复合材料学报 Acta Materiae Compositae Sinica
第25卷 第4期 8月 2008年
Vol. 25 No. 4 August 2008

文章编号：1000-3851(2008)04-0193-05

帘线在肘形芯模上的缠绕模型

帅长庚*，何 琳
（海军工程大学 振动与噪声研究所，武汉 430033）

摘 要： 设计了帘线在肘形芯模上的缠绕模式，推导出帘线在肘形芯模上的缠绕轨迹微分方程，采用自适应步长四阶 Runge-Kutta 数值方法得到微分方程的数值解。理论分析结果表明：直管段缠绕时，如果芯模对中良好，即芯模轴线与纱盘旋转中心重合，则帘线缠绕角是一常数，若芯模与纱盘未对中，则帘线缠绕角是一个变化值；弯管段缠绕时，帘线缠绕角始终是一个变化值，在弯管的两个侧面出现极值，这与实际缠绕角线形基本一致。

关键词： 缠绕；数学模型；肘形；芯模
中图分类号： TB332 **文献标志码：** A

Model of cord winding on the elbow mandrel

SHUAI Changgeng*，HE Lin
(Institute of Noise and Vibration, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: A winding mode on the elbow mandrel was designed. The differential equation of the cord thread winding locus on the elbow mandrel was derived and solved numerically by means of fourth-order Runge-Kutta numerical procedure with the self-adapting step length. The theoretical and experimental results indicate that the winding angle of the cord on the straight part of the elbow mandrel is constant if the axis of mandrel coincides with the rotating center of the yarn tray. If the axis of mandrel departs from the rotating center of the yarn tray, the winding angle is variable. When the cord thread winds on the curved part of the elbow mandrel, the winding angle is always variable and reaches its extreme value on its both sides, which is consistent with experimental results.

Keywords: winding; mathematical model; elbow; mandrel

船舶管路系统中传递的振动和噪声是主要的噪声源之一，直接影响到船舶的舒适性和隐身性[1-2]。此外，船舶在承受水下冲击作用时，管路系统上的设备因冲击作用会产生较大的瞬时位移，严重时会引起管系破损[3-4]。因此，有必要对船舶管路系统采取有效的减振、抗冲措施。目前，挠性接管应用技术是最有效的控制方法之一，调研结果表明，国内现有可供选用的挠性接管产品主要有普通橡胶软管、PXG 型平衡式橡胶减振接管、金属波纹管及双球形减振接管等[1]，这些挠性接管普遍存在减振性能差、位移补偿能力小等缺点，难以满足新型船舶对隐身性、安全性提出的更高要求，迫切需要研制新的减振性能优、位移补偿能力强的高性能管路减振元器件。

文献[5]提出了一种新型高性能管系减振元件——肘形挠性接管，如图 1 所示。它包括 2 部分：肘形橡胶软管和金属接头，其中，肘形橡胶软管包括内胶层、骨架层和外胶层，真正对管路起减振降噪和位移补偿作用的是肘形橡胶软管。肘形橡胶软管由于其特有的 90°弯曲结构，与直管相比具有更大的柔性，它不仅能改变管线的方向，而且可通过黏弹性变形吸收系统中因热膨胀等因素产生的力和弯矩，对管路同时实现三个方向的振动隔离及位移补偿。肘形挠性接管的整体性能主要由肘形橡胶软管结构性能所决定。文献[6]从理论上研究了肘形橡胶软管内压作用下的平衡性能，推导出骨架材料帘线的平衡角，为肘形橡胶软管的平衡性设计提供了理论依据。文献[5-6]并未对这种肘形橡胶软管中骨架帘线的缠绕模型进行深入研究。

直胶管属于对称回转体，其骨架层缠绕成型技

收稿日期： 2007-08-23；**收修改稿日期：** 2008-03-12
通讯作者： 帅长庚，博士，讲师，主要从事振动与噪声控制技术研究 E-mail：chgshuai@163.com

