复合材料学报 第20卷 第1期 2月 2003年
ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA Vol. 20 No. 1 February 2003

文章编号: 1000-3851(2003)01-0060-07

弹塑性复合材料多尺度计算的模型与算法研究

张洪武, 王鲲鹏
(大连理工大学 工程力学系, 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

摘 要: 对材料非线性多级分析的计算模型与算法进行研究, 重点是单胞分析算法构造问题。采用近似技术建立非线性分析的本征应变矩阵, 使方法具有简单与实现方便的特点, 在此基础上构造了针对弹塑性材料均匀化分析的一致性算法, 以两种材料组成的复合材料为例进行了例题计算, 验证了文中方法的有效性。并讨论了进一步值得研究的问题。

关键词: 弹塑性材料; 单胞; 多级分析; 均匀化
中图分类号: TB33; O356 文献标识码: A

NUMERICAL MODEL AND ALGORITHM FOR MULTI-SCALE ANALYSIS OF ELASTIC-PLASTIC COMPOSITE MATERIALS

ZHANG Hongwu, WANG Kunpeng
(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: This paper takes the study of the numerical model and the corresponding algorithm for multi-scale elastic-plastic analysis of composite materials. Main work is focused on the problem of unit cell analysis. A numerical technique with approximation to establish the eigen-strain matrices and the corresponding consistent algorithm are proposed to be easily implemented in the computer program. A numerical example for analysis of a composite material composed of two different materials is computed. Numerical results demonstrate the validity and efficiency of the theoretical work presented in this paper. Finally, some further works are discussed.

Key words: elastic-plastic material; unit cell; multi-scale analysis; homogenization

工作的目的是发展用于弹塑性复合材料结构的多尺度计算方法, 即周期性复合材料结构非线性分析的均匀化方法。材料分析的多尺度计算与均匀化方法研究的意义已众所周知, 不再赘述。

材料的多级力学分析方法的研究已成为近年来计算力学方面的热点。由于问题的非线性, 对于材料弹塑性问题的两级与多尺度分析的研究工作难度较弹性问题研究大大提高, 研究工作富有挑战性。早期的工作在文献[1]中进行了总结。近来的主要工作可以在文献[2～10]及其后的参考文献中看到。对于弹塑性材料均匀化分析计算问题而言, 单向或指定方向的材料非线性性能的预测已有较多的工作, 其结果可以反应结构的基本非线性性能。对于更一般的分析, 问题的难点之一是构造适合于宏观分析的本构模型并加以实际应用。文献[2]研究了复合材料多轴荷载下的初始屈服面。文献[10]给出基于多轴加载条件的颗粒体复合材料均匀化分析方法, 文献[11, 12]则利用多轴加载数值实验给出了细观非线性接触材料的细-宏观分析两级方法, 方法具有一般性。

基于文献[3]提出的非线性材料多级分析的转换场(transformation field)理论, 针对弹塑性材料的

收稿日期: 2001-06-26; 收修改稿日期: 2001-11-16
基金项目: 国家自然科学基金(50178016, 10225212)、国家基础性发展规划项目(G1999032805)与教育部骨干教师基金资助课题
作者介绍: 张洪武(1964-), 男, 博士, 教授, 主要从事结构非线性分析及相关领域的研究。
通讯作者: 张洪武, E-mail: zhanghw@dlut.edu.cn

多尺度细宏观两级问题的数值计算, 构造了一个实现方便的数值分析模型, 给出了数值模型建立的基本理论与算法过程, 并给出了数值例题。

作为研究工作的第一步, 并不失一般性, 以单包分析为基础描述了弹塑性复合材料多尺度计算模型与算法。在此基础上可以很方便地建立对具有周期性结构的复合材料一般结构的多级(均匀化)分析方法。从而为问题分析开辟新的途径。

1 塑性力学分析基本方程

塑性力学的基本方程在相关的教科书中可以看到。与本文的研究工作直接相关, 其本构方程可以表述为

d燌= d燌+ d燌 (1a)

d燈= 1 d燌= 1 (d燌 d燌), d燌= $\frac{5g^T}{5燈}$ ∧, (1b)

f (燈 燌]) ≤ 0, ∧ = $\begin{cases} \geq 0 & 当 f = 0 时 \\ = 0 & 当 f > 0 时 \end{cases}$ (1c)

其中: ∧为塑性流动因子;] 为硬化参数, g 为塑性流动势函数, f 为塑性屈服函数。其它符号的意义均同于常规的使用方式。

2 转换场分析的基本原理

转换场分析的基本原理参见文献[3], 该理论认为均匀化分析要解决的问题是由下组定义在周期性单元上的方程描述的

燌= : 燈+ 燌; div燈= 0

< 燌> = 2 周期性边界条件 (2)

其中 燌是局部应变张量, 燈是局部 Cauchy 应力张量, : 是局部弹性柔度张量, 燌是局部附加非弹性应变(文献[3]指热应变, 此处指塑性应变), 2 是全局(宏观、平均)应变张量。: 已知, 燌, 2 给定。

如果 燌= 0, 问题成为一个经典的弹性问题, 在 s 相的任何一点的应变由下式给出

燌(x) = . s(x) 2 (3)

其中 . s(x) 是应变局部张量。

如果 2 = 0, 在单胞的任何位置 x 处给定的初应变 燌, 此时应力张量为

燈= 9(燌 燌) = 9燌 燈 9 = : - 1 (4)

