复 合 材 料 学 报　　第 18 卷　第 4 期　11 月　2001 年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA　　Vol. 18　No. 4　November　2001

文章编号: 1000-3851(2001) 04-0082-05

玻璃/环氧圆柱壳的冲击响应与稳定性分析

万志敏[1], 杜星文[1], 谢志民[2]
(1. 哈尔滨工业大学 复合材料研究所, 哈尔滨 150001; 2. 天津大学 材料学院, 天津 300072)

摘　要: 应用 Love 的壳体理论得到了非轴对称变形的复合材料圆柱壳的控制方程。对扰动状态的非轴对称变形, 位移函数采用复 Fourier 级数形式, 得到了 Mathieu 形的扰动方程, 由此给出了静态临界载荷和固有频率。本文中对层合壳在轴向冲击载荷下的动态稳定性研究考虑了几何非线性, 这是以往在该问题的研究中所未涉及的问题。研究表明, 考虑几何非线性得到的临界载荷较线性几何关系计算结果要高 5 % 左右。因此, 考虑几何非线性是必要的。

关键词: 复合材料圆柱壳; 冲击; 稳定性
中图分类号: TB330. 1　　文献标识码: A

IMPACT RESPONSE AND STABILITY ANALYSIS OF GLASS-EPOXY CYLINDRICAL SHELL

WAN Zhi-min[1], DU Xing-wen[1], XIE Zhi-min[2]
(1. Center for Composite Materials, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. School of Materials Science and Technology, Tianjin University. Tianjin 300072, China)

Abstract: Following Love s shell theory, the governing equations of the composite cylindrical shell associated with asymmetric deformation perturbance were obtained. By taking the displacement functions as complex Fourier series at the perturbed state, the perturbed motion equations were deduced to a set of Mathieu equations. Then the critical load and natural frequencies were calculated. Previous studies on dynamic stability of laminated shells had not taken into account the geometric nonlinearity which was considered in the present work. Numerical results showed that the critical load yielded by geometric nonlinearity was about 5 % higher than that given by geometric linearity.

Key words: composite cylindrical shell; impact; stability

复合材料圆柱壳受轴向冲击载荷作用经常会出现参数共振和动力失稳现象。这种共振导致的失稳使结构出现非稳态压缩破坏——即结构在压缩载荷的作用下突然发生倒塌破坏丧失承载能力。其后果是非常严重的。虽然复合材料结构的动力稳定性问题的重要性是众所周知的, 但由于该问题所涉及的因素较多, 问题的求解难度大, 因此在这一领域所取得的研究成果不多。固此, 该领域中有大量问题有待于研究和解决[1]。

动力稳定性问题不仅涉及到载荷的大小同时也涉及到作用载荷的激励频率, 当激励频率与系统振动的固有频率满足某种关系时, 小的激励产生大的响应——共振。动力稳定性理论的一个基本问题是研究载荷参数在何种条件下系统会发生这种共振, 即丧失稳定性。有关层合圆柱壳的稳定性问题, 一些学者从不同角度开展了相应的研究工作。Argento[2] 对夹支边界条件下的层合圆柱壳的参数共振问题进行了数值研究; Lam[3] 比较了四种壳理论(即 Donnell、Love、Sanders 和 Flugge 理论)下各向异性薄壳受周期载荷的稳定性, 讨论了长度半径比、壁厚半径比对壳体失稳区的影响; Matemilola 和 Stronge[4] 研究了复合材料圆柱壳的径向冲击响应。本文中重点研究轴向冲击载荷下玻璃/环氧圆柱壳的动态响应, 由动力学方程给出圆柱壳的临界屈曲载荷和固有频

收稿日期: 2000-02-29; 收修改稿日期: 2000-04-18
基金项目: 哈尔滨市基金资助项目(9971218004)
作者介绍: 万志敏(1955), 女, 教授, 主要从事复合材料力学等方面的研究。

率。本文的特点在于对复合材料层合壳在轴向冲击载荷下的动态稳定性研究考虑了几何非线性, 这是以往对该问题的研究中所未涉及的问题。研究表明, 考虑几何非线性得到的临界载荷较线性几何关系计算结果要高 5 % 左右。因此, 考虑几何非线性是必要的。

