许多工作[1~5], 但这些工作大都研究纤维单向分布材料, 而有关对纤维具有平面或空间取向时残余应力的影响研究较少。最近 Hu 和 Weng[6] 证明对纤维具有平面或空间取向的复合材料, Mori-Tanaka 模型[7] 所对应的微结构分布无法通过 Ponte Castaneda 和 Willis 给出的方法实现[8]。为此在研究纤维具有取向分布的复合材料性能时需要发展新的细观力学模型。本文将以 Hu 和 Weng[5] 给出的方法为基础, 结合 Ponte Castaneda 和 Willis[8] 对复合材料等效模量预测的方法, 来分析纤维取向, 分布及温度变化对复合材料塑性变形及热膨胀系数的影响。最后本文的模型还将与有限元计算结果进行比较。

1 理论分析

1.1 复合材料等效热弹性性能

考虑一复合材料代表体积单元(Representative Volume Element, 或用 RVE 表示), 它是由基体和椭球型夹杂构成。设基体的刚度张量为 L_0, 夹杂为 L_r ($r=1,\ldots,N$), 对应的体积百分比为 c_r。基体和夹杂的应力-温度张量分别用 $\underline{\underline{l}}_0$, $\underline{\underline{l}}_r$ 表示($r=1,\ldots,N$)。在温度变化 θ 作用下, 各相材料的本构为 $\underline{\underline{\sigma}}_r=$

收稿日期: 1998-09-02; 收修改稿日期: 1998-11-16
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 19802003)
作者介绍: 胡更开(1964), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 从事复合材料细观力学研究。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$L_r : \epsilon - \underline{\underline{l}}_r \theta$, 显然有 $\underline{\underline{l}}_r = L_r : \underline{\underline{\alpha}}_r$, $\underline{\underline{\alpha}}_r$ 为第 r 相材料的热膨胀系数张量($r = 0, 1, \ldots, N$)。在本文分析中黑体表示 4 阶张量, $\underline{\underline{d}}$ 表示 2 阶张量, $\underline{d}$ 表示向量。

作用在复合材料代表体积单元的宏观外载为 $\underline{\underline{E}}$, 温度变化为 θ, 根据 Willis[9], 采用基体为比较材料, 这时局部本构为

$$\underline{\underline{\sigma}} = L_0 : \underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{l}}_0 \theta - \tau \tag{1}$$

τ 为应力偏差量(stress polarization), 它的控制方程为[9]

$$(L - L_0)^{-1} : \underline{\underline{\tau}} + \int_{V_E} \Gamma^0(\underline{x}, \underline{x}') : \underline{\underline{\tau}}(\underline{x}') \mathrm{d}\underline{x}' = \underline{\underline{E}} - (L - L_0)^{-1} : (\underline{\underline{l}} - \underline{\underline{l}}_0)\theta \tag{2}$$

其中 $\Gamma^0(\underline{x}, \underline{x}')$ 为无限大基体 L_0 中 Green 函数的二阶导数。根据 Ponte Castaneda 和 Willis[8] 提出的细观力学方法, 对式(2)在第 r 相夹杂内求平均并假设夹杂的分布满足椭球型对称, 这样有:

$$[(L_r - L_0)^{-1} + P_i^r] : \underline{\underline{\tau}}^r - \sum_{s=1}^{N} c_s P_d^{rs} : \underline{\underline{\tau}}^s = \underline{\underline{E}} - (L_r - L_0)^{-1} : (\underline{\underline{l}}_r - \underline{\underline{l}}_0)\theta \tag{3}$$

式中 $P_i^r = \int_{\Omega^r} \Gamma^0(\underline{x}, \underline{x}') \mathrm{d}\underline{x}', \underline{x} \in \Omega^r$ 及 $P_d^{rs} = \int_{\Omega_d^{rs}} \Gamma^0(\underline{x}, \underline{x}') \mathrm{d}\underline{x}', \underline{x} \in \Omega_d^{rs}$。$\Omega^r$ 为 r 夹杂所占的区域。如果夹杂分布的二阶关联函数可表示为 $P^{r|s}(\underline{z}'') = \varphi_{rs}(\underline{\underline{Z}}^{rs} : \underline{z}'')$, $P^{r|s}(\underline{z}'')$ 为在 $\underline{z}'$ 处有夹杂 s, 在 $\underline{z}$ 处夹杂 r 的几率, 而 $\underline{z}'' = \underline{z} - \underline{z}'$。这时 $\Omega_d^{rs} = \{\underline{x} : |\underline{\underline{Z}}^{rs} : \underline{x}|^2 < 1\}$, 在 Ω_d^{rs} 域内 $P^{r|s}(\underline{z}'') = 0$。由于二阶关联函数的性质要求 $P_d^{rs} = P_d^{sr}$。