其中 9 是弹性刚度张量, 燈 9燌是与特征应变 燌相对应的特征应力, 给出特征应力 燈(x′)得到应变场的分配方法

$$燌(x) = \frac{1}{V}\int_V 6(x, x')燈(x')dx' =$$

$$- \frac{1}{V}\int_V 6(x, x')L(x')燌(x')dx' =$$

$$- \frac{1}{V}\int_V D(x, x')燌(x')dx' \quad (5)$$

其中 V 是单胞的体积, Γ x, x′) 是 L(x) 的 Green 算子[3], 另外 D(x, x′) = - Γ x, x′)L(x′) 称作影响算子。D(x, x′)的物理意义是如果特征应变作为 x′点的 Dirac's delta, D(x, x′)就是 x 点的后继应变。

特征关系(5)是严格成立的, 但它的用处却是有限的, 因为通常说来, 算子 Γ x, x′) 与 D(x, x′) 的表达式是未知的。因而有必要研究近似求解或问题分析的数值手段。

3 数值分析模型

由于以上的理论除了对简单与特殊问题可以使用外, 很难在实际问题当中广泛应用, 因而有必要研究数值求解方法。首先涉及的问题是影响算子的确定问题, 以下引入一种近似方法用以评价影响算子: 把单胞分成 N 个子域, 在每个子域中特征应变是常数 燌, 真实应变 燌也假定为常数并且等于它的平均值。

如果 燌= 0, 弹性应变 燌在 s 相进行均一化

燌= . s2 (6)

其中 . s 是局部化张量, 它给出了在子空间 s 中在全局应变张量 2 作用情况下的平均应变。这个张量很容易通过数值方法求得。

如果 2 = 0 那么特征应变就假定为分段恒定分配

$$燌(x') = \sum_{r=1}^{N} 燌 i_r(x') \quad (7)$$

其中 燌 是在子空间 r 中的常特征应变, $i_r(x')$ 是特征函数: $i_r(x') = 1$。当 $x' \in V_r$ 时; $i_r(x') = 0$, 当 $x' | V_r$ 时。其中 V_r 是第 r 个子空间的体积。式(5)变成

$$燌(x) = - \frac{1}{V}\int_V \sum_{r=1}^{N} D(x, x')燌 i_r(x')dx' =$$

$$\sum_{r=1}^{N} \frac{1}{V}\int_{V_r} D(x, x')燌 dx' =$$

$$\sum_{r=1}^{N} < D(x, x') >_{x' \in V_r} 燌 \quad (8)$$

其中平均值< D(x, x′)> 由下式导出

$$< D(x, x') >_{x' \in V_r} = \frac{1}{V}\int_{V_r} D(x, x')dx' =$$

$$\frac{1}{V_r}\frac{V_r}{V}\int_{V_r} D(x, x')dx' =$$

$$\frac{C_r}{V_r}\int_V D(x,x')\,i_r(x')\,dx' \qquad (9)$$

显然 C_r 为子域的体积比。

如果假定在子空间 s 中应变是常数，即假定平均应变是局部应变，由式(8)与式(9)可得

$$\bar{\varepsilon} = \langle \varepsilon(x) \rangle_{x'\in V_r} =$$

$$\sum_{r=1}^{N} \langle D(x,x') \rangle_{\substack{x'\in V_r \\ x\in V_s}} \bar{\varepsilon} = \sum_{r=1}^{N} D_{sr}\bar{\varepsilon} \qquad (10)$$

其中

$$1_{sr} = \frac{1}{V_s}\int_{V_s}\frac{1}{V_r}\int_{V_r} C_r D(x,x')\,dx'dx \qquad (11)$$

平均应变在子空间 s 中的近似表达式可以给出

$$\bar{\varepsilon} = .\,_s 2 + \sum_{r=1}^{N} 1_{sr}\bar{\varepsilon} \qquad (12)$$

1_{sr} 的物理意义表示在第 r 子域内施加单位应变时在第 s 子域内产生的应变。

由于式(12)的右端第二项对单胞总体平均应变没有影响，故可以将式(12)进一步表示成更一般的形式

$$\bar{\varepsilon} = .\,_s 2 + / \sum_{r=1}^{N} 1_{sr}\bar{\varepsilon} \qquad (13)$$

其中 / 定义为修正矩阵，与单胞总体塑性参数 i 有关，对于平面应力问题，形式为

$$/(i) = \begin{matrix} B_{11}(i) & B_{12}(i) & B_{13}(i) \\ B_{21}(i) & B_{22}(i) & B_{23}(i) \\ B_{31}(i) & B_{32}(i) & B_{33}(i) \end{matrix} \qquad (14)$$

由数值算例可以看到，/ 阵的存在对于模型的构造是十分重要的，笔者在计算时采用的形式为

$$B_{ij}(i) = \begin{matrix} \neq 0 & \text{当 } i = j \text{ 时} \\ = 0 & \text{当 } i \neq j \text{ 时} \end{matrix} \qquad (15)$$

4　算法实施技术

以两种材料组成的层合材料为例对算法的数值实施技术进行说明，此时材料为两相周期性材料。把单胞分成两个与两相介质体积相联系的子空间，这时 N = 2。对于这种单胞有必要计算以下的张量：$.\,_1$，$.\,_2$，1_{11}，1_{12}，1_{21}，1_{22}。

A_r 可以通过与四种可能的全局应变相关联的四种工况决定。由式(6)可以得到

$$\bar{\varepsilon} = .\,_1 2,\quad \bar{\varepsilon} = .\,_2 2 \qquad (16)$$

设向量 2 有如下形式

$$[E_{11}\quad E_{22}\quad 2E_{12}\quad E_{33}]^T = [1\quad 0\quad 0\quad 0]^T \qquad (17)$$