1 控制方程

1.1 物理方程

壳体坐标系如图 1, x、[、z 分别为轴向、周向和径向坐标。由经典层合理论得到用中面应变 X和曲率 i 表示的角铺层 [± T]$_n$ 圆柱壳中面内力 N 和内力矩 M 的关系, 即

$$\begin{matrix} N \\ M \end{matrix} = \begin{matrix} A & B & X \\ B & D & i \end{matrix} \tag{1}$$

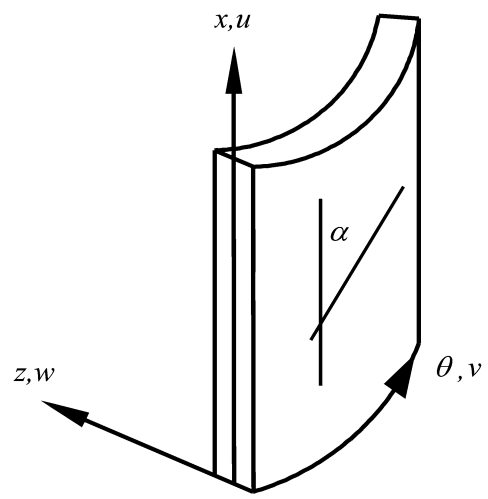

图 1 壳体坐标系

Fig. 1 Coordinate system

A、B、D 分别为拉伸刚度、耦合刚度和弯曲刚度矩阵。对于角铺层 [± T]$_n$ 的层合壳刚度为

$$\begin{aligned} A_{11,22,12,66} &= hQ_{11,22,12,66} \\ B_{16,26} &= -\frac{h^2}{4n}Q_{16,26} \\ D_{11,22,12,66} &= \frac{h^3}{12}Q_{11,22,12,66} \end{aligned} \tag{2}$$

其余刚度为零。式中 Q_{ij} 为坐标转换后的刚度, 见文献[5]。

1.2 几何非线性方程

圆柱壳的动态响应分为两部分, 扰动变形和非扰动变形, 其中非扰动变形是轴对称的, 而扰动态变形是非轴对称的, 从非扰动过程到扰动过程也就是从平衡态到非平衡态的过程, 本文在扰动态引入非线性几何关系。

圆柱壳无初始缺陷: 圆柱壳单层为关于轴向和周向正交各向异性材料; 圆柱壳的扰动状态变形是非轴对称的。假设圆柱壳在动力不稳定状态满足非线性几何关系

$$\begin{aligned} X &= \frac{Lu_t}{x} + \frac{1}{2}\left(\frac{w_t}{x}\right)^2 \\ X_{[} &= \frac{1}{R}\frac{v_t}{[} + \frac{w_t}{R} + \frac{1}{2R^2}\left(\frac{w_t}{[}\right)^2 \\ V_{x[} &= \frac{1}{R}\frac{Lu_t}{L[} + \frac{Lv_t}{Lx} + \frac{1}{R}\frac{Lw_t}{Lx}\frac{Lw_t}{L[} \\ i_x &= -\frac{5^2 w_t}{Lx^2} \\ i_{[} &= \frac{1}{R^2}\left(\frac{Lv_t}{L[} - \frac{5^2 w_t}{L[^2}\right) \\ i_{x[} &= \frac{2}{R}\left(\frac{Lv_t}{Lx} - \frac{5^2 w_t}{Lx\,L[}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

其中: $u_t = u_u + u$, $v_t = v_u + v$, $w_t = w_u + w$; 式中 u, v 和 w 分别为扰动状态的轴向、周向和径向位移分量, u_u, v_u, w_u 是非扰动态相应的位移分量。

1.3 边界条件

边界条件为 S2 简支边界条件; S2 简支的边界条件为

$$\begin{aligned} N_x(0) &= N_x(L) = N \\ M_x(0) &= M_x(L) = 0 \\ v(0) &= v(L) = 0 \\ w(0) &= w(L) = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