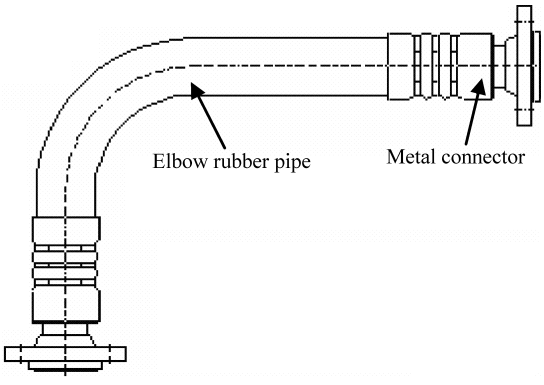


图 1　肘形挠性接管结构示意图

Fig. 1　Configuration of flexible pipe bend

术目前已经非常成熟[7]，肘形橡胶软管是一种呈“L”型的帘线缠绕增强异型软管，为非旋转对称体，其骨架帘线缠绕轨迹没有旋转对称性，帘线在芯模两端往返的每一条轨迹都必须计算，因而比对称回转体缠绕复杂得多。文献[8-9]给出了纤维在一般曲面上的纤维稳定缠绕数学模型和具体实现方式，并对 90°弯曲无直管段芯模缠绕进行了仿真，本文中研究的肘形芯模是带两直管段的“L”型结构，上述缠绕模型和实现方式不能满足其成型工艺要求。

1　缠绕模式

骨架帘线在肘形芯模上的缠绕模式如图 2 所示。图中纱盘一直作旋转运动，肘形芯模首先从 A 点开始直线上升，当 B 点运动至纱盘中心时，芯模顺时针偏转 90°，C 点运动至纱盘中心，此时芯模又开始直线上升，当 D 点升至纱盘中心时，芯模开始下降，与前过程相反，最终 A 点回到纱盘中心，如此完成一个周期，整个运动过程，肘形芯模轴线始终保持在纱盘中心。

2　直管段缠绕模型分析

直管段曲面上曲线的测地曲率可表示为

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} = \frac{d\alpha}{d\varphi}\frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\alpha}{d\varphi}\frac{\sin\alpha}{R} \tag{1}$$

直管段帘线缠绕如图 3 所示。点 D 为吐丝嘴，点 D 所在的圆为吐丝嘴的运动轨迹，点 O_3 为该圆的圆心，$O_1O_3=e$，O_1O_3 与 X 轴的角度为 β。点 B 为落纱点，DB 为帘线。设管径为 R，丝嘴的旋转半径为 R'，$O_1O_2=h$，O_2B 与 X 轴的夹角为 φ，O_3D 与 X 轴的夹角为 ϕ。在图示的坐标系内，点