为了简化分析令 $P_d^{rs} = P_d$, $T^r = [(L_r - L_0)^{-1} + P_i^r]^{-1}$, 由式(3)得: $\sum_{r=1}^{N} c_r \underline{\underline{\tau}}^r = [I - \sum_{r=1}^{N} c_r T^r P_d]^{-1} [\sum_{r=1}^{N} c_r T^r] : \underline{\underline{E}} - [I - \sum_{r=1}^{N} c_r T^r P_d]^{-1} [\sum_{r=1}^{N} c_r T^r (L_r - L_0)^{-1} : (\underline{\underline{l}}_r - \underline{\underline{l}}_0)]\theta$。这样复合材料的等效热弹性性能可由 $\sum = L_0 : \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{l}}_0 \theta + \sum_{r=1}^{N} c_r \underline{\underline{\tau}}^r$ 得到:

$$L_{PCW} = L_0 + \left[I - \sum_{r=1}^{N} c_r T^r P_d\right]^{-1} \left[\sum_{r=1}^{N} c_r T^r\right] \tag{4}$$

$$\underline{\underline{l}}_{PCW} = \underline{\underline{l}}_0 + \left[I - \sum_{r=1}^{N} c_r T^r P_d\right]^{-1} \left[\sum_{r=1}^{N} c_r T^r (L_r - L_0)^{-1} : (\underline{\underline{l}}_r - \underline{\underline{l}}_0)\right] \tag{5}$$

对于以下研究的两相复合材料(各相材料为各向同性), 基体仍为 $L_0(M_0)$ 和 $\underline{\underline{l}}_0$, 夹杂为 $L_1(M_1)$ 和 $\underline{\underline{l}}_1$。$c_1$ 为夹杂的体积百分比。它们在空间的分布可为单向, 平面任意取向或空间任意取向。这样式(4, 5)又可以表示为

$$L_{PCW} = L_0 + c_1[I - c_1 \langle T^1 \rangle P_d]^{-1} \langle T^1 \rangle \tag{6}$$

$$\underline{\underline{l}}_{PCW} = \underline{\underline{l}}_0 + c_1[I - c_1 \langle T^1 \rangle P_d]^{-1} \langle T^1 (L_1 - L_0)^{-1} : (\underline{\underline{l}}_1 - \underline{\underline{l}}_0) \rangle \tag{7}$$

$\langle \cdot \rangle$ 表示某量的角度平均。显然对单向复合材料, 式(7)与 Laws[10] 的结果一致。即:

$$\underline{\underline{l}}_{PCW} = \underline{\underline{l}}_0 + (L_{PCW} - L_0)(L_1 - L_0)^{-1} : (\underline{\underline{l}}_1 - \underline{\underline{l}}_0) \tag{8}$$

对于本文所研究的各向同性材料, 式(7)中的角度平均只作用于 T^1, 因此对纤维具有单向、平面任意取向或空间任意取向时, 式(8)仍然成立。

纤维和基体中的平均应力可通过复合材料和各相材料的本构关系求得。根据定义有

$$\sum = (1 - c_1)\underline{\underline{\sigma}}_0 + c_1 \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_1, \quad \underline{\underline{E}} = (1 - c_1)\underline{\underline{\epsilon}}_0 + c_1 \langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle_1 \tag{9}$$

再利用 $\underline{\underline{E}} = M_{PCW} : \sum + \underline{\underline{\alpha}}_{PCW}\theta$, $\underline{\underline{\epsilon}} = M_0 : \underline{\underline{\sigma}}_0 + \underline{\underline{\alpha}}_0\theta$ 及 $\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle_1 = M_1 : \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_1 + \underline{\underline{\alpha}}_1\theta$, 得纤维中的平均应力:

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_1 = \frac{1}{c_1}[M_1 - M_0]^{-1}[M_{PCW} - M_0] : \sum + \frac{1}{c_1}[M_1 - M_0]^{-1} : [\underline{\underline{\alpha}}_{PCW} - c_1\underline{\underline{\alpha}}_1 - (1 - c_1)\underline{\underline{\alpha}}_0]\theta = Q : \sum + \underline{\underline{R}}\theta \tag{10}$$

这里 $M_{PCW} = L_{PCW}^{-1}$, $\underline{\underline{\alpha}}_{PCW} = M_{PCW} : \underline{\underline{l}}_{PCW}$。这样复合材料的模量及热膨胀系数可利用式(6, 8)来计算, 细观结构分布的影响可通过张量 P_d 来体现。为了与一般细观力学中的 Eshelby 张量建立联系, 可以利用 Weng[11] 给出的结果: $P_i^1 = SL_0^{-1}$, $P_d = S_d L_0^{-1}$, 其中 S, S_d 为 Eshelby 张量, 它们分别与椭球域夹杂 Ω 及其描述其分布的椭球域 Ω_d 的长细比 w, w_d 及基体模量有关。对于各向同性基体, 它们具有简单的解析表达(见文献[12])。

1.2 基体等效应力及割线模量法

本文将利用应力二阶矩理论[5, 13, 14]来计算复合材料基体的平均等效应力。利用文献[5]的结果, 复

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

合材料在外载 Σ 及温度变化 θ 作用下, 基于二阶矩理论的基体平均等效应力为:

$$\sigma_{\mathrm{eff}}^2 = \Sigma : \left[- \frac{3\mu_0^2}{1 - c_1} \frac{\partial M_{\mathrm{PCW}}}{\partial \mu_0} \right] : \Sigma + \theta(\alpha_1 - \alpha_0) : \left[- \frac{6c_1\mu_0^2}{1 - c_1} \frac{\partial Q}{\partial \mu_0} \right] : \Sigma + (\alpha_1 - \alpha_0) : \left[- \frac{3c_1\mu_0^2}{1 - c_1} \frac{\partial R}{\partial \mu_0} \right] \theta^2$$

其中 μ_0, κ_0 为基体的剪切和体积模量。利用上述基体平均等效应力表达式, 纤维取向、分布及残余应力对复合材料屈服极限的影响即可进行分析。

当基体产生塑性变形时, 用割线模量法考虑其影响。假设基体的硬化规律符合幂次型 $\sigma_e = \sigma_y + h\epsilon_e^n$, σ_e, ϵ_e 为 von Mises 等效应力和等效塑性变形。基体的割线剪切和体积模量 μ_0^s, κ_0^s 分别可表示为(基体塑性不可压):

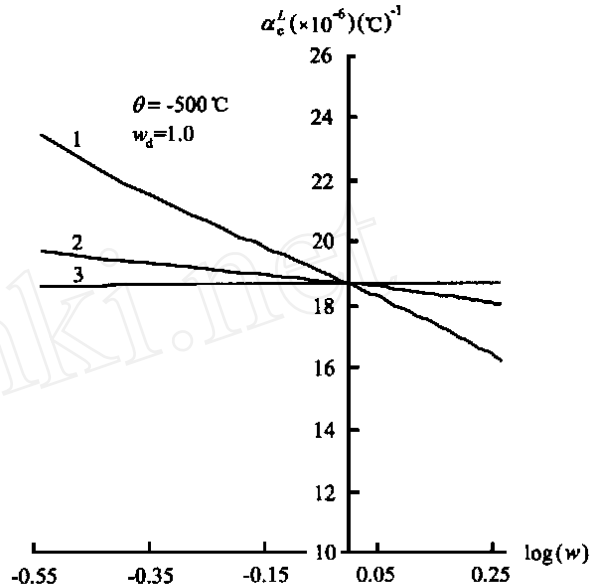
$$\mu_0^s = 1/(1/\mu_0 + 3\epsilon_e/(\sigma_y + h(\epsilon_e)^n)), \quad \kappa_0^s = \kappa_0 \qquad (11)$$