采用一般的有限元方法进行计算，获得每个子域空间的平均应力的四个部分，问题(2)的解将与矩阵 $.\,_r$，r = 1, 2 的第一列有关。改变等式(17)中整体应变的非零项，可以计算 $.\,_r$ 的其它列。

计算 $.\,_r$ 所必需的工况不会因为子空间数量的改变而改变，对于三维单胞来说，由 6 种工况就可以计算出所有的张量 $.\,_r$。

张量 1_{sr} 的计算需要的工况数依赖于子空间的的数量。假定 2 = 0，N = 2，式(13)给出了两个表达式(/ = 6)

$$\bar{\varepsilon} = 1_{11}\bar{\varepsilon} + 1_{12}\bar{\varepsilon},\quad \bar{\varepsilon} = 1_{21}\bar{\varepsilon} + 1_{22}\bar{\varepsilon} \qquad (18)$$

采用与计算张量 A_r 时相似的方法，在第一个子空间中

$$[X_{11}\quad X_{22}\quad 2X_{12}\quad X_{33}]_1^{*T} = [1\quad 0\quad 0\quad 0]^T \qquad (19)$$

利用有限元法计算每个子空间的平均应力的四个部分，问题(2)的解都与矩阵 1_r，r = 1, 2 的第一列有关。改变式(19)中应变的非零项，可以计算 1_{r1}。在第二个子空间中重复相同的过程，就可以求出 1_{r2}。这种情况下计算 1_{rs} 需要 8 种工况。对于通常的三维问题，在一个单胞中分成 N 个子空间，则需要计算 6N 个工况。

特别注意的是，由式(5)可以看到，本征应变(19)在施加过程中应当进一步转化为作用力，即在子域上施加相对应的力。

/ 阵的计算依赖于单胞的力学性能测试，通过对一般有限元法计算的结果与 / = 6(单位阵)时的均匀化结果之间的比较获得。笔者所选取的 / 阵的具体形式在数值例题部分给出。

5　宏观弹塑性本构法则与算法

上面描述过程中的应变的非弹性项 $\bar{\varepsilon}$ 在这部分中用 $\bar{\varepsilon}$ 表示，平均值上的横线去掉了。关系式(13)改写为

$$\bar{\varepsilon} = .\,_r 2 + / \sum_{s=1}^{N} 1_{rs}\bar{\varepsilon}\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N \qquad (20)$$

在每一相 r 中，应力增量由下列关系式给出

$$\bar{\sigma} = 9_r(\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}),\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N \qquad (21)$$

假设 / 矩阵在本增量步内为常量，$\bar{\varepsilon}$ 的增量可表达为

$$\bar{\varepsilon} = .\,_r 2 + / \sum_{s=1}^{N} 1_{rs}\bar{\varepsilon}\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N \qquad (22)$$

以 Von-Mises 屈服准则为例，并考虑理想弹塑性情况，如果 $\bar{\sigma}$ 表示应力偏量，子空间 r 中的等效应力

为

$$e_{eq,r} = \left(\frac{3}{2}\text{燈}:\text{燈}\right)^{0.5} \tag{23}$$

对于关联塑性的情况, 塑性应变增量为

$$\text{燌} = \wedge_r \frac{3}{2}\frac{\text{燈}}{\sigma_{eq,r}} \tag{24}$$

其中 $\wedge_r$ 是塑性因子的率形式。在子空间上有

$$\frac{3}{2}\frac{\text{燈}}{e_{eq,r}}:\text{燈} = 0 \tag{25}$$

进一步作简单的变换, 得

$$\frac{3}{2}\frac{\text{燈}}{e_{eq,r}}:9_r:\frac{\text{燈}}{e_{eq,r}}\wedge_r = \frac{\text{燈}}{e_{eq,r}}:9_r:\text{燌} \tag{26}$$

如果组成材料是各向同性的, 则

$$9_r:\text{燈} = 2__r\text{燈} \tag{27}$$

其中 $__r$ 是 Lame 常数。把式(27)代入式(26)得

$$2__r\wedge_r = \frac{\text{燈}}{e_{eq,r}}:(2__r\text{燌}) \tag{28}$$

由式(28)得到 $\wedge_r$ 的表达式

$$\wedge_r = \frac{\text{燈}}{e_{eq,r}}:\text{燌} \tag{29}$$

把式(24)代入式(22), 应变增量可表示为

$$\text{燌} = ._r 2 + / \sum_{s=1}^{N} \frac{3}{2}\wedge_s 1_{rs}\frac{\text{燈}}{e_{eq,s}},\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N \tag{30}$$

把式(24)、式(27)代入式(21)得

$$\text{燈} = 9_r\text{燌} - 3\wedge_r__r\frac{\text{燈}}{e_{eq,r}},\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N \tag{31}$$

考虑到算法的实现问题, 令 t 时刻的所有变量都是已知的, 整体应变在时间步 Δt 内的增量是给定的, 这里提出的积分方法可以计算 $t+\Delta t$ 时刻的应力和局部应变。算法基本过程如下:

(1) 弹性预测

$$\Delta\text{燌} = ._r\Delta 2,\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N$$

$$\text{燈}^{\Delta t} = \text{燈} + 9_r\Delta\text{燌}\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N$$

$$f(\text{燈}^{\Delta t}) = f_{eq,r}^{t+\Delta t} - e_0^t$$

其中 e_0 是弹性极限或屈服应力, 对于理想弹塑性是常数。

if $f(\text{燈}^{\Delta t}) < 0$ then $\text{燈}^{\Delta t} = \text{燈}^{\Delta t}$ 弹性步

else 塑性步, (参见下一部分) endif

(2) 塑性修正

塑性步的计算采用 Runge-Kutta 方法, 积分的方程如下:

$$\begin{matrix}\Delta e_1 \\ \cdots \\ \Delta e_N\end{matrix} = \begin{matrix}F_1(e_1, \cdots, e_N) \\ \cdots \\ F_N(e_1, \cdots, e_N)\end{matrix}$$

