第 16 卷 第 1 期 复 合 材 料 学 报 Vol 16 No. 1
1999 年 2 月 ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA February 1999

智能复合材料宏细观力学性能的理论预测与数值分析

杨庆生 孙艳丰
(北方交通大学土木工程系, 北京 100044)

摘 要 利用理论和数值方法研究了形状记忆合金增强复合材料的宏细观力学性; 能预测复合材料的宏观本构列式和弹性基体约束下的形状记忆合金的相变特性。建立了宏观性能参量与细观相变过程的联系。一维变形状态下的数值结果表明智能复合材料仍然具有形状记忆效应和拟弹性特性, 但受到组分材料的性能比、体分比和环境变量等参数的显著影响。

关键词 智能复合材料, 形状记忆效应, 相变, 夹杂, 本构关系
中图分类号 TB33, O356

智能复合材料是将具有感知(Sensing)功能和驱动(Actuating)功能的材料元件, 如形状记忆合金丝或颗粒埋入到基体材料中, 制成具有分布式传感器和驱动器的一种新型材料。智能复合材料也可以看作一种广义的自适应结构。自适应结构不仅在现代航空航天技术中占有重要的地位, 而且在土木、机械工程、仪器仪表、微电子和医疗器械等领域也具有广阔的应用前景[1]。

目前对智能复合材料的研究主要针对其结构的自适应特性, 例如振动特性的主动控制、强度自适应与外形控制等[2, 3, 4]。但是, 研究这些特性必须以理解材料的本构性能为基础。文献[5]利用 Eshelby 的等效夹杂原理与 Mori-Tanaka 的平均场理论, 导出了智能复合材料在一般应力状态下的宏观应力-应变关系。文献[6]给出了考虑热效应的宏观本构列式。本文针对更一般的变形状态导出复合材料的宏观性能和细观应力场, 分析了弹性基体约束下的形状记忆合金的相变特性, 并给出单轴应力状态下的数值分析结果。

1 组分材料的性能

智能复合材料一般可看成由基体和夹杂两相材料组成。假设基体材料为线弹性, 其应力-应变关系由 Hook 定律给出:

$$\sigma^{(0)} = D_0 \epsilon^{(0)} \tag{1.1}$$

式中用上角标(0)表示基体。D_0 是基体材料的弹性刚度阵。夹杂材料是具有形状记忆效应和拟弹性特性的形状记忆合金, 其热力学本构关系已经由许多作者从不同角度进行研究过。夹杂的应力-应变关系表示为:

$$\sigma^{(1)} = D_1 (\epsilon^{(1)} - \epsilon^{s}) \tag{1.2}$$

式中 $\epsilon^{(1)}$ 为总应变, 上角标(1)表示夹杂。D_1 是夹杂材料的弹性刚度阵, 其大小可根据混合律由

收修改稿、初稿日期: 1997-10-20, 1997-07-07

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

母相与马氏体材料的刚度加权平均计算。ϵ^s 为夹杂的热应变与相变应变之和。总应变 $\epsilon^{(1)}$ 可表示为弹性应变 ϵ^e、热应变 ϵ^t 及相变应变 ϵ^p 之和:

$$\epsilon^{(1)} = \epsilon^e + \epsilon^t + \epsilon^p \tag{1.3}$$

其中 $\epsilon^e = D_1^{-1}\sigma^{(1)}$, $\epsilon^t = \Theta\Delta T$, $\epsilon^p = D_1^{-1}\Omega\Delta\xi$, Θ 和 Ω 是热和相变系数, ΔT 是温差, ξ 是马氏体含量, $\Delta\xi$ 是马氏体变差。由于热应变远小于相变应变, 在以下的推导中设定 ϵ^s 中只含有 ϵ^p 一项而不计入 ϵ^t。