将前面的弹性分析中基体的模量 L_0 用割线模量 L_0^s 代替, 其中 Eshelby 张量也与 L_0^s 有关。经过这样处理, 复合材料塑性变形问题可转化为一系列弹性问题加以解决(详细割线模量法可见文献[15, 16])。在分析有残余应力影响时, 本文利用文献[5]给出的方法: 首先将温度变化所产生的残余应力场用夹杂内的弹性本征应变 ϵ^H 来等效, 此时基体的硬化关系为 $\sigma_e = \sigma_y + h(\epsilon_e^0 + \epsilon_e)^n$, 其中 ϵ_e^0 为由于温度变化而产生的基体初始等效塑性应变值。

2　数值应用

下面将上述模型具体用于分析一 SiC/Al 复合材料的弹塑性变形。夹杂的弹性常数为: $E_1 = 490$ GPa, $\nu_1 = 0.17$; 基体的材料常数为: $E_0 = 68.3$ GPa, $\nu_0 = 0.33$; $\sigma_y = 250$ MPa, $h = 577$ MPa, $n = 0.355$, $\alpha_0 = 21.6 \times 10^{-6}$/℃, $\alpha_1 = 3.8 \times 10^{-6}$/℃。在以下的分析中夹杂的体积百分比为 $c_1 = 15\%$。计算中平面和空间角度平均的算法可参看文献[17]。

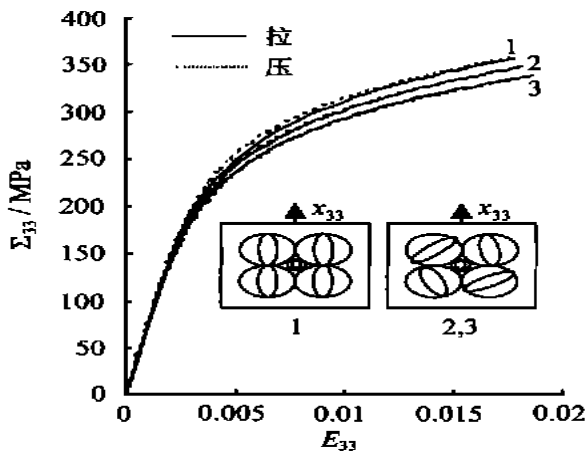
图 1 表示复合材料在 θ = -500℃时, 沿轴向(对单向材料指纤维方向, 对平面任意取向材料指面内)的割线热膨胀系数 α_e^L 与夹杂长细比的关系, 这里夹杂分布为各向同性, 即 $w_d = 1$。对于所研究的三种纤维取向, 即单向、平面任意取向和空间任意取向, 以 $w = 1$ 为分界线, 当 $w > 1$ 时, 单向复合材料的 α_e^L 最小, 空间任意取向材料最大; 当 $w < 1$ 时, 情况相反。



1——单向增强; 2——平面任意取向; 3——空间任意取向

图 1　θ = -500℃时复合材料割线热膨胀系数与夹杂长细比关系($w_d = 1$)

Fig. 1　Secant longitudinal thermal dilation of composite as function of inclusion's aspect ratio ($w_d = 1$)



1——单向增强; 2——平面任意取向; 3——空间任意取向

图 2　复合材料拉压应力-应变曲线与纤维取向的关系($w_d = 1$, $w = 2$)

Fig. 2　Stress and strain relations of the composites as function of fiber's orientation (θ = -500℃, $w_d = 1$, $w = 2$)

图 2 给出了在 θ = -500℃下, 纤维分布为 $w_d = 1$ 及纤维长细比 $w = 2$ 时, 纤维取向分别为单向、平面任意取向和空间任意取向时, 复合材料沿轴向的拉伸和压缩应力-应变曲线。对于单向和平面任意取向复合材料的压缩曲线要高于拉伸曲线。空间任意取向材料, 拉压应力-应变曲线相差很小, 拉伸曲线略高于压缩曲线。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

图 3 给出了单向复合材料, 纤维分布为: $w_d = 1$ 时, 纤维长细比分别为 $w = 2$, $w = 1$, $w = 0.25$ 时, 复合材料拉压应力-应变曲线。对于 $w = 0.25$, 复合材料拉压曲线相差最大, 且拉伸曲线高于压缩曲线; 对于球形夹杂复合材料, 拉伸略高于压缩, 这一点与实验观测相符[18]。

值得一提的是, 由于 Ponte Castaneda 和 Willis 给出的方法, 假设夹杂满足椭球型对称条件, 要求描述夹杂分布的椭球域 Ω_d 要填满整个复合材料代表单元, 这样大大限制了夹杂长细比可取范围。具体讨论可参见文献[6, 8]。