1.4 扰动态运动方程

轴向冲击载荷用一半余弦函数描述

$$N = N_0 + N_1\cos kt \qquad 0 \le t \le \pi(2k) \tag{6}$$

假定物体在扰动状态下承受的外载与在初始稳定状态下承受的外载是相同的, 即 $\Delta N = 0$。扰动状态满足的运动方程为

$$\begin{aligned} &\frac{LN_x}{Lx} + \frac{1}{R}\frac{LN_{x[}}{L[} = dh\frac{5^2 u_t}{Lt^2} \\ &\frac{LN_{x[}}{Lx} + \frac{1}{R}\frac{LN_{[}}{L[} + \frac{1}{R}\frac{LM_{x[}}{Lx} + \frac{1}{R^2}\frac{LM_{[}}{L[} = dh\frac{5^2 v_t}{Lt^2} \\ &\frac{5^2 M_x}{Lx^2} + \frac{2}{R}\frac{5^2 M_{x[}}{Lx\,L[} + \frac{1}{R^2}\frac{5^2 M_{[}}{L[^2} - \frac{N_{[}}{R} + N\frac{5^2 w_t}{Lx^2} = \\ &\quad dh\frac{5^2 w_t}{Lt^2} \end{aligned} \tag{7}$$

将物理方程、几何方程代入并忽略扰动位移的高次乘积项得到扰动方程

$$G_1\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+G_2\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2}+G_3\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+G_4\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial\theta}+G_5\frac{\partial^2 v}{\partial\theta^2}+G_6\frac{\partial w}{\partial x}-$$
$$3G_3\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial\theta}-G_5\frac{\partial^3 w}{\partial\theta^3}+G_1\frac{\partial w_u}{\partial x}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+G_2\frac{\partial w_u}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+$$
$$G_1\frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2}\frac{\partial w}{\partial x}=G_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2};$$
$$G_3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+G_4\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial\theta}+G_5\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2}+G_7\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+4G_9\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial\theta}+$$
$$G_8\frac{\partial^2 v}{\partial\theta^2}+G_9\frac{\partial w}{\partial x}+G_{13}\frac{\partial w}{\partial\theta}-G_{10}\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}-G_{11}\frac{\partial^3 w}{\partial\theta^3}-$$
$$G_{12}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial\theta}-3G_9\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial\theta^2}+G_3\frac{\partial w_u}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+G_{29}\frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2}\frac{\partial w}{\partial\theta}+$$
$$G_3\frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2}\frac{\partial w}{\partial x}+G_5\frac{\partial w_u}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}=G_0\frac{\partial^2 v}{\partial t^2};$$
$$G_{16}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\partial\theta}-G_6\frac{\partial u}{\partial x}-G_{17}\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial\theta^2}+G_5\frac{\partial^3 u}{\partial\theta^3}+G_{11}\frac{\partial^3 v}{\partial\theta^3}+$$
$$G_{18}\frac{\partial^3 v}{\partial x^2\partial\theta}+G_{19}\frac{\partial^3 v}{\partial x\partial\theta^2}-G_9\frac{\partial v}{\partial x}-G_{13}\frac{\partial v}{\partial\theta}-G_{20}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}-$$
$$G_{21}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial\theta^2}-G_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial\theta^4}-G_{25}\frac{\partial^4 w}{\partial x^3\partial\theta}-G_{26}\frac{\partial^4 w}{\partial x\partial\theta^3}+$$
$$G_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\theta}-G_{13}w+(N-G_{23})\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+G_{24}\frac{\partial^3 w_u}{\partial x^3}\frac{\partial w}{\partial\theta}+$$
$$G_{16}\frac{\partial w_u}{\partial x}\frac{\partial^3 w}{\partial x^2\partial\theta}+G_{14}\frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial\theta}+G_5\frac{\partial w_u}{\partial x}\frac{\partial^3 w}{\partial\theta^3}-$$
$$G_6\frac{\partial w_u}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}-G_{17}\frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}-G_{17}\frac{\partial w_u}{\partial x}\frac{\partial^3 w}{\partial x\partial\theta^2}=$$
$$-G_{27}\frac{\partial^3 u}{\partial x\partial t^2}+G_{28}\frac{\partial^3 v}{\partial x\partial t^2}+G_0\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\qquad(8)$$

其中：u_u, v_u 和 w_u 分别为圆柱壳非扰动态的位移分量，其位移分量的求解可以参见文献[6]。$G_0\sim G_{29}$ 是与材料和结构参数有关的常数，分别为