其中, $F_r(e_1, \cdots, e_N)$, $r = 1, 2, \cdots\cdots, N$ 是定义应力增量的函数, 在式(31)中已经给出, 这里写为

$$F_r = 9_r\Delta\text{燌} - 3\Delta\wedge_r__r\frac{\text{燈}}{e_{eq,r}}$$

应先计算 燈, $e_{eq,r}$, $\Delta\wedge_r$ 然后计算 $F_1(e_1, \cdots e_N)$ · $e_1 \cdots e_N$。在第一次调用 Runge-Kutta 法时它们等于 $e_1^t, \cdots e_N^t$。Δ燌的计算可以根据式(30)获得

$$\Delta\text{燌} = ._r\Delta 2 + \sum_{s\in M}\frac{3}{2}\Delta\wedge_s 1_{rs}\frac{\text{燈}}{e_{eq,s}},\quad r = 1, 2, \cdots\cdots, N$$

6 数值算例

将采用一般有限元法和笔者的分析法得到的结果之间的比较进行算法验证。选用如图 1 所示两相材料组成单胞, 两种材料均服从 Von-Mises 屈服准则, 力学参数如下:

$E_1 = 1.28$ GPa, $`_1 = 0.34$, $e_y = 0.8$ MPa;

$E_2 = 0.128$ GPa, $`_1 = 0.3$, $e_y = 0.4$ MPa

问题为平面应力问题, 且为理想弹塑性材料。这里主要研究 x, y 方向拉伸工况问题。

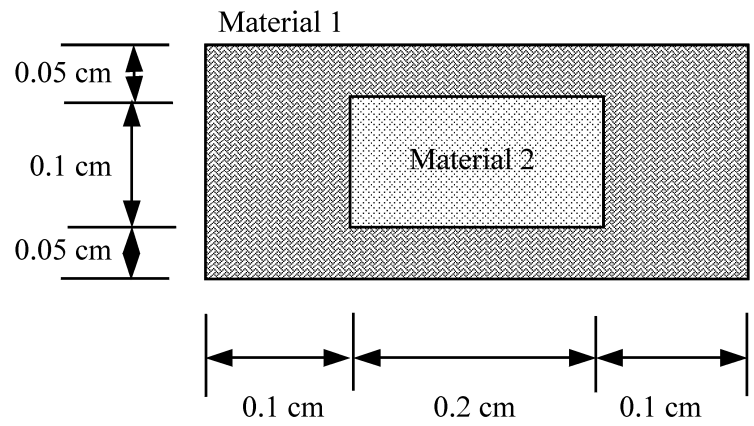


图 1 两相材料组成单胞

Fig. 1 A unit cell with two materials

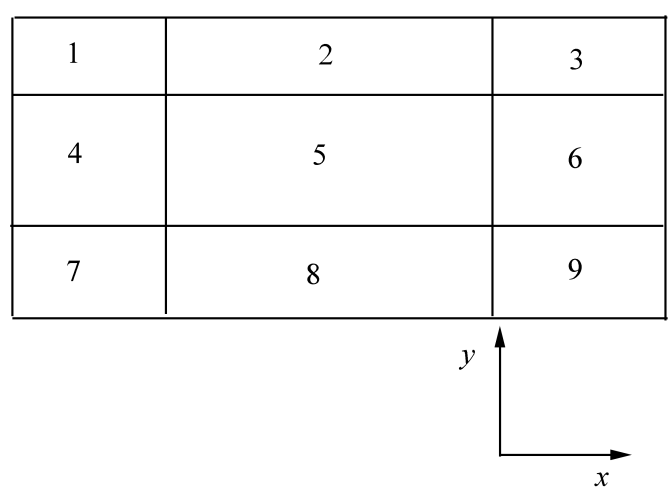
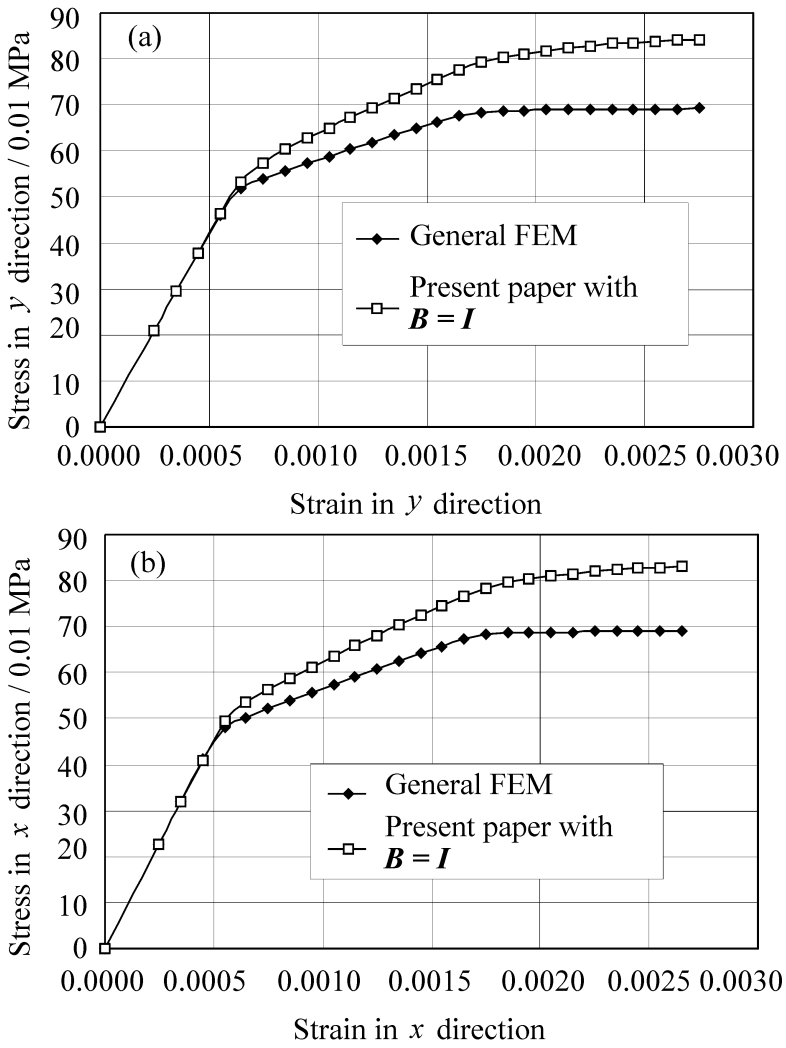