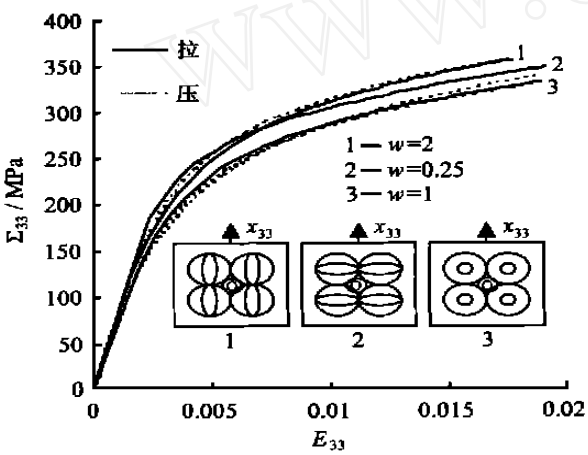


图 3 纤维长细比对复合材料拉压性能的影响($w_d = 1$)

Fig. 3 Influence of fiber's aspect ratio on stress and strain curves in tension and compression of composites($w_d = 1$)

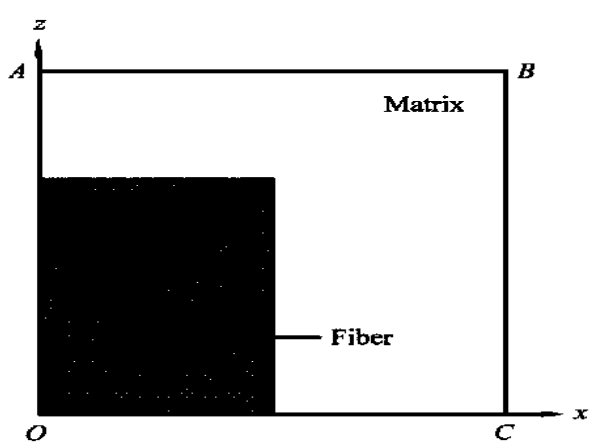


图 4 有限元模型

Fig. 4 Finite element model

为了将本文分析结果与有限元计算结果进行比较, 下面研究单向复合材料, 且描述纤维分布的椭球域 Ω_d 与纤维形状 Ω 一致(在该情况下本文分析与 Mori-Tanaka 方法一致[6, 11]), 其他材料常数不变。在有限元分析中, 纤维假设为周期分布, 这样在有限元分析中即可取 1/4 胞体进行分析(图 4)。在 $x = 0$, $z = 0$ 处采用对称边界条件, BC 边采用周期性边界条件(见文献[19])。在温度载荷时, AB 边变形保持水平, 宏观外载是通过在 AB 边施加位移来实现。加载采取增量方式。首先采取增量方式使温度载荷为 $\theta = -500$℃, 然后在 AB 边以增量方式加位移载荷。这样, 整个周期单元沿 z 方向的应力-应变关系即为单向复合材料的应力-应变关系, 这里应力是指沿 AB 边上的平均应力。有限元计算采用大型通用程序 ANSYS 进行。

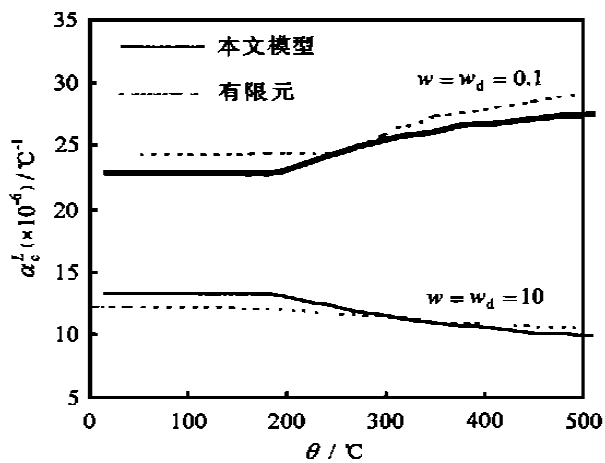


图 5 单向复合材料割线热膨胀系数与温度的关系及与有限元的比较

Fig. 5 Comparison between secant longitudinal thermal expansion predicted by the present model and finite element method for aligned composite