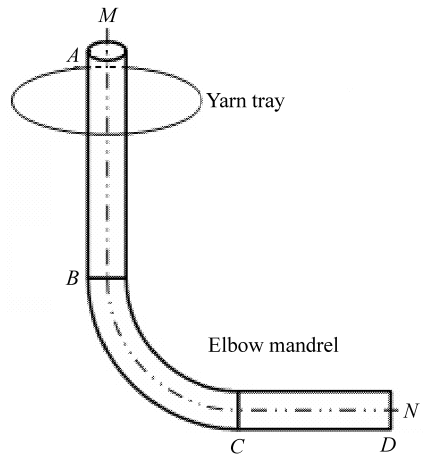


图 2　骨架帘线在肘形芯模上的缠绕模式示意图

Fig. 2　Winding mode of cord thread on elbow mandrel

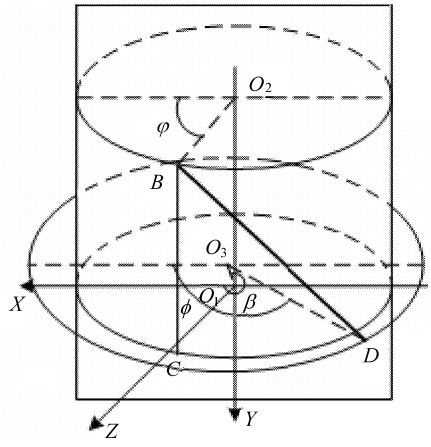


图 3　直管段帘线缠绕示意图

Fig. 3　Winding model of cord on straight part of elbow mandrel

O_3 的坐标为（$e\cos\beta$，0，$e\sin\beta$），D 点坐标变为（$R'\cos\phi+e\cos\beta$，0，$R'\sin\phi+e\sin\beta$），向量 $\boldsymbol{DB}$ 为（$R'\cos\phi+e\cos\beta-R\cos\varphi$，$h$，$R'\sin\phi+e\sin\beta-R\sin\varphi$），向量 $\boldsymbol{BO_2}$ 为（$R\cos\varphi$，0，$R\sin\varphi$），向量 $\boldsymbol{DB}\perp\boldsymbol{BO_2}$，满足

$$\boldsymbol{DB}\cdot\boldsymbol{BO_2}=0 \tag{2}$$

即满足

$$(R'\cos\phi+e\cos\beta)\cos\varphi+(R'\sin\phi+e\sin\beta)\sin\varphi=R \tag{3}$$

令

$$\lambda_1=R'\cos\phi+e\cos\beta;\quad \lambda_2=R'\sin\phi+e\sin\beta \tag{4}$$

$$\lambda_2\cos\varphi-\lambda_1\sin\varphi=k \tag{5}$$

由此可得直管段帘线缠绕角可表示为

$$\tan\alpha = \frac{R\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}y}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\phi} = \frac{R'\sin\phi(R\lambda_1 + k\lambda_2) - R'\cos\phi(R\lambda_2 - k\lambda_1)}{k(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)}\frac{R\omega}{u} \tag{6}$$

式中：ω 为纱盘的旋转角速度；u 为芯模的升降速度。

（1）当 $e=0$ 时，即芯模轴线与纱盘旋转中心重合，不出现偏心，式(6)可简化为

$$\tan\alpha = \frac{R\omega}{u} \tag{7}$$

此时帘线缠绕角满足

$$k_g = 0 \tag{8}$$

即帘线缠绕为测地线缠绕，式(7)即为直管段帘线测地线缠绕轨迹方程。

（2）当 $e\neq 0$ 时，即芯模轴线与纱盘旋转中心不重合，出现偏心，显然此时

$$k_g \neq 0 \tag{9}$$

即帘线缠绕为非测地线缠绕，式(6)即为直管段帘线非测地线缠绕轨迹方程，帘线缠绕角 α 与芯模半径 R、丝嘴的偏转半径 R'、丝嘴偏转位置 ϕ、芯模的偏心位置 e、β 等有关。

3 弯管段缠绕模型分析

弯管段曲面上曲线的测地曲率可表示为

$$k_g = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}\varphi}\frac{\sin\alpha}{R} + \frac{\sin\varphi\cos\alpha}{r + R\cos\varphi} \tag{10}$$

设弯曲半径为 r，管径为 R，丝嘴旋转半径为 R'，弯管段帘线缠绕如图 4 所示，点 D 为吐丝嘴，点 D 所在的圆为吐丝嘴的运动轨迹，点 O_3 为该圆的圆心，$O_1O_3=e$，为丝嘴的偏心距，O_1O_3 与 X 轴的角度 β，为丝嘴的偏心角度。丝嘴 D 转动了 $\mathrm{d}\phi$ 角到达点 D'，落纱点则从点 A 移动到点 B'，此时芯模偏转了 $\mathrm{d}\theta$ 角，落纱点旋转了 $\mathrm{d}\varphi$ 角，线段 AB' 即为帘线的缠绕轨迹，点 B 为丝嘴在 D 点位置时的落纱点，B 点坐标为$[(r+R\cos\varphi)\cos\delta,\ -(r+R\cos\varphi)\sin\delta,\ R\sin\varphi]$，$D$ 点坐标为$(r+R'\cos\phi+e\cos\beta,\ 0,\ R'\sin\phi+e\sin\beta)$，向量 $\boldsymbol{DB}$ 为$(r+R'\cos\phi+e\cos\beta-(r+R\cos\varphi)\cos\delta,\ (r+R\cos\varphi)\sin\delta,\ R'\sin\phi+e\sin\beta-R\sin\varphi)$，向量 $\boldsymbol{BO_2}$ 为$(R\cos\varphi\cos\delta,\ -R\cos\varphi\sin\delta,\ R\sin\varphi)$，向量 $\boldsymbol{DB}\perp\boldsymbol{BO_2}$，满足