$G_0=\rho h$, $G_1=A_{11}$, $G_2=\frac{1}{R^2}A_{66}$, $G_3=\frac{1}{R}B_{16}$,

$G_4=\frac{1}{R}(A_{12}+A_{66})$, $G_5=\frac{1}{R^3}B_{26}$, $G_6=\frac{1}{R}A_{12}$,

$G_7=A_{66}+\frac{1}{R^2}D_{66}$, $G_8=\frac{1}{R^2}(A_{22}+\frac{1}{R^2}D_{22})$, $G_9=\frac{1}{R^2}B_{26}$,

$G_{10}=B_{16}$, $G_{11}=\frac{1}{R^4}D_{22}$, $G_{12}=\frac{1}{R^2}(D_{12}+2D_{66})$,

$G_{13}=\frac{1}{R^2}A_{22}$, $G_{14}=4G_3-H_0H_{16}$, $G_{15}=B_{16}/D_{11}$,

$G_{16}=3G_3-H_0H_5$, $G_{17}=H_0H_4$, $G_{18}=G_{12}-H_0H_2$,

$G_{19}=3G_9-H_0H_3$, $G_{20}=G_{14}+H_0H_{10}$,

$G_{21}=2G_{12}+H_0H_{11}$, $G_{22}=4G_9-H_0H_8$, $G_{23}=H_0H_7$,

$G_{24}=G_3-H_0H_9$, $G_{25}=H_0H_{12}$, $G_{26}=H_0H_{13}$,

$G_{27}=H_0H_{14}$, $G_{28}=H_0H_{15}$, $G_{29}=\frac{1}{R}A_{66}$;

$H_1=\frac{1}{R^2}B_{16}^2-A_{11}A_{66}-\frac{1}{R^2}A_{11}D_{66}$,

$H_2=\frac{1}{R^2}[(A_{12}+A_{66})B_{16}-4A_{11}B_{26}]$,

$H_3=\frac{1}{R^4}(B_{16}B_{26}-R^2A_{11}A_{22}-A_{11}D_{22})$,

$H_4=\frac{1}{R^3}(A_{66}B_{16}-A_{11}B_{26})$, $H_5=-\frac{1}{R}A_{11}(A_{12}+A_{66})$,

$H_6=-\frac{1}{R}A_{11}B_{16}$, $H_7=\frac{1}{R^2}(A_{12}B_{16}-A_{11}B_{26})$, $H_8=-\frac{1}{R^2}A_{11}A_{22}$,

$H_9=-\frac{1}{R}A_{11}A_{66}$, $H_{10}=A_{11}B_{16}$, $H_{11}=\frac{3}{R^2}A_{11}B_{26}$,

$H_{12}=\frac{1}{R^2}(A_{11}D_{12}+2A_{11}D_{66}-3B_{16}^2)$, $H_{13}=\frac{1}{R^4}(A_{11}D_{22}-B_{16}B_{26})$,

$H_{14}=\frac{1}{R}dhB_{16}$, $H_{15}=dhA_{11}$, $H_{16}=-\frac{1}{R}A_{11}(2A_{66}+A_{12})$,

$H_0=G_{10}/H_1$.

2　扰动微分方程求解

设扰动方程具有下列复数形式的解

$$u(x,\theta,t)=\{\frac{1}{2}a_0(t)+\sum_{n=1}^{\infty}[a_n(t)\cos Tnx+b_n(t)\sin Tnx]\}\exp(jk\theta)$$
$$v(x,\theta,t)=\{\frac{1}{2}d_0(t)+\sum_{n=1}^{\infty}[d_n(t)\cos Tnx+e_n(t)\sin Tnx]\}\exp(jk\theta)\qquad(9)$$
$$w(x,\theta,t)=\{\frac{1}{2}g_0(t)+\sum_{n=1}^{\infty}[g_n(t)\cos Tnx+h_n(t)\sin Tnx]\}\exp(jk\theta)$$