图 2 单胞子域划分

Fig. 2 Sub-domain discretization of the unit cell

图 3 给出 / = 6 情况下计算获得的侧限状态下 x 与 y 方向单轴拉伸情况下本文算法与采用一般有限元方法获得结果的比较。可以发现, 此时笔者采用

的模型显示出过刚的特点。为此引入修正矩阵 B。根据图 3 的两种方法结果曲线的比较，这里构造了两个 B 矩阵的形式，如下：



(a) Tension in x direction　(b) Tension in y direction

图 3　/ = 6 情况下单轴拉伸工况本文算法与一般有限元结果比较

Fig. 3　Comparison between the results obtained respectively by the method developed in present paper with / = 6 and the general finite element method for the axial tension case

方式 1

$$B_{11}(i) = \frac{(i - i_{21})(i - i_{31})}{(i_{11} - i_{21})(i_1 - i_{31})} H_{11} + \frac{(i - i_{31})(i - i_{11})}{(i_{21} - i_{31})(i_{21} - i_{11})} H_{21} + \frac{(i - i_{11})(i - i_{21})}{(i_{31} - i_{11})(i_{31} - i_{21})} H_{31}$$

$$H_{11} = 1.2,\ H_{21} = 1.1,\ H_{31} = 1.09$$

$$i_{11} = 0,\ i_{21} = 9E - 4,\ i_{31} = 22.0E - 4$$

$$B_{22}(i) = \frac{(i - i_{22})(i - i_{32})}{(i_{12} - i_{22})(i_1 - i_{32})} H_{12} + \frac{(i - i_{32})(i - i_{12})}{(i_{22} - i_{32})(i_{21} - i_{12})} H_{22} + \frac{(i - i_{12})(i - i_{22})}{(i_{32} - i_{12})(i_{32} - i_{22})} H_{32}$$

$$B_{33}(i) = B_{11}(i),\ H_{12} = 1.3,\ H_{22} = 1.1,\ H_{32} = 1.09$$

$$i_{11} = 0,\ i_{21} = 11E - 4,\ i_{31} = 22.0E - 4$$

方式 2

$$B_{11}(i) = \begin{cases} \frac{(i - i_{21})}{(i_{11} - i_{21})} H_{11} + \frac{(i - i_{11})}{(i_{21} - i_{11})} H_{21} & \text{当 } 0 \le i \le i_{21} \text{ 时} \\ \frac{(i - i_{31})}{(i_{21} - i_{31})} H_{21} + \frac{(i - i_{21})}{(i_{31} - i_{21})} H_{31} & \text{当 } i_{21} \le i \le i_{31} \text{ 时} \\ \frac{(i - i_{41})}{(i_{31} - i_{41})} H_{31} + \frac{(i - i_{31})}{(i_{41} - i_{31})} H_{41} & \text{当 } i_{31} \le i \le i_{41} \text{ 时} \end{cases}$$

$$H_{11} = 1.35,\ H_{21} = 1.15,\ H_{31} = 1.1,\ H_{41} = 1.09$$

$$i_{11} = 0,\ i_{21} = 3.3E - 4,\ i_{31} = 8.8E - 4,\ i_{41} = 22E - 4$$

$$B_{22}(i) = \begin{cases} \frac{(i - i_{22})}{(i_{12} - i_{22})} H_{12} + \frac{(i - i_{12})}{(i_{22} - i_{12})} H_{22} & \text{当 } 0 \le i \le i_{22} \text{ 时} \\ \frac{(i - i_{32})}{(i_{22} - i_{32})} H_{22} + \frac{(i - i_{22})}{(i_{32} - i_{22})} H_{32} & \text{当 } i_{22} \le i \le i_{32} \text{ 时} \\ \frac{(i - i_{42})}{(i_{32} - i_{42})} H_{32} + \frac{(i - i_{32})}{(i_{42} - i_{32})} H_{42} & \text{当 } i_{32} \le i \le i_{42} \text{ 时} \end{cases}$$