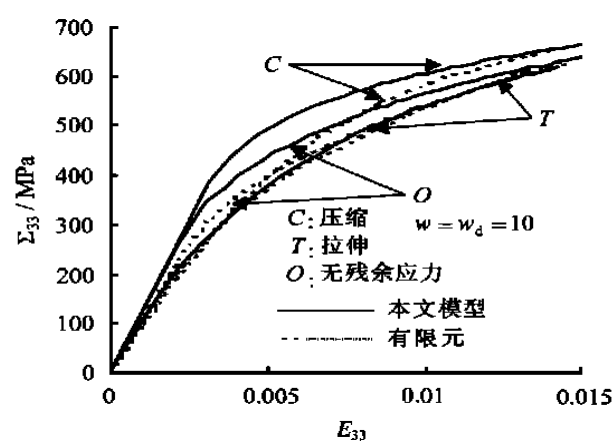
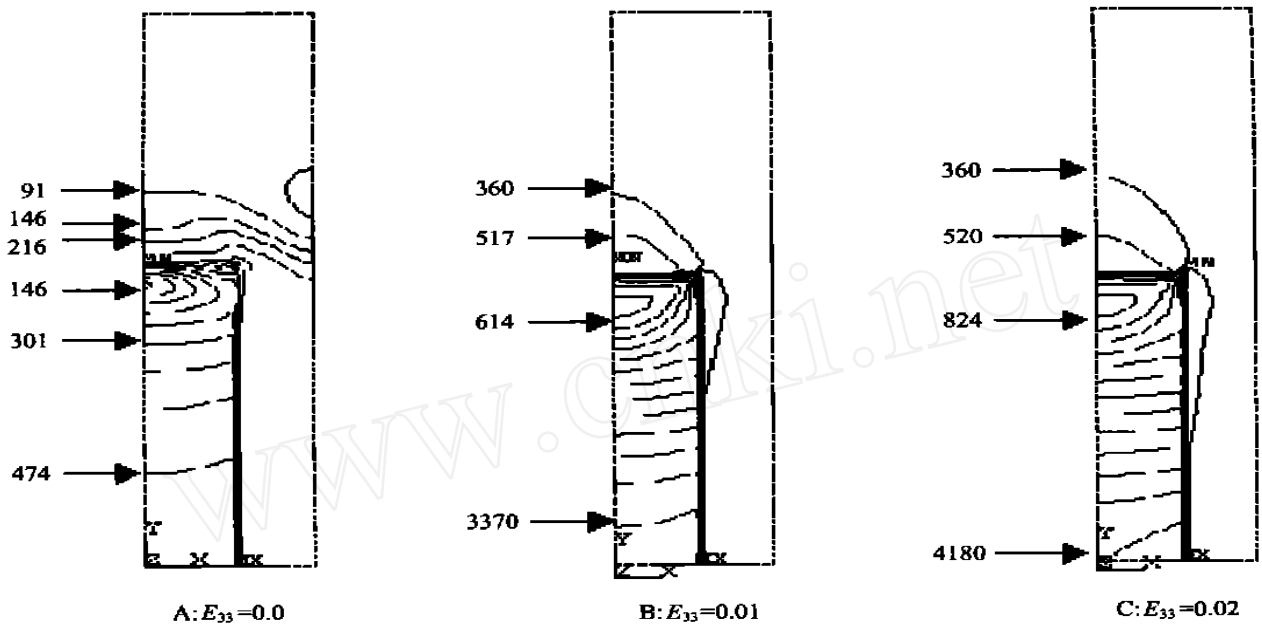


图 6 单向复合材料在有无残余应力下拉压曲线与有限元计算的比较

Fig. 6 Comparison between stress and strain curves in tension and compression predicted by the present model and finite element method for aligned composites with and without thermal stress