其中：k 为周向波数，j 为复数单位，a_0、a_n、b_n、d_0、d_n、e_n、g_0、g_n、h_n 均为复数时间变量。

由 Fourier 级数的微分定理得

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\sum_{n=1}^{\infty}(-Tna_n\sin Tnx+Tnb_n\cos Tnx)\exp(jk\theta)$$
$$\frac{\partial v}{\partial x}=\sum_{n=1}^{\infty}(-Tnd_n\sin Tnx+Tne_n\cos Tnx)\exp(jk\theta)\qquad(10)$$
$$\frac{\partial w}{\partial x}=\sum_{n=1}^{\infty}(-Tng_n\sin Tnx+Tnh_n\cos Tnx)\exp(jk\theta)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\{-c_u^{(2)}-\sum_{n=1}^{\infty}[(T^2n^2a_n-c_u^{(2)}U)\cos Tnx+T^2n^2b_n\sin Tnx]\}\exp(jk\theta)$$
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=\{-c_v^{(2)}-\sum_{n=1}^{\infty}[(T^2n^2d_n-c_v^{(2)}U)\cos Tnx+T^2n^2e_n\sin Tnx]\}\exp(jk\theta)\qquad(11)$$
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\{-c_w^{(2)}-\sum_{n=1}^{\infty}[(T^2n^2g_n-c_w^{(2)}U)\cos Tnx+T^2n^2h_n\sin Tnx]\}\exp(jk\theta)$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}=\{-c_w^{(3)}+\sum_{n=1}^{\infty}[(T^3n^3g_n-Tnc_w^{(2)}U)\sin Tnx-(T^3n^3h_n-c_w^{(3)}U)\cos Tnx]\}\exp(jk\theta)\qquad(12)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}=\{-c_w^{(4)}+\sum_{n=1}^{\infty}[(T^4n^4g_n-T^2n^2c_w^{(2)}U-Tnc_w^{(4)}U)\cos Tnx+(T^4n^4h_n-Tnc_w^{(3)}U)\sin Tnx]\}\exp(jk\theta)\qquad(13)$$

式中

$$c_u^{(2)}=\frac{2}{L}\frac{Lu}{Lx}\Big|_{x=0};\ c_v^{(2)}=\frac{2}{L}\frac{Lv}{Lx}\Big|_{x=0};\ c_w^{(2)}=\frac{2}{L}\frac{Lw}{Lx}\Big|_{x=0}\qquad(14)$$

$$c_w^{(3)} = \frac{\partial^2 w}{\partial L\,\partial x^2}\bigg|_{x=0};\ c_w^{(4)} = \frac{\partial^3 w}{\partial L\,\partial x^3}\bigg|_{x=0} \tag{15}$$

由边界条件得

$$\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0 \tag{16}$$

$$\frac{1}{2}d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n = 0 \tag{17}$$

$$\frac{1}{2}g_0 + \sum_{n=1}^{\infty} g_n = 0 \tag{18}$$

$$c_w^{(3)} = G_{15}c_v^{(2)} \tag{19}$$

$$c_w^{(2)} = \frac{1}{m}\left(G_{15}\sum_{i=1}^{m} \lambda e_i + \sum_{i=1}^{m} T_i^2 g_i\right) \tag{20}$$

式中 m 为 Fourier 级数展开的次数。

需要说明的是, 变量 $c_u^{(2)}$, $c_v^{(2)}$, $c_w^{(2)}$, $c_w^{(3)}$ 和 $c_w^{(4)}$ 均为复数。将式(10)～(13)及(16)～(19)代入扰动微分方程(8), 通过分离实部、虚部和正弦、余弦项并经整理得到12n+ 6个方程, 方程组具有 Mathieu 方程的形式

$$m\frac{d^2 f}{dt^2} + (R - N_0 S_1 - N_t S_2 \cos kt) f = 0 \tag{21}$$

这里, m 为质量矩阵, R, S_1 和 S_2 为与材料和结构参数有关的常数矩阵[9]。f 为包含12n+ 6个未知量的向量。在整理过程中应用了下列 Fourier 级数乘积法则。对于两 Fourier 级数

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos \lambda x + b_n \sin \lambda x)$$

$$F(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(A_n \cos \lambda x + B_n \sin \lambda x)$$

它们的乘积为

$$f(x)F(x) = \frac{a'_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a'_n \cos \lambda x + b'_n \sin \lambda x)$$

$$a'_0 = \frac{a_0 A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n A_n + b_n B_n)$$