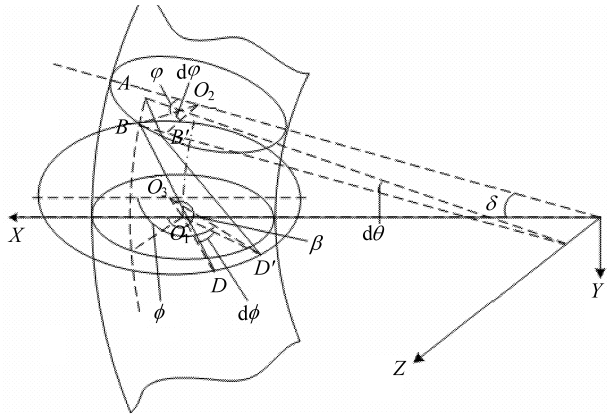


图 4 弯管段帘线缠绕示意图

Fig. 4 Winding model of cord on curved part of elbow mandrel

$$\boldsymbol{DB}\cdot\boldsymbol{BO_2} = 0 \tag{11}$$

即满足

$$\cos\delta = \frac{r\cos\varphi + R - (R'\sin\phi + e\sin\beta)\sin\varphi}{(r + R'\cos\phi + e\cos\beta)\cos\varphi} \tag{12}$$

B'点坐标为$\{[r+R\cos(\varphi+\mathrm{d}\varphi)]\cos\delta,\ -[r+R\cos(\varphi+\mathrm{d}\varphi)]\sin\delta,\ R\sin(\varphi+\mathrm{d}\varphi)\}$，$D'$点坐标为$[r+R'\cos(\phi+d\phi)+e\cos\beta,\ 0,\ R'\sin(\phi+\mathrm{d}\phi)+e\sin\beta]$，向量 $\boldsymbol{D'B'}$ 为$\{r+R'\cos(\phi+\mathrm{d}\phi)+e\cos\beta-[r+R\cos(\varphi+\mathrm{d}\varphi)]\cos\delta,\ [r+R\cos(\varphi+\mathrm{d}\varphi)]\sin\delta,\ R'\sin(\phi+\mathrm{d}\phi)+e\sin\beta-R\sin(\varphi+d\varphi)\}$，向量 $\boldsymbol{B'O_2}$ 为$[R\cos(\varphi+\mathrm{d}\varphi)\cos\delta,\ -R\cos(\varphi+\mathrm{d}\varphi)\sin\delta,\ R\sin(\varphi+\mathrm{d}\varphi)]$，向量 $\boldsymbol{D'B'}\perp\boldsymbol{B'O_2}$，满足

$$\boldsymbol{D'B'}\cdot\boldsymbol{B'O_2} = 0 \tag{13}$$

即满足

$$[r\cos\delta - r + R'\cos(\phi+\mathrm{d}\phi)\cos\delta + e\cos\beta\cos\delta]\times\cos(\varphi+\mathrm{d}\varphi) + [R'\sin(\phi+\mathrm{d}\varphi)+e\sin\beta]\sin(\varphi+\mathrm{d}\varphi) = R \tag{14}$$