形状记忆合金在一般应力状态下的相变运动方程与相变条件, 可由一维热力学本构关系[7]的推广用下列公式表示, 对于马氏体相变($A \to M$):

$$\xi = 1/2(1 - \xi_A)\cos[a_M(T - M_f) + b_M\bar{\sigma}] + 1/2(1 + \xi_A) \tag{1.4}$$

$$C_M(T - M_f) - \pi/|b_M| \le \bar{\sigma} \le C_M(T - M_f) \tag{1.5}$$

对逆相变($M \to A$):

$$\xi = 1/2\xi_M\{\cos[a_A(T - A_s) + b_A\bar{\sigma}] + 1\} \tag{1.6}$$

$$C_A(T - A_s) - \pi/|b_A| \le \bar{\sigma} \le C_A(T - A_s) \tag{1.7}$$

其中 $\bar{\sigma}$ 是等效应力, M_f 是马氏体相变结束时的温度, A_s 是逆相变开始时的温度; a_A、a_M、C_A、C_M 是材料参数, ξ_M 和 ξ_A 分别是 $M \to A$ 相变和 $A \to M$ 相变开始时的马氏体含量。而常数 $b_A = -a_A/C_A$, $b_M = -a_M/C_M$。当相变在母相状态($\xi = 0$)时, 假设其相变应变 ϵ^p 等于0, 则在马氏体状态($\xi = 1$)时, 相变应变达到其最大值:

$$\epsilon^p_{max} = \Omega D_1^{-1} \tag{1.8}$$

在单轴状态下上述公式即退化为一维状态下的结果[7], 图1～3给出了这些公式的一维数值曲线, 所使用的材料常数列于表1中。

表1 SMA 的材料常数(NiTi)

Table 1 Material constants of SMA (NiTi)

E_M/GPa	E_A/GPa	Ω	M_s	M_f	A_s	A_f	C_M	C_A
24.1	75.9	-700	16	-20	38	74	2.5	2.5

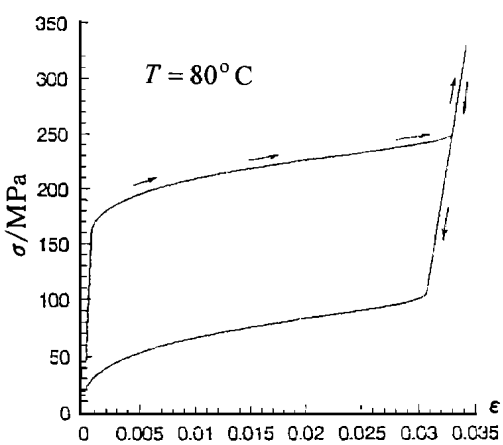

图1 SMA 的拟弹性特性

Fig. 1 Pseudoelastic behavior of SMA

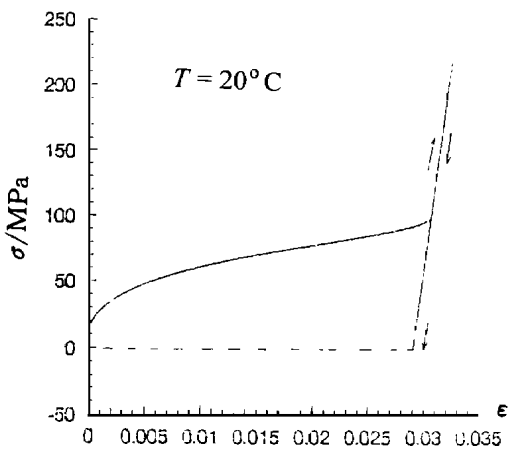

图2 SMA 的形状记忆效应

Fig. 2 Shape memory effect of SMA

2 宏观本构列式

假设智能复合材料中的形状记忆合金(夹杂)具有椭球形状, 其边界方程为

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

$$\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}+\frac{z_1^2}{b^2}=1 \qquad (2.1)$$

其中 a, b 分别为椭球的长、短半轴。当 $a=b$ 时, 为球形颗粒; 当 $a/b\to\infty$ 时, 为无限长纤维; a/b 的有限值定义了一般短纤维的形状。