其中

$$a'_n = \frac{a_0 A_n}{2} + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty}[a_m(A_{m+n} + A_{m-n}) + b_m(B_{m+n} + B_{m-n})]$$

$$b'_n = \frac{a_0 B_n}{2} + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty}[a_m(B_{m+n} - B_{m-n}) - b_m(A_{m+n} - A_{m-n})]$$

$$A_{-k} = A_k,\ B_{-k} = -B_k$$

从上述 Mathieu 方程(21)可确定系统静态屈曲压力 N_{cr}。即对特定周向波数 k, 屈曲压力满足以下方程

$$\det(R - N_{cr} S_1) = 0 \tag{22}$$

屈曲载荷 $P_{cr} = 2\pi R N_{cr}$, 临界屈曲载荷是由所有周向波数 k 确定的最小载荷。方程(22)很容易转化为求特征值问题, 这样可由通用数学软件进行处理。

在动力稳定性问题中, 载荷大小和载荷的变化频率都起很大的作用。动力稳定性的一个基本问题是研究载荷参数在何种条件下系统会发生共振, 即丧失稳定性。因此, 需确定系统的固有频率。通过式(21)可计算系统的固有频率, 固有频率可由下式确定

$$\det(R - N_0 S_1 - K^2 m) = 0 \tag{23}$$

式中的静态压力 $N_0 = ZN_{cr}$, Z 为载荷参数。同样地, 式(23)的求解也可转化为求特征值问题。固有频率 K 与层合壳结构尺寸、材料参数有关。已知固有频率后, 可以与冲击力的激励频率比较, 以确定圆柱壳的动力不稳定破坏的条件。

3 算例与讨论

本文中对冲击速度为6 m/s、纤维铺层为$[\pm 75]_5$的玻璃/环氧复合材料圆柱壳进行了计算。其材料参数如下

$$E_1 = 41\ \text{GPa},\ E_2 = 11.7\ \text{GPa},$$

$$G_{12} = 4.79\ \text{GPa},\ \nu_{12} = 0.3$$

圆柱壳的内径壁厚比为 D/h = 22。

3.1 屈曲载荷

首先由(22)式确定静态屈曲载荷, 圆柱壳静态屈曲载荷利用控制工程中应用较广的 MATLAB 软件进行计算。图2给出了临界静态屈曲载荷与 Fourier 级数展开次数关系, 结果表明展开次数 m > 15 可满足计算要求。

为比较扰动情况下考虑几何非线性与几何线性之间的差别。对扰动状态采用线性几何关系时的临界载荷也进行了计算, 见图2中虚线部分。结果表明, 考虑几何非线性得到的临界载荷较线性几何关系计算结果要高5 %左右。因此, 在研究圆柱壳受轴向载荷作用的动态响应时考虑几何非线性是必要的。

3.2 固有频率

利用公式(23)对上述层合壳的固有频率进行计算。其中 Z= 0.25, $N_0 = 0.25N_{cr}$, $K = K/K_0$, K_0为最低固有频率。图3给出了固有频率与周向波数 k 的计算结果。可以看出当 k = 2 时, 系统有最低固有频率。

由扰动响应分析得到临界屈曲载荷和固有频率, 在此基础上可进一步得到一参数激励系统。壳体在参数共振不稳定区发生失稳, 据此通过联系参数共振中存在动力不稳定性与圆柱壳的动力不稳定破坏来确定圆柱壳发生动力不稳定破坏的条件。这对