由式(12)、式(14)可得

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\phi} = \frac{[-r\sin(\phi-\varphi)+R'\sin\varphi-R\sin\phi+e\cos(\beta-\phi)\sin\varphi]R'\cos\varphi}{(r+R'\cos\phi+e\cos\beta)(R\sin\varphi-R'\sin\phi-e\sin\beta)} \tag{15}$$

弯管段帘线缠绕角可表示为

$$\tan\alpha = \frac{R}{(r+R\cos\varphi)}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\phi}\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\theta} = \frac{k_e r\tan\alpha_0}{(r+R\cos\varphi)}\times\frac{[-r\sin(\phi-\varphi)+R'\sin\varphi-R\sin\phi+e\cos(\beta-\phi)\sin\varphi]R'\cos\varphi}{(r+R'\cos\phi+e\cos\beta)(R\sin\varphi-R'\sin\phi-e\sin\beta)} \tag{16}$$

式中：k_e 为帘线在肘形管弯管段缠绕系数；α_0 为直管段帘线缠绕角。

（1）当 $e=0$ 时，即芯模轴线与纱盘旋转中心重

合，不出现偏心，式(16)可简化为

$$\tan\alpha = \frac{k_e r \tan\alpha_0}{(r + R\cos\varphi)} \times \frac{[-r\sin(\phi-\varphi) + R'\sin\varphi - R\sin\phi]R'\cos\varphi}{(r + R'\cos\phi)(R\sin\varphi - R'\sin\phi)} \tag{17}$$

此时缠绕帘线的测地曲率 $k_g \neq 0$，即帘线缠绕为非测地线缠绕，式(17)即为未偏心情况下弯管段帘线非测地线缠绕轨迹方程。

(2) 当 $e \neq 0$ 时，即芯模轴线与纱盘旋转中心不重合，出现偏心，显然此时 $k_g \neq 0$，即帘线缠绕也为非测地线缠绕。

由此可见，帘线在肘形管芯模弯管段的缠绕均为非测地线缠绕，式(16)即为帘线在肘形管芯模弯管段的非测地线缠绕轨迹方程。

4　数值分析

一般情况下，芯模半径 R、丝嘴的偏转半径 R'、纱盘圆周角 ϕ、芯模的偏心位置 e、β 是已知的，要得到缠绕角与落纱点圆周角 φ 的关系，显然必须先得到式(15)微分方程的解。式(15)难以得到解析解，所以必须对其进行数值求解。本文中采用 Matlab 编写了自适应步长四阶 Runge－Kutta 数值方法对式(15)进行求解，可得到帘线在弯管段的非测地线缠绕轨迹，如图 5 所示。从图 5 可以看出：(1) 当直管段缠绕时，如果芯模对中良好，即芯模轴线与纱盘旋转中心重合，则帘线缠绕角是一常数，若芯模与纱盘未对中，则帘线缠绕角是一个变化值；(2) 当弯管段缠绕时，帘线缠绕角始终是一个变化值，在弯管的两个侧面出现极值。