$$H_{12} = 1.5,\ H_{22} = 1.25,\ H_{32} = 1.15,\ H_{42} = 1.09,$$

$$i_{12} = 0,\ i_{22} = 3.3E - 4,\ i_{32} = 11E - 4,\ i_{42} = 22E - 4$$

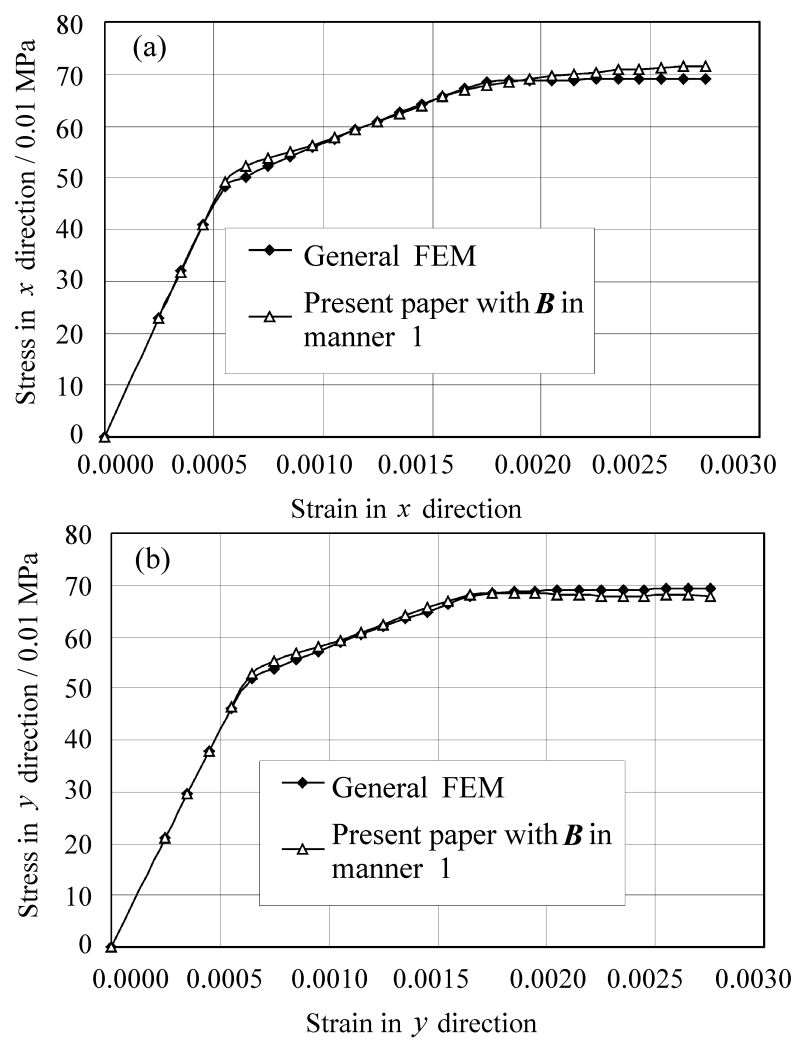
$$B_{33}(i) = B_{11}(i)$$

而 i 定义为

$$i = \left(\frac{2}{3} 2^{p} : 2^{p}\right)^{1/2}$$

自然 2^{p} 为宏观塑性应变，在单胞上平均获得。

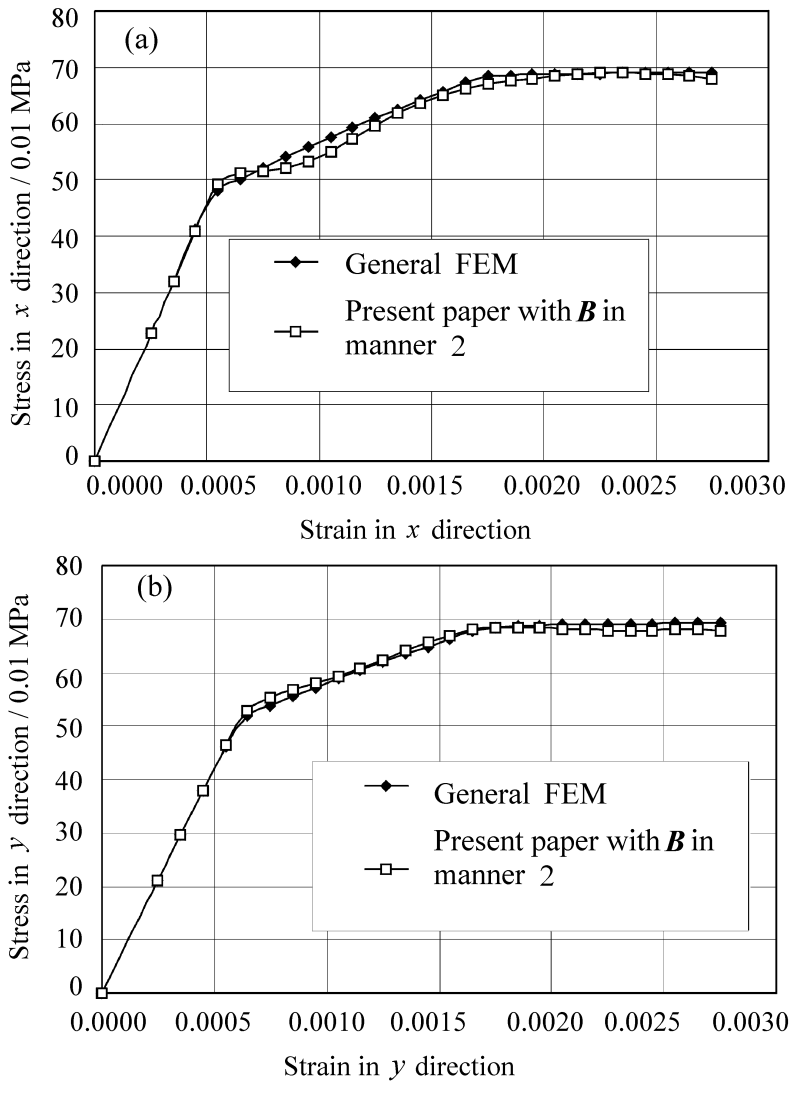
图 4 给出 / 矩阵采用方式 1 表达式获得的单



(a) Tension in x direction　(b) Tension in y direction

图 4　/ 取方式 1 情况下单轴拉伸工况本文算法与一般有限元结果比较

Fig. 4　Comparison between the results obtained respectively by the method developed in present paper with / in manner 1 and the general finite element method for the axial tension case