在均匀外力场(宏观应力) σ 的作用下, 均匀基体内的应变 $\bar{\epsilon}$ 为:

$$\bar{\epsilon}=D_0^{-1}\sigma \qquad (2.2)$$

由于夹杂的存在, 基体内的实际应变为 $\epsilon^{(0)}=\bar{\epsilon}+\tilde{\epsilon}$, 而夹杂内的应变不同于基体内的应变, 相差 ϵ', 即夹杂内的应变为 $\epsilon^{(1)}=\bar{\epsilon}+\tilde{\epsilon}+\epsilon'$。这样, 方程(1.1)和(1.2)变为:

$$\sigma^{(1)}=D_1(\bar{\epsilon}+\tilde{\epsilon}+\epsilon'-\epsilon^s) \qquad (2.3)$$

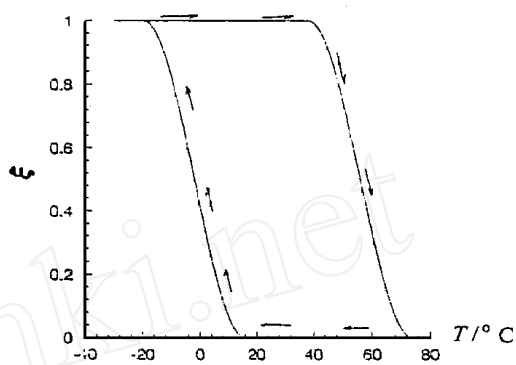

图3　马氏体含量与温度的关系

Fig. 3　Relation between martinsite fracture and temperature

$$\sigma^{(0)}=D_0(\bar{\epsilon}+\tilde{\epsilon}) \qquad (2.4)$$

夹杂内的应力场 $\sigma^{(1)}$ 可根据 Eshelby[8] 的等效夹杂原理求出:

$$\sigma^{(1)}=D_1(\bar{\epsilon}+\tilde{\epsilon}+\epsilon'-\epsilon^s)=D_0(\bar{\epsilon}+\tilde{\epsilon}+\epsilon'-\epsilon^*) \qquad (2.5)$$

其中 ϵ^* 为特征应变, 并且存在下列关系:

$$\epsilon'=S\epsilon^* \qquad (2.6)$$

这里的 S 是 Eshelby 张量, 它仅与夹杂的形状和基体的材料性质有关。复合材料的宏观应力和宏观应变可根据 Mori-Tanaka[8] 的平均场理论用细观应力和应变分别表示为:

$$\sigma=c_0\sigma^{(0)}+c_1\sigma^{(1)} \qquad (2.7)$$

$$\epsilon=c_0\epsilon^{(0)}+c_1\epsilon^{(1)} \qquad (2.8)$$

其中 $c_1, c_0(=1-c_1)$ 为夹杂和基体的体积比。将(2.4)和(2.5)代入到(2.7)中, 并利用(2.2)式得到:

$$\tilde{\epsilon}=c_1(\epsilon^*-\epsilon') \qquad (2.9)$$

由方程(2.5), (2.6)和(2.9)可解出 ϵ^*, ϵ' 及 $\tilde{\epsilon}$ 如下:

$$\epsilon^*=H\epsilon^s-G\sigma \qquad (2.10)$$

$$\epsilon'=S(H\epsilon^s-G\sigma) \qquad (2.11)$$

$$\tilde{\epsilon}=c_1(I-S)(H\epsilon^s-G\sigma) \qquad (2.12)$$

其中 $H=L^{-1}D_1, G=L^{-1}\Delta D D_0^{-1}$, 并且 $L=c_0\Delta D S+\bar{D}, \bar{D}=c_1D_1+c_0D_0, \Delta D=D_1-D_0$。再由方程(2.2), (2.7)和(2.8)可得复合材料的宏观应力-应变关系:

$$\epsilon=D^{-1}\sigma+c_1H\epsilon^s \qquad (2.13)$$

其中 $D^{-1}=D_0^{-1}-c_1G$。在公式(2.13)中的右边第一项表示平均弹性应变, D 称为复合材料的有效刚度, 第二项表示复合材料的非弹性应变。当 $\epsilon^s=0$ 时, (2.13)式简化为弹性异性夹杂问题的解[9]。由方程(2.5)可求出夹杂内的应力:

$$\sigma^{(1)}=(I-c_0A)\sigma+c_0E\epsilon^s \qquad (2.14)$$

并且　$A=D_0(S-I)G$,　$E=D_0(S-I)H$。

其中 I 为单位矩阵。利用方程(2.9)还可以写出基体内平均残余应力[10]:

$$\bar{\sigma}_R=D_0\tilde{\epsilon}=c_1(A\sigma-E\epsilon^s) \qquad (2.15)$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

3 夹杂相变运动方程

作为夹杂的形状记忆合金在发生相变时会受到周围基体的约束, 其相变运动方程及相变条件与自由状态不同。夹杂所受的应力(方程(2 14))实际上是形状记忆合金在相变过程中所受到的约束力, 它与当前的相变应变有关[5, 6]。当相变处于母相状态即初始状态时, 假设 $\epsilon^s = 0$, 当相变完全处于马氏体状态即结束状态时, 假设为 $\epsilon^s = \epsilon^s_{max}$。这样, 约束相变的运动方程与起止条件可写成如下形式, 对马氏体相变:

$$\xi = \frac{1}{2}(1 - \xi_A)\cos\left[a_M(T - M_f) + \sqrt{\frac{3}{2}}b_M(\sigma^{(1)\prime}R\sigma^{(1)})^{1/2}\right] + \frac{1}{2}(1 + \xi_A)$$

$$C_M(T - M_f) - \frac{\pi}{|b_M|} \le \sqrt{\frac{3}{2}}[\sigma^{(1)\prime}R\sigma^{(1)}]^{1/2} \le C_M(T - M_f) \tag{3 1}$$

对于逆相变:

$$\xi = \frac{1}{2}(1 - \xi_M)\left\{\cos\left[a_A(T - A_s) + \sqrt{\frac{3}{2}}b_A(\sigma^{(1)\prime}R\sigma^{(1)})^{1/2}\right] + 1\right\}$$

$$C_A(T - A_s) - \frac{\pi}{|b_A|} \le \sqrt{\frac{3}{2}}[\sigma^{(1)\prime}R\sigma^{(1)}]^{1/2} \le C_A(T - A_s) \tag{3 2}$$

其中 $R = \begin{bmatrix} R_1 & O \\ O & I \end{bmatrix}$, R_1 为3×3对称矩阵, $R_{11} = R_{22} = R_{33} = 2/3$, $R_{12} = R_{13} = R_{23} = -1/3$, R 有以下性质:

$$R'R = R^2 = R \tag{3 3}$$

在单轴加载条件下, 宏观应力 σ 只有分量 $\sigma_{11} = \sigma_0$ 不为零, 但由于周围基体的约束, 夹杂仍然处于复杂应力状态。在这种情况下, 可由(2 13)计算出沿荷载方向的宏观应变, 从而得到复合材料的单轴应力-应变关系。

4 数值结果分析

利用表1中给出的材料数据和单轴加载条件, 首先利用(2 14)计算出夹杂内的应力, 再根据(3 1)或(3 2)得到相变应变, 然后由(2 13)可以得到复合材料的单轴应力-应变曲线。由于相变应变 ϵ^s 与所受外力 σ 相关, 所以要求一个迭代格式才能得到数值结果。