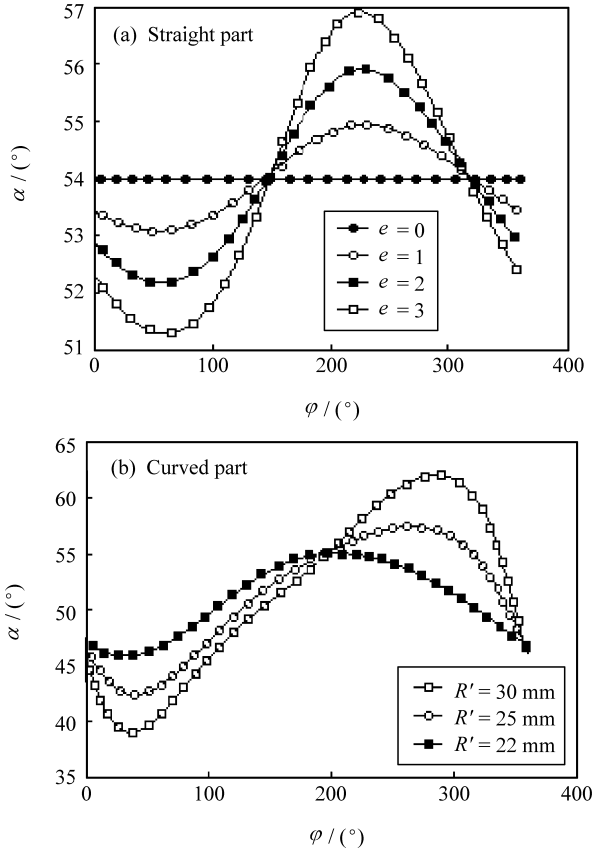


图 5　帘线在直管段和弯管段的缠绕轨迹示意图

Fig. 5　Cord winding locus on straight and curved parts of elbow mandrel

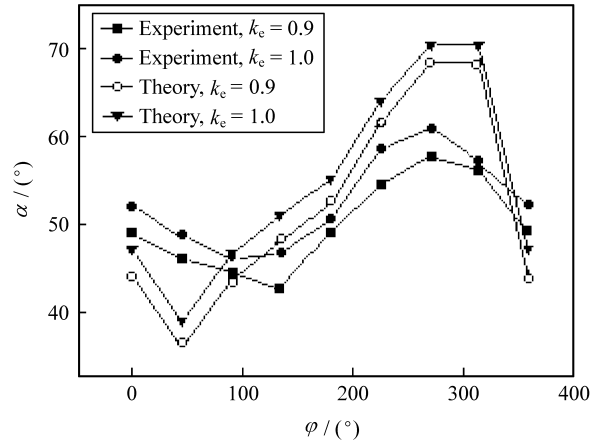


图 6　弯管段帘线理论缠绕角与实际缠绕角曲线

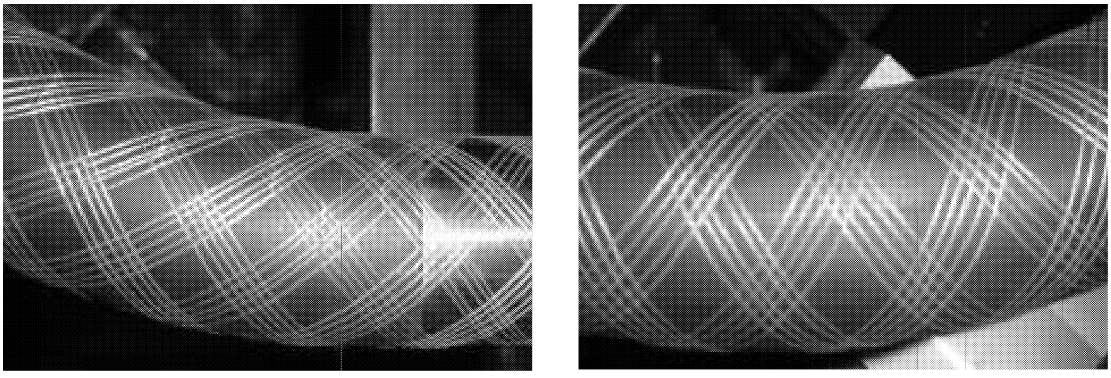
Fig. 6　Theoretical and experimental winding angles of cord on curved part of elbow mandrel

5　试　验

基于上述模型，设计加工了一台小型肘形管缠绕机样机。帘线在肘形芯模上的缠绕参数为：芯模的直径 32 mm，丝嘴至芯模的距离 20 mm，缠绕系数 k_e 分别为 0.9、1.0 时对应的缠绕角试验和理论结果如图 6 所示，实际缠绕线形如图 7 所示。对比图 6 中试验和理论帘线缠绕角曲线可知，理论缠绕角与实际缠绕角曲线基本一致，这说明帘线在肘形芯模上缠绕数学模型分析的正确性。但是实际缠绕线形与理论分析线形还是存在一定的误差，它们之间的误差可能是由帘线在实际缠绕过程中不能满足缠绕稳定性条件而出现的局部滑线造成的。