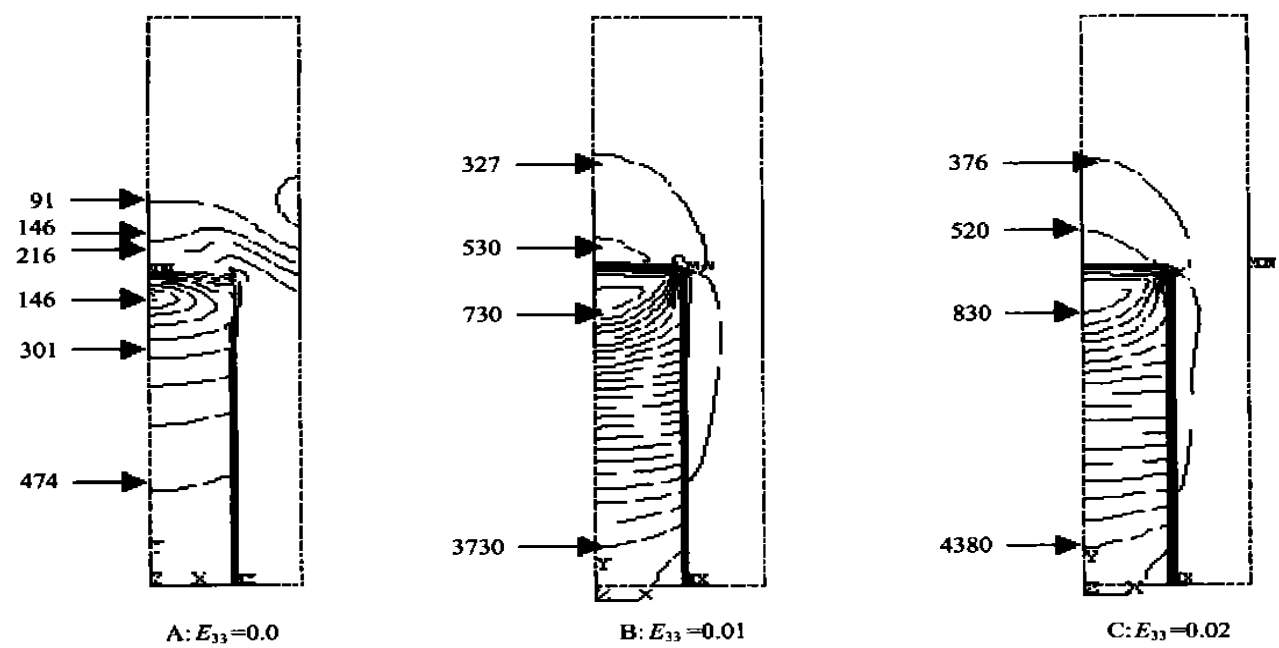
© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



A: temperature drop θ= - 500℃;　B: tensile strain 1%; C: tensile strain 2%

图 7　复合材料在拉伸载荷下等效应力等值线图

Fig. 7　Iso-value diagrams of von Mises stress for composite in tension



A: temperature drop θ= - 500℃;　B: compressive strain 1%; C: compressive strain 2%

图 8　复合材料在压缩载荷下等效应力等值线图

Fig. 8　Iso-value diagrams of von Mises stress for composite in compression

图 5 表示夹杂的长细比为 10, 0.1 时, 单向复合材料沿纤维方向的割线热膨胀系数 α_c 与降温的关系及与有限元结果的比较。当 w = 0.1 时, α_c 要大于基体的热膨胀系数, 当基体进入塑性后复合材料的割线热膨胀系数增大; 对 w = 10 时, 情况正好相反。图 6 表示复合材料(w = 10)有和无残余应力时的拉压应力-应变关系。当没有温度残余应力时, 复合材料的拉压曲线一致, 当温度残余应力存在时, 复合材料的压缩曲线高于没有残余应力的硬化曲线, 而复合材料拉伸曲线则低于无残余应力情况。随着变形

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

的增加, 复合材料拉压曲线趋于一致。本文的解析和数值结果与文献[20]的数值结果定量一致。复合材料这些宏观现象来源于有残余应力时拉压载荷对基体塑性变形的影响, 从比较的结果可以看出本文模型计算结果与有限元结果定量吻合。

图 7、图 8 分别给出了复合材料有温度残余应力时, 对应拉压情况下等效应力的等值线图。图 7A, 8A 中只有温度载荷时的等值线图, 可以看出降温后, 在基体和夹杂的交界处已产生塑性变形, 在夹杂角点处有应力集中。随着复合材料拉应变的增大(图 7B, 7C), 夹杂物顶端附近基体和纤维交界处塑性区增大, 而纤维的侧边附近交界处产生应力松弛。对于压应变时, 情况与拉应变时相似(图 8B, 8C), 只是变化程度要大于拉应变情况。图 7, 8 也表明了复合材料基体的塑性变形是极不均匀, 而解析解模型中假设基体的塑性变形为均匀。但总的来讲本文所提出的模型能够反映残余应力对复合材料宏观弹塑性性能的影响。