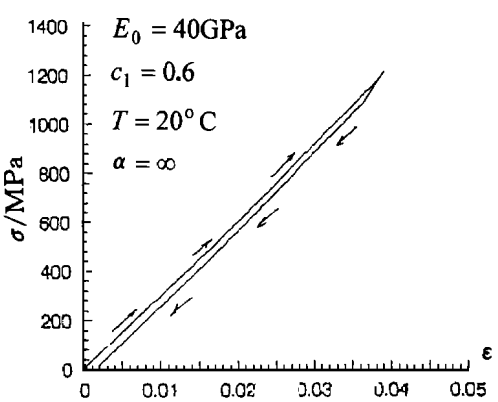

图4 复合材料的应力-应变曲线 (形状记忆效应)

Fig. 4 Stress-strain curves of composite (shape memory effect)

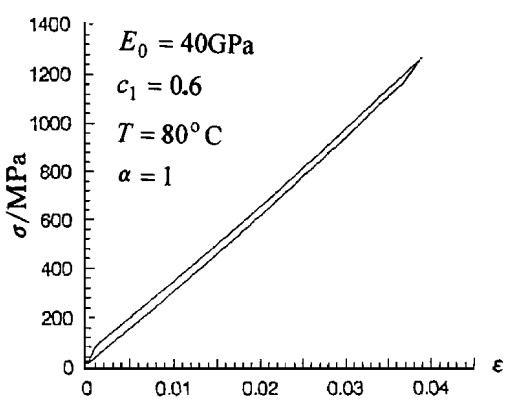

图5 复合材料的应力-应变曲线 (拟弹性行为)

Fig. 5 Stress-strain curves of composite (pseudoelastic behavior)

图4和图5是不同温度下加载卸载的应力应变曲线, 图4中的温度 $T = 20$ 低于奥氏体结束

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n

温度A_f, 经加载卸载之后存在一定的残余变形, 该残余变形经过加热后可消失, 因而出现形状记忆效应。而温度 $T > A_f$ 时, 复合材料卸载之后变形能完全恢复, 呈现伪弹性(图5)。这与形状记忆合金具有相同的变形特征。但由于基体的约束作用, 该残余应变远小于纯夹杂材料的值(如图2)。尽管基体材料的刚度不是很大(介于奥氏体与马氏体材料之间), 但相变导致的变形非线性已明显地减弱。可以预见, 随着基体刚度逐渐变大, 相变的影响将越来越弱。值得注意的是, 本文为了展示复合材料的相变效应, 施加了很大的外力, 这有可能超过材料的强度而使材料破坏, 在实验中可能难以得到这样的循环曲线。