(a) Tension in x direction (b) Tension in y direction

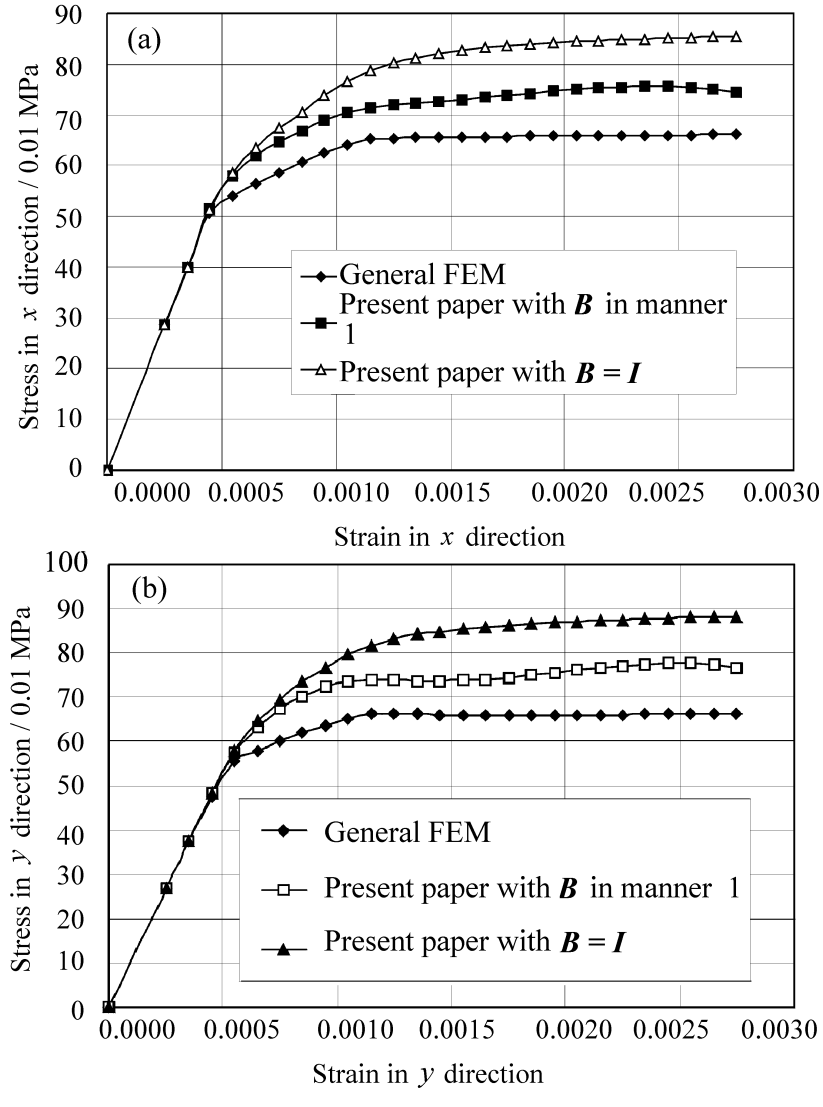
图 5 / 取方式 2 情况下单轴拉伸工况本文算法与一般有限元结果比较

Fig. 5 Comparison between the results obtained respectively by the method developed in present paper with / in manner 2 and the general finite element method for the axial tension case

轴拉伸的计算结果，图 5 则给出 / 矩阵采用方式 2 表达式的计算结果。可以看出两种方式均获得较好的结果。

图 6、图 7 分别给出双向拉伸情况下的计算结果，可以看到，在这种情况下，出现的误差要较单轴测试的结果要大。而对于两种方式的选取来说，此时方式 2 的结果较方式 1 的要好。误差范围控制在 10 % 以内，是可以满足工程要求的。

可以发现，此时问题的特点是虽然单轴数值实验情况下结果吻合的较好，但对于多轴问题会有相对大的误差，这也正是该类问题分析的特点。非线性问题的多级分析技术的难点是找到一种对于任意多轴实验情况有效的模型与算法。单轴方向的非线性性能测试固然十分重要，但作为更进一步的应用，探询对单轴与多轴测试问题均为有效的计算手段则是十分必要的。