最后还应指出的是, 本文计算中假设材料的力学性能不受温度变化的影响, 在实际中, 基体材料的模量和强度将会随着温度的升高而降低。因此降温后, 实际基体的塑性区及塑性变形要比本文预测的结果大, 为此上述模型还需进一步完善来考虑上述因素的影响。

3 结 论

根据应力二阶矩理论及 Ponte Castaneda 和 Willis 的对复合材料等效模量预测的方法, 本文给出了分析热残余应力对一般复合材料塑性变形影响的一种解析方法。该方法既能考虑纤维取向, 同时又能分析纤维分布的影响。计算结果表明, 复合材料的细观结构明显地影响着其宏观性能及残余应力的效果。对单向复合材料的等效割线热膨胀系数及纤维增强型复合材料拉压应力-应变曲线的预测与有限元计算定量吻合。

致 谢: 作者感谢 ANSYS 公司赠送 ANSYS 有限元软件大学版

参 考 文 献

[1] Shibata S, Taya M, Mori T, Mura T. Dislocation punching from spherical inclusions in a metal matrix composite[J]. *Acta Metall Mater*, 1992, 40: 3141～3148.

[2] Arsenault R J, Taya M. Thermal residual stress in metal matrix composite[J]. *Acta Metall Mater*, 1987, 35: 651～659.

[3] Withers P J, Stobbs W M, Pederson O B. The application of the Eshelby method of internal stress determination for short fiber metal matrix composites[J]. *Acta Metall Mater*, 1989, 37: 2061～2084.

[4] Ramakrishnan N. An analytical study on strengthening of particulate reinforced metal matrix composites[J]. *Acta Metall Mater*, 1996, 44: 69～77.

[5] Hu G K, Weng G J. Influence of thermal residual stresses on the composite macroscopic behavior[J]. *Mechanics of Materials*, 1998, 27: 229～240.

[6] Hu G K, Weng G J. Some reflections on the Mori-Tanaka and Ponte Casdaneda-Willis methods with randomly oriented ellipsoidal inclusion[J]. *Acta Mechanica*, 2000, 140: 31～40.

[7] Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting dislocation[J]. *Acta Metall Mater*, 1973, 21: 571～574.

[8] Ponte Castaneda P, Willis J R. The effect of spatial distribution on the effective behavior of composite and cracked media[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1995, 43: 1919～1951.

[9] Willis J R. Variational and related methods for the overall properties of composite[J]. *Adv Appl Mech*, 1981, 21: 1～78.

[10] Laws N. On the thermostatics of composite materials[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1973, 21: 9～17.

[11] Weng G J. Explicit evaluation of Willis bounds with ellipsoidal inclusions[J]. *Int J Engng Sci*, 1990, 30: 83～92.

[12] Mura T. Micromechanics of defects in solids[M]. 2nd ed. Martinus Nijhoff, Dordrecht 1987.

[13] Hu G K. A method of plasticity for general aligned spheroidal void or fiber reinforced composites[J]. *Int Journal of Plasticity*, 1996, 12: 439～449.

[14] Hu G K. Composite plasticity based on second order stress moment[J]. *Int J Sol Struc*, 1997, 34: 1007～1015.

[15] Berveiller M, Zaoui A. An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1979, 26: 325～344.

[16] Tandon G P, Weng G J. A theory of particle-reinforced plasticity[J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55: 126～135.

[17] 胡更开, 侯静春. 复合材料宏观性能细观预测[J]. 北京理工大学学报, 1995, 15: 265～270.

[18] Corbin S F, Wilkinson D S, Embury J D. The Bauschinger effect in a particulate reinforced Al alloy[J]. *Mater Sci Engng*, 1996, A207: 1～11.

[19] Llorca J, Martin A, Ruiz J, Elices M. Particulate fracture during deformation of a spray formed metal matrix composite[J]. *Metal Trans*, 1993, A24: 1575～1588.

[20] Dutta I, Sims J D, Seigenthaler D M. An analytical study of residual stress effects on uniaxial deformation of whisker reinforced metal-matrix composites[J]. *Acta metall Mater*, 1993, 41: 885～908.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net