层合壳的设计和工程应用都是很有意义的。

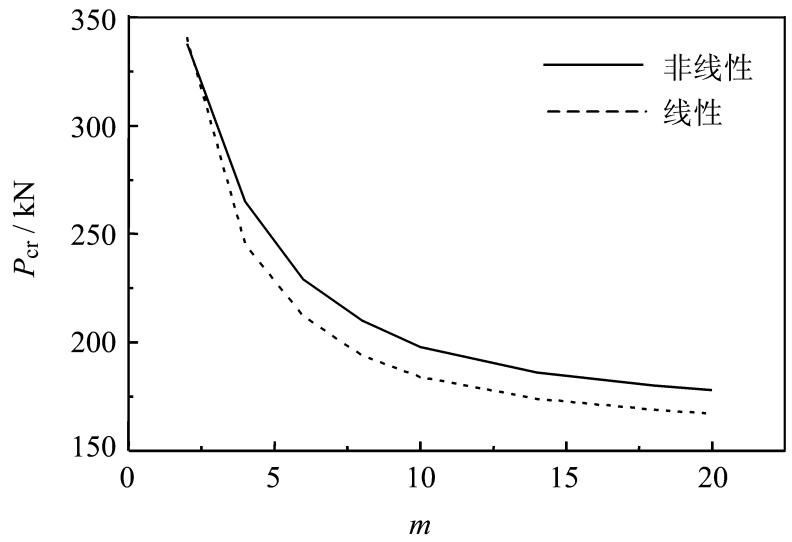

图2　临界载荷的收敛性

Fig. 2　Convergence for critical load

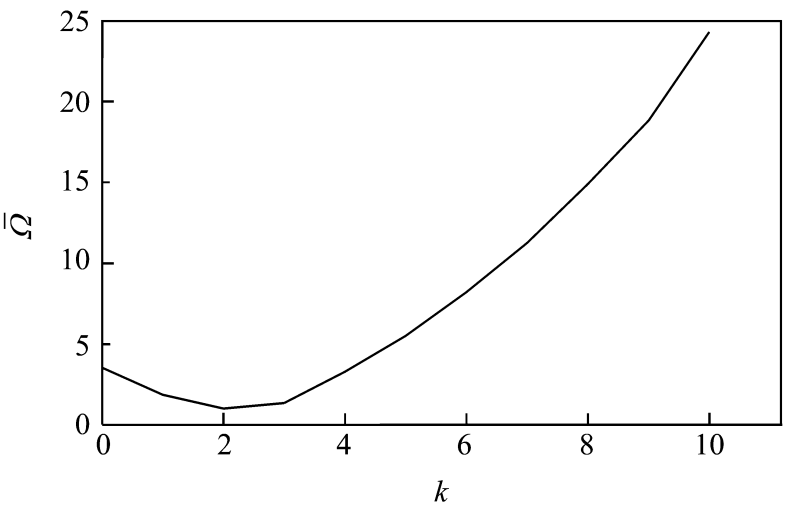

图3　固有频率(Z= 0. 25)

Fig. 3　Natural frequency at Z= 0. 25

4　结　语

本文中对复合材料圆柱壳在轴向冲击载荷下的扰动响应进行了研究。扰动状态满足几何非线性方程,对应动力不稳定状态,为非轴对称变形。根据 Love 的壳体理论得到了圆柱壳扰动状态的运动方程。对扰动状态的非轴对称变形,位移函数采用复 Fourier 级数形式,由边界条件最终得到了 Mathieu 形的扰动方程,由此给出了临界载荷和固有频率。研究表明,考虑几何非线性得到的临界载荷较线性几何关系计算结果要高5 % 左右。因此,在研究圆柱壳受轴向冲击载荷作用的动态响应时考虑几何非线性是必要的。

参考文献:

[1] 周承倜. 复合材料叠层板动力稳定性理论的进展 [A]. 见: 周　履, 王震鸣, 范赋群, 编. 复合材料及其结构的力学进展 [M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1991. 28- 50.

[2] Argento A, Scott R A. Dynamic instability of layered anisotropic circular cylindrical shells, part I: theoretical development[J]. J Sound and Vibration, 1993, 162(2) : 311- 322.

[3] Lam K Y, Ng T Y. Dynamic stability of cylindrical shells subjected to conservative periodic axial loads using different shell theories[J]. J Sound and Vibration, 1997, 207(4) : 497- 520.

[4] Matemilola S A, Stronge W J. Impact response of composite cylinders [J]. Int J Solid Struct. 1997, 34(21) : 2669- 2684.

[5] Jones R M. Mechanics of composite materials [M]. New York: Hemisphere, 1975.

[6] 谢志民, 万志敏, 宋宏伟, 等. 低速冲击下复合材料圆柱壳的简化分析[J]. 复合材料学报, 2000, 17(3) : 87- 91.

[7] Bert C W, Birman V. Parametric instability of thick orthotropic circular cylindrical shells[J]. Acta Mechanica, 1988, 71: 61- 76.

[8] Matemilola S A, Stronge W J. Impact response of composite cylinders[J]. Int J Solids Structures, 1997, 34(21) : 2669- 2684.

[9] 谢志民. 复合材料层合圆柱壳的缓冲特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1999.