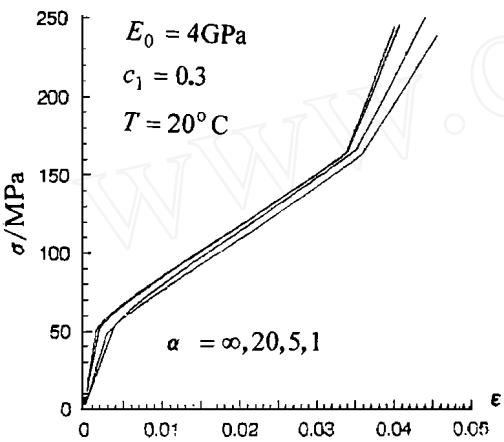

图6　SMA 的形状对复合材料性能的影响

Fig. 6　Influence of SMA shape on constitutive relations of composite

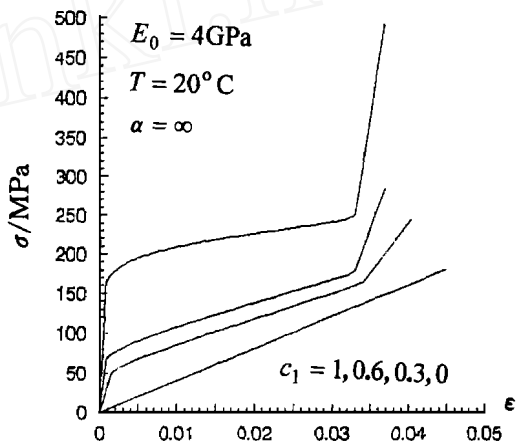

图7　SMA 的含量对复合材料性能的影响

Fig. 7　Influence of SMA content on constitutive relations of composite

取夹杂的形状参数(长径比)α、夹杂的体分比 c_1 是变化的, 分别考虑这两个参数对总体应力-应变关系的影响。为了突出相变的效应, 这里取更软的基体材料(E_0= 4GPa, 相当于工程上通常使用的树脂基体)。图6是 α= ∞, 20, 5, 1的计算曲线, 其中 α= ∞和1分别表示连续丝和球形颗粒形状记忆合金增强的复合材料。从中可以看出夹杂形状对复合材料变形有一定影响, 但整个变形过程基本相似。图7是在不同体分比下的连续纤维复合材料的应力-应变曲线。体分比对复合材料变形的应力总水平和相变起止应力是一个敏感的影响参数。只有高体分比的智能复合材料才能展示出明显的相变效应, 亦即形状记忆效应或伪弹性特征, 这一结论与文献[11]的实验结论相吻合。

5　结　　论

本文从理论上预测了智能复合材料的本构列式与相变条件, 并给出一维加载状态下的数值结果, 可得到如下研究结论:

(1) 智能复合材料展示出形状记忆和伪弹性性质, 其相变与纯形状记忆合金的相变明显不同。

(2) 基体材料性能、温度、体分比参数均对智能复合材料的变形和相变过程有显著的影响, 而夹杂形状参数的影响较小。

(3) 埋在基体中的形状记忆合金的相变过程受到基体材料的弹性约束, 其约束程度受到基体材料性能的显著影响。基体材料的刚度越大, 细观相变过程将会越微弱。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.n

参 考 文 献

1 Takagi T. A concept of intelligent materials. *J Intell Mater Syst and Struct*, 1990, 1: 149～156

2 Gandhi M V, Tompson B S. Smart Materials and Structures, Chapman and Hall, London, 1992

3 Rogers C A, Barker D K. Experimental studies of active strain energy tuning of adaptive composites. *AIAA*-90-1086-CP, 2234～2241

4 孙国钧, 茅人杰. 机敏材料和机敏结构的研究进展. 见: 王震鸣等主编. 复合材料及其结构的力学进展: 第四册. 武汉工业大学出版社, 1994

5 Yang Qingsheng. Mechanical behavior of smart composites. *Proc ICAM*'96, Beijing, 1996

6 Yang Qingsheng. Thermomechanical properties of smart composites. *Acta Solida Mechanica Sinica*, 1996, (4): 357～363

7 Liang C, Rogers C A. One dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory alloys. *J Intell Mater Syst and Struct*, 1990, 1: 207～233

8 Mura T. Micromechanics of defeat in solids. 2nd ed, Martins Nijhoff, 1987

9 Chou T W. A self-consistent approach to the elastic stiffness of short fiber composites. *J of Comp Matel*, 1980, 14: 178～185

10 Yamada Y. Strengthening of metal matrix composite by shape memory effect. *Materials Transactions JIM*, 1993, 34(3): 254～260

11 Furuya Y. Enhanced mechanical properties of TiNi shape memory fiber/Al matrix composite. *Material Transactions JIM*, 1993, 34(3): 224～227

THEORETICAL PREDICTION AND NUMERICAL ANALYSIS OF MACRO- AND MICRO-MECHANICAL BEHAVIOR OF SMART COMPOSITES

Yang Qingsheng Sun Yanfeng

(Dept. of Civil Engineering, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract The macro- and micro-mechanical behavior of smart composite materials reinforced by SMA was described by an analytical and numerical approach. The constitutive relations of the composite and dynamic equations of the SMA transformation were predicted. The numerical results in the uniaxial loading case illustrate the transformation mechanism of SMA under elastic matrix constraint and shape memory effect of the composites. It is shown that properties of the composite are considerably influenced by shape memory effect of SMA as well as the constituent properties, fraction and environment variable such as temperature.

Key words smart composites, shape memory effect, transformation, inclusions, constitutive relation

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.n