(a) Stress-strain relation in x direction

(b) Stress-strain relation in y direction

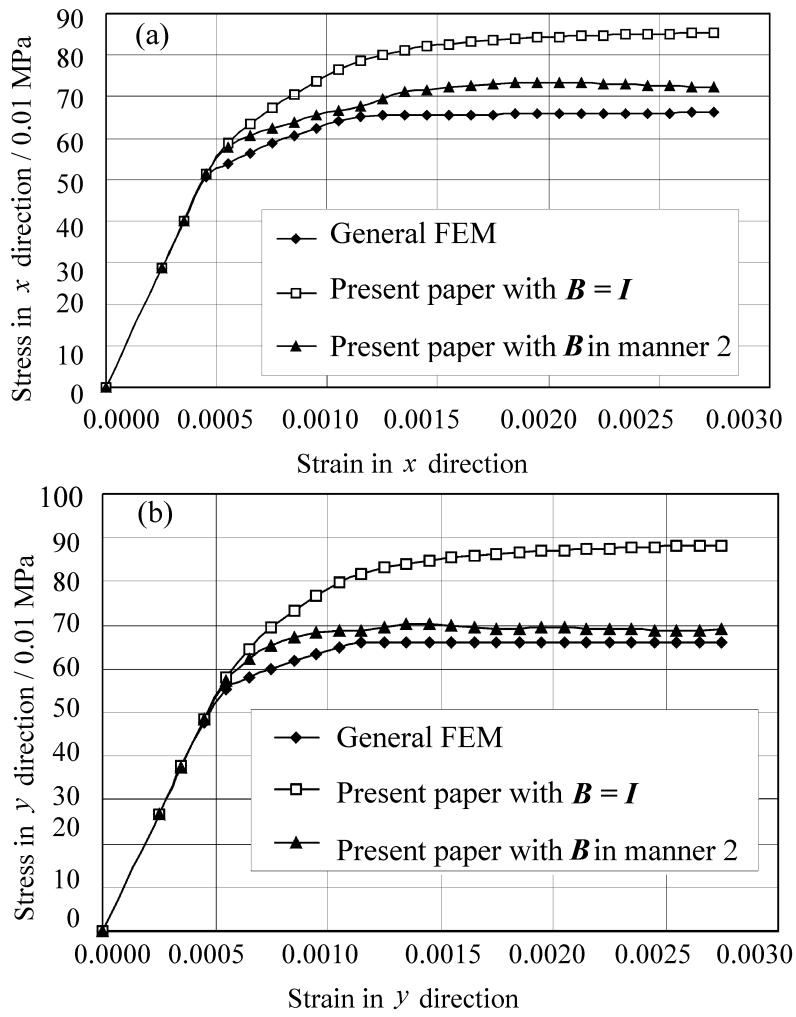
图 6 / 取方式 1 情况下双向拉伸工况本文算法与一般有限元结果比较

Fig. 6 Comparison between the results obtained respectively by the method developed in present paper with / in manner 1 and the general finite element method for the tension case in both x and y directions

7 结论与讨论

以上的工作可以归结为：(1) 对材料非线性多级分析的转换场基本理论进行了简要介绍；(2) 构造了弹塑性非线性多级分析的数值算法模型；(3) 对数值模型的实现给出了具体的实现技术与算法过程；(4) 计算了数值算例，结果表明了笔者所提出的模型与算法的有效性。

这只是研究工作的第一步，文中给出了针对一个复合材料单胞的均匀化分析的模型与算法，这一点是该类问题均匀化分析的核心。而将文中的理论应用于实际材料的多级均匀化分析则是下一步的工作。另外，B 矩阵的选取亦是值得深入研究的问题。



(a) Stress-strain relation in x direction

(b) Stress-strain relation in y direction

图 7　/ 取方式 2 情况下双向拉伸工况本文算法与一般有限元结果比较

Fig. 7　Comparison between the results obtained respectively by the method developed in present paper with / in manner 2 and the general finite element method for the tension case in both x and y directions

参考文献:

[1] Suquet P M. Elements of homogenization of inelastic solid mechanics [A]. In: Sanchez P E, Zaoui A, ed. Homogenization Techniques for Composite Media [C], Berlin: Springer-Verlag, 1987, 194- 275.

[2] Dvorak G J, Baher E D. A bimodal plasticity theory of fibrous composite materials [J]. Acta Mechnica, 1987, 69(2): 219-241.

[3] Dvorak G J. Transformation field analysis of inelastic composite materials [J]. Proc R Soc London, 1992, A437: 311- 327.

[4] Boyd J G, Costanzo F, Allen D H. A micromechanics approach for constructing locally averaged damage dependent constitutive equations in inelastic composites [J]. Int J Damage Mech, 1993, 2(2): 209- 228.

[5] Allen D H, Jones R H, Boyd J. G. Micromechanical analysis of continuous fiber metal matrix composite including the effects of matrix viscoplasticity and evolving damage [J]. J Mech Phys Solids, 1994, 42(6): 505- 529.

[6] Ghosh S, Moorthy S. Elasto-plastic analysis of arbitrary heterogeneous materials with the Voronoi-Cell Finite Element Method [J]. Comp Meth Appl Mech Engng, 1995, 121(4): 373-409.

[7] Costanzo F, Boyd J G, Allen D H. Micromechanics and homogenization of inelastic composite materials with growing cracks [J]. J Mech Phys Solids, 1996, 44(3): 333- 370.

[8] Schroeder J, Miehe C. Aspects of computational homogenization analysis of polycrystalline materials [A]. In: Owen D R J, Hinton E, ed. Computational Plasticity [C]. Barcelona: Science Press, 1997, 1004- 1011.

[9] Reiter T, Dvorak G J. Micromechanical models for graded composite materials [J]. J Mech Phys Solids, 1997, 45(6): 1281 - 1302.

[10] Zhang H W, Galvanetto U, Schrefler A B. Local analysis and global nonlinear behaviour of periodic assemblies of bodies in elastic contact [J]. Computational Mechanics, 1999, 24(4): 217-229.

[11] 张洪武. 弹性接触颗粒状周期性结构材料力学分析的均匀化方法(一): 局部 RVE 分析 [J]. 复合材料学报, 2001, 18(4): 93 - 97.

[12] 张洪武. 弹性接触颗粒状周期性结构材料力学分析的均匀化方法(二): 宏观均匀化分析 [J]. 复合材料学报, 2001, 18(4): 98- 102.