6　结　论

(1) 根据帘线在肘形挠性软管芯模上的实际缠



(a) Minimum at $\varphi = 0 \sim 180°$ (b) Maximum at $\varphi = 180 \sim 360°$

图 7 帘线在弯管段两侧缠绕角度示意图

Fig. 7 Winding angle of cord on both sides of curved part of elbow mandrel

绕过程，推导出帘线在肘形挠性软管芯模直管段和弯管段的缠绕轨迹方程。结果表明：直管段缠绕在不偏芯的情况下是测地线缠绕，其缠绕线型是最稳定的，偏芯时则为非测地线缠绕；弯管段缠绕始终为非测地线缠绕。

（2）当直管段缠绕时，如果芯模对中良好，即芯模轴线与纱盘旋转中心重合，则帘线缠绕角是一常数，若芯模与纱盘未对中，则帘线缠绕角是一个变化值；当弯管段缠绕时，帘线缠绕角始终是一个变化值，在弯管的两个侧面出现极值。

（3）设计了一台小型肘形管缠绕机对 DN32 肘形芯模进行了缠绕线形试验，试验结果表明，理论缠绕角与实际缠绕角曲线基本一致，这说明帘线在肘形芯模上缠绕的数学模型分析的正确性。

参考文献：

[1] 朱石坚，何 琳. 船舶减振降噪技术与工程设计 [M]. 北京：科学出版社，2002.

[2] Gorman D G，Zhang Y L，Reese J M. Vibration of a flexible pipe conveying viscous pulsating fluid flow [J]. Journal of Sound and Vibration，2000，230(2)：379-392.

[3] 顾文彬，冯 奇. 船舶管路系统弹性支承在冲击作用下的位置优化设计 [J]. 噪声与振动控制，2002，22(4)：3-6；34.
Gu Wenbin，Feng Qi. The position optimizing of ship pipe system support under shock excitation [J]. Noise and Vibration Control，2002，22(4)：3-6；34.

[4] 郭晋挺，司马灿，刘建湖，潘建强，崔维成. 舰艇管路系统的抗冲击性能弹性评估方法 [J]. 船舶力学，2004，8(4)：108-115.
Guo Jinting，Sima Can，Liu Jianhu，Pan Jianqiang，Cui Weicheng. An evaluation method for the anti-shock strength safety of shipboard pipelines in elastic domain [J]. Journal of Ship Mechanics，2004，8(4)：108-115.

[5] Shuai Changgeng，He Lin，Lü Zhiqiang. The development of studying flexible pipe bend reinforced by kevlar fibers [J]. Journal of Marine Science and Application，2003，2(2)：61-66.

[6] 帅长庚，何 琳，吕志强. 肘形挠性软管内压作用下的平衡特性研究 [J]. 机械工程学报，2005，41(5)：182-185.
Shuai Changgeng，He Lin，Lü Zhiqiang. A study on the equilibrium performance of rubber hose elbow subjected to inner pressure [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering，2005，41(5)：182-185.

[7] 李延林，吴宇方，翟祥国. 橡胶工业手册，第五分册 [M]. 北京：化学工业出版社，1990.
Li Yanlin，Wu Yufang，Zhai Xiangguo. Rubber industry handbook，part 5 [M]. Beijing：Chemical Industry Press，1990.

[8] Su Hongtao，Liang Youdong，Luo Gene. New generation computer controlled filament winding machines developed in China [C]// 44th International SAMPE Symposium and Exhibition. Long Beach，California，USA：Society for the Advancement of Material and Process Engineering，1999：216-226.

[9] 苏红涛. 一般曲面上纤维稳定缠绕的数学模型及其应用 [M]. 杭州：浙江大学出版社，2000：6-43.
Su Hongtao. Mathematical model of filament steady winding on general surface and its application [M]. Hangzhou：Zhejiang University Press，2000：